

PORCENTAGEM

PEGANDO PESADO

QUESTÃO 01 (FUVEST_2016)

O Sistema Cantareira é constituído por represas que fornecem água para a Região Metropolitana de São Paulo. Chama-se de “volume útil” do Sistema os 982 bilhões de litros que ficam acima do nível a partir do qual a água pode ser retirada sem bombeamento. Com o uso de técnicas mais elaboradas, é possível retirar e tratar parte da água armazenada abaixo desse nível. A partir de outubro de 2014, a Sabesp passou a contabilizar uma parcela de 287 bilhões de litros desse volume adicional, denominada “reserva técnica” ou “volume morto”, e chamou de “volume total” a soma do volume útil com a reserva técnica. A parte do volume total ainda disponível para consumo foi chamada de “volume armazenado”.

O primeiro índice usado pela Sabesp para divulgar o nível do Sistema, após o início do uso da reserva técnica, foi o percentual do volume armazenado em relação ao volume útil (e não ao volume total). Chama-se este percentual de Índice 1.

- a) Calcule o valor que terá o Índice 1 quando as represas estiverem completamente cheias, supondo que a definição de “volume armazenado” não tenha mudado.

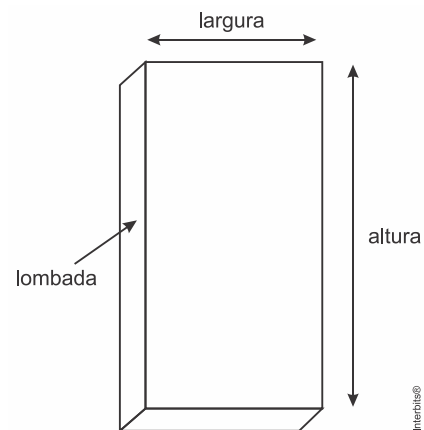
A partir de abril de 2015, a Sabesp passou a divulgar outros dois índices, além do Índice 1 (veja o Quadro). Note que o Índice 3 pode assumir valores negativos e valerá 100% quando as represas do Sistema estiverem completamente cheias.

- b) No momento em que o Índice 1 for 50% que valores terão os Índices 2 e 3?
- c) Qual é o valor do Índice 2 no momento em que o Índice 3 é negativo e vale -10%?

QUADRO	
$\text{Índice 1} = \frac{\text{volume armazenado}}{\text{volume útil}}$	$\text{Índice 2} = \frac{\text{Volume armazenado}}{\text{volume total}}$
$\text{Índice 3} = \frac{(\text{volume armazenado}) - (\text{volume reserva tecnica})}{\text{Volume útil}}$	

QUESTÃO 02 (FVG_2015)

Uma editora utiliza couro para as capas da frente e de trás e para a lombada de seus livros. Atualmente, produz apenas livros com capa de 20cm de altura \times 10cm de largura. A espessura mínima possível da lombada é de 1cm a qual comporta até 100 páginas. A partir desta espessura mínima, o incremento na espessura da lombada é diretamente proporcional ao incremento no número de páginas, de maneira que um livro de 500 páginas teria lombada de 3cm. Considere que a espessura do couro é desprezível e que a capa tem as mesmas dimensões das páginas do livro. O custo do couro utilizado na lombada é de R\$0,05/cm² e o do utilizado na capa, de R\$0,02/cm².



- a) A editora considera reeditar um de seus livros (que atualmente possui 300 páginas) utilizando uma fonte maior. Qual será o aumento no custo do couro utilizado por livro se a editora mantiver a altura e a largura das páginas, aumentando em 20% o número de páginas?
- b) Um dos livros da editora é atualmente editado em dois volumes de 80 páginas cada um. Qual seria a economia no custo do couro caso os dois volumes fossem unidos em um só, com 160 páginas?
- c) Qual deveria ser o volume total de uma caixa para acomodar 20 livros de 200 páginas cada um, em uma pilha única?

QUESTÃO 03 (FUVEST_2013)

A tabela informa a extensão territorial e a população de cada uma das regiões do Brasil, segundo o IBGE.

Região	Extensão territorial (km ²)	População (habitantes)
Centro-Oeste	1.606.371	14.058.094
Nordeste	1.554.257	53.081.950
Norte	3.853.327	15.864.454
Sudeste	924.511	80.364.410
Sul	576.409	27.386.891

IBGE: Sinopse do Censo Demográfico 2010 e Brasil em números, 2011.

Sabendo que a extensão territorial do Brasil é de, aproximadamente, 8,5 milhões de km², é correto afirmar que a

- A** densidade demográfica da região sudeste é de, aproximadamente, 87 habitantes por km².
- B** região norte corresponde a cerca de 30% do território nacional.
- C** região sul é a que tem a maior densidade demográfica.
- D** região centro-oeste corresponde a cerca de 40% do território nacional.
- E** densidade demográfica da região nordeste é de, aproximadamente, 20 habitantes por km².

QUESTÃO 04 (FGV_2015)

Dos animais de uma fazenda, 40% são bois, 30% vacas, e os demais são caprinos. Se o dono da fazenda vende 30% dos bois e 70% das vacas, o total de animais da fazenda se reduz em

- A** a) 30%
- B** b) 33%
- C** c) 45%
- D** d) 60%
- E** e) 66%

QUESTÃO 05 (FUVEST_2016)

No fim de dezembro de 2013, quando surgiram os primeiros sinais da crise hídrica, o nível do Cantareira era de 27,5% do volume útil, sem contar com nenhuma cota do volume morto. (...)

Três índices de medição

O site da Sabesp informa três percentuais diferentes do nível do Cantareira. O primeiro índice [**Índice 1**], que hoje está em 29,3% corresponde ao volume armazenado de água em relação ao volume útil do sistema.

Por determinação da Justiça, a companhia foi obrigada a fornecer outros dois índices. A taxa 2 [**Índice 2**], que está em 22,6% e é adotada pelo UOL, equivale à quantidade de água existente em relação ao volume total do Cantareira, incluindo as duas cotas do volume morto que passaram a ser usadas.

Já o índice 3 [**Índice 3**], que está em 0% representa o quanto de água tem, excluindo o volume morto, em comparação com o volume útil do sistema.

Adaptado de:

<http://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2015/12/30/apos-mais-de-um-ano-e-meio-cantareira-sai-do-volume-morto.htm?mobile>

A partir da leitura do texto acima, responda às seguintes questões.

- a)** Qual é o tamanho do volume útil do Cantareira, em porcentagem, em relação ao volume total desse sistema?
- b)** Se o **Índice 1** passar de 29,3% para 35% para quanto passará o **Índice 2**?
- c)** Suponha que o sistema Guarapiranga demore 1 hora para fornecer 60000 metros cúbicos de água e que um outro sistema disponível para abastecer a região da Grande São Paulo demore 2 horas para fornecer essa mesma quantidade de água. Trabalhando juntos, quanto tempo (em minutos) esses dois sistemas demorarão para fornecer 60000 metros cúbicos de água?

Soluções:

Resposta da questão 1:

Considere: o volume útil $VU = 982$, o volume morto $VM = 287$, o volume total $VT = 982 + 287 = 1269$ e o volume armazenado VA .

a) Se as represas estiverem completamente cheias, VA será igual a VT . Logo:

$$\text{Índice 1} = \frac{VA}{VU} = \frac{1269}{982} = 1,2923 \Rightarrow \text{Índice 1} = 129,23\%$$

b) Considerando os dados do enunciado, pode-se escrever:

$$\text{Índice 1} = 50\% \Rightarrow \frac{VA}{VU} = 0,5 \Rightarrow \frac{VA}{982} = 0,5 \Rightarrow VA = 491$$

$$\text{Índice 2} = \frac{VA}{VT} = \frac{491}{1269} = 0,3869 \Rightarrow \text{Índice 2} = 38,69\%$$

$$\text{Índice 3} = \frac{VA - VM}{VU} = \frac{491 - 287}{982} = 0,2077 \Rightarrow \text{Índice 3} = 20,77\%$$

c) Considerando os dados do enunciado, pode-se escrever:

$$\text{Índice 3} = -0,1 \Rightarrow \frac{VA - VM}{VU} = \frac{VA - 287}{982} = -0,1 \Rightarrow VA = 188,8$$

$$\text{Índice 2} = \frac{VA}{VT} = \frac{188,8}{1269} = 0,1488 \Rightarrow \text{Índice 2} = 14,88\%$$

Resposta da questão 2:

a) Considerando S a espessura da lombada e n o número de páginas, podemos escrever:

$$S - 1 = \frac{3 - 1}{200 - 100} \cdot (x - 100) \Rightarrow S = \frac{1}{200} \cdot x + 0,5$$

Custo do couro para a lombada atual:
 $20 \cdot 2 \cdot 0,05 = \text{R\$ } 2,00$

Número de páginas com um aumento de 20%: $300 \cdot (1,2) = 360$

Espessura da lombada para $n = 360$:

$$S = \frac{360}{200} + 0,5 = 2,30 \text{ cm}$$

Custo do couro com a nova lombada:
 $20 \cdot 2,20 \cdot 0,05 = \text{R\$ } 2,30$

Portanto, o aumento do custo o livro será de $\text{R\$ } 0,30$.

b) Para $n = 80$, a espessura de cada lombada será de 1cm e o custo será de $\text{R\$ } 1,00$. O

custo do couro para as duas capas será de $\text{R\$ } 8,00$. Portanto, um custo de $\text{R\$ } 9,00$ para cada um dos livros e um custo total de $\text{R\$ } 18,00$ para os dois livros.

Para $n = 160$, teremos a espessura da lombada igual a 1,3 cm o custo utilizado na lombada será de $\text{R\$ } 1,30$, totalizando $\text{R\$ } 9,30$.

Teremos, então, uma economia de $\text{R\$ } 18,00 - \text{R\$ } 9,30 = \text{R\$ } 8,70$.

c) Para $n = 200$, a espessura da lombada será $\frac{200}{200} + 0,5 = 1,5$ cm. O volume de cada livro

será dado por $V = 1,5 \cdot 20 \cdot 10 = 300 \text{ cm}^3$.

Portanto, uma pilha de vinte livros terá $20 \cdot 300 = 6.000 \text{ cm}^3$.

Resposta da questão 3: [A]

Calculando a densidade demográfica de cada uma das regiões, obtemos:

Centro-Oeste:

$$\frac{14058094}{1606371} \cong 9 \text{ hab/km}^2.$$

Nordeste:

$$\frac{53081950}{1554257} \cong 34 \text{ hab/km}^2.$$

Norte:

$$\frac{15864454}{3853327} \cong 4 \text{ hab/km}^2.$$

Sudeste:

$$\frac{80364410}{924511} \cong 87 \text{ hab/km}^2.$$

Sul:

$$\frac{27386891}{576409} \cong 48 \text{ hab/km}^2.$$

Desse modo, com uma densidade demográfica de aproximadamente 87 hab/km^2 , a região Sudeste é a que possui a maior densidade demográfica.

A extensão territorial do Brasil mede

$$1606371 + 1554257 + 3853327 + 924511 + 576409 = 8.514.875 \text{ km}^2.$$

Portanto, a região Norte corresponde a cerca de $\frac{3853327}{8514875} \cdot 100\% \cong 45\%$ do território nacional, enquanto que a região centro-oeste corresponde a cerca de $\frac{1606371}{8514875} \cdot 100\% \cong 19\%$ do território nacional.

Resposta da questão 4: [B]

Seja n o número de animais da fazenda.

A redução percentual pedida é dada por

$$\frac{(0,7 \cdot 0,4n + 0,3 \cdot 0,3n + 0,3n) - n}{n} \cdot 100\% = -33\%.$$

Portanto, a resposta é 33%.

Resposta da questão 5:

Considerando que:

V_u = volume útil

V_m = volume morto

x_u = quantidade de água no volume útil

x_m = quantidade de água no volume morto

a) De acordo com os índices citados no enunciado, podemos escrever o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{x_u + x_m}{V_u} = 0,293 \\ \frac{x_u + x_m}{V_u + V_m} = 0,226 \\ \frac{x_u}{V_u + V_m} = 0 \Rightarrow x_u = 0 \end{cases}$$

Do sistema acima podemos escrever que:

$$x_m = v_u \cdot 0,293$$

$$x_m = (v_u + V_m) \cdot 0,226$$

Igualando as equações, temos:

$$v_u \cdot 0,293 = (V_u + V_m) \cdot 0,226$$

$$\frac{V_u}{V_u + V_m} = \frac{0,226}{0,293}$$

$$\frac{V_u}{V_u + V_m} = 77,13\%$$

b) Considerando que o aumento ocorre apenas nas quantidades de água, já que os volumes são constantes, podemos escrever que o

índice 2 passará a ser:

$$\frac{35}{29,3} \cdot 22,6 \square 27\%$$

c) A represa de Guarapiranga fornece em uma hora 60.000 metros cúbicos de água. A outra represa fornece 30.000 metros cúbicos por hora. Portanto estas duas represas juntos fornecem 90.000 metros cúbicos por hora.

Considerando que t é o tempo para que juntas forneçam 60.000 metros cúbicos, temos:

$$t = \frac{60.000}{90.000} = \frac{2}{3} \text{ h} = 40 \text{ minutos}$$

Resposta da questão 6: [C]

Resposta da questão 7: 50 homens