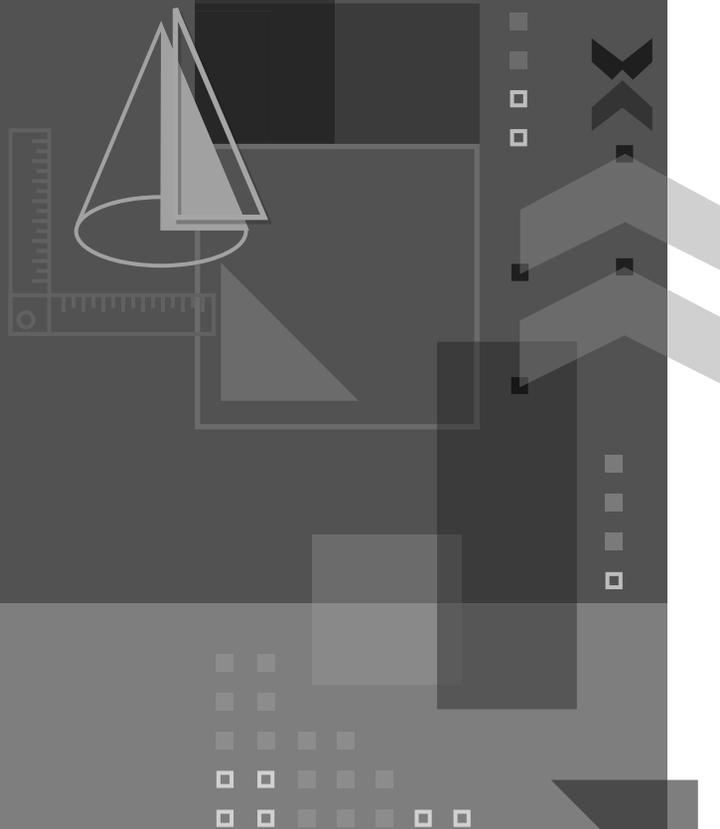


MATEMÁTICA



Sumário - Matemática

Questões Seleccionadas

Matemática Básica	3
Geometria Analítica.....	6
Geometria Plana	6
Geometria Espacial	8
Funções.....	9
Trigonometria	13
Progressões.....	15
Análise Combinatória.....	16
Probabilidades	16
Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares.....	18
Polinômios e Equações Polinomiais	19
Números Complexos.....	19
Gabarito.....	20

04. (Unicamp-SP-2021) Duas impressoras funcionando simultaneamente imprimem certa quantidade de páginas em 36 segundos. Sozinha, uma delas imprime a mesma quantidade de páginas em 90 segundos. Funcionando sozinha, para imprimir a mesma quantidade de páginas, a outra impressora gastaria

- A) 48 segundos. C) 60 segundos.
B) 54 segundos. D) 72 segundos.

05. (Unicamp-SP-2021) Sabendo que $10^{0,3} < 2 < 10^{0,31}$ e que x é tal que ${}^{2021}\sqrt{10^{3x+5}} = 20$, então

- A) $885 \leq x < 870$ C) $885 \leq x < 900$
B) $870 \leq x < 885$ D) $900 \leq x < 1\ 005$

06. (Unicamp-SP-2021) A soma dos valores de x que resolvem a equação

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{x}{4} + \frac{1}{x}} = \frac{1}{2}$$

é igual a:

- A) $\frac{14}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{18}{3}$ D) $\frac{20}{3}$

Instrução: O texto a seguir será utilizado nas questões **07** e **08**.

O projeto PRODES – Monitoramento do desmatamento das formações florestais na Amazônia Legal –, do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), monitora as áreas desmatadas da Amazônia Legal e mantém um registro da área desmatada por ano. Um levantamento sobre esses dados a partir de 2016 mostrou que em 2019 houve um acréscimo de 35% da área desmatada em relação a 2018, de 45% em relação a 2017 e de 28% em relação a 2016.

Disponível em: <http://terrabrasilis.dpi.inpe.br>.
Acesso em: 12 dez. 2020.

07. (Unicamp-SP-2021) Sabendo que a soma das áreas desmatadas nos anos de 2017, 2018 e 2019 foi de 24 600 km², a área desmatada no ano de 2019 está entre

- A) 8 601 km² e 9 200 km².
B) 9 201 km² e 9 800 km².
C) 8 801 km² e 10 400 km².
D) 10 401 km² e 11 200 km².

08. (Unicamp-SP-2021) Considerando os dados apresentados, relativos ao período analisado, é correto afirmar:

- A) O ano que teve a menor área desmatada foi 2016.
B) A área desmatada em 2019 corresponde a 80% da área total desmatada no período de 2017 a 2018.

- C) A área desmatada em 2018 foi 35% menor do que em 2019.
D) A área desmatada em 2018 foi menor que a área desmatada em 2016.

09. (Unicamp-SP-2020) Em uma família, cada filha tem o mesmo número de irmãs e irmãos, e cada filho tem um número de irmãs igual ao dobro do número de irmãos. O número total de filhos e filhas dessa família é igual a

- A) 11. B) 9. C) 7. D) 5.

10. (Unicamp-SP-2019) Os preços que aparecem no cardápio de um restaurante já incluem um acréscimo de 10% referente ao total de impostos. Na conta, o valor a ser pago contém o acréscimo de 10% relativo aos serviços (gorjeta). Se o valor total da conta for p reais, o cliente estará desembolsando pelo custo original da refeição, em reais, a quantia de:

- A) $\frac{p}{1,20}$ C) $p \cdot 0,80$
B) $\frac{p}{1,21}$ D) $p \cdot 0,81$

11. (Unesp-2023) Considere o trecho da notícia veiculada no Reino Unido.

A YouGov survey of more than 16,000 adults found that of the 40% of people who asked for a pay rise, just over a quarter succeeded.

Disponível em: www.theguardian.com. 3 abr. 2022.

De acordo com os dados da notícia, do total de entrevistados, aqueles que conseguiram aumento salarial representam

- A) 4%. C) 10%. E) 15%.
B) 25%. D) 1,6%.

12. (Unesp-2022) O preço da passagem de ônibus convencional de uma cidade do interior de São Paulo para a capital é de R\$ 108,00. Adriana vai estudar nessa cidade e deseja visitar seus pais em São Paulo durante alguns finais de semana. Além da opção de fazer a viagem de ônibus convencional, ela também cogita a possibilidade de fazer a viagem com seu carro, cujo consumo de combustível na estrada é de 14 km por litro de gasolina.

Considerando R\$ 5,60 o preço do litro de gasolina e 20 centavos por quilômetro rodado o custo geral de manutenção do carro, os custos da viagem de ônibus e da viagem de carro são equivalentes. De acordo com esses dados, a distância considerada entre a cidade em que ela vai estudar e a capital é igual a

- A) 182 km. D) 178 km.
B) 180 km. E) 176 km.
C) 185 km.

- 13.** (Unesp–2022) Um experimento vai avaliar a memória de um grupo de dez crianças de 12 anos em relação à capacidade de retenção de palavras, figuras e números. Durante 30 segundos, cada criança recebe a mesma lista de dez palavras e, em seguida, tem 60 segundos para escrever as palavras que lembra ter visto. O mesmo se repete com uma lista de dez figuras e, em seguida, com uma lista de dez números naturais aleatórios de 1 a 100. A tabela indica o resultado desse experimento.

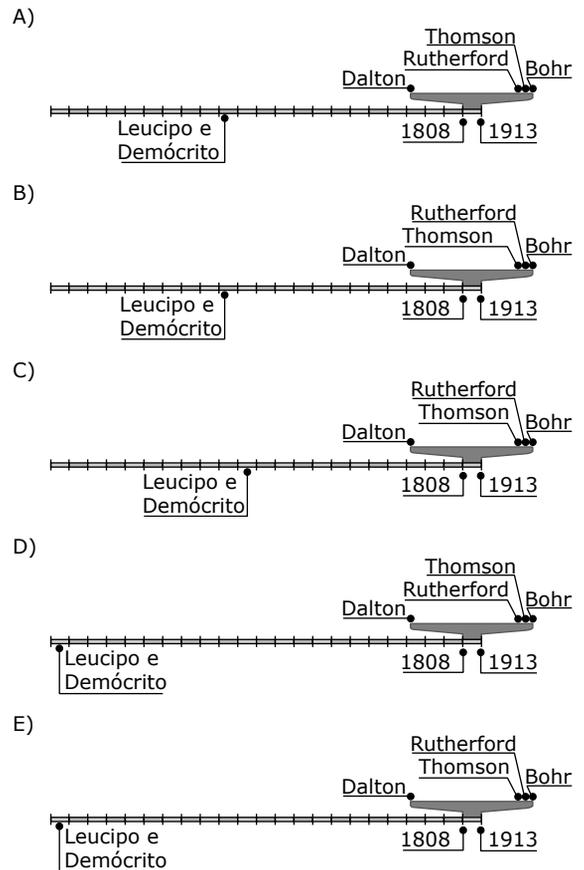
Nº da criança	Quantidade de acertos			
	Palavras	Figuras	Números	Total
1	8	9	6	23
2	9	10	9	28
3	10	10	8	28
4	9	9	9	27
5	7	9	8	24
6	10	10	7	27
7	7	8	5	20
8	7	8	9	24
9	8	7	8	23
10	9	10	7	26
Total	84	90	76	250

De acordo com os resultados do experimento,

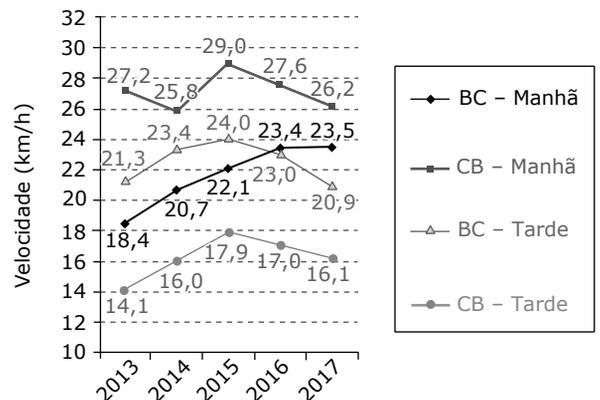
- A) 73% do total geral de acertos do grupo correspondem aos acertos de palavras e de figuras.
- B) a mediana dos totais de acertos de palavras, figuras e números por criança é igual 24.
- C) as crianças que acertaram mais figuras do que palavras também acertaram menos números do que palavras.
- D) as medianas do total de acertos de figuras e do total de acertos de números do grupo coincidem com o total de acertos de figuras e de números da criança 5.
- E) a média geral de acertos do grupo é de 80%.

- 14.** (Unesp–2020) Estudos sobre modelos atômicos foram fundamentais para o desenvolvimento da Química como ciência. Por volta de 450 a.C., os filósofos gregos Leucipo e Demócrito construíram a hipótese de que o mundo e, em consequência, a matéria eram constituídos a partir de unidades idênticas e indivisíveis, chamadas átomos. Contudo, foi somente a partir do século XIX que a realização de experimentos tornou possível a comprovação de hipóteses desenvolvidas ao longo do tempo. Um dos primeiros modelos aceitos foi criado por John Dalton, apresentado em um livro de sua autoria, publicado em 1808. Anos depois, outros dois principais modelos foram desenvolvidos, até que, em 1913, o físico Niels Bohr publicou um livro com sua teoria sobre o modelo atômico.

Tomando como referência as datas de publicação dos trabalhos de Dalton e de Bohr, a linha do tempo que apresenta os fatos históricos do desenvolvimento do modelo atômico, com espaço proporcional à distância de tempo entre eles, é:



- 15.** (Unesp–2020) A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) divulgou um estudo apresentando a mobilidade no sistema viário da cidade de São Paulo. Um dos resultados desse estudo consiste na comparação da velocidade média do tráfego geral, em um importante conjunto de vias, no sentido bairro-centro (BC) e no sentido centro-bairro (CB), nos horários de pico dos períodos da manhã e da tarde, de 2013 a 2017. O gráfico apresenta esse comparativo:



De acordo com o gráfico, em apenas um dos sentidos e em um determinado período foram registradas seguidas reduções anuais no tempo médio de deslocamento ao longo das vias. Comparando 2017 com 2013, a redução do tempo de deslocamento nessas vias, em porcentagem, é de, aproximadamente,

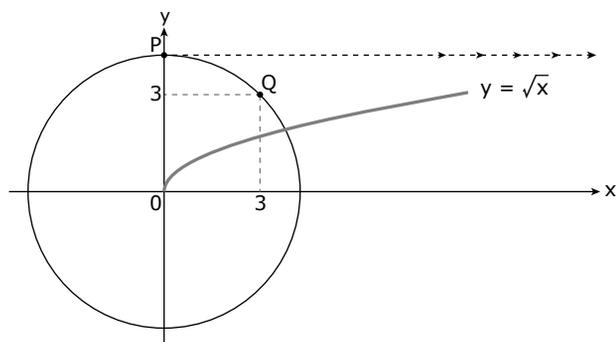
- A) 12,9%. C) 21,7%. E) 27,7%.
 B) 5,1%. D) 1,8%.

- 16.** (Unesp–2019) Em um dia de aula, faltaram 3 alunas e 2 alunos porque os cinco estavam gripados. Dos alunos e alunas que foram à aula, 2 meninos e 1 menina também estavam gripados. Dentre os meninos presentes à aula, a porcentagem dos que estavam gripados era 8% e, dentre as meninas, a porcentagem das que estavam gripadas era 5%. Nos dias em que a turma está completa, a porcentagem de meninos nessa turma é de
- A) 52%. C) 54%. E) 46%.
 B) 50%. D) 56%.

- 05.** (Unicamp-SP) Considere a circunferência de equação cartesiana $x^2 + y^2 = x - y$. Qual das equações a seguir representa uma reta que divide essa circunferência em duas partes iguais?

- A) $x + y = -1$ C) $x - y = 1$
 B) $x - y = -1$ D) $x + y = 1$

- 06.** (Unesp) Os pontos **P** e **Q**(3, 3) pertencem a uma circunferência centrada na origem do plano cartesiano. **P** também é ponto de intersecção da circunferência com o eixo *y*.



Considere o ponto **R**, do gráfico de $y = \sqrt{x}$, que possui ordenada **y** igual à do ponto **P**. A abscissa **x** de **R** é igual a

- A) 9. C) 15. E) 18.
 B) 16. D) 12.

GEOMETRIA ANALÍTICA

- 01.** (Unicamp-SP–2021) No plano cartesiano, considere a reta de equação $x + 2y = 4$, sendo **A**, **B** os pontos de intersecção dessa reta com os eixos coordenados. A equação da reta mediatriz do segmento de reta AB é dada por:
- A) $2x - y = 3$ C) $2x + y = 3$
 B) $2x - y = 5$ D) $2x + y = 5$

- 02.** (Unicamp-SP–2020) Sabendo que **c** é um número real, considere, no plano cartesiano, a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 2cx$. Se o centro dessa circunferência pertence à reta de equação $x + 2y = 3$, então seu raio é igual a
- A) $\sqrt{2}$. C) 2.
 B) $\sqrt{3}$. D) 3.

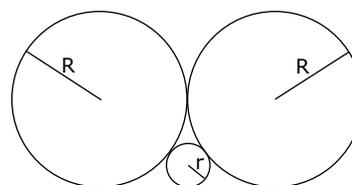
- 03.** (Unicamp-SP–2019) No plano cartesiano, considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$ e a parábola de equação $3x^2 - y + 1 = 0$. Essas duas curvas se interceptam em
- A) um ponto. C) três pontos.
 B) dois pontos. D) quatro pontos.

- 04.** (Unicamp-SP) No plano cartesiano, sejam **C** a circunferência de centro na origem e raio $r > 0$ e **s** a reta de equação $x + 3y = 10$. A reta **s** intercepta a circunferência **C** em dois pontos distintos se e somente se:
- A) $r > 2$ C) $r > 3$
 B) $r > \sqrt{5}$ D) $r > \sqrt{10}$

GEOMETRIA PLANA

- 01.** (Unicamp-SP–2022) Um círculo está inscrito em um quadrilátero ABCD. Seja **T** o ponto de tangência do lado DA com o círculo. Sabe-se que as medidas dos lados AB, BC e CD formam, nesta ordem, uma progressão aritmética crescente de números inteiros e que a medida do lado DA é 3. Considerando que a medida do segmento TA é um número inteiro, as medidas dos lados AB, BC e CD são, respectivamente:
- A) 1, 3, 5. C) 2, 4, 6.
 B) 2, 3, 4. D) 3, 4, 5.

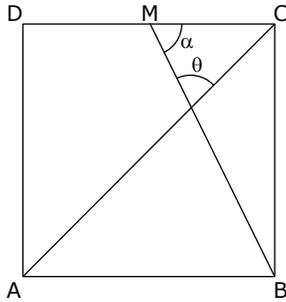
- 02.** (Unicamp-SP–2021) A figura a seguir exhibe três círculos tangentes dois a dois e os três tangentes a uma mesma reta. Os raios dos círculos maiores têm comprimento **R** e o círculo menor tem raio de comprimento **r**.



A razão $\frac{R}{r}$ é igual a:

- A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) 4 D) $2\sqrt{5}$

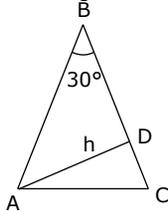
- 03.** (Unicamp-SP-2021) A figura a seguir exibe um quadrado ABCD em que **M** é o ponto médio do lado CD.



Com base na figura, $\text{tg}(\theta) + \text{tg}(\alpha)$ é igual a

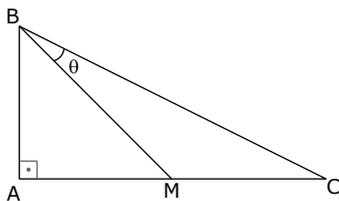
- A) 7. B) 6. C) 5. D) 4.

- 04.** (Unicamp-SP-2020) A figura a seguir exibe o triângulo ABC, em que $AB = BC$ e AD é uma altura de comprimento **h**. A área do triângulo ABC é igual a



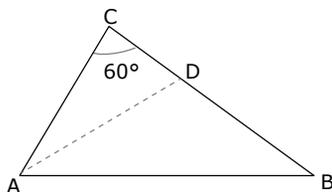
- A) h^2 . C) $\sqrt{3}h^2$.
 B) $\sqrt{2}h^2$. D) $2h^2$.

- 05.** (Unicamp-SP-2020) A figura a seguir exibe o triângulo retângulo ABC, em que $AB = AM = MC$. Então, $\text{tg} \theta$ é igual a:



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$

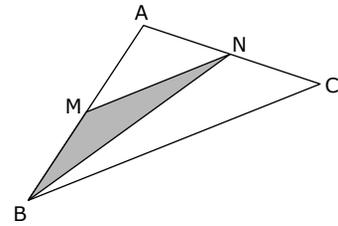
- 06.** (Unicamp-SP) No triângulo ABC exibido na figura a seguir, \overline{AD} é a bissetriz do ângulo interno em **A** e $\overline{AD} = \overline{BD}$.



O ângulo interno em **A** é igual a

- A) 60° . C) 80° .
 B) 70° . D) 90° .

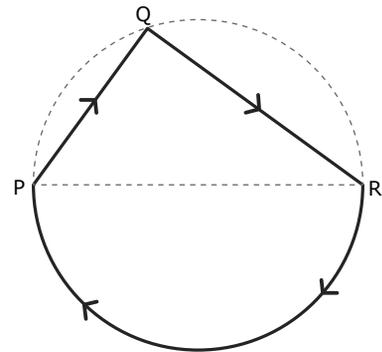
- 07.** (Unicamp-SP-2019) No triângulo ABC exibido na figura a seguir, **M** é o ponto médio do lado AB, e **N** é o ponto médio do lado AC.



Se a área do triângulo MBN é igual a **t**, então a área do triângulo ABC é igual a:

- A) 3t C) 4t
 B) $2\sqrt{3}t$ D) $3\sqrt{2}t$

- 08.** (Unesp-2023) Observe a figura, formada por um triângulo PQR inscrito em uma circunferência de diâmetro PR = 10 m, em que PQ = 6 m. Uma partícula se move sobre a linha contínua, iniciando seu movimento em **P**, passando por **Q**, depois por **R** e, finalmente, voltando a **P**, como mostram as setas sobre a trajetória.

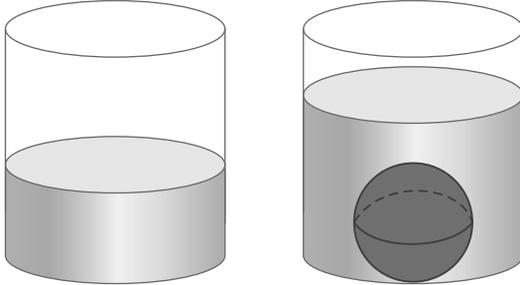


A partícula parte de **P** com velocidade inicial de 8 m/s, e o módulo de sua velocidade aumenta uniformemente ao longo da trajetória, até chegar novamente em **P**, com velocidade de 10 m/s. Adotando $p = 3$, o módulo da aceleração escalar dessa partícula ao longo de todo seu percurso é de:

- A) $\frac{36}{89} \text{ m/s}^2$
 B) $\frac{3}{25} \text{ m/s}^2$
 C) $\frac{2}{11} \text{ m/s}^2$
 D) $\frac{18}{29} \text{ m/s}^2$
 E) $\frac{1}{11} \text{ m/s}^2$

GEOMETRIA ESPACIAL

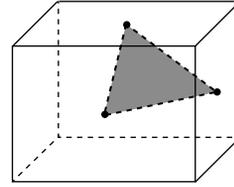
- 01.** (Unicamp-SP-2023) Um recipiente cilíndrico de altura h tem água em seu interior. Ao mergulhar uma esfera de raio R neste recipiente, a água cobre a esfera e nenhuma quantidade de água se perde, como ilustrado na figura a seguir.



Sabendo que o raio da base do cilindro é o dobro do raio da esfera, a diferença entre a altura da água antes e depois do mergulho da esfera é igual a

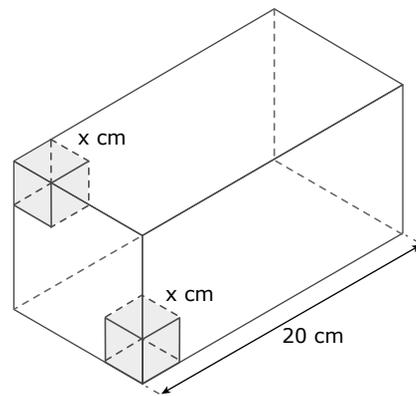
- A) $2R$.
 B) R .
 C) $\frac{R}{3}$.
 D) $\frac{2R}{3}$.
- 02.** (Unicamp-SP-2021) No início do expediente do dia 16 de março de 2020, uma farmácia colocou à disposição dos clientes um frasco cilíndrico de 500 ml (500 cm^3) de álcool em gel para higienização das mãos. No final do expediente, a coluna de álcool havia baixado 5 cm. Sabendo que a base do cilindro tem diâmetro de 6 cm e admitindo o mesmo consumo de álcool em gel nos dias seguintes, calcula-se que o frasco ficou vazio no dia
- A) 17 de março.
 B) 18 de março.
 C) 19 de março.
 D) 20 de março.
- 03.** (Unicamp-SP-2020) Se um tetraedro regular e um cubo têm áreas de superfície iguais, a razão entre o comprimento das arestas do tetraedro e o comprimento das arestas do cubo é igual a:
- A) $\sqrt{2}\sqrt{3}$
 B) $\sqrt[4]{2}\sqrt{3}$
 C) $\sqrt{2}\sqrt[4]{3}$
 D) $\sqrt[4]{2}\sqrt[4]{3}$

- 04.** (Unicamp-SP-2019) Considere um paralelepípedo retângulo cujas arestas têm comprimento 6 cm, 8 cm e 10 cm, e um triângulo cujos vértices são os centros (interseção das diagonais) de três faces de dimensões distintas, como ilustra a figura a seguir:



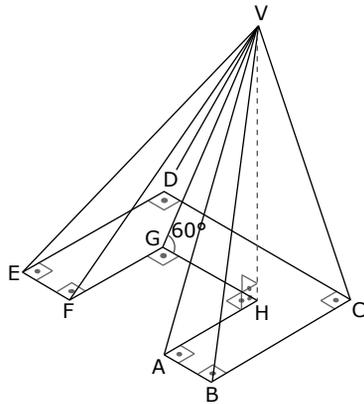
O perímetro P desse triângulo é tal que

- A) $P < 14 \text{ cm}$.
 B) $14 \text{ cm} < P < 16 \text{ cm}$.
 C) $16 \text{ cm} < P < 18 \text{ cm}$.
 D) $P > 18 \text{ cm}$.
- 05.** (Unesp-2023) De um paralelepípedo reto-retângulo de dimensões 20 cm por $6\sqrt{2}$ cm por $6\sqrt{2}$ cm serão retirados dois cubos, cujos lados medem x cm. Esses cubos têm três arestas contidas em três arestas do paralelepípedo e uma das faces contida em uma mesma face quadrada do paralelepípedo.



Ao adotar o valor máximo para x , o volume do prisma remanescente, após a retirada dos cubos, será igual a:

- A) $36(40 - 3\sqrt{2}) \text{ cm}^3$
 B) $108(10 - \sqrt{2}) \text{ cm}^3$
 C) $30(9 - \sqrt{3}) \text{ cm}^3$
 D) $36(10 - 3\sqrt{2}) \text{ cm}^3$
 E) $30(10 - 3\sqrt{2}) \text{ cm}^3$
- 06.** (Unesp-2022) A figura indica o projeto de uma escultura maciça em forma de pirâmide de vértice V , base ABCDEFGH e altura \overline{VH} , que será feita com espuma expansiva rígida de poliuretano. Sabe-se que AHGF é um quadrado de área igual a 3 m^2 , BCDE é um retângulo, com $BC = 3 \text{ m}$ e $CD = 4$, e que o ângulo $\widehat{HG\hat{V}}$ mede 60° .



Sabendo que 1 m³ corresponde a 1 000 litros e que o custo da quantidade de espuma de poliuretano necessária para ocupar a capacidade de 1 litro é de R\$ 5,00, para fazer por completo essa escultura, desconsiderando desperdícios, o valor gasto com espuma será de

- A) R\$ 40 000,00.
- B) R\$ 37 500,00.
- C) R\$ 42 500,00.
- D) R\$ 35 000,00.
- E) R\$ 45 000,00.

07. (Unesp–2020) O quilate do ouro é a razão entre a massa de ouro presente e a massa total da peça, multiplicada por 24. Por exemplo, uma amostra com 18 partes em massa de ouro e 6 partes em massa de outro metal (ou liga metálica) é um ouro de 18 quilates.

Assim, um objeto de ouro de 18 quilates tem $\frac{3}{4}$ de ouro e $\frac{1}{4}$ de outro metal em massa.

O ouro é utilizado na confecção de muitos objetos, inclusive em premiações esportivas. A taça da copa do mundo de futebol masculino é um exemplo desses objetos.

A FIFA declara que a taça da copa do mundo de futebol masculino é maciça (sem nenhuma parte oca) e sua massa é de pouco mais de 6 kg. Acontece que, se a taça fosse mesmo de ouro e maciça, ela pesaria mais do que o informado.

O PESO da taça. Disponível em: <https://ipemsp.wordpress.com> (Adaptação).

Considere que a taça seja feita apenas com ouro 18 quilates, cuja composição é de ouro com densidade 19,3 g/cm³ e uma liga metálica com densidade 6,1 g/cm³, e que o volume da taça é similar ao de um cilindro reto com 5 cm de raio e 36 cm de altura.

Utilizando $\pi = 3$, se a taça fosse maciça, sua massa teria um valor entre

- A) 30 kg e 35 kg.
- B) 15 kg e 20 kg.
- C) 40 kg e 45 kg.
- D) 10 kg e 15 kg.
- E) 20 kg e 25 kg.

FUNÇÕES

01. (Unicamp-SP–2023) Suponha que uma função $f(x)$ satisfaça à propriedade

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y).$$

Sabendo que $f(7) = 2$ e $f(17) = 3$, o valor de $f(2023)$ é:

- A) 7.
- B) 8.
- C) 17.
- D) 18.

Instrução: Utilize o texto para responder às questões **02** e **03**.

Uma transformação de Möbius é um quociente de polinômios de grau 1. Essas transformações são muito importantes em computação gráfica e também na área da engenharia conhecida como “processamento de sinais”.

Considere a função $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ definida para $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$, que é uma versão simplificada de uma transformação de Möbius.

02. (Unicamp-SP–2023) Sobre a função inversa de $f(x)$, é correto afirmar que

- A) $f^{-1}(x) = f(x)$, para $x \neq 1$.
- B) $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$, para $x \neq \pm 1$.
- C) $f^{-1}(x) = -f(x)$, para $x \neq 1$.
- D) $f^{-1}(x) = f(-x)$, para $x \neq 1$.

03. (Unicamp-SP–2023) Considere a sequência x_1, x_2, \dots , é definida por $x_1 = 6$, e para cada $n \geq 1$, temos $x_{n+1} = f(x_n)$, ou seja,

- $x_1 = 6$,
- $x_2 = f(x_1) = \frac{7}{5}$,
- $x_3 = f(x_2)$,

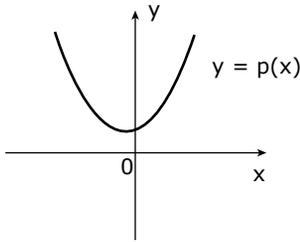
e assim sucessivamente. Então, a soma dos 100 primeiros termos desta sequência vale

- A) 140.
- B) 370.
- C) 600.
- D) 740.

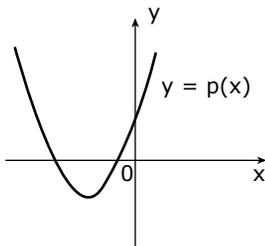
04. (Unicamp-SP–2023) Na figura a seguir estão representados os gráficos de uma parábola, de uma reta, e o ponto $P = (a, b)$, que é um dos pontos de interseção da reta com a parábola.

Se a é positivo, qual das figuras abaixo pode representar corretamente o gráfico de $p(x)$?

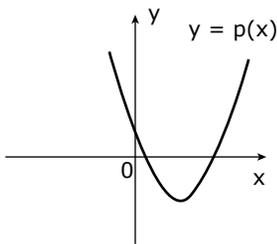
A)



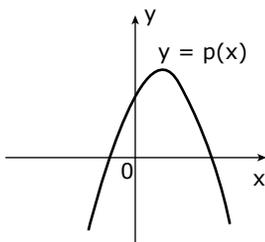
B)



C)



D)

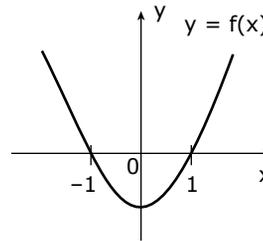


10. (Unicamp-SP-2021) Dados preliminares da pandemia do covid-19 indicam que, no início da disseminação, em determinada região, o número de pessoas contaminadas dobrava a cada 3 dias. Usando que $\log_{10} 2 \approx 0,3$ e $\log_{10} 5 \approx 0,7$, após o primeiro contágio, o número de infectados atingirá a marca de 4 mil entre

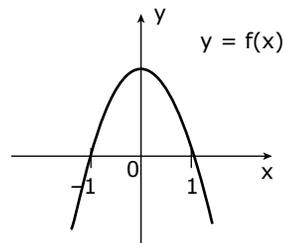
- A) o 18º dia e o 24º dia.
- B) o 25º dia e o 31º dia.
- C) o 32º dia e o 38º dia.
- D) o 39º dia e o 45º dia.

11. (Unicamp-SP-2021) Sejam $p(x)$ e $q(x)$ polinômios de grau 2 tais que $p(0) < q(0)$. Sabendo que $p(1) = q(1)$ e $p(-1) = q(-1)$, o gráfico de $f(x) = p(x) - q(x)$ pode ser representado por

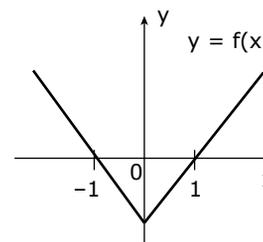
A)



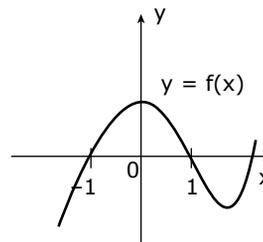
B)



C)



D)



12. (Unicamp-SP-2021) Se $f(x) = \log_{10}(x)$ e $x > 0$, então $f\left(\frac{1}{x}\right) + f(100x)$ é igual a

- A) 1.
- B) 2.
- C) 3.
- D) 4.

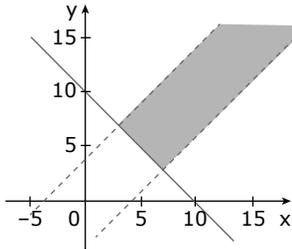
13. (Unicamp-SP-2020) Sabendo que a é um número real, considere a função $f(x) = ax + 2$, definida para todo número real x . Se $f(f(1)) = 1$, então

- A) $a = -1$.
- B) $a = -\frac{1}{2}$.
- C) $a = \frac{1}{2}$.
- D) $a = 1$.

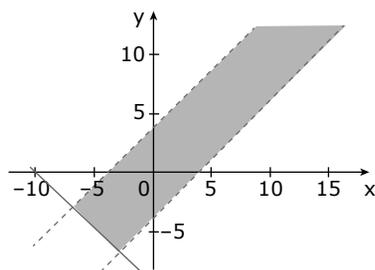
17. (Unesp–2022) A soma de dois números reais x e y é maior ou igual a 10. A diferença entre eles, em qualquer ordem, é menor do que 4.

A representação do conjunto solução dessas desigualdades no plano cartesiano de eixos ortogonais é:

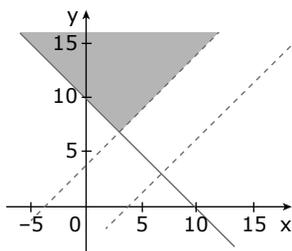
A)



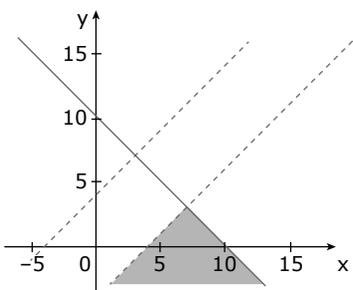
B)



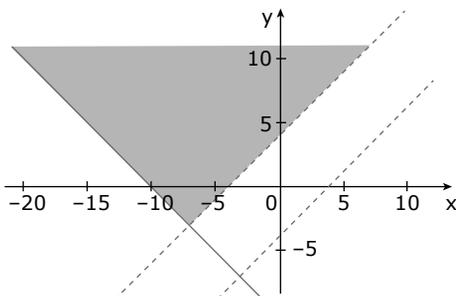
C)



D)



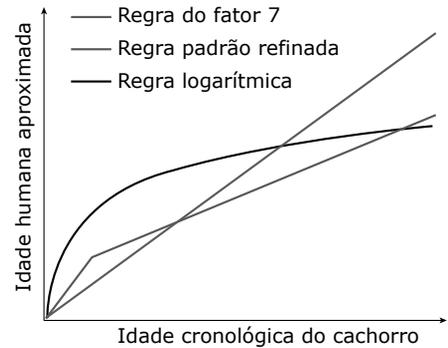
E)



Instrução: Utilize o texto para responder à questão 18.

Há uma crença de que cada ano que um cão vive é equivalente a sete anos humanos, em qualquer estágio da vida do animal. Mas novas pesquisas sugerem que a relação não seja tão simples se considerarmos alguns marcos básicos do desenvolvimento canino.

O gráfico apresenta modelos baseados em diferentes regras que estabelecem uma equivalência entre a idade do cachorro e a idade humana aproximada.



Disponível em: www.bbc.com. Acesso em: 11 jan. 2020 (Adaptação).

As regras que definem cada um desses modelos que associam a idade cronológica do cachorro (x), em anos, à idade humana aproximada (y), em anos, estão definidas pelas relações:

- Regra do fator 7: $y = 7 \cdot x$, para $0 < x \leq 16$
- Regra padrão refinada:
$$y = \begin{cases} 12 \cdot x, & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ 24 + 4 \cdot (x - 2), & \text{se } 2 < x \leq 16 \end{cases}$$
- Regra logarítmica: $y = 31 + 16 \cdot \ln x$, para $0,15 < x \leq 16$

18. (Unesp–2021) A idade do cachorro para a qual a regra do fator 7 e a regra padrão refinada se equivalem, ou seja, apresentam uma mesma idade humana aproximada, é

- A) 5 anos e 3 meses.
- B) 5 anos e 4 meses.
- C) 2 anos.
- D) 7 anos e 4 meses.
- E) 1 ano e 5 meses.

TRIGONOMETRIA

01. (Unicamp-SP–2023) A seguir, são apresentadas quatro funções, definidas para $x \in \mathbb{R}$; são também apresentados quatro esboços de gráficos.

Funções:

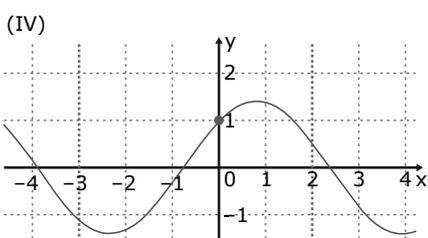
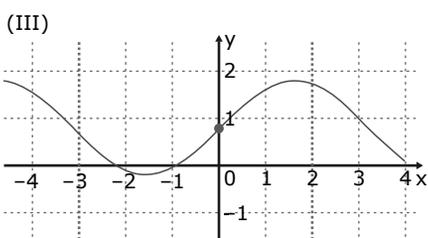
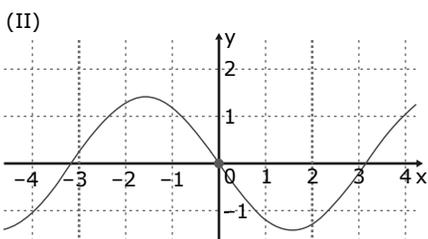
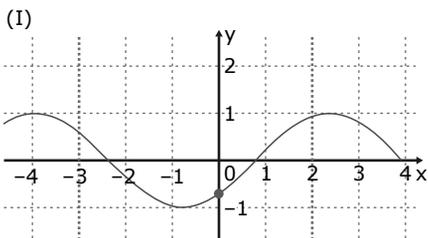
$$f(x) = \text{sen}(x) + \frac{\pi}{4}$$

$$g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$h(x) = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$p(x) = \cos(x) + \text{sen}(x)$$

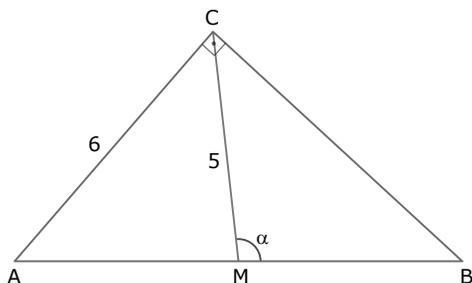
Gráficos:



A opção que descreve corretamente a correspondência entre as funções e seus gráficos é:

- A) (I) e $g(x)$; (II) e $h(x)$; (III) e $p(x)$; (IV) e $f(x)$.
- B) (I) e $h(x)$; (II) e $g(x)$; (III) e $f(x)$; (IV) e $p(x)$.
- C) (I) e $p(x)$; (II) e $h(x)$; (III) e $g(x)$; (IV) e $f(x)$.
- D) (I) e $f(x)$; (II) e $g(x)$; (III) e $p(x)$; (IV) e $h(x)$.

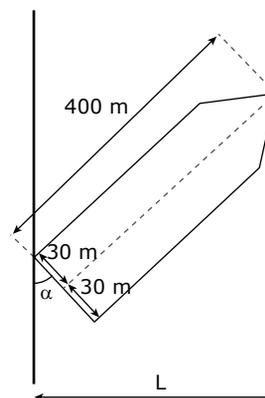
02. (Unicamp-SP-2023) A figura seguinte mostra um triângulo retângulo ABC. O ponto M é o ponto médio do lado AB, que é a hipotenusa.



O valor de $\text{sen } \alpha$ é

- A) $\frac{24}{25}$.
- B) $\frac{5}{6}$.
- C) $\frac{1}{2}$.
- D) $\frac{3}{2}$.

03. (Unicamp-SP-2022) No dia 23 de março de 2021, um navio encalhou no canal de Suez, no Egito. A embarcação tinha 400 metros de comprimento e 60 metros de largura. No ponto onde aconteceu o acidente, o canal de Suez não tem mais do que 200 metros de largura. A seguir apresentamos uma foto de satélite e uma figura representando a situação. O ângulo α indicado na figura a seguir mede $67,5^\circ$.



A largura do canal, medida em metros e indicada por L na figura anterior, é:

Dados:

- $\cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta) - 1$
- $\text{sen}(2\theta) = 2\text{sen}(\theta).\cos(\theta)$.

- A) $400\sqrt{2 - \sqrt{2}} - 60\sqrt{2 + \sqrt{2}} \approx 195,3$
- B) $200\sqrt{2 - \sqrt{2}} - 15\sqrt{2 + \sqrt{2}} \approx 125,4$
- C) $200\sqrt{2 - \sqrt{2}} + 15\sqrt{2 + \sqrt{2}} \approx 180,8$
- D) $200\sqrt{3 - \sqrt{3}} - 15\sqrt{3 + \sqrt{3}} \approx 192,6$

04. (Unicamp-SP-2021) Se $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, a expressão

$$\frac{\frac{\cos(\theta) + \sin(\theta)}{\sin(\theta)} + \frac{\cos(\theta) - \sin(\theta)}{\cos(\theta)}}{\frac{\cos(\theta) + \sin(\theta)}{\cos(\theta)} + \frac{\cos(\theta) - \sin(\theta)}{\sin(\theta)}}$$

é equivalente a

- A) $\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$
- B) $\cos(2\theta) + \sin(2\theta)$
- C) $\cos(2\theta) - \sin(2\theta)$
- D) 1

05. (Unicamp-SP-2021) Sabendo que $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ e que $2\cos(2\theta) + 5\cos(\theta) = 4$, é correto afirmar que

- A) $0^\circ < \theta \leq 30^\circ$
- B) $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$
- C) $45^\circ < \theta \leq 60^\circ$
- D) $60^\circ < \theta \leq 90^\circ$

06. (Unicamp-SP-2019) Sejam k e θ números reais tais que $\sin \theta$ e $\cos \theta$ são soluções da equação quadrática $2x^2 + x + k = 0$. Então, k é um número

- A) irracional.
- B) racional não inteiro.
- C) inteiro positivo.
- D) inteiro negativo.

07. (Unesp-2019) Os pontos **P** e **Q** sobre a superfície da Terra possuem as seguintes coordenadas geográficas:

	Latitude	Longitude
P	30° N	45° L
Q	30° N	15° O

Considerando a Terra uma esfera de raio 6 300 km, a medida do menor arco \widehat{PQ} sobre a linha do paralelo 30° N é igual a:

- A) $1\ 150\pi\sqrt{3}$ km
- B) $1\ 250\pi\sqrt{3}$ km
- C) $1\ 050\pi\sqrt{3}$ km
- D) $1\ 320\pi\sqrt{3}$ km
- E) $1\ 350\pi\sqrt{3}$ km

PROGRESSÕES

01. (Unicamp-SP-2023) Três números reais distintos **a**, **b**, **c** são tais que **a**, **b**, **c** e **ab**, **bc**, **ca** formam, nessas ordens, duas progressões aritméticas de mesma razão. O valor do produto **abc** é

- A) 1.
- B) $\frac{1}{8}$.
- C) -1.
- D) 6.

02. (Unicamp-SP-2022) Dados os números reais positivos a_1, a_2, \dots, a_n , a média geométrica **M** destes termos é calculada por:

$$M = \sqrt[n]{a_1 \dots a_n}$$

A média geométrica de 1, 10, 100, ..., 10^{22} é:

- A) 10^{11}
- B) 10^{12}
- C) 10^{13}
- D) 10^{14}

03. (Unicamp-SP-2021) Considere que as medidas dos lados de um triângulo retângulo estão em progressão geométrica. Sendo **a** a medida do menor lado e **A** a área desse triângulo, é correto afirmar que

- A) $A = a^2 \frac{\sqrt{2\sqrt{5} + 2}}{4}$
- B) $A = a^2 \frac{\sqrt{2\sqrt{5} - 2}}{4}$
- C) $A = a^2 \frac{\sqrt{2\sqrt{5} + 2}}{2}$
- D) $A = a^2 \frac{\sqrt{2\sqrt{5} - 2}}{2}$

04. (Unicamp-SP-2021) Considere que os ângulos internos de um triângulo formam uma progressão aritmética. Dado que **a**, **b**, **c** são as medidas dos lados do triângulo, sendo $a < b < c$, é correto afirmar que

- A) $b^2 + ac = a^2 + c^2$
- B) $a^2 + bc = b^2 + c^2$
- C) $a^2 - bc = b^2 + c^2$
- D) $b^2 - ac = a^2 + c^2$

05. (Unicamp-SP-2021) Seja **x** um número real tal que os primeiros três termos de uma progressão geométrica infinita são 1, 2x, $-3x + 1$, nesta ordem. Sabendo que todos os termos da progressão são positivos, a soma de todos eles é igual a

- A) $\frac{3}{2}$.
- B) 2.
- C) $\frac{5}{2}$.
- D) 3.

06. (Unicamp-SP-2020) Considere que (a, b, 3, c) é uma progressão aritmética de números reais, e que a soma de seus elementos é igual a 8. O produto dos elementos dessa progressão é igual a

- A) 30.
- B) 10.
- C) -15.
- D) -20.

Assinale a alternativa correta.

- A) Todas as afirmações são verdadeiras.
- B) Apenas a afirmação I é verdadeira.
- C) Apenas a afirmação II é verdadeira.
- D) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

02. (Unicamp-SP-2022) Pedra-papel-tesoura, também chamado *jankenpon* ou *jokempô*, é um jogo recreativo para duas pessoas. Nesse jogo, os participantes usam as mãos para representar os símbolos de pedra, papel e tesoura, conforme mostrado nos *emojis* a seguir:



Pelas regras do jogo, o participante que escolher “pedra” ganha do que escolher tesoura; o participante que escolher tesoura ganha do que escolher papel; por fim, o que escolher papel ganha do que escolher pedra. Se ambos escolherem os mesmos símbolos, eles empatam. Admitindo que os participantes escolhem os símbolos com igual probabilidade, qual a chance de acontecer pelo menos um empate em três partidas?

- A) $\frac{16}{27}$
- B) $\frac{17}{27}$
- C) $\frac{18}{27}$
- D) $\frac{19}{27}$

03. (Unicamp-SP-2021) Um número natural é escolhido ao acaso entre os números de 1 a 100, e depois dividido por 3. A probabilidade de que o resto da divisão seja igual a 1 é de

- A) $\frac{31}{100}$
- B) $\frac{33}{100}$
- C) $\frac{17}{50}$
- D) $\frac{19}{50}$

04. (Unicamp-SP-2020) Um atleta participa de um torneio composto por três provas. Em cada prova, a probabilidade de ele ganhar é de $\frac{2}{3}$, independentemente do resultado das outras provas. Para vencer o torneio, é preciso ganhar pelo menos duas provas. A probabilidade de o atleta vencer o torneio é igual a:

- A) $\frac{2}{3}$
- B) $\frac{4}{9}$
- C) $\frac{20}{27}$
- D) $\frac{16}{81}$

05. (Unicamp-SP-2019) O sistema de segurança de um aeroporto consiste de duas inspeções. Na primeira delas, a probabilidade de um passageiro ser inspecionado é de $\frac{3}{5}$. Na segunda, a probabilidade se reduz para $\frac{1}{4}$. A probabilidade de um passageiro ser inspecionado pelo menos uma vez é igual a:

- A) $\frac{17}{20}$
- B) $\frac{7}{10}$
- C) $\frac{3}{10}$
- D) $\frac{3}{20}$

06. (Unesp-2022) Analise a tabela, que indica os resultados de um estudo para avaliação da relação entre o peso e a pressão arterial de um grupo de indivíduos.

Pressão arterial	Peso deficiente	Peso normal	Peso em excesso
Normal	20%	45%	15%
Elevada	1%	9%	10%

Renato fez parte desse estudo e sabe que está com excesso de peso. Ao ver a tabela com o resultado do estudo, calculou corretamente que a probabilidade de a aferição da sua pressão arterial ter indicado valores elevados é de

- A) 12%.
- B) 4%.
- C) 50%.
- D) 40%.
- E) 10%.

07. (Unesp-2021) Os motores a combustão utilizados em veículos são identificados pelas numerações 1.0, 1.6 ou 2.0, entre outras, que representam a capacidade volumétrica total da câmara dos pistões, calculada de acordo com o diâmetro e o curso de cada pistão e a quantidade de pistões.

Para o cálculo dessa capacidade, considera-se que cada câmara tem o formato de um cilindro reto cuja altura é o curso do pistão. Desse modo, um motor que possui 4 cilindros que deslocam 350 cm^3 de mistura gasosa cada totaliza uma capacidade volumétrica de $1\,400 \text{ cm}^3$, sendo chamado de um motor 1 400 cilindradas ou, simplesmente, 1.4.

Uma montadora registrou a patente de um motor em que cada cilindro tem capacidade cúbica diferente, contrariando o modelo usual. Para um motor com 1 500 cilindradas, em vez de termos um motor com três cilindros iguais de 500 cilindradas, poderemos ter um motor com três cilindros, mas de 300, 400 e 800 cilindradas, por exemplo. Em teoria, isso daria maior versatilidade e eficiência ao motor quando combinado com a tecnologia de desativação de cilindros.

Nesse novo motor, no lugar de termos apenas a opção de desativação de cilindros de 500 cilindradas, o gerenciamento eletrônico poderá desativar um cilindro de 300 cilindradas, por exemplo, ou fazer a desativação de vários cilindros, conforme a necessidade. Com esta solução, o leque de opções de motorização, baseado nos diferentes ajustes de uso de um ou mais cilindros, passa de 3 configurações possíveis para 7 configurações de cilindradas resultantes. Já para um motor 4 cilindros, as possibilidades sobem de 4 para até 15 configurações diferentes de motorização.

Considere o triângulo de Pascal.

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

Um motor com 3 800 cilindradas, com cilindros de 200, 250, 300, 400, 800 e 1 850 cilindradas, terá, com a tecnologia de desativação de cilindros, uma quantidade de opções de motorização igual a

- A) 30.
- B) 63.
- C) 64.
- D) 36.
- E) 72.

MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES

01. (Unicamp-SP-2023) Para qual valor de **a** o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} ax - y = |a|, \\ (4 - 5a^2)x + ay = 1 \end{cases}$$

admite infinitas soluções?

- A) 1
 - B) 2
 - C) -1
 - D) -2
02. (Unicamp-SP-2022) Certo país adquiriu 5 000 000 de doses das vacinas Alfa, Beta e Gama, pagando um preço de \$ 40 000 000,00 pelo total. Cada dose das vacinas Alfa, Beta e Gama custou \$ 5,00, \$ 10,00 e \$ 20,00, respectivamente.

Sabendo que o número de doses adquiridas da vacina Beta é o triplo do número de doses adquiridas da vacina Gama, o número de doses adquiridas da vacina Alfa foi de:

- A) 1 500 000
- B) 2 000 000
- C) 2 500 000
- D) 3 000 000

03. (Unicamp-SP-2022) Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 3 & k^2 \end{pmatrix}$$

e seja $B = A + A^T$, em que A^T é a transposta da matriz **A**. Sobre o sistema

$$B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 21 \\ 2 & 0 & 22 \end{pmatrix}$$

é correto afirmar que:

- A) se $k = 0$, o sistema não tem solução.
- B) se $k = -1$, o sistema tem infinitas soluções.
- C) se $k = -1$, o sistema não tem solução.
- D) se $k = 3$, o sistema tem infinitas soluções.

04. (Unicamp-SP-2021) Para qual valor de **a** a equação matricial

$$\begin{pmatrix} a & -1 \\ a-2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ a-4 \end{pmatrix}$$

não admite solução?

- A) 1.
- B) 0.
- C) -1.
- D) -2.

05. (Unicamp-SP-2021) Considere **a**, **b**, **c**, **d** termos consecutivos de uma progressão aritmética de números reais com razão $r \neq 0$. Denote por **D** o determinante da matriz

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

É correto afirmar que $\frac{D}{r^2}$ vale:

- A) -1
- B) -2
- C) -3
- D) -4

06. (Unicamp-SP-2020) Sabendo que **p** é um número real, considere a matriz $A = \begin{bmatrix} p & 2 \\ 0 & p \end{bmatrix}$ e sua transposta A^T .

Se $A + A^T$ é singular (não inversível), então

- A) $p = 0$.
- B) $|p| = 1$.
- C) $|p| = 2$.
- D) $p = 3$.

- 07.** (Unicamp-SP-2019) Sabendo que **a** e **b** são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz **A** tem sempre o mesmo valor, então o determinante de **A** é igual a

- A) 0.
- B) 2.
- C) 5.
- D) 10.

- 08.** (Unicamp-SP) Sejam **a** e **b** números reais tais que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ satisfaz a equação $A^2 = aA + bI$, em que **I** é a matriz identidade de ordem 2. Logo, o produto ab é igual a

- A) -2.
- B) -1.
- C) 1.
- D) 2.

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS

- 01.** (Unicamp-SP-2022) O polinômio $p(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ é divisível por $2x^2 - x + 4$. O valor de $c + 2b - a$ é:
- A) 9
 - B) 15
 - C) 21
 - D) 25

- 02.** (Unicamp-SP-2021) Sabendo que **a** é um número real, considere os polinômios $p(x) = x^3 - x^2 + a$ e $q(x) = x^2 + x + 2$. Se $p(x)$ é divisível por $q(x)$, então:
- A) $a = 3$
 - B) $a = 2$
 - C) $a = -1$
 - D) $a = -4$

- 03.** (Unicamp-SP-2019) Sabendo que **a** e **b** são números reais, considere o polinômio cúbico $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$. Se a soma e o produto de duas de suas raízes são iguais a -1 , então $p(1)$ é igual a
- A) 0.
 - B) 1.
 - C) 2.
 - D) 3.

- 04.** (Unicamp-SP) Sejam $p(x)$ e $q(x)$ polinômios com coeficientes reais. Dividindo-se $p(x)$ por $q(x)$, obtêm-se quociente e resto iguais a $x^2 + 1$. Nessas condições, é correto afirmar que

- A) o grau de $p(x)$ é menor que 5.
- B) o grau de $q(x)$ é menor que 3.
- C) $p(x)$ tem raízes complexas.
- D) $q(x)$ tem raízes reais.

- 05.** (Unesp) Sendo **x** um número real maior que $\frac{2}{3}$, a área de um retângulo é dada pelo polinômio $3x^2 + 19x - 14$. Se a base desse retângulo é dada pelo polinômio $x + 7$, o quadrado da diagonal do retângulo é expresso pelo polinômio

- A) $10x^2 + 26x + 29$.
- B) $10x^2 + 53$.
- C) $10x^2 + 65$.
- D) $4x^2 + 2x + 53$.
- E) $10x^2 + 2x + 53$.

NÚMEROS COMPLEXOS

- 01.** (Unicamp-SP) Sejam **a** e **b** números reais não nulos. Se o número complexo $z = a + bi$ é uma raiz da equação quadrática $x^2 + bx + a = 0$, então:

- A) $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- B) $|z| = \frac{1}{\sqrt{5}}$
- C) $|z| = \sqrt{3}$
- D) $|z| = \sqrt{5}$

- 02.** (Unicamp-SP) Seja **i** a unidade imaginária, isto é, $i^2 = -1$. O lugar geométrico dos pontos do plano cartesiano com coordenadas reais (x, y) tais que $(2x + yi)(y + 2xi) = i$ é uma

- A) elipse.
- B) hipérbole.
- C) parábola.
- D) reta.

GABARITO

Matemática Básica

01. B	09. C
02. D	10. B
03. B	11. C
04. C	12. B
05. B	13. D
06. D	14. E
07. C	15. C
08. D	16. C

Geometria Analítica

01. A	04. D
02. D	05. C
03. C	06. E

Geometria Plana

01. B	05. B
02. C	06. C
03. C	07. C
04. A	08. D

Geometria Espacial

01. C	05. A
02. C	06. E
03. C	07. C
04. C	

Funções

01. B	10. C
02. C	11. A
03. B	12. B
04. B	13. A
05. D	14. D
06. C	15. E
07. B	16. C
08. B	17. A
09. A	18. B

Trigonometria

01. B	05. B
02. A	06. B
03. C	07. C
04. B	

Progressões

01. C	05. B
02. A	06. C
03. A	07. A
04. A	08. A

Análise Combinatória

01. C
02. B
03. C

Probabilidades

01. B	05. B
02. D	06. D
03. C	07. B
04. C	

Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares

01. C	05. B
02. D	06. B
03. C	07. D
04. D	08. A

Polinômios e Equações Polinomiais

01. A	04. C
02. D	05. E
03. D	

Números Complexos

01. B
02. A