Escala

Faça a seguinte experiência. Pense num lugar qualquer, como a França. É impossível desenhá-la completamente numa folha de caderno, mas represente um desenho dela no papel. No meio do seu desenho, faça um segmento de reta com 1 cm. Agora, pense: quantos metros esse centímetro representaria? Essa é a ideia de ESCALA.

A escala é uma razão entre o tamanho do desenho e o tamanho original.

$$Escala = \frac{fictício}{real}$$

Obs: na escala, as unidades devem ser a mesma!
Relembrando rapidamente:

Conversão de unidades

Ex: Quantos decâmetros correspondem 314 metros?
O modo tradicional, diz que:
Primeiro passo: Colocar o último número embaixo do que se tem.

Quilômetro (Km) / hectômetro (hm) / decâmetro (dam) / metro (m) / decímetro (dm) / centímetro (cm) / milímetro (mm)

3 1 4

Segundo passo: Colocar a vírgula embaixo do que se quer passar. Se necessário, completa-se com zeros.

Quilômetro (Km) / hectômetro (hm) / decâmetro (dam) / metro (m) / decímetro (dm) / centímetro (cm) / milímetro (mm)

3 1, 4

Resposta: 314 metros equivalem a 31,4 decâmetros.
Algumas relações são imediatas: 1 Km = 1000 m ; 1 m = 100 cm ; 1 m = 1000 mm

Quando se fala em escala envolvendo áreas, a escala deve vir ao quadrado:

$$(Escala)^2 = fictício/real$$

Quando se fala em escala envolvendo volumes, a escala deve vir ao cubo

$$(Escala)^3 = fictício/real$$

Exercícios:

1. No centro de uma praça será construída uma estátua que ocupará um terreno quadrado com área de 9 metros quadrados. O executor da obra percebeu que a escala do desenho na planta baixa do projeto é de 1:25
Na planta baixa, a área da figura que representa esse terreno, em centímetro quadrado, é

a) 144
b) 225
c) 3.600
d) 7.500
e) 32.400

Resolução

Escala² = $\frac{fictício}{real}$

Seja x a área do terreno fictício.
Convertendo 9 m² para cm², temos 9 . 10000 = 90000

$(\frac{1}{25})^2 = \frac{x}{90000}$

$\frac{1}{625} = \frac{x}{90000}$

625x = 90000
$x = \frac{90000}{625}$
x = 144

(alternativa A)

2. Uma equipe de ambientalistas apresentou um mapa de uma reserva ambiental em que faltava a especificação da escala utilizada para a sua confecção. O problema foi resolvido, pois um dos integrantes da equipe lembrava-se de que a distância real de 72km, percorrida na reserva, equivalia a 3,6 no mapa.

Qual foi a escala utilizada na confecção do mapa?

a) 1: 20
b) 1: 2.000
c) 1: 20.000
d) 1: 200.000
e) 1: 2.000.000

Resolução

Como não sabemos a escala, ela será representada por E:
Vamos converter 72km em cm

72km = 7 200 000

$E = \frac{3,6}{7\ 200\ 000}$

Para retirar a virgula do numerador, basta acrescentar um zero no denominador
$E= \frac{36}{72\ 000\ 000}$

Pronto, agora vamos simplificar a fração por 2:
$E = \frac{18}{36\ 000\ 000}$

Agora vamos simplificar por 6:
$E= \frac{3}{6\ 000\ 000}$

Simplificando por 3, tem-se:
$E = \frac{1}{2\ 000\ 000}$

(alternativa E)

3. Um aluno do curso de Mecânica, do IFPE, recebeu o desenho de uma peça, fez as devidas medições e, a partir de sua escala, fabricou a peça. Se a largura da peça no desenho tinha 1,5 mm e a largura da peça já fabricada tinha 45 cm, qual a escala do desenho?

a) 1: 3
b) 1:30
c) 1:300
d) 1: 3.000
e) 1: 30:000

Resolução

Primeiro vamos passar 1,5 mm para cm.
1,5mm= 0,15cm

E= $\frac{0,15}{45}$
Para retirar a vírgula do numerador, basta acrescentar dois zeros no denominador
E= $\frac{15}{4\,500}$

Simplificando por 3:

E = $\frac{5}{1500}$

Simplificando por 5:

E = $\frac{1}{300}$

(alternativa C)

4. Em um mapa cartográfico, cuja escala é 1 : 30.000, as cidades A e B distam entre si, em linha reta, 5 cm. Um novo mapa, dessa mesma região, será construído na escala 1:20.000. Nesse novo mapa cartográfico, a distância em linha reta entre as cidades A e B, em centímetro, será igual a :

a) 1,50
b) 3,33
c) 3,50
d) 6,50
e) 7,50

Resolução

Inicialmente vamos tentar descobrir a distancia real entre cidades A e B utilizando a primeira escala.

$$\frac{1}{30\ 000} = \frac{5}{x}$$

x= 30 000 . 5
x=150 000

Agora que sabemos a distancia real entre as cidades A e B, iremos descobrir quanto essa distancia mede no segundo mapa

$$\frac{1}{20\ 000} = \frac{y}{150\ 000}$$

20000y = 150000
y = $\frac{150000}{20000}$
y = 7,50

(alternativa E)

5. Um motorista partiu da cidade A em direção à cidade B por meio de uma rodovia retilínea localizada em uma planície. Lá chegando, ele percebeu que a distância percorrida nesse trecho foi de 25km. Ao consultar um mapa com o auxílio de uma régua, ele verificou que a distância entre essas duas cidades, nesse mapa, era de 5 cm.
A escala desse mapa é

a) 1:5
b) 1:1000
c) 1:5000
d) 1:100000
e)1:500000

Resolução

Vamos começar realizando a conversão para centímetros:

25 Km = 2500000 cm

E = $\frac{5}{2500000}$

Simplificando por 5, tem-se:

E = $\frac{1}{500000}$

(alternativa E)

6. Um mapa tem como escala a indicação 1:1 500 000 Nesse mapa, uma distância, em linha reta de exatos 180 quilômetros reais entre duas cidades A e B é representado por um segmento de reta que, em centímetros, mede:

a) 12
b) 2,7

c) 27,0
d) 0,12
e) 1,2

Resolução

Temos que converter para km ou cm.

180km = 18 000 000cm

$$\frac{1}{1\ 500\ 000}=\frac{x}{18\ 000\ 000}$$

1500000x = 18000000

x = $\frac{18000000}{1500000}$
x = 12

(alternativa A)

7. Na construção de um conjunto habitacional de casas populares, todas serão feitas num mesmo modelo, ocupando, cada uma delas, terrenos cujas dimensões são iguais a 20m de comprimento por 8 m de largura. Visando a comercialização dessas casas, antes do início das obras, a empresa resolveu apresentá-las por meio de maquetes construídas numa escala de 1:200

As medidas do comprimento e da largura dos terrenos, respectivamente, em centímetros, na maquete construída, foram de :

a) 4 e 10
b) 5 e 2
c) 10 e 4
d) 20 e 8
e) 50 e 20

Resolução:

Primeiro se converte as medidas de m para cm.
20 m = 2000 cm
8 m = 800cm

Comprimento:
$$\frac{1}{200}=\frac{x}{2000}$$

200x= 2000
x= $\frac{2000}{200}$
x= 10

Largura:

$$\frac{1}{200} = \frac{y}{800}$$

200y= 800
y= $\frac{800}{200}$
y= 4

(alternativa C)

8. Vulcão Puyehue transforma a paisagem de cidades na Argentina

Um vulcão de 2 440 m de altura, no Chile, estava “parado” desde o terremoto em 1960. Foi o responsável por diferentes contratempos, como atrasos em viagens aéreas, por causa de sua fumaça. A cidade de Bariloche foi uma das mais atingidas pelas cinzas.
Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 25 jun. 2011 (adaptado).

Na aula de Geografia de determinada escola, foram confeccionadas pelos estudantes maquetes de vulcões, a uma escala1 : 40 000. Dentre as representações ali produzidas, está a do Puyehue, que, mesmo sendo um vulcão imenso, não se compara em estatura com o vulcão Mauna Loa, que fica no Havaí, considerado o maior vulcão do mundo, com 12 000 m de altura.

Comparando as maquetes desses dois vulcões, qual a diferença, em centímetros, entre elas?

a) 1,26
b) 3,92
c) 4,92
d) 20,3
e) 23,9

Resolução:

Conversão de metros para cm.

2440m = 244000cm
12000m = 1 200 000cm

1:40000 é a escala então:

Vulcão do Chile: $\frac{1}{40000} = \frac{x}{244000}$

40000x = 244000
x = 6,1 cm

Vulcão do Havaí: $\frac{1}{40000} = \frac{y}{1200000}$

40000y = 120000
y = 30 cm

30 - 6,1= 23,9
(alternativa E)

9. Nos mapas usados nas aulas de Geografia encontramos um tipo de razão chamada de escala . Uma escala é a relação matemática entre o comprimento ou a distância medida sobre um mapa e a sua medida real na superfície terrestre. Em um mapa encontramos a escala 1: 200.000. Se nesse mapa a distância entre duas cidades é igual a 65 cm, então a distância real, em km, entre as cidades é igual a:

a) 100
b) 105
c) 110
d) 120
e) 130

Resolução:

$$\frac{1}{200\ 000} = \frac{65}{x}$$

x = 200 000 . 65
x=13 000 000cm

Agora nós vamos converter cm para km.
1km = 1000 . 100= 100.000cm

x = 13.000.000÷100.000= 130km

Logo, a distância em km será de 130km.

(alternativa E)

10. O paralelepípedo reto A, com dimensões de 8,5 cm, 2,5 cm e 4 cm, é a reprodução em escala 1:10 do paralelepípedo B. Então, o volume do paralelepípedo B, em cm³, é

a) 85.
b) 850.
c) 8.500.
d) 85.000.
e) 850.000.

Resolução:

Para calcular o volume de um paralelepípedo basta multiplicar suas dimensões.

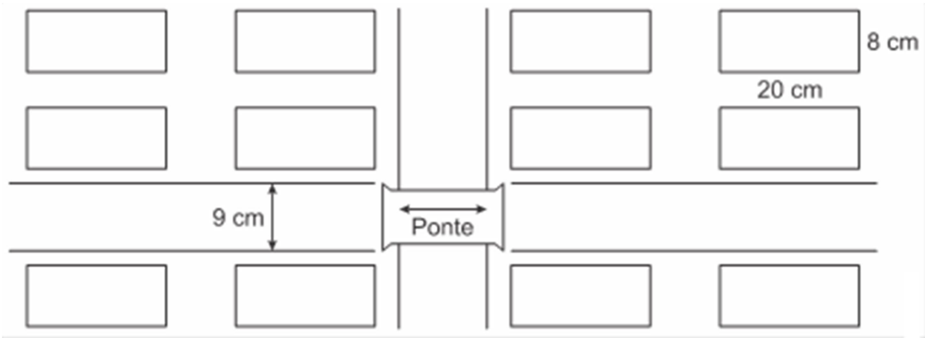
Volume do paralelepípedo A= 8,5 . 2,5 . 4 = 85cm³

(escala)³ = $\frac{volume\ do\ paralelepípedo\ A}{volume\ do\ paralelepípedo\ B}$

$(\frac{1}{10})^3 = \frac{85}{x}$
$\frac{1}{1000} = \frac{85}{x}$

x = 85000 cm³
(Alternativa: D)

11. Em um trabalho escolar, um aluno fez uma planta do seu bairro, utilizando a escala 1:500. sendo que as quadras possuem as mesmas medidas, conforme a figura.



O professor constatou que o aluno esqueceu de colocar a medida do comprimento da ponte na planta, mas foi informado por ele que ela media 73 m
O valor a ser colocado na planta, em centímetro, referente ao comprimento da ponte deve ser

a) 1,46
b) 6,8
c) 14,6
d) 68
e) 146

Resolução

73m = 7.300 cm

Se x é o comprimento da ponte, então

$\frac{1}{500} = \frac{x}{7300}$

500x = 7300
x = 14,6cm

(Alternativa C)

12. A super-heroína Garota-Abelha tem o poder de diminuir seu tamanho na escala de 1:140 Se, ao utilizar seu poder, ela fica com apenas 12 mm de altura, qual a altura normal da heroína?

a) 1.65m
b) 1,68m
c) 1,70m
d) 1,52m
e) 1,62m

Resolução

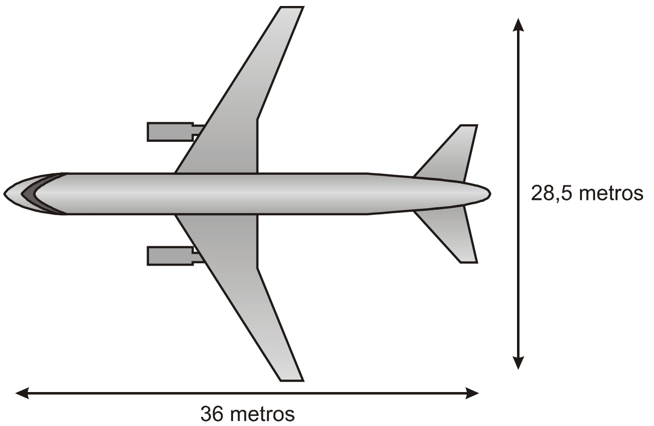
Considerando que x é a altura real da garota abelha, temos:

$$\frac{1}{140} = \frac{12}{x}$$

x = 12 . 140
x = 1600 mm = 1,68 m

(Alternativa B)

13. A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

a) 2,9 cm × 3,4 cm.
b) 3,9 cm × 4,4 cm.
c) 20 cm × 25 cm.
d) 21 cm × 26 cm.
e) 192 cm × 242 cm.

Resolução

Comprimento
36 m = 3600 cm

$$\frac{1}{150} = \frac{c}{3600}$$

c = $\frac{3600}{150}$

c = 24

Largura

28, 5 m = 2850 cm

$$\frac{1}{150} = \frac{l}{2850}$$

l = $\frac{2850}{150}$

l = 19

Como na folha haverá uma margem de um cm de cada lado :

24 + 1 + 1= 26 cm

19 + 1 + 1 = 21 cm

(Alternativa D)

14. Uma coluna de sustentação de determinada ponte é um cilindro circular reto. Sabendo-se que na maquete que representa essa ponte, construída na escala 1:100 a base da coluna possui 2 cm de diâmetro e 9cm de altura, o volume, em m^3 de concreto utilizado na coluna, é: (Use π = 3,14)

a) 2,826

b) 28,26

c) 282,6

d) 2826

Resolução

Volume de um cilindro = π . R² . h

Raio do cilindro na maquete = $\frac{2}{2}$ = 1 cm

Volume da coluna na maquete = 3,14 . 1² . 9 = 28,26cm³ = 28,26 . 10^{-6} m³

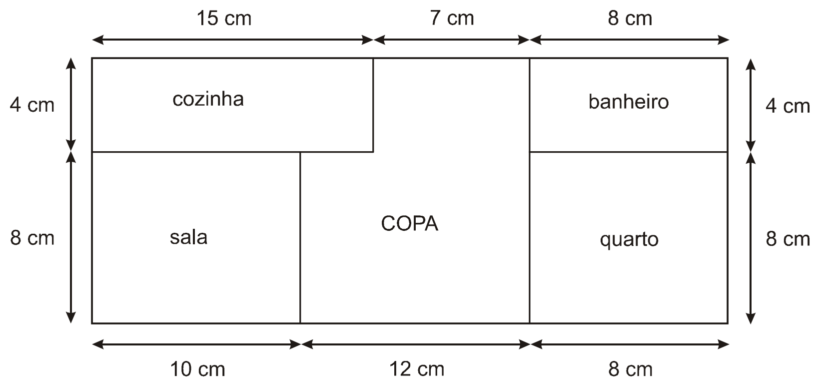
$$\left(\frac{1}{100}\right)^3 = \frac{28{,}26 \, . \, 10^{-6}}{x}$$

$$\frac{1}{10^6} = \frac{28{,}26 \, .10^{-6}}{x}$$

x = 28,26 m³

(Alternativa B)

15. A planta de uma residência, apresentada no desenho, a seguir, tem escala 1:80, ou seja, cada medida de 1 cm corresponde a uma medida de 80 cm na dimensão real.



Considerando informações e ilustração, acima, só é CORRETO afirmar que a área real da parte ocupada pela copa é igual a

a) 75,01 m^2.
b) 79,36 m^2.
c) 86,12 m^2.
d) 90,4 m^2.

Resolução

Na planta, o desenho da copa pode ser dividido em 2 retângulos: um deles (parte de cima) de dimensões 7 cm e 4 cm e o segundo (parte de baixo) de dimensões 12 cm e 8 cm.
Área da copa no desenho

$7 . 4 + 12 . 8 = 28 + 96 = 124cm^2$

$(\frac{1}{80})^2 = \frac{124}{x}$

$$\frac{1}{6400} = \frac{124}{x}$$

x = 793.600cm² = 79,36 m²

(Alternativa B)

16. Um mapa está na escala 1 : 500.000. Se um quadrado deste mapa tem 4 cm^2 de área, então a área real deste quadrado em km^2 é:

a) 10.
b) 20.
c) 50.
d) 100.
e) 200.

Resolução

Escala² = $\frac{área\ do\ desenho}{area\ real}$

$(\frac{1}{5000})^2 = \frac{4}{x}$

$$\frac{1}{250000000000} = \frac{4}{x}$$

x = 1000000000000 cm² = 100km²

(Alternativa D)

17. A planta de um apartamento está confeccionada na escala 1:50. Então a área real, em m^2, de uma sala retangular cujas medidas na planta, são 12 cm e 14cm é:

a) 24.
b) 26.
c) 28.
d) 42.
e) 54.

Resolução

Área da sala na planta = 12 . 14 = 168 cm²

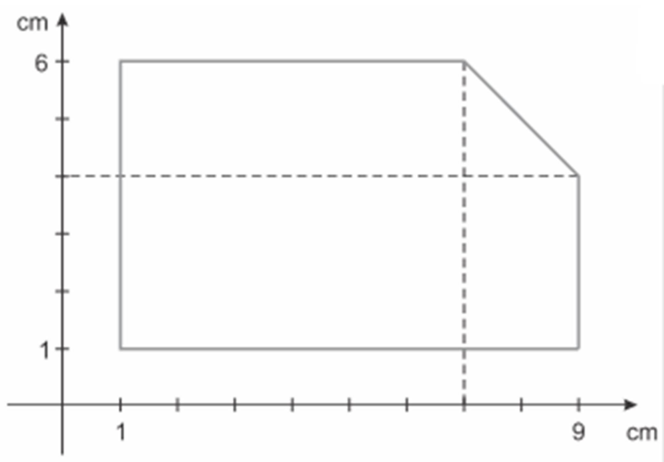
$$\left(\frac{1}{50}\right)^2 = \frac{168}{x}$$

$$\frac{1}{2500} = \frac{168}{x}$$

x = 420000 cm² = 42 m²

(Alternativa D)

18. Um construtor pretende murar um terreno e, para isso, precisa calcular o seu perímetro. O terreno está representado no plano cartesiano, conforme a figura, no qual foi usada a escala 1:500. Use 2,8 como aproximação para $\sqrt{8}$.

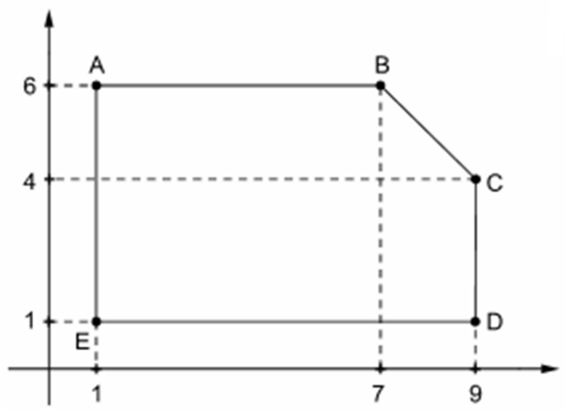


De acordo com essas informações, o perímetro do terreno, em metros, é

a) 110
b) 120
c) 124
d) 130

e) 144

Resolução



AB = 7 – 1 = 6 cm

BC² = (6 – 4)² + (9 – 7)²
BC² = 2² + 2²
BC² = 8
BC = $\sqrt{8}$
BC = 2,8 cm

CD = 4 – 1 = 3 cm

DE = 9 – 1= 8 cm

AE = 6 – 1 = 5 cm

Perímetro do polígono no desenho = 6 + 2.8 + 3 + 8 + 5 = 24,8cm

$\frac{1}{500} = \frac{24,8}{x}$

x = 12400 cm = 124 m

(Alternativa C)

19. Na maquete de uma casa, feita na escala 1:500, uma sala tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. A capacidade, em litros, dessa sala é:

a) 640
b) 6400
c) 800
d) 8000
e) 80000

Resolução

Volume da sala na maquete = 8 . 8 . 10 = 640 mm³
Sabendo que 1 dm³ = 1 L:
640 mm³ = 0,00064 litros

$(\frac{1}{500})^3 = \frac{0,00064}{x}$

$\frac{1}{125000000} = \frac{0,00064}{x}$

x = 80 000 litros

(Alternativa E)

20. Foi confeccionada a maquete de um centro de esportes aquáticos na escala 1:400 Para simular água na piscina K, o modelo foi preenchido com 10 mililitros de um gel transparente. A capacidade real da piscina K, em litros, é de

a) 400.000
b) 640.000
c) 16.000
d) 1.200.000
e) 40.000

Resolução

Escala³ =$\frac{Volume\ da\ piscina\ na\ maquete}{Volume\ da\ piscina\ real}$

$(\frac{1}{40})^3 = \frac{10}{x}$
$\frac{1}{64000000} = \frac{10}{x}$

x= 640000000 cm³

Sabendo que um decímetro cubico corresponde a um litro
x = 640000 litros.

(Alternativa B)