PROBABILIDADE

EXERCÍCIOS APROFUNDADOS 2020 - 2022

PROBABILIDADE

Qual a probabilidade de você gabaritar matemática no vestibular? Estude com a gente e aumente as suas chances!

Esta subárea é composta pelos módulos:

1. Exercícios Aprofundados: Probabilidade

PROBABILIDADE

1. (Fac. Pequeno Príncipe - Medici 2020) Um estagiário está fazendo um experimento em laboratório. Seu chefe pediu para ele adicionar no experimento substâncias específicas de 2 frascos do laboratório, porém o estagiário não prestou atenção no chefe e pegou ao acaso 2 frascos sem nem ver quais substâncias eles continham. Sabe-se que cada frasco contém uma mistura de duas substâncias diferentes dentre um arsenal de 10 substâncias diferentes rotuladas com as letras de A até J e que o laboratório possui exatamente 1 frasco para cada combinação possível das substâncias disponíveis. Sabendo que o experimento só dará certo se as substâncias A ou E forem adicionadas, é CORRETO afirmar que a probabilidade de o estagiário estragar a experiência é

a) $1/50$.
b) $4/35$.
c) $11/45$.
d) $21/55$.
e) $31/50$.

2. (ITA 2020) Considere o conjunto $M(n, k)$ de todas as matrizes quadradas de ordem $n \times n$, com exatamente k elementos iguais a 1, e os demais iguais a 0 (zero). Escolhendo aleatoriamente matrizes $L \in M(3, 1)$ e $R \in M(4, 2)$, a probabilidade de que $L^2 = 0$ e $R^2 = 0$ é igual a

a) $\frac{1}{3}$.
b) $\frac{1}{5}$.
c) $\frac{4}{15}$.
d) $\frac{13}{30}$.
e) $\frac{29}{30}$.

3. (IME 2020) Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Seja F o conjunto de funções cujo domínio é A e cujo contradomínio é B. Escolhendo-se ao acaso uma função f de F, a probabilidade de f ser estritamente crescente ou ser injetora é:

a) $0,00252$
b) $0,00462$
c) $0,25200$
d) $0,30240$
e) $0,55440$

4. (EPCAR (Afa) 2020) Cada questão desta prova consta de quatro alternativas, das quais apenas uma é correta.

Considere que um candidato sabe 60% da matéria da prova. Quando esse candidato sabe uma questão, ele a acerta, e quando não sabe, ele escolhe qualquer resposta, ao acaso.

Considere, ainda, que esse candidato acertou uma questão. A probabilidade de que tenha sido por acaso é um número que pode ser escrito na forma de uma fração irredutível $\frac{p}{q}$.

A soma dos números p e q é igual a

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11

5. (UNICAMP 2020) Um atleta participa de um torneio composto por três provas. Em cada prova, a probabilidade de ele ganhar é de $2/3$, independentemente do resultado das outras provas. Para vencer o torneio, é preciso ganhar pelo menos duas provas. A probabilidade de o atleta vencer o torneio é igual a

a) $2/3$.
b) $4/9$.
c) $20/27$.
d) $16/81$.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Analise a figura abaixo e responda à(s) questão(ões) a seguir.

Museu do amanhã - Exposição Principal: Terra "... associado à pergunta "Quem somos?". Somos matéria, vida e pensamento." – museudoamanha.org.br

6. (UEL 2020) Um estudante decide pôr à prova a frase "vida é código e combinação". Sabendo que os indivíduos de uma determinada espécie apresentam um DNA com exatos 150 milhões de bases nitrogenadas em cada cadeia, o estudante cria um programa para gerar, aleatoriamente, uma sequência de 150 milhões de letras que serão sorteadas honestamente dentre A, C, G e T.

Fixada uma cadeia do DNA de um determinado indivíduo desta espécie, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a probabilidade de esse programa gerar uma sequência que represente essa cadeia do DNA.

a) $2^{-3\times10^{7}}$
b) $2^{-3\times10^{8}}$
c) $4^{-3\times10^{8}}$
d) $60^{-1}\times10^{-7}$
e) $60^{-1}\times10^{-8}$

7. (UNIOESTE 2019) Uma empresa possui 10 diretores, dos quais, 3 são suspeitos de corrupção. Foi resolvido se fazer uma investigação composta por uma comissão de 5 diretores da empresa. A única condição imposta é que a comissão de investigação selecionada tenha a maioria de diretores não suspeitos. Selecionada, ao acaso, uma comissão para apuração das suspeitas formada por diretores desta empresa, é CORRETO afirmar que a probabilidade de que esta comissão atenda à condição imposta está no intervalo:

a) $(0{,}01; 0{,}50)$.
b) $(0{,}50; 0{,}70)$.
c) $(0{,}70; 0{,}80)$.
d) $(0{,}80; 0{,}90)$.
e) $(0{,}90; 0{,}99)$.

8. (UFSC 2019) É correto afirmar que:

01) Um professor aplicou um teste de quatro questões, cada uma com cinco alternativas, sendo uma delas a correta. Para garantir que pelo menos dois estudantes respondam da mesma forma, será necessário que pelo menos 21 estudantes respondam ao teste.

02) Numa sorveteria estão disponíveis três sabores de sorvete. Se uma pessoa vai servir cinco bolas de sorvete, então poderá fazê-lo de, exatamente, dez formas distintas.

04) Em certa universidade foi realizado um levantamento acerca do número de reprovações dos estudantes em duas disciplinas. Constatou-se que entre os alunos de engenharia 25% reprovaram na disciplina de Cálculo, 15% reprovaram na disciplina de Álgebra e 10% reprovaram em ambas as disciplinas. Ao selecionar, ao acaso, um dos alunos de engenharia, a probabilidade de ele não ter reprovado em Álgebra sabendo que reprovou em Cálculo será de 60%.

08) O termo independente no desenvolvimento do binômio $\left(2x+\frac{1}{x}\right)^5$ é 32.

16) A urna A tem três bolas vermelhas e quatro brancas e a urna B tem seis bolas vermelhas e duas brancas. Uma urna é escolhida ao acaso e dela, também ao acaso, é sorteada uma bola. Se a bola escolhida for vermelha, então a probabilidade de que ela seja da urna A é igual a $\frac{4}{11}$.

9. (IME 2019) Em um jogo de RPG "Role-Playing Game" em que os jogadores lançam um par de dados para determinar a vitória ou a derrota quando se confrontam em duelos, os dados são icosaedros regulares com faces numeradas de 1 a 20. Vence quem soma mais pontos na rolagem dos dados e, em caso de empate, os dois perdem. Em um confronto, seu adversário somou 35 pontos na rolagem de dados. É sua vez de rolar os dados. Qual sua chance de vencer este duelo?

a) $1/2$

b) $3/76$

c) $9/400$

d) $1/80$

e) $3/80$

10. (FAMERP 2019) Os dados honestos P e Q possuem seis e oito faces, respectivamente. As faces de P estão numeradas com $-2, -1, 0, 1, 2$ e 3. As faces de Q estão numeradas com $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ e 3. Lançando-se P e Q simultânea e aleatoriamente, a probabilidade de que a soma dos números obtidos seja maior que -1 é de

a) $68{,}75\%$.

b) $62{,}50\%$.

c) $56{,}25\%$.

d) $58{,}50\%$.

e) $60{,}25\%$.

11. (EFOMM 2019) Considere uma urna contendo cinco bolas brancas, duas pretas e três verdes. Suponha que três bolas sejam retiradas da urna, de forma aleatória e sem reposição. Em valores aproximados, qual é a probabilidade de que as três bolas retiradas tenham a mesma cor?

a) $7{,}44\%$

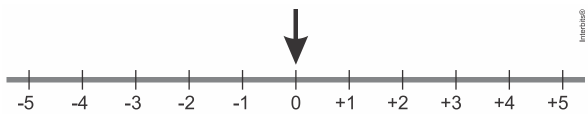
b) $8{,}33\%$

c) $9{,}17\%$

d) $15{,}95\%$

e) $27{,}51\%$

12. (FUVEST 2019) Uma seta aponta para a posição zero no instante inicial. A cada rodada, ela poderá ficar no mesmo lugar ou mover-se uma unidade para a direita ou mover-se uma unidade para a esquerda, cada uma dessas três possibilidades com igual probabilidade.



Qual é a probabilidade de que, após 5 rodadas, a seta volte à posição inicial?

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{17}{81}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{51}{125}$

e) $\frac{125}{243}$

13. (ESPM 2019) Estima-se que a probabilidade de um time de futebol repetir sua performance na temporada seguinte à atual é igual a $\frac{2}{5}$. Se nesta temporada esse time for campeão, a probabilidade de ele ser campeão daqui a duas temporadas é:

a) $\frac{4}{25}$

b) $\frac{8}{25}$

c) $\frac{12}{25}$

d) $\frac{13}{25}$

e) $\frac{2}{5}$

14. (EPCAR (Afa) 2019) Pela legislação brasileira, atualmente, os ditos "Jogos de Azar" estão proibidos. Tais jogos são, na maioria das vezes, sustentados pelas perdas dos jogadores que financiam os que vão ter sorte. Esses jogos têm por condição de existência que, na diferença entre as probabilidades de sorte e azar, predomine o azar.

Ainda que proibidos, bancas de alguns desses jogos são comumente encontradas em festas populares Brasil afora.

Exemplo desses jogos é aquele em que o jogador tem 1 bolinha para lançar sobre uma rampa, levemente inclinada, e deverá acertar uma das "casinhas" numeradas de 1 a 6. Geralmente, o dono da banca de jogo impõe condições para que o jogador ganhe um prêmio.

Suponha que uma condição de sorte seja, desconsiderando quaisquer outras influências, lançar a bolinha três vezes sucessivas de modo que, ao final dos três lançamentos, seja observado que a soma dos números das casinhas é igual a 12.

Desse modo, a probabilidade de se ter sorte nesse jogo é

a) menor que 3%.

b) maior que 8% e menor que 10%.

c) maior que 11% e menor que 13%.

d) superior a 13%.

15. (IME 2019) Um hexágono regular está inscrito em um círculo de raio R. São sorteados 3 vértices distintos do hexágono, a saber: A, B e C. Seja r o raio do círculo inscrito ao triângulo ABC. Qual a probabilidade de que $r = \frac{R}{2}$?

a) 0

b) 1/10

c) 3/5

d) 1/20

e) 1/6

16. (UNESP 2019) Dois números reais de 0 a 4, e que podem ser iguais, serão sorteados ao acaso. Denotando-se esses números por x e y, a probabilidade de que eles sejam tais que $x^2 + y^2 \leq 1$ é igual a

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{\pi}{64}$

c) $\frac{\pi}{20}$

d) $\frac{\pi}{16}$

e) $\frac{\pi}{8}$

17. (ITA 2019) As faces de dez moedas são numeradas de modo que: a primeira moeda tem faces 1 e 2; a segunda, 2 e 3; a terceira, 3 e 4, e assim sucessivamente até a décima moeda, com faces 10 e 11. As dez moedas são lançadas aleatoriamente e os números exibidos são somados. Então, a probabilidade de que essa soma seja igual a 60 é

a) $\frac{63}{128}$.
b) $\frac{63}{256}$.
c) $\frac{63}{512}$.
d) $\frac{180}{512}$.
e) $\frac{189}{1024}$.

18. (Espcex (Aman) 2019) Enrico guardou moedas em um cofrinho por um certo período de tempo e, ao abri-lo, constatou que:

I. o cofrinho contém apenas moedas de R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

II. a probabilidade de retirar uma moeda de R$ 0,25 é o triplo da probabilidade de retirar uma moeda de R$ 0,50.

III. se forem retiradas 21 moedas de R$ 0,25 desse cofrinho, a probabilidade de retirar uma moeda de R$ 0,50 passa a ser $\frac{9}{40}$.

IV. se forem retiradas 9 moedas de R$ 0,50 desse cofrinho, a probabilidade de retirar uma moeda de R$ 1,00 passa a ser $\frac{1}{4}$.

Diante dessas constatações, podemos afirmar que a quantidade de moedas de R$ 0,25 nesse cofrinho era

a) 27.
b) 32.
c) 33.
d) 81.
e) 108.

19. (ESPM 2019) Uma urna contém 5 bolas idênticas numeradas de 1 a 5. Quatro bolas serão retiradas uma a uma, aleatoriamente, dessa urna e enfileiradas em uma canaleta da esquerda para a direita, na ordem de retirada, formando um número de 4 algarismos. A probabilidade de o algarismo das unidades ser o maior de todos os algarismos desse número é igual a:

a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{1}{3}$

20. (Epcar (Afa) 2018) Durante o desfile de Carnaval das escolas de samba do Rio de Janeiro em 2017, uma empresa especializada em pesquisa de opinião entrevistou 140 foliões sobre qual agremiação receberia o prêmio de melhor do ano que é concedido apenas a uma escola de samba.

Agrupados os resultados obtidos, apresentaram-se os índices conforme o quadro a seguir:

Agremiação escolhida	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C
Nº de foliões que escolheram	77	73	70	20	25	40	5

A respeito dos dados colhidos, analise as proposições a seguir e classifique-as em V (VERDADEIRA) ou F (FALSA).

( ) Se A for a agremiação vencedora em 2017 e se um dos foliões que opinaram for escolhido ao acaso, então a probabilidade de que ele NÃO tenha votado na agremiação que venceu é igual a 45%.

(   ) Escolhido ao acaso um folião, a probabilidade de que ele tenha indicado exatamente duas agremiações é de 50%.

(   ) Se a agremiação B for a campeã em 2017, a probabilidade de que o folião entrevistado tenha indicado apenas esta como campeã é menor que 10%.

A sequência correta é

a) V – V – F
b) F – V – V
c) F – V – F
d) V – F – V

ANOTAÇÕES

GABARITO

1: [D]

O número de frascos no laboratório é dado por

$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\cdot 8!} = 45.$

Existem 9 frascos com a substância A e 9 frascos com a substância $E.$ Ademais, existe um frasco com as substâncias A e $E.$ Em consequência, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, o número de frascos com a substância A ou a substância E é $9+9-1=17.$

Portanto, como $45-17=28$ frascos não apresentam nem a substância A nem a substância $E,$ segue que a resposta é

$$\frac{\binom{28}{2}}{\binom{45}{2}} = \frac{\frac{28!}{2!\cdot 26!}}{\frac{45!}{2!\cdot 43!}} = \frac{21}{55}.$$

2: [B]

Do enunciado, $M(3,1)$ possui 9 elementos.

Para que $L^2 \neq 0,$ deve-se ter o algarismo 1 na diagonal principal, logo, há 3 possibilidades nas quais $L^2 \neq 0.$

Dessa forma, a probabilidade de que $L^2 = 0$ é igual a $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$

O total de matrizes $M(4,2)$ é $C_{16,2} = 120.$

Dessas 120 matrizes, teremos $R^2 \neq 0$ nos seguintes casos:

<u>Os dois elementos estão na diagonal principal</u>

Nesse caso, há $C_{4,2} = 6$ possibilidades.

<u>Um elemento igual a 1 está na diagonal principal e o outro 1 está fora dela</u>

Nesse caso, há $C_{4,1}\cdot C_{12,1} = 48$ possibilidades.

<u>Os dois números 1 estão fora da diagonal principal</u>

Se tomarmos um elemento $a_{ij} = 1$ da matriz, com $i > j,$ há 5 possibilidades que resultam $R^2 \neq 0.$

Como há 6 elementos a_{ij} tais que $i > j,$ há $5\cdot 6 = 30$ possibilidades em que $R^2 \neq 0.$

Portanto, há $120-6-48-30=36$ possibilidades em que $R^2 = 0.$

Daí, a probabilidade de que $R^2 = 0$ é igual a $\frac{36}{120} = \frac{3}{10}.$

Finalmente, a probabilidade de que $L^2 = 0$ e $R^2 = 0$ é igual a:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{10} = \frac{1}{5}$$

3: [D]

Note que toda função estritamente crescente é injetora. Sendo E o evento em questão, pelo princípio multiplicativo, segue que:

$n(E) = 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6$

Sendo Ω o espaço amostral, pelo princípio multiplicativo, segue que:

$$n(\Omega) = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Assim,

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$
$$p(E) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}$$
$$p(E) = 0{,}30240$$

4: [A]

Supondo que a prova tenha x questões:

Questões que o candidato sabia e acertou: $0{,}6x$

Questões que o candidato não sabia e acertou: $0{,}4 \cdot \frac{1}{4} \cdot x = 0{,}10 \cdot x$

Temos, então $0{,}7x$ questões certas, das quais $0{,}10x$ foram feitas ao acaso, portanto a probabilidade pedida será:

$$P = \frac{0{,}1x}{0{,}7x} = \frac{1}{7}$$

Logo, $p + q = 1 + 7 = 8.$

5: [C]

Queremos calcular a probabilidade do atleta ganhar duas ou três provas.

Se a probabilidade de sucesso é $\frac{2}{3}$, então a probabilidade de fracasso é $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$ Portanto, tem-se que a resposta é

$$\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 3 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} + \frac{8}{27} = \frac{20}{27}.$$

6: [B]

Do enunciado, há 4 possibilidades para uma base nitrogenada (A, C, G, T). Logo, pelo princípio multiplicativo, o computador pode gerar $\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 4 \cdot 4}_{150 \cdot 10^6 \text{ vezes}}$ sequências distintas.

Daí, a probabilidade de esse programa gerar uma sequência que represente essa cadeia do DNA é:

$$\frac{1}{4^{150 \cdot 10^6}}$$
$$\frac{1}{\left(2^2\right)^{150 \cdot 10^6}}$$
$$\frac{1}{2^{300 \cdot 10^6}}$$
$$\frac{1}{2^{3 \cdot 10^8}}$$
$$2^{-3 \cdot 10^8}$$

7: [E]

Calculando inicialmente o número total de comissões com 5 diretores:

$$C_{10,5} = \frac{10!}{5! \, 5!} = 252$$

Comissões sem diretores suspeitos:

$$C_{7,5} = \frac{7!}{5! \, 2!} = 21$$

Comissões com apenas 1 diretor suspeito:

$$C_{7,4} \cdot C_{3,1} = \frac{7!}{4! \, 3!} \cdot \frac{3!}{1! \, 2!} = 105$$

Comissões com apenas 2 diretores suspeitos: $C_{7,3} \cdot C_{3,2} = \frac{7!}{3! \, 4!} \cdot \frac{3!}{2! \, 1!} = 105$

Portanto, a probabilidade pedida será dada por:

$$P = \frac{21 + 105 + 105}{252} = \frac{231}{252} = 9{,}92 \in (0{,}90; 0{,}99).$$

8: 04 + 16 = 20.

[01] Falsa. Cada questão pode ser respondida de cinco modos distintos. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, existem $5\cdot 5\cdot 5\cdot 5=625$ formas distintas de responder ao teste.

Em consequência, pelo Princípio das Gavetas, para garantir que pelo menos dois estudantes respondam da mesma forma, será necessário que pelo menos 626 estudantes respondam ao teste.

[02] Falsa. O número de maneiras de servir cinco bolas de sorvete corresponde ao número de raízes inteiras e não negativas da equação $x+y+z=5,$ em que x, y e z são o número de bolas de sorvete de cada um dos três sabores.

Portanto, o resultado é dado por

$$\begin{aligned} CR_3^5 &= \binom{3+5-1}{5} \\ &= \binom{7}{5} \\ &= \frac{7!}{5!\cdot 2!} \\ &= 21. \end{aligned}$$

[04] Verdadeira. Sejam os eventos C: "reprovou em Cálculo" e A: "reprovou em Álgebra". Logo, temos $P(C)=25\%,$ $P(A)=15\%$ e $P(A\cap C)=10\%.$

Queremos calcular a probabilidade condicional

$$P(\overline{A}\,|\,C)=\frac{P(\overline{A}\cap C)}{P(C)}.$$

Tem-se que

$$\begin{aligned} P(\overline{A}\cap C) &= P(C)-P(A\cap C) \\ &= 25\%-10\% \\ &= 15\%. \end{aligned}$$

Portanto, a probabilidade desejada é igual a

$$P(\overline{A}\,|\,C)=\frac{0,15}{0,25}\cdot 100\%=60\%.$$

[08] Falsa. O termo geral do binômio $\left(2x+\frac{1}{x}\right)^5$ é

$$\begin{aligned} T_{p+1} &= \binom{5}{p}\cdot(2x)^{5-p}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^p \\ &= \binom{5}{p}\cdot 2^{5-p}\cdot x^{5-2p}. \end{aligned}$$

Logo, o termo independente de x é tal que $5-2p=0,$ ou seja, $p=\frac{5}{2}.$ Porém, como $\frac{5}{2}$ não é um número natural, segue que o binômio não possui termo independente de $x.$

[16] Verdadeira. Com efeito, a probabilidade de escolher uma das urnas é $\frac{1}{2}.$ Logo, a probabilidade de escolher uma bola vermelha da urna A é $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{14}.$

Por outro lado, a probabilidade de escolher uma bola vermelha da urna A ou da urna B é igual a

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{8}=\frac{33}{56}.$$

Em consequência, a probabilidade de que a bola vermelha tenha saído da urna A é dada por

$$\frac{\frac{3}{14}}{\frac{33}{56}}=\frac{4}{11}.$$

9: [E]

Seja Ω o espaço amostral.

$$n(\Omega)=20\cdot 20$$
$$n(\Omega)=400$$

Seja A o evento. Os elementos do evento são os seguintes pares ordenados:

$(16,20),(16,20),(17,19),(19,17),(18,18),(17,20),$

$(20,17),(18,19),(19,18),(18,20),(20,18),$

$(19,19),(19,20),(20,19)$ e $(20,20).$

Então,

$n(A)=15$

Portanto,

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$$p(A)=\frac{15}{400}$$

$$p(A)=\frac{3}{80}$$

10: [C]

Calculando:

$$-2 \text{ e } \begin{cases} -4=-6 \\ -3=-5 \\ -2=-4 \\ -1=-3 \\ 0=-2 \\ 1=-1 \\ 2=0 \\ 3=1 \end{cases} \quad -1 \text{ e } \begin{cases} -4=-5 \\ -3=-4 \\ -2=-3 \\ -1=-2 \\ 0=-1 \\ 1=0 \\ 2=1 \\ 3=2 \end{cases} \quad 0 \text{ e } \begin{cases} -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{cases}$$

$$1 \text{ e } \begin{cases} -4=-3 \\ -3=-2 \\ -2=-1 \\ -1=0 \\ 0=1 \\ 1=2 \\ 2=3 \\ 3=4 \end{cases} \quad 2 \text{ e } \begin{cases} -4=-2 \\ -3=-1 \\ -2=0 \\ -1=1 \\ 0=2 \\ 1=3 \\ 2=4 \\ 3=5 \end{cases} \quad 3 \text{ e } \begin{cases} -4=-1 \\ -3=0 \\ -2=1 \\ -1=2 \\ 0=3 \\ 1=4 \\ 2=5 \\ 3=6 \end{cases}$$

$\text{total de possibilidades} = 6 \cdot 8 = 48$

$\text{condição} \Rightarrow X > -1 \Rightarrow \text{total de casos a favor} = 27$

$$P(X)=\frac{27}{48}=0{,}5625=56{,}25\%$$

11: [C]

Calculando, inicialmente, o número de elementos do espaço amostral. Considerando que temos 10 bolas na urna temos:

$$N(E)=C_{10,3}=\frac{10!}{3!\cdot 7!}=120$$

Podemos retirar 3 bolas brancas ou três bolas verdes, temos então o número de elementos do Evento (bolas da mesma cor)

$$N(A)=C_{5,3}+C_{3,3}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}+\frac{3!}{0!\cdot 3!}=10+1=11$$

Portanto, a probabilidade pedida será

$$P(A)=\frac{11}{120}=9{,}17\%$$

12: [B]

Sejam E, O e D, respectivamente, os movimentos: uma unidade para a esquerda, ficar no mesmo lugar e uma unidade para a direita. Assim, os casos favoráveis são: OOOOO, DEOOO e DDEEO.

O evento OOOOO ocorre com probabilidade $\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$, o evento DEOOO ocorre com probabilidade $\frac{5!}{3!}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{20}{243}$ e o evento DDEEO ocorre com probabilidade

$$\frac{5!}{2!\cdot 2!}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{30}{243}.$$

Portanto, a resposta é

$$\frac{1}{243}+\frac{20}{243}+\frac{30}{243}=\frac{51}{243}=\frac{17}{81}.$$

13: [D]

A probabilidade complementar de $p=\frac{2}{5}$ é $1-p=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

Considerando a probabilidade de time ser campeão daqui a duas rodas, temos duas possibilidades.

Temporada 1	Temporada 2
não ser campeão	ser campeão

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

Temporada 1	Temporada 2
ser campeão	ser campeão

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$$

Portanto, a probabilidade pedida será dada por $\frac{9}{25}+\frac{4}{25}=\frac{13}{25}$.

14: [C]

Do enunciado, segue que:

$n(Ù)=6\cdot 6\cdot 6=6^3$, onde Ù é o espaço amostral.

O evento A (é observado que a soma dos números das casinhas é igual a 12) é dado por:
$(1, 5, 6), (1, 6, 5), (5, 1, 6), (5, 6, 1), (6, 1, 5), (6, 5, 1), (2, 2, 5), (5, 2, 5), (5, 5, 2), (2, 4, 6), (2, 6, 4), (4, 2, 6), (4, 6, 2), (6, 2, 4), (6, 4, 2), (3, 3, 6), (3, 6, 3), (6, 3, 3), (3, 4, 5), (3, 5, 4), (4, 3, 5), (4, 5, 3), (5, 3, 4), (5, 4, 3)$ e $(4, 4, 4)$.

Logo, $n(A)=25.$

Então,

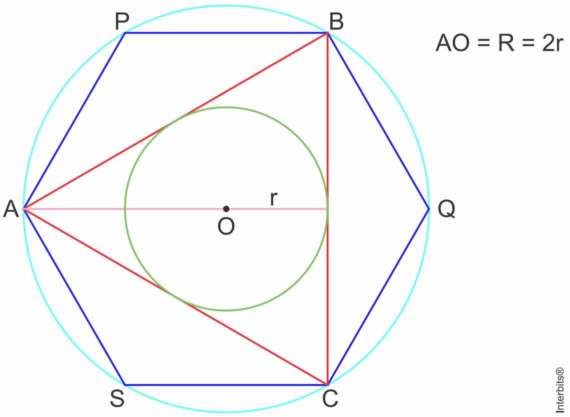
$$p(A)=\frac{n(A)}{n(Ù)}$$
$$p(A)=\frac{25}{6^3}$$
$$p(A)=\frac{25}{216}\cdot 100\%$$
$$p(A)\cong 11,57\%$$
$$11\%<p(A)<13\%$$

15: [B]

O total de triângulos que podem ser obtidos com os vértices do hexágono é:

$$C_{6,3}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}$$
$$C_{6,3}=20$$

Observe a figura abaixo:



Note que os pontos P, Q e $S,$ também geram um triângulo equilátero com as mesmas configurações do triângulo $ABC,$ logo, há duas possibilidades para o triângulo $ABC.$

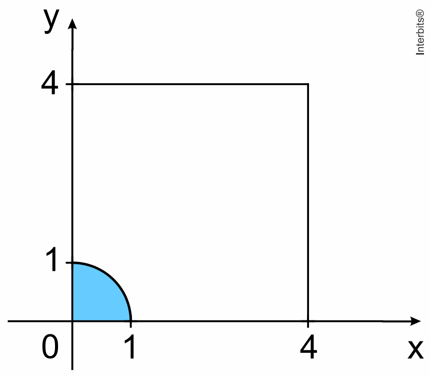
Dessa forma, a probabilidade pedida é dada por:

$$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

16: [B]

Se $0\le x, y\le 4,$ então as possibilidades para os números x e y correspondem a uma região quadrangular de lado $4.$

Considere a figura, em que a área sombreada corresponde à interseção da região $x^2+y^2\le 1$ com o quadrado definido anteriormente.



A resposta é dada por

$$\frac{\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 1^2}{4^2}=\frac{\pi}{64}.$$

17: [B]

Seja Ω o espaço amostral.

$$n(\Omega)=2^{10}$$
$$n(\Omega)=1024$$

Seja A o evento.

Note que a maior soma possível nas condições dadas é:

$$2+3+4+...+11=\frac{(2+11)\cdot 10}{2}$$
$$2+3+4+...+11=65$$

Para que a soma resulte em 60, devemos trocar 5 dos números escolhidos por outros 5 que que compõem o par ordenado com os 5 inicialmente escolhidos, pois isso significa diminuir 1 unidade de cada um dos 5 números.

Assim, temos:

$$n(A)=C_{10,5}$$
$$n(A)=\frac{10!}{5!\cdot 5!}$$
$$n(A)=252$$

Dessa forma,

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$
$$p(A)=\frac{252}{1024}$$
$$p(A)=\frac{63}{256}$$

18: [D]

Considerando:

quantidade de moedas de $0,25:\ 3x$

quantidade de moedas de $0,50:\ x$

quantidade de moedas de $1,00:\ y$

e as informações do problema, temos:

$$\begin{cases}\frac{x}{4x+y-21}=\frac{9}{40}\Rightarrow 40x=36x+9y-189\Rightarrow 4x=9y-189 & \text{(I)}\\ \frac{y}{4x+y-9}=\frac{1}{4}\Rightarrow 4x+y-21=4y\Rightarrow 4x=3y+9 & \text{(II)}\end{cases}$$

Fazendo $(\text{I})=(\text{II})$, temos:

$$9y-189=3y+9\Rightarrow 6y=198\Rightarrow y=33$$
$$4x=3\Rightarrow 33+9\Rightarrow 4x=108\Rightarrow x=27$$

Portanto, $3x=81$ (quantidade de moedas de R\$ $0,25$)

19: [D]

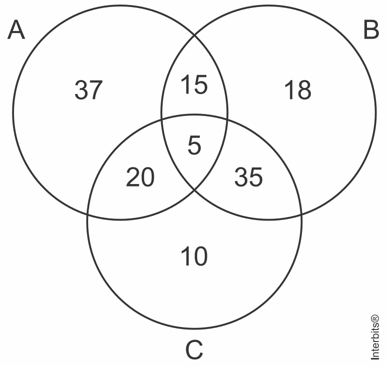
Podem ser formados $A_{5,4}=\frac{5!}{(5-4)!}=120$ números.

A quantidade de números que terminam em 5 e satisfazem a condição é igual a $A_{4,3}=\frac{4!}{(4-3)!}=24.$ Ademais, existem $P_3=3!=6$ números terminados em 4 que cumprem a condição.

Portanto, segue que a resposta é $\frac{24+6}{120}=\frac{1}{4}$.

20: [A]

Considere o diagrama.



Tem-se que o número de foliões que não votaram em A é igual a $18+35+10=63$. Logo, a probabilidade de que um folião escolhido ao acaso não tenha votado em A é dada por $\frac{63}{140}\cdot 100\%=45\%$.

Escolhido ao acaso um folião, a probabilidade de que ele tenha indicado exatamente duas agremiações é de $\frac{15+20+35}{140}\cdot 100\%=50\%$.

Se a agremiação B for a campeã em 2017, a probabilidade de que o folião entrevistado tenha indicado apenas esta como campeã é $\frac{18}{140}>\frac{14}{140}=10\%$.

ANOTAÇÕES

Biologia total
PROF. PAULO JUBILUT

contato@biologiatotal.com.br
/biologiajubilut
Biologia Total com Prof. Jubilut
@biologiatotaloficial
@Prof_jubilut
biologiajubilut