Capítulo 07: Progressão Aritmética

Resposta da questão 01: [C]

Para fazer uma escada com um degrau são necessários 5 palitos e para formar cada novo degrau são necessários mais 3 palitos. Assim, a quantidade de palitos necessários para formar uma escada com 25 degraus corresponde ao 25º termo de uma PA de razão 3 e primeiro termo igual a 5, ou seja,

$$a_{25} = a_1 + 24r = 5 + 24 \cdot 3 = 77.$$

Resposta da questão 02: [B]

(30, 55, 80, ..., 280)

P.A. de razão 25.

$$a_n = 30 + (n-1) \cdot 25$$
$$a_n = 25n + 5$$

Queremos que

$$a_n \leq 300 \implies 25n + 5 \leq 300$$

$$n \leq 11{,}8$$

Assim:

$$n_{máx} = 11.$$

Resposta da questão 03: [E]

De acordo com as informações do problema temos uma P.A de razão 2.
(5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 ...)

Portanto, o número de clientes no final de junho de 2023 será o sexto termo da P.A., ou seja 15.

Resposta da questão 04: [C]

O centésimo primeiro termo da sequência 2, 6, 8, 12, 14,18, ...) é o quinquagésimo primeiro termo da P.A. formada pelos termos de ordem ímpar (2, 8, 14, 20, ...). Logo:

$a_{51} = 2 + 50 \cdot 6 \Rightarrow \boxed{a_{51} = 302}$

Resposta da questão 05: [E]

O número de candidatos da etnia indígena é 1/5 do total de candidatos.

Considerando que as eleições são de 4 em 4 anos, temos a seguinte P.A.
2022: 30
2026: 35
2030: 40
2034: 45
2038: 50

Portanto, o número de candidatos da etnia indígena em 2038 será 50/5 = 10 (inferior a 11).

Resposta da questão 06: [C]

Como a sequência de saques obedece uma PA de razão 5, ele atingirá a marca de 180 saques por dia no dia:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$180 = 120 + (n-1) \cdot 5$$
$$\frac{180 - 120}{5} = n - 1$$
$$n = 13$$

Resposta da questão 07: [C]

Se $a_1 = 15000$ e $a_7 = 75000$, então $75000 = 15000 + 6r \Leftrightarrow r = 10000$, em que r é a razão da progressão aritmética. A resposta é $a_5 = 15000 + 4 \cdot 10000 = 55000.$

Resposta da questão 08: [C]

O número de palitos em cada etapa cresce segundo a sequência $(3, 5, 7, \dots, 2n+1, \dots)$. A sequência é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 3$ e razão $r = 2$.
Em consequência, temos

$$2n + 1 = 245 \ \to= 122.$$

Resposta da questão 09: [A]

Determinando o total de peças, em cada mês, encontramos uma P.A. de razão 1,7.

$$(37; 38;,7; 40{,}4; 42{,}1; \dots)$$

Seu décimo primeiro termo será dado por:

$$a_{11} = a_1 + 10 \cdot r$$
$$a_{11} = 37 + 10 \cdot 1{,}7$$
$$a_{11} = 54$$

Resposta da questão 10: [D]

Calculando:

$$3^a \text{ coluna} \Rightarrow PA = 2, 6, 10\dots \Rightarrow r = 4$$
$$a_{15} = 2 + (15-1) \cdot 4 \Rightarrow a_{15} = 58$$

Resposta da questão 11: [B]

Calculando:

$$1^o \text{cartão} \Rightarrow 1,2,3,4,5$$
$$2^o \text{cartão} \Rightarrow 5,6,7,8,9$$
$$3^o \text{cartão} \Rightarrow 9,10,11,12,13$$
$$\text{Primeiro número de cada cartão} \Rightarrow 1,5,9 \Rightarrow PA \Rightarrow r = 4$$
$$a_{30} = 1 + (30-1) \cdot 4 \Rightarrow a_{30} = 117$$
$$30^o \text{cartão} \Rightarrow 117,118,119,120,121$$
$$117 + 118 + 119 + 120 + 121 = 595$$

Resposta da questão 12: [C]

Observe que o número de discos aumenta, em Progressão Aritmética de razão 4, em cada etapa.
(5, 9, 13, 17, ...)

Portanto, na etapa 200 teremos:

$a_{200} = a_1 + 199 \cdot r$
$a_{200} = 5 + 199 \cdot 4$
$a_{200} = 801$

Resposta: 801 discos.

Resposta da questão 13: [A]

$$a_n = a_{12} + (n - 12) \cdot 200$$

$$6000 = 2400 + 200n - 2400$$

$$n = 30$$

No 30º dia ele estará nadando sua meta.

Resposta da questão 14: [B]

Dado que uma das sequências se dá com a razão de 2 e outra com a razão de 5, a razão em que haverá termos de ambas a sequência será:

$$r = 2 \cdot 5 = 10$$
$$a_1 = 1$$
$$n = 10$$

Dadas as informações, temos que:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$
$$a_{10} = 1 + (10 - 1) \cdot 10$$
$$a_{10} = 91\ andares$$

Resposta da questão 15: [B]

$$r = 400$$
$$a_1 = 1000$$
$$a_n \leq 3000$$

Dadas as informações, temos que:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$
$$3000 = 1000 + (n - 1) \cdot 400$$
$$2000 = (n - 1) \cdot 400$$
$$20 = (n - 1) \cdot 4$$
$$(n - 1) = 5$$
$$n = 6$$

Resposta da questão 16: [A]

A figura representa uma progressão aritmética cujo número de termos n é igual ao número de mesas e a quantidade de cadeiras é igual ao valor de cada um dos termos, ou seja:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = 4 \\ a_2 = 6 \\ a_3 = 8 \end{array}\right\} r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 \to r = 2$$

Assim, com uma P.A. de razão 2 o que se pretende descobrir é o valor do termo $n = 50,$ ou $a_{50}.$
Pode-se portanto escrever:

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$
$a_{50} = 4 + (50-1) \cdot 2$
$a_{50} = 102$

O número necessário de cadeiras quando houver 50 mesas será 102 cadeiras.

Resposta da questão 17: [C]

A soma dos valores de todas as 33 cartelas é

$$S_{33} = \frac{(3 + 99) \cdot 33}{2} = R\$\ 1683{,}00.$$

Se ele der a cartela de menor valor (R$ 3,00) para sua mãe, ele terá a arrecadação máxima, ou seja:

$$1683 - 3 = R\$\ 1680{,}00.$$

Resposta da questão 18: [C]

$$S_{10} = \frac{(1 + 10) \cdot 10}{2} = 55\ latas$$

Resposta da questão 19: [B]

Valor Atual: $4 \times 80 = R\$\ 320{,}00$

Valor Proposto:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 30 = \frac{(1 + 30) \cdot 30}{2} = R\$\ 465{,}00$$

A nova proposta de Fábio será vantajosa pra ele, pois receberá 465 – 320 = R$ 145 a mais.

Resposta da questão 20: [D]

O juros totais cobrados nesse financiamento são iguais a:

$$S_{200} = \frac{(1000 + 5) \cdot 200}{2} = R\$\ 100.500{,}00.$$

Resposta da questão 21: [D]

Observe que as quantidades de brigadeiros vendidos mês a mês naquele ano formam uma PA de primeiro termo igual a 60 e razão 20.

Assim, o número de brigadeiros vendidos no mês de dezembro foi

$$a_{12} = 60 + 11 \cdot 20 = 280.$$

Portanto, o total de brigadeiros confeccionados naquele ano foi igual a

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = (60 + 280) \cdot 6 = 2040.$$

Sendo assim, o valor total arrecadado com a venda desses brigadeiros ao longo do referido ano foi igual a

$$2040 \cdot 2{,}50 = R\$\, 5100{,}00.$$

Resposta da questão 22: [E]

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Resposta da questão 23: [D]

As parcelas mensais, aumentam ano a ano segundo uma P.A.:

$$(120, 200, 280, \ldots, a_{21})$$

Logo,

$$a_{21} = 120 + 20 \cdot 80 = R\$\, 1720.$$

Valor total do financiamento:

$$12 \times (120 + 200 + 280 + \cdots + 1720)$$

$$= 12 \times \frac{(120 + 1720) \cdot 21}{2} = R\$\, 231.840{,}00.$$

Resposta da questão 24: [D]

Domingos: (10, 11, 12, ... 39, 40, 41, 42)

Número de termos: 42 – 9 = 33 Domingos

$a_1 = 10$
$a_n = 42$
r = 1

$$S = \frac{(10 + 42) \cdot 33}{2} = 858\ km\ nos\ domingos$$

32 Terças → 32 · 7,5 = 240 km
32 Quintas → 32 · 5 = 160 km
Somando: 858 + 240 + 160 = 1258 km

Resposta da questão 25: [E]

Os números de atendimentos realizados ao longo dos meses citados formam uma P.A. onde $a_3 = 100$ e $a_8 = 175$.

A soma dos termos dessa P.A. é igual a

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = (a_3 + a_8) \cdot 5 = 275 \cdot 5 = 1375.$$

O número de atendimentos realizados pela monitoria em 2018 que foram bem avaliados é igual a

$$0{,}92 \cdot 1375 = 1265.$$

Resposta da questão 26: [E]

Relembrando uma propriedade importante da PA:
A soma dos termos equidistantes de uma PA é sempre a mesma. Então, a soma do Primeiro e Vigésimo termos dessa PA de vinte termos é igual à soma do Terceiro e Décimo Sétimo termos:

$$(a_1 + a_{20}) = (a_3 + a_{17})$$

Logo, na soma de termos da PA, nós podemos substituir:

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(a_3 + a_{17}) \cdot 20}{2}$$

Assim, podemos colocar os valores das respectivas premiações:

$$S_{20} = \frac{(500 + 1020) \cdot 20}{2} = 1520 \cdot 10$$
$$R\$\, 15.200{,}00$$

Resposta da questão 27: [E]

Em posse do primeiro e último termos da sequência, podemos aplicar diretamente na fórmula da soma de termos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$4862 = \frac{(17 + 170) \cdot n}{2}$$

Logo, basta solucionar a equação para descobrir o número de semanas desse treino.

$$2 \cdot 4862 = 187 \cdot n$$

$$n = \frac{2 \cdot 4862}{187} = 52$$

Resposta da questão 28: [B]

Os números pentagonais formam a seguinte sequência:
(1, 5, 12, 22, 35, ...)

Observe que as diferenças entre dois números pentagonais consecutivos formam uma PA de razão 3 e primeiro termo igual a 4, ou seja, os números pentagonais formam uma PA de segunda ordem. De outro modo, podemos enxergar os números pentagonais da seguinte forma:

$$P_1 = 1$$
$$P_2 = 1 + 4$$
$$P_3 = 1 + 4 + 7$$
$$P_4 = 1 + 4 + 7 + 10$$

Ou seja, os números pentagonais podem ser entendidos como a soma dos termos de uma PA de razão 3 e primeiro termo igual a 1, logo, o n-ésimo número pentagonal será dado por:

$$P_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(1 + 1 + (n-1) \cdot 3) \cdot n}{2} = \frac{3n^2 - n}{2}$$

Resposta da questão 29: [E]

O número de níveis da pilha é $\frac{200}{10} = 20.$ Por conseguinte, como existem n latas no nível n, com n inteiro positivo e $n \leq 20$, segue que a resposta é dada por

$$\frac{1+20}{2} \cdot 20 = 210.$$

Resposta da questão 30: [D]

Cada um dos trechos corresponde aos termos da PA:
$$(1, 3, 5, 7, \dots, a_{20})$$

Assim,
$$a_{20} = a_1 + 19r = 1 + 19 \cdot 2 = 39$$

Queremos a soma dos 20 primeiros termos da P.G.

$$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 39 = \frac{(1 + 39) \cdot 20}{2} = 400\ m$$

Resposta da questão 31: [A]

Observe que os números de palitos em cada escada estão representados na sequência a seguir formando uma PA de razão 4:

(5, 9, 13, 17, ...)

Assim, o número de palitos utilizado para montarmos n-ésima escada será
$$a_n = 5 + (n-1) \cdot 4 = 4n + 1.$$

Além disso, até montarmos completamente a n-ésima escada, o total de palitos a serem usados será dado pela soma

$$S_n = 5 + 9 + 13 + 17 + \cdots + (4n + 1)$$

$$S_n = \frac{(5 + 4n + 1) \cdot n}{2}$$

$$S_n = (2n + 3) \cdot n$$

A partir de um teste rápido, podemos identificar que com 226 palitos não podemos montar 10 escadas completas, pois $S_{10} = (2 \cdot 10 + 3) \cdot 10 = 230$, ou seja, faltariam $230 - 226 = 4$ palitos para completar a 10ª escada. Perceba então que podemos montar 9 escadas completas, uma vez que $S_9 = (2 \cdot 9 + 3) \cdot 9 = 189$, e ainda sobrariam $226 - 189 = 37$ palitos.
Como faltam apenas 4 palitos para fechar a 10ª escada, a cabeça do último palito utilizado estará no nível 2.

Resposta da questão 32: [D]

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 100^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + 100)^2$$

$$= \left(\frac{(1 + 100) \cdot 100}{2}\right)^2 = 5050^2 = 25.502.500$$

Resposta da questão 33: [C]

Do enunciado, temos:
Após 1 ano: sobram $12 - 1 = 11$ velas

Após 2 anos: sobram $11 + 12 - 2 = 11 + 10$ velas

Após 3 anos: sobram $11 + 10 + 12 - 3 = 11 + 10 + 9$ velas

$\vdots \qquad \vdots$

Após n anos: sobram
$$\frac{(11 + 11 + (n-1) \cdot (-1)) \cdot n}{2} = \frac{(23 - n) \cdot n}{2} \text{ velas}$$

Daí,
$$\frac{(23 - n) \cdot n}{2} < 0$$
$$23 - n < 0$$
$$n > 23$$
$$n_{\text{mínimo}} = 24$$

Então, a idade, em anos, no primeiro ano em que as velas serão insuficientes é 24.

Resposta da questão 34: [C]

Supondo que todos os comprimidos tivessem massa igual a $20\,\text{mg},$ a massa total retirada dos frascos seria igual a

$$\begin{aligned} 20\cdot(1+2+3+\ldots+15) &= 20\cdot\frac{(1+15)}{2}\cdot 15 \\ &= 2400\,\text{mg}. \end{aligned}$$

Daí, como a diferença entre a massa dos comprimidos é de $30-20=10\,\text{mg},$ segue que o número do frasco que contém os comprimidos mais pesados é

$$\frac{2540-2400}{10}=14.$$

Resposta da questão 35: [D]

3,00 + 0,01 cm = 3,01 Assim:

Raios: 3,01; 3,02; 3,03...
100 voltas: 100 · 0,01 = 1 cm → 3 + 1 = 4 cm

2□ · 3,01
2□ · 3,02
...
2□ · 4,00

2□ (3,01 + 3,02 + 3,03 ... 4,00) =

$$S=\frac{(3{,}01+4{,}00)\cdot 100}{2}=$$

701 · 3,14 = 2201,14 cm = 22,01 m.

Resposta da questão 36: [C]

Sendo a quilometragem percorrida uma PA, pode-se escrever:

$a_1=6$

$a_n=42$

$n=\text{número de dias}$

$r=2$

$42=6+(n-1)\cdot 2\to 18=n-1\to n=19$

$$S=\frac{(6+42)\cdot 19}{2}=\frac{48\cdot 19}{2}\to S=456\text{ km}$$

Resposta da questão 37: [E]

As quantidades de pinos de boliche em cada linha representam uma progressão aritmética de razão 1, escrita abaixo:
$(1, 2, 3, 4, \ldots, 48, 49, 50)$

Calculando a soma dos 50 primeiros termos desta P.A., temos:

$$S_{50}=\frac{(1+50)\cdot 50}{2}=1.275$$

Resposta da questão 38: [E]

Após 2 meses (60 dias), o número de flexões executadas terá chegado a:

$a_{60}=a_1+(60-1)\cdot r$

$a_{60}=20+59\cdot 5$

$a_{60}=315$

E a soma das flexões terá sido igual a:

$$S_{60}=\frac{(a_1+a_{60})\cdot 60}{2}$$

$$S_{60}=\frac{(20+315)\cdot 60}{2}$$

$\therefore S_{60}=10050$

Resposta da questão 39: [B]

O raio da trajetória circular de uma partícula num campo magnético é dado por:

$F_{mag}=F_{cp}$

$$BQ\cancel{V}=\frac{mV^{\cancel{2}}}{R}$$

$$R=\frac{mV}{BQ}$$

Logo, o valor da soma dos raios para os n lançamentos é de:

$$S=\frac{mV}{BQ}+\frac{2mV}{BQ}+\frac{3mV}{BQ}+\ldots+\frac{nmV}{BQ}$$

$$S=\underbrace{\frac{mV}{BQ}}_{R}\underbrace{(1+2+3+\ldots+n)}_{\text{Soma de PA}}$$

$$\therefore S=\frac{Rn(1+n)}{2}$$

Resposta da questão 40: [D]

Considerando os pés de Jilós plantados em cada uma das dez circunferências, temos uma P.A.
(4, 8, 12, 16...)

$a_{10}=4+9\cdot 4\Rightarrow \boxed{a_{10}=40}$

Fazendo a soma dos dez primeiros termos da P.A., obtemos:

$$S_{10}=\frac{(4+40)\cdot 10}{2}$$

$\boxed{S_{10}=220}$

Resposta da questão 41: [D]

A partir da 2ª linha, o número de alunos por linha cresce conforme uma PA de razão 2. Sendo assim, teremos:

$$1+\underbrace{(2+4+6+\dots)}_{N-1\text{ termos}}=421$$

$$1+\frac{[2+2+(N-1-1)\cdot 2]\cdot(N-1)}{2}=421$$

$$\frac{2N(N-1)}{2}=420$$

$$2N^2-2N=840$$

$$N^2-N-420=0$$

$$N=\frac{1\pm\sqrt{1681}}{2}=\frac{1\pm 41}{2}$$

$\cancel{N=-20}$ ou $N=21$

Ou seja, o número total de linhas é 21.

Resposta da questão 42: [C]

Admitindo que x seja o valor de cada acréscimo, temos:
Janeiro: 1500
Fevereiro: 1500 + x
Março: 1500 + 2x
Abril: 1500 + 3x
Maio: 1500 + 4x

Logo:
$1500+4x=5000 \Rightarrow 4x=3500 \Rightarrow x=875.$

O salário no mês de abril foi de:
$1500+3\cdot 875=\text{R\$ }4.125,00.$

Resposta da questão 43: [D]

O n-ésimo número triangular é dado por:

$$a_1=1$$
$$a_2=1+2=3$$
$$a_3=1+2+3=6$$
$$\vdots$$
$$a_n=1+2+\dots+n=\frac{(1+n)\cdot n}{2}$$

O n-ésimo número oblongo é dado por:

$$b_1=1\cdot 2=2$$
$$b_2=2\cdot 3=6$$
$$b_3=3\cdot 4=12$$
$$\vdots$$
$$b_n=n\cdot(n+1)$$

[A] Falsa. O 15º número triangular é o:

$$a_{15}=\frac{(1+15)\cdot 15}{2}=120$$

[B] Falsa. Temos que:

$$a_{13}=\frac{(1+13)\cdot 13}{2}=91$$
$$b_{30}=30\cdot 31=930$$

Portanto, o 13º número triangular não é primo e o 30º número oblongo não é ímpar.

[C] Falsa. Como $156=12\cdot 13,$ ele é oblongo.

[D] Verdadeira. Como $210=\frac{(1+20)\cdot 20}{2}$ e $210=14\cdot 15,$ ele é triangular e oblongo.

[E] Falsa. A diferença entre 2 números triangulares consecutivos é:

$$\frac{(1+n+1)\cdot(n+1)}{2}-\frac{(1+n)\cdot n}{2}=1+n$$

Logo, não formam uma progressão geométrica.

Resposta da questão 44: [D]

A razão da progressão aritmética é $126-120=\text{R\$ }6,00.$

Sendo S_{24} a soma dos valores das 24 parcelas e a_{19} o valor da 19ª parcela, tem-se que a resposta é

$$\begin{aligned} S_{24}-a_{19}&=\left(120+\frac{23\cdot 6}{2}\right)\cdot 24-(120+18\cdot 6)\\ &=4536-228\\ &=\text{R\$ }4.308,00. \end{aligned}$$

Resposta da questão 45: [D]

O número de inscrições cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 180 e razão $60.$ Desse modo, temos

$$\left(\frac{180+180+(n-1)\cdot 60}{2}\right)\cdot n\ge 15000 \Leftrightarrow n\cdot(n+5)\ge 20\cdot 25.$$

Como n é um inteiro positivo, só pode ser $n=20.$

Resposta da questão 46: [E]

Soma dos tempos de Wesley, Flávio e Luiz:
$3\text{ min }36\text{ s}-60\text{ s}=2\text{ min }36\text{ s}=156\text{ s}$

Sendo x o tempo de Wesley, temos que:

$$x+(x+2)+(x+4)=156$$
$$3x+6=156$$
$$3x=150$$
$$x=50\text{ s}$$

Portanto, o tempo de Luiz foi de:
$50\text{ s}+4\text{ s}=54\text{ s}$

Resposta da questão 47: [B]

O custo de construção de cada metro poço constitui uma progressão aritmética de primeiro termo 1000 e razão 200, ou seja, $(1000, 1200, 1400, \ldots, 200n + 800, \ldots)$. Logo, se n é o número de metros construídos, então

$$48600 = \left(\frac{1000 + 200n + 800}{2}\right)n \Rightarrow n^2 + 9n - 486 = 0$$
$$\Rightarrow n = 18.$$

Resposta da questão 48: [A]

Seja V_n o volume de cada degrau n, para $1 \leq n \leq 15$

$$v_1 = \frac{1}{4} \cdot 50 \cdot \frac{2}{2}$$
$$v_2 = \frac{1}{4} \cdot 50 \cdot 1$$
$$v_3 = \frac{1}{4} \cdot 50 \cdot \frac{3}{2}$$
$$\vdots$$
$$v_{15} = \frac{1}{4} \cdot 50 \cdot \frac{15}{2}$$

Somando os volumes de todos os degraus, obtemos:

$$S_{15} = \frac{50}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \ldots + \frac{14}{2} + \frac{15}{2}\right)$$
$$S_{15} = \frac{50}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 14 + 15)$$

Calculando a soma da P.A. indicada acima, temos:

$$S_{15} = \frac{50}{8} \cdot \frac{(1+15) \cdot 15}{2}$$
$$\boxed{S_{15} = 750}$$

Logo, o volume de concreto utilizado na construção da escada foi de $750m^3$.

Resposta da questão 49: [A]

A ordem do termo central da linha 2021 é $\frac{2021+1}{2} = 1011.$

Como $1 = 1^2$, $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $\ldots$, podemos concluir que o termo de ordem n em uma linha qualquer é dado por n^2.

Em consequência, a resposta é

$$1011^2 = (3 \times 337)^2$$
$$= 9 \times 337^2.$$

Resposta da questão 50: [D]

A sequência descrita é uma progressão aritmética de razão igual a R\$ 1,00, e o montante após 30 será:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$a_{30} = 1 + (30-1) \cdot 1$$
$$a_{30} = \text{R\$ } 30{,}00$$
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$
$$S_{30} = \frac{(1+30) \cdot 30}{2}$$
$$S_{30} = \text{R\$ } 465{,}00$$

O que equivale a R\$ 35,00 a menos que o valor da boneca.

Resposta da questão 51: [C]

Podemos escrever a sequência dos ângulos da seguinte forma:

$$PA = (\theta, \theta + r, \theta + 2r, \theta + 3r, \theta + 4r, \theta + 5r, \theta + 6r, \theta + 7r, \theta + 8r, \theta + 9r, \theta + 10r, \theta + 11r)$$

Como a soma dos ângulos é igual a 360º, devemos ter:

$$\theta + \theta + r + \theta + 2r + \theta + 3r + \theta + 4r + \theta + 5r + \theta + 6r + \theta + 7r + \theta + 8r + \theta + 9r + \theta + 10r + \theta + 11r = 360^\circ$$
$$12\theta + 66r = 360^\circ$$

Como a razão da sequência e o ângulo θ devem ser inteiros, teremos as seguintes possibilidades:

$$r = \frac{360^\circ - 12\theta}{66} = \frac{60^\circ - 2\theta}{11}$$
$$60^\circ - 2\theta = 11 \Rightarrow \cancel{\theta = 24{,}5^\circ}$$
$$60^\circ - 2\theta = 2 \cdot 11 \Rightarrow \theta = 19^\circ$$
$$60^\circ - 2\theta = 3 \cdot 11 \Rightarrow \cancel{\theta = 13{,}5^\circ}$$
$$60^\circ - 2\theta = 4 \cdot 11 \Rightarrow \theta = 8^\circ$$
$$60^\circ - 2\theta = 5 \cdot 11 \Rightarrow \cancel{\theta = 2{,}5^\circ}$$
$$60^\circ - 2\theta = 6 \cdot 11 \Rightarrow \cancel{\theta = -3^\circ}$$

Portanto, o menor ângulo possível vale 8º.

Resposta da questão 52: [D]

O padrão do azul é dado por:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$
$$a_n = 4 + (n - 1) \cdot 2$$
$$a_n = 2n + 2$$

O padrão do amarelo é:

$$b_n = n^2 + n$$

Montando a razão temos:

$$\frac{2n + 2}{n^2 + n} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{2\,(n-1)}{n\,(n-1)} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{100} \rightarrow n = 200$$

Resposta da questão 53: [B]

Tem-se que a altura h, em centímetros, de uma pilha de n cadeiras, $n \geq 1$, em relação ao chão, é dada por

$h = 48 + 3(n-1) + 44 = 3n + 89.$

Portanto, se $h = 140$ cm, então

$140 = 3n + 89 \Leftrightarrow n = 17.$

Resposta da questão 54: [C]

Temos uma P.A. de primeiro termo 100, razão $r = -8$ e número de termos n.
Portanto, o último termo desta P.A poderá ser escrito por:

$a_n = 100 + (n-1)\cdot(-8)$

Como o número de latas na última fila é um número positivo podemos escrever que:

$a_n > 0$

$100 + (n-1)\cdot(-8) > 0$

$-8n > -108$

$n < 13{,}5$

Portanto, a quantidade máxima de fileiras é 13 e o número de latas nesta fileira será dada por:

$a_{13} = 100 + (13-1)\cdot(-8)$

$a_{13} = 4$

Resposta da questão 55: [D]

É fácil ver que o jardineiro fará $\dfrac{60}{3} = 20$ viagens. Além disso, as distâncias percorridas pelo jardineiro, em cada viagem, constituem a progressão aritmética $(34, 40, 46, \ldots, 148)$. Portanto, segue que o resultado pedido é igual a $\left(\dfrac{34+148}{2}\right)\cdot 20 = 1820$ m.

Resposta da questão 56: [B]

A sequência é uma P.A de 10 termos, pois sua variação é constante, pois no gráfico os pontos pertencem a uma mesma reta.
P.A (56, _, _, _, _, _, _, _, _, 0)
A soma dos 10 primeiros termos da P.A. será dada por:

$S_{10} = \dfrac{(56+0)\cdot 10}{2} = 280$

Resposta da questão 57: [D]

Queremos calcular a_{20}. Logo, desde que $S_{20} = S_{19} + a_{20}$, temos

$$2\cdot 20^2 - 20 = 2\cdot 19^2 - 19 + a_{20} \Leftrightarrow a_{20} = 2\cdot(20-19)\cdot(20+19) - 1$$
$$\Leftrightarrow a_{20} = 77.$$

Resposta da questão 58: [D]

As distâncias percorridas do almoxarifado até cada uma das prateleiras (*apenas ida*) são:

$$(3, 5, 7, \ldots, a_{50})$$

$$a_{50} = a_1 + 49\cdot r \implies a_{50} = 3 + 49\cdot 2$$

$$a_{50} = 101$$

Logo, a soma de todas essas distâncias será:

$$S_{50} = \frac{(3+101)\cdot 50}{2} = 2600$$

Como queremos a soma das distâncias de ida e de volta, teremos $2 \times 2600 = 5200\ m$.

Entretanto, devemos subtrair do último resultado, o valor correspondente a distância da última prateleira ao almoxarifado, uma vez que a empilhadeira não faz a viagem de volta, assim, a distância total percorrida será

$$5200 - 101 = 5099\ m$$

Resposta da questão 59: [B]

O número de bolas brancas cresce segundo a sequência $(1, 4, 9, 16, \ldots, n^2, \ldots)$, enquanto que o número de bolas verdes cresce segundo a sequência $(4, 6, 8, 10, \ldots, 2n+2, \ldots)$, com n sendo o número da figura.
Portanto, o número da figura que terá a quantidade de bolas brancas superando a de bolas verdes em 286 é tal que

$$n^2 = 2n + 2 + 286 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 288 = 0$$
$$\Rightarrow n = 18.$$

Resposta da questão 60: [C]

$$(3, 5, 7, \ldots)$$

$$a_{100} = 3 + 99\cdot 2 = 201\ lados$$

Resposta da questão 61: [C]

As distâncias diárias percorridas pelo bulldog correspondem a uma progressão aritmética de primeiro termo 60 km e razão r km. Logo, sabendo que a soma dos n primeiros termos dessa progressão é igual a 1.560 km e que a distância percorrida no último dia foi de 180 km, temos

$$1560 = \left(\frac{60+180}{2}\right)\cdot n \Leftrightarrow n = 13.$$

Portanto, segue que

$$180 = 60 + (13-1)\cdot r \Leftrightarrow r = 10\text{km}.$$

Resposta da questão 62: [C]

$$a_1 = 400$$
$$a_{10} = 310 \implies a_1 + 9r = 310$$

$$400 + 9r = 310 \implies r = -10$$

O valor da 30ª parcela é igual a

$$a_{30} = a_1 + 29r = 400 + 29 \cdot (-10) = 110.$$

O valor total pago por esse iphone é dado pela soma dos 30 termos dessa P.A., ou seja,

$$S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = \frac{(400 + 110) \cdot 30}{2} = R\$\,7650{,}00.$$

Resposta da questão 63: [B]

$$PA: \begin{cases} a_1 = 15 \\ r = 3 \end{cases}$$

O número de poltronas da última fileira é

$$a_9 = a_1 + 8r = 15 + 8 \cdot 3 = 39$$

O total de poltronas desse teatro será dado pela soma dos nove termos da P.A., ou seja,

$$S_9 = \frac{(a_1 + a_9) \cdot 9}{2} = \frac{(15 + 39) \cdot 9}{2} = 243$$

Resposta da questão 64: [C]

O número de vigas em cada grade cresce segundo a progressão aritmética $(5, 9, 13, \ldots, 4n+1)$, com n sendo um natural não nulo. Logo, se cada viga mede $0{,}5\text{ m}$ e a última grade foi feita com $136{,}5$ metros lineares de vigas, então

$$(4n+1) \cdot 0{,}5 = 136{,}5 \Leftrightarrow n = 68.$$

Portanto, o comprimento total de vigas necessárias para fazer a sequência completa de grades, em metros, foi de

$$0{,}5 \cdot \left(\frac{5 + 273}{2}\right) \cdot 68 = 4.726.$$