

Produtos Notáveis

Nessa parte veremos como os seguintes produtos notáveis podem nos ajudar em cálculos mentais:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- **Multiplicações com Quadrado de Soma e Diferença**

Pense rápido: quanto vale 41^2 ? Seguindo a lógica das multiplicações mentais, poderíamos pensar em:

$$41^2 = 41 \times 41 = 41 \times (40 + 1) = 1640 + 41 = 1681.$$

41×40 41×1

Uma alternativa seria a utilização do quadrado da soma, como mostrado abaixo:

$$41^2 = (40 + 1)^2 = 40^2 + \underbrace{2 \cdot 40 \cdot 1}_{80} + 1^2 = 1681$$

1600 1

“Mas Fredão, eu achei o primeiro método mais simples do que o primeiro. Por que eu iria querer aprender outro método?”

Bom, em primeiro lugar, você pode utilizar os dois métodos como forma de confirmar os resultados obtidos, o que por si só já traz mais segurança para o restante do desenvolvimento dos itens. Além disso, existem situações e situações e, em alguns casos, alguns métodos serão melhores do que outros. Quer um exemplo? Tente calcular, de cabeça, 59^2 . Vejamos a primeira forma:

$$59^2 = 59 \times 59 = 59 \times (60 - 1) = 3540 - 59 = 3481.$$

59×60 59×1

Já da segunda forma:

$$59^2 = (60 - 1)^2 = 60^2 - \underbrace{2 \cdot 60 \cdot 1}_{120} + 1^2 = 3481$$

3600 1

Particularmente, acho a segunda maneira levemente mais tranquila. Ainda em dúvida? Normal! Em breve veremos outro método, que é bem mais rápido do que ambos no cálculo de quase todos os quadrados de 20 a 120 =D.

- **Produtos Usando Diferença de Quadrados**

Façamos um exercício rápido: calcule 8^2 . Agora, calcule o valor de 80^2 . Agora, calcule o valor de $80^2 - 4$. Por fim, responda: qual o valor de 78×82 ?

Note que tanto o 78 quanto o 82 equidistam do 80 em duas unidades. Assim, utilizando a igualdade

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

podemos raciocinar da seguinte maneira:

$$78 \times 82 = (80 - 2)(80 + 2) = 80^2 - 2^2 = 6400 - 4 = 6396.$$

Tente utilizar o método acima para resolver as multiplicações a seguir.

$19 \times 21 =$

$107 \times 93 =$

$17 \times 23 =$

$64 \times 76 =$

$33 \times 27 =$

$0,23 \times 0,25 =$

$51 \times 49 =$

$53 \times 57 =$

$83 \times 77 =$

$81 \times 89 =$

Quadrados da Forma $(A5)^2$

Para calcular o quadrado de qualquer número da forma $(A5)^2$, onde A corresponde à quantidade de dezenas do número, basta lembrar de duas coisas:

- A resposta começa com o primeiro algarismo sendo multiplicado pelo seu sucessor;
- A resposta termina com o número 25.

Vejamos dois exemplos:

$$35^2 = 1225 \text{ (veja que 4 é o sucessor de 3)}$$

3×4

$$85^2 = 7225 \text{ (veja que 9 é o sucessor de 8)}$$

8×9

Note que esse processo também é válido para números com mais de dois algarismos:

$$135^2 = 18225 \text{ (veja que 14 é o sucessor de 13)}$$

13×14

Tente agora replicar este método nos cálculos abaixo:

$15^2 =$

$105^2 =$

$25^2 =$

$115^2 =$

$45^2 =$

$205^2 =$

$65^2 =$

$245^2 =$

$75^2 =$

$305^2 =$

$95^2 =$

$995^2 =$

Algun palpite do motivo pelo qual esse método funciona? A dica está no desenvolvimento do produto notável $(A5)^2$.