Estratégia
Militares

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES

HIDROSTÁTICA E HIDRODINÂMICA

LISTA EXTRA 2

Prof. Vinícius Fulconi

HIDROSTÁTICA E HIDRODINÂMICA

9 DE NOVEMBRO DE 2021

SUMÁRIO

HORA DE PRATICAR!

1. LISTA DE EXERCÍCIOS

1. (ITA – 1983)

Álcool, cuja densidade de massa é de 0,80 g/cm3 está passando através de um tubo como mostra a figura. A secção reta do tubo em a é 2 vezes maior do que em b. Em a a velocidade é de $v_a = 5\ m/s$, a altura $H_a = 10\ m$ e a pressão P_a = 7,0 x 103 N/m2. Se a altura em b é $H_b = 1\ m$ a velocidade e a pressão b são:

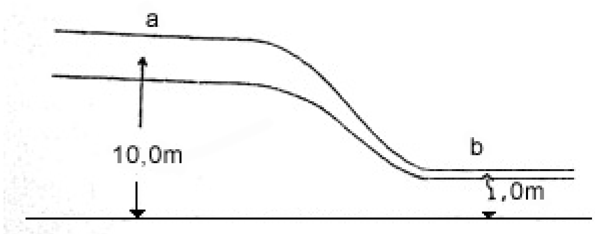
a) 0,10 m/s e $7{,}9 \cdot 10^4$ N/m²

b) 10 m/s e $4 \cdot 10^2$ N/m²

c) 0,10 m/s e $4{,}9 \cdot 10^2$ N/m²

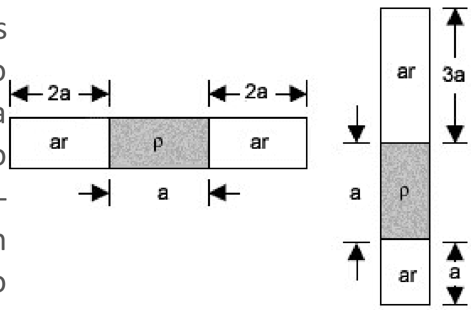
d) 10 m/s e $4{,}9 \cdot 10^4$ N/m²

e) 10 m/s e $7{,}9 \cdot 10^4$ N/m²



2. (ITA - 1986)

Um tubo capilar de comprimento “5a” é fechado em ambas as extremidades. E contém ar seco que preenche o espaço no tubo não ocupado por uma coluna de mercúrio de massa específica ρ e comprimento “a”. Quando o tubo está na posição horizontal, as colunas de ar seco medem “2 a” cada. Levando-se lentamente o tubo à posição vertical as colunas de ar têm comprimentos “a” e “3 a”. Nessas condições, a pressão no tubo capilar quando em posição horizontal é:



a) 3g ρ a/4

b) 2g ρ a/5

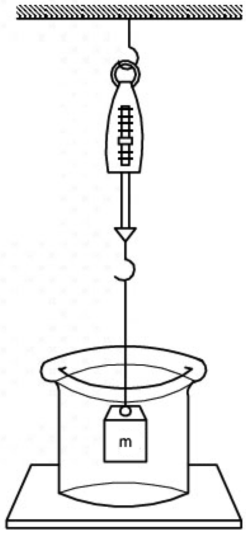
c) 2g ρ a/3

d) 4g ρ a/3

e) 4g ρ a/5

3. (ITA – 1987)

Um bloco de urânio de peso 10N está suspendo a um dinamômetro e submerso em mercúrio de massa específica 13,6 x 103 kg/m3, conforme a figura. A leitura no dinamômetro é 2,9N. Então, a massa específica do urânio é:



a) 5,5 x 103 kg/m3

b) 24 x 103 kg/m3

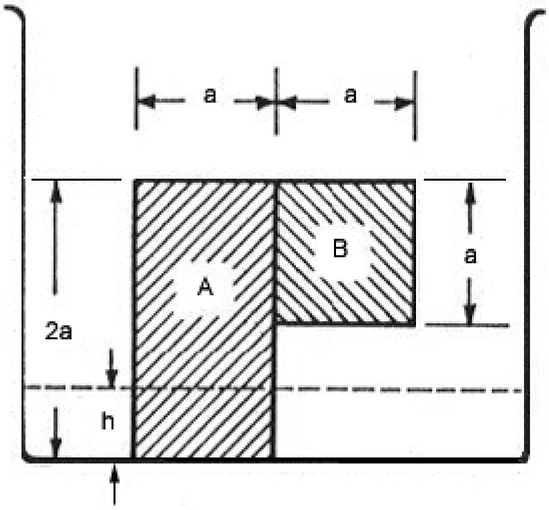
c) 19 x 103 kg/m3

d) 14 x 103 kg/m3

e) 2,0 x 10-4 kg/m3

4. (ITA - 1988)

Dois blocos, A e B, homogêneos e de massa específica 3,5 g/cm3 e 6,5 g/cm3, respectivamente, foram colados um no outro e o conjunto resultante foi colocado no fundo (rugoso) de um recipiente, como mostra a figura. O bloco A tem o formato de um paralelepípedo retangular de altura 2a, largura a e espessura a. O bloco B tem o formato de um cubo de aresta a. Coloca-se, cuidadosamente, água no recipiente até uma altura h, de modo que o sistema constituído pelos blocos A e B permaneça em equilíbrio, isto é, não tombe. O valor máximo de h é:



a) 0

b) 0,25 a

c) 0,5 a

d) 0,75 a

e) a

5. (ITA - 1988)

Uma haste homogênea e uniforme de comprimento L, secção reta de área A, e massa específica ρ é livre de girar em torno de um eixo horizontal fixo num ponto P localizado a uma distância d = L/2 abaixo da superfície de um líquido de massa específica 2ρ . Na situação de equilíbrio estável, a haste forma com a vertical um ângulo igual a:

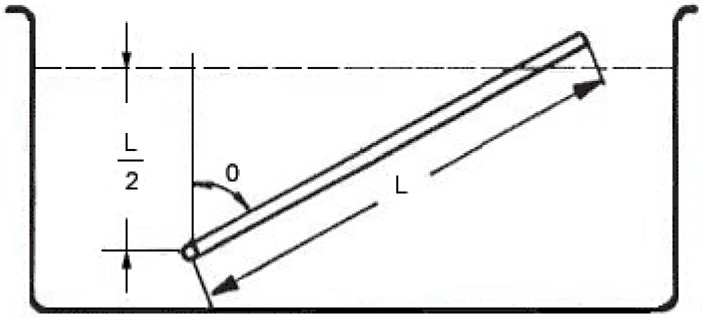
a) 45º

b) 60º

c) 30º

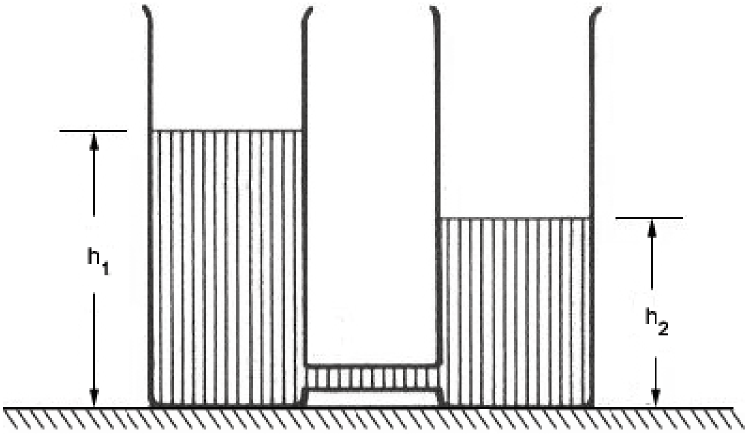
d) 75º

e) 15º



6. (ITA - 1988)

Dois baldes cilíndricos idênticos, com as suas bases apoiadas na mesma superfície plana, contém água até as alturas h_1 e h_2, respectivamente. A área de cada base é A. Faz-se a conexão entre as bases dos dois baldes com o auxílio de uma fina mangueira. Denotando a aceleração da gravidade por g e a massa específica da água pôr ρ, o trabalho realizado pela gravidade no processo de equalização dos níveis será:



a) $\rho A g(h_1 - h_2)/4$

b) $\rho A g\ (h_1 - h_2)/2$

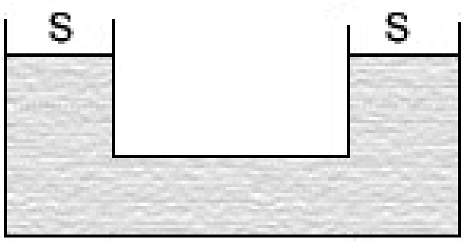
c) $nulo$

d) $\rho A g(h_1 + h_2)/4$

e) $\rho A g(h_1 - h_2)/2$

7. (ITA - 1993)

Os dois vasos comunicantes da figura abaixo são abertos, têm seções retas iguais a S e contêm um líquido de massa específica ⍰. Introduz-se no vaso esquerdo um cilindro maciço e homogêneo de massa M, seção $S' < S$ e menos denso que o líquido. O cilindro é introduzido e abandonado de modo que no equilíbrio seu eixo permaneça vertical. Podemos afirmar que no equilíbrio o nível de ambos os vasos sobe:



a) $M/[\rho(S - S')]$

b) $M/[\rho(2S - S')]$

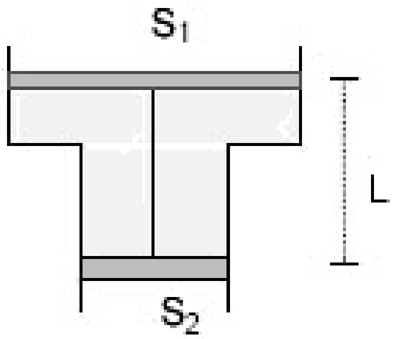
c) $M/[2\rho(2S - S')]$

d) $2M/[2\rho(2S - S')]$

e) $M/[2\rho S]$

8. (ITA - 1993)

Um recipiente, cujas secções retas dos êmbolos valem S1 e S2, está cheio de um líquido de densidade ρ, como mostra a figura. Os êmbolos estão unidos entre si por um arame fino de comprimento l. Os extremos do recipiente estão abertos. Despreze o peso dos êmbolos, do arame e quaisquer atritos. Quanto vale a tensão T no arame?



9. (ITA - 1997)

Um anel, que parece ser de ouro maciço, tem massa de 28,5 g. O anel desloca 3 cm3 de água quando submerso. Considere as seguintes afirmações:

I- O anel é de ouro maciço.

II- O anel é oco e o volume da cavidade 1,5 cm3.

III- O anel é oco e o volume da cavidade 3,0 cm3.

IV- O anel é feito de material cuja massa específica é a metade da do ouro.

Das afirmativas mencionadas:

a) Apenas I é falsa.

b) Apenas III é falsa.

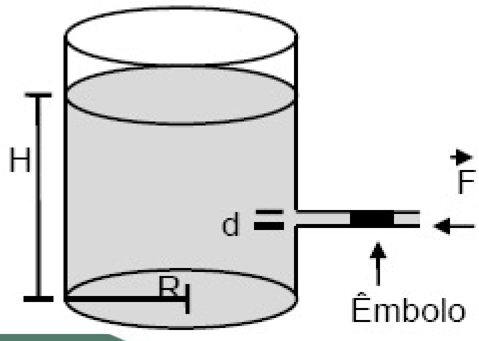
c) Apenas I e III são falsas.

d) Apenas II e IV são falsas.

e) Qualquer uma pode ser correta.

10. (ITA - 1997)

Um recipiente de raio R e eixo vertical contém álcool até uma altura H. Ele possui, à meia altura da coluna de álcool, um tubo de eixo horizontal cujo diâmetro d é pequeno comparado a altura da coluna de álcool, como mostra a figura. O tubo é vedado por um êmbolo que impede a saída de álcool, mas que pode deslizar sem atrito através do tubo. Sendo p a massa específica do álcool, qual é a magnitude da força F necessária para manter o êmbolo sua posição?



11. (ITA - 1997)

Um vaso comunicante em forma de U possui duas colunas da mesma altura h = 42,0 cm, preenchidas com água até a metade. Em seguida, adiciona-se óleo de massa específica igual a 0,80 g/cm3 a uma das colunas até a coluna estar totalmente preenchida, conforme a figura B. A coluna de óleo terá comprimento de:

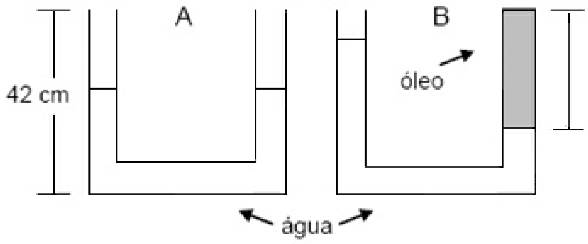
a) 14,0 cm

b) 16,8 cm.

c) 28,0 cm

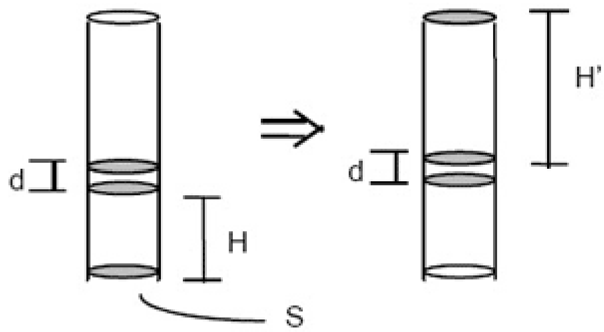
d) 35,0 cm.

e) 37,8 cm.



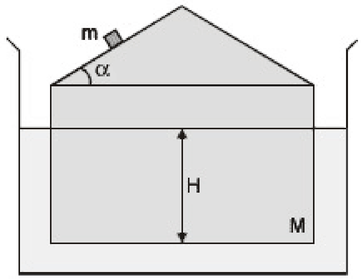
12. (ITA - 1997)

Um tubo vertical de secção S, fechado em uma extremidade, contém um gás, separado da atmosfera por um êmbolo de espessura d e massa específica ρ. O gás, suposto perfeito, está à temperatura ambiente e ocupa um volume V = SH (veja figura). Virando o tubo tal que a abertura fique voltada para baixo, o êmbolo desce e o gás ocupa um novo volume, V = SH'. Denotando a pressão atmosférica por P0, qual é a nova altura H?



13. (ITA - 2005)

Um pequeno objeto de massa m desliza sem atrito sobre um bloco de massa M com o formato de uma casa (veja figura). A área da base do bloco é S e o ângulo que o plano superior do bloco forma com a horizontal é ⍰. O bloco flutua em um líquido de densidade ρ, permanecendo, por hipótese, na vertical durante todo o experimento. Após o objeto deixar o plano e o bloco voltar à posição de equilíbrio, o decréscimo da altura submersa do bloco é igual a:



a) $m \cdot sen^2\alpha / S\rho$

b) $m \cdot cos^2\alpha / S\rho$

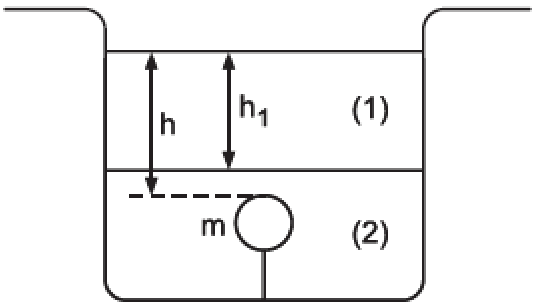
c) $m \cdot cos\alpha / S\rho$

d) $m / S\rho$

e) $m + M / S\rho$

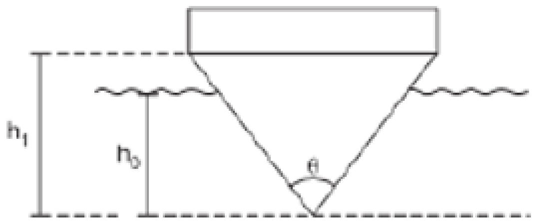
14. (ITA – 2007)

A figura mostra uma bolinha de massa m = 10 g presa por um fio que a mantém totalmente submersa no líquido (2), cuja densidade é cinco vezes a densidade do líquido (1), imiscível, que se encontra acima. A bolinha tem a mesma densidade do líquido (1) e sua extremidade superior se encontra a uma profundidade h em relação à superfície livre. Rompido o fio, a extremidade superior da bolinha corta a superfície livre do líquido (1) com velocidade de 8,0 m/s. Considere aceleração da gravidade g = 10 m/s2, h1 = 20 cm, e despreze qualquer resistência ao movimento de ascensão da bolinha, bem como o efeito da aceleração sofrida pela mesma ao atravessar a interface dos líquidos. Determine a profundidade h.



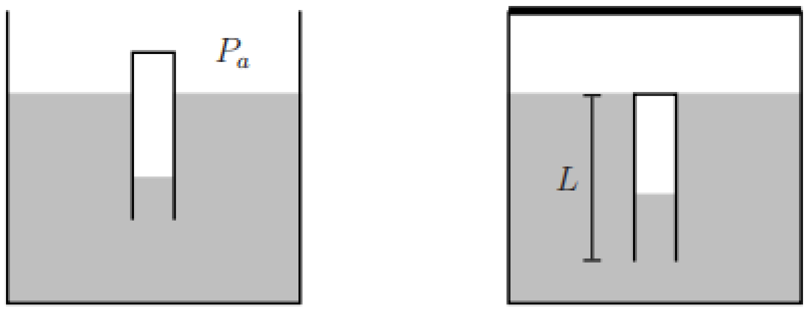
15. (ITA-2009)

Uma balsa tem o formato de um prisma reto de comprimento L e seção transversal como vista na figura. Quando sem carga, ela submerge parcialmente até a uma profundidade h0. Sendo ρ a massa específica da água e g a aceleração da gravidade, e supondo seja mantido o equilíbrio hidrostático, determine a carga P que a balsa suporta quando submersa a uma profundidade h1.



16. (ITA-2009)

Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa m, comprimento L e área da seção transversal A. Sendo g a aceleração da gravidade, ρ a massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:

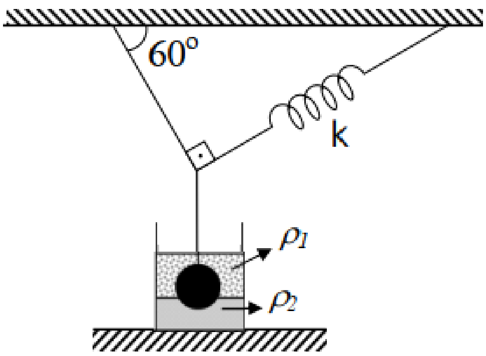


a) o comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica P_a.

b) e, o comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado possibilite uma posição de equilíbrio em que o topo do tubo se situe no nível da água (ver figura).

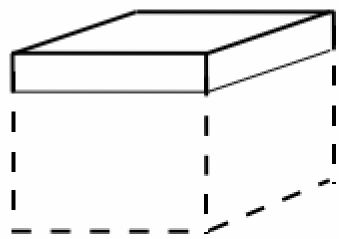
17. (ITA-2010)

Uma esfera maciça de massa específica ρ e volume V está imersa entre dois líquidos, cujas massas específicas são ρ_1e ρ_2, respectivamente, estando suspensa por uma corda e uma mola de constante elástica k, conforme mostra a figura. No equilíbrio, 70% do volume da esfera está no líquido 1 e 30 % no líquido 2. Sendo g a aceleração da gravidade, determine a força de tração na corda.



18. (ITA – 2011)

Um cubo maciço homogêneo com $4{,}0\ cm$ de aresta flutua na água tranquila de uma lagoa, de modo a manter 70% da área total da sua superfície em contato com a água, conforme mostra a figura. A seguir, uma pequena rã se acomoda no centro da face superior do cubo e este se afunda mais $0{,}50\ cm$ na água. Assinale a opção com os valores aproximados da densidade do cubo e da massa da rã, respectivamente.



a) $0{,}20\ g/cm^3$ e $6{,}4\ g$

b) $0{,}70\ g/cm^3$ e $6{,}4\ g$

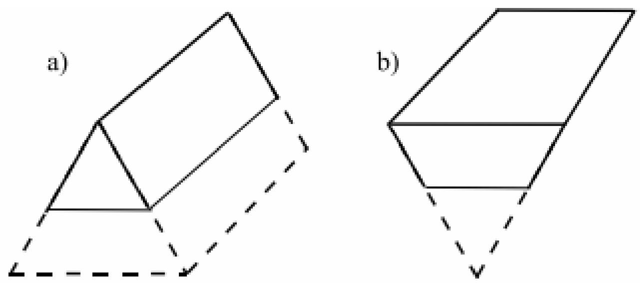
c) $0{,}70\ g/cm^3$ e $8{,}0\ g$

d) $0{,}80\ g/cm^3$ e $6{,}4\ g$

e) $0{,}80\ g/cm^3$ e $8{,}0\ g$

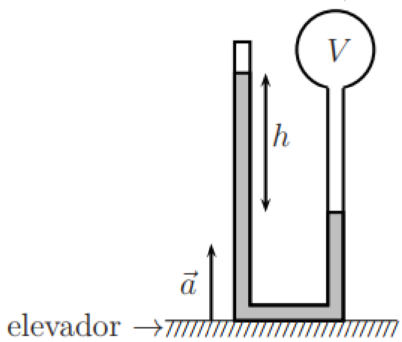
19. (ITA – 2011)

Um bloco, com distribuição homogênea de massa, tem o formato de um prisma regular cuja seção transversal é um triângulo equilátero. Tendo $0{,}5\ g/cm^3$ de densidade, tal bloco poderá flutuar na água em qualquer das posições mostradas na figura. Qual das duas posições será a mais estável? Justifique sua resposta. Lembrar que o baricentro do triângulo se encontra a $2/3$ da distância entre um vértice e seu lado oposto.



20. (ITA – 2012)

No interior de um elevador encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contendo um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido à temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de $10\ cm$ entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo. Com o elevador subindo com aceleração constante $\vec{a}$ (ver figura), os níveis do líquido



sofrem um deslocamento de altura de $1{,}0\ cm$. Pode-se dizer então que a aceleração do elevador é igual a

a) -1,1 m/s2.

b) -0,91 m/s2.

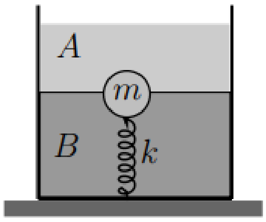
c) 0,91 m/s2.

d) 1,1 m/s2.

e) 2,5 m/s2.

21. (ITA – 2013)

Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B, com densidades respectivas ρ_A e ρ_B. Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa $m = 5\ kg$, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica $k = 800\ N/m$, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de



a) 0 m.

b) 9/16 m.

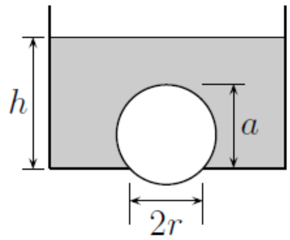
c) 3/8 m.

d) 1/4 m.

e) 1/8 m.

22. (ITA – 2014)

Uma esfera de massa m tampa um buraco circular de raio r no fundo de um recipiente cheio de água de massa específica ρ. Baixando-se lentamente o nível da água, num dado momento a esfera se desprende do fundo do recipiente. Assinale a alternativa que expressa a altura h do nível de água para que isto aconteça, sabendo que o topo da esfera, a uma altura a do fundo do recipiente, permanece sempre coberto de água.



a) $m/\rho\pi a^2$

b) $m/\rho\pi r^2$

c) $a(3r^2 + a^2)/(6r^2)$

d) $a/2\ - m/\rho\pi r^2$

e) $a(3r^2 + a^2)/(6r^2) - m/\rho\pi r^2$

23. (ITA – 2015)

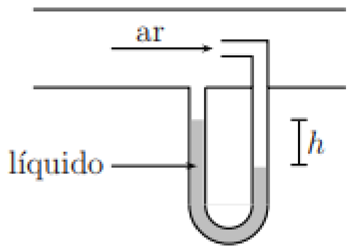
Um tubo em forma de U de seção transversal uniforme, parcialmente cheio até uma altura

h com um determinado líquido, é posto num veículo que viaja com aceleração horizontal, o que resulta numa diferença de altura z do líquido entre os braços do tubo interdistantes de um comprimento L. Sendo desprezível o diâmetro do tubo em relação à L, a aceleração do veículo é dada por

a) $\frac{2zg}{L}$ b) $\frac{(h-z)g}{L}$ c) $\frac{(h+z)g}{L}$ d) $\frac{2gh}{L}$ e) $\frac{zg}{L}$

24. (ITA – 2016)

Um estudante usa um tubo de Pitot esquematizado na figura para medir a velocidade do ar em um túnel de vento. A densidade do ar é igual a $1{,}2\ \mathrm{kg/m^3}$ e a densidade do líquido é $1{,}2 \cdot 10^4\ \mathrm{kg/m^3}$, sendo $\mathrm{h} = 10\ \mathrm{cm}$. Nessas condições a velocidade do ar ó aproximadamente igual a



a) $1{,}4\ \mathrm{m/s}$

b) $14\ \mathrm{m/s}$

c) $1{,}4 \cdot 10^2\ \mathrm{m/s}$

d) $1{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$

e) $1{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}$

25. (ITA – 2016)

Balão com gás Hélio inicialmente a $27°C$ de temperatura c pressão de $1{,}0\ atm$, as mesmas do ar externo, sobe até o topo de uma montanha, quando o gás se resfria a $-23°C$ e sua pressão reduz-se a 0,33 de atm, também as mesmas do ar externo. Considerando invariável a aceleração da gravidade na subida, a razão entre as forças de empuxo que atuam no balão nestas duas posições é

a) 0,33. b) 0,40. c) 1,0. d) 2,5. e) 3,0.

26. (ITA – 2016)

Um corpo flutua estavelmente em um tanque contendo dois líquidos imiscíveis, um com o dobro da densidade do outro, de tal forma que as interfaces líquido/líquido e líquido/ar dividem o volume do corpo exatamente em três partes iguais. Sendo completamente removido o líquido mais leve, qual proporção do volume do corpo permanece imerso no líquido restante?

a) ½

b) ¼

c) ¾

d) 2/5

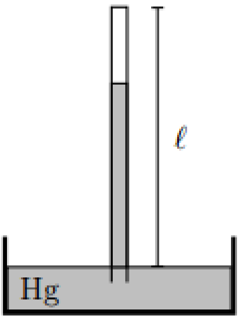
e) 3/5

27. (ITA-2016)

Um cilindro vertical de seção reta de área A_1, fechado, contendo gás e água é posto sobre um carrinho que pode se movimentar horizontalmente sem atrito. A uma profundidade h do cilindro, há um pequeno orifício de área A_2 por onde escoa a água. Num certo instante a pressão do gás é p, a massa de água, M_a e a massa restante do sistema, M. Determine a aceleração do carrinho nesse instante mencionado em função dos parâmetros dados. Justifique as aproximações eventualmente realizadas.

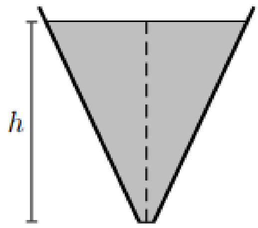
28. (ITA – 2017)

Em equilíbrio, o tubo emborcado da figura contém mercúrio e ar aprisionado. Com a pressão atmosférica de 760 mm de Hg a uma temperatura de 27°C, a altura da coluna de mercúrio é de 750 mm. Se a pressão atmosférica cai a 740 mm de Hg a uma temperatura de 2°C, a coluna de mercúrio é de 735 mm. Determine o comprimento l aparente do tubo.



29. (ITA – 2018)

Na figura, o tanque em forma de tronco de cone, com $10{,}0\ cm$ de raio da base, contém água até o nível de altura $h = 500\ cm$, com $100\ cm$ de raio da superfície livre. Removendo-se a tampa da base, a água começa a escoar e, nesse instante, a pressão no nível a $15{,}0\ cm$ de altura é de



a) 100 kPa.

b) 102 kPa.

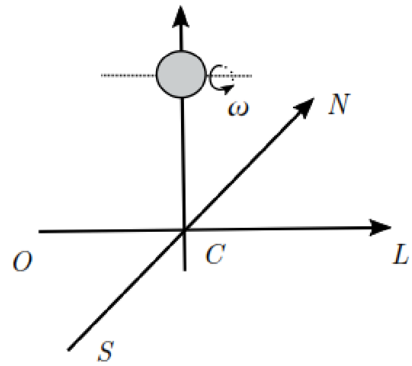
c) 129 kPa.

d) 149 kPa.

e) 150 kPa.

30. (ITA – 2019)

Uma bola é deixada cair conforme mostra a figura. Inicialmente, ela gira com velocidade angular ω no sentido anti-horário para quem a observa do Leste, sendo nula a velocidade do seu centro de massa. Durante a queda, o eixo de rotação da bola permanece sempre paralelo à direção oeste-leste. Considerando o efeito do ar sobre o movimento de queda da bola, são feitas as seguintes afirmações:



I. A bola está sujeita apenas a forças verticais e, portanto, cairá verticalmente.

II. A bola adquire quantidade de movimento para o norte (N) ou para o oeste (O).

III. A bola adquire quantidade de movimento para o leste (L) ou para o sul (S).

IV. Quanto maior for a velocidade angular ω da bola, mais ela se afastará do ponto C.

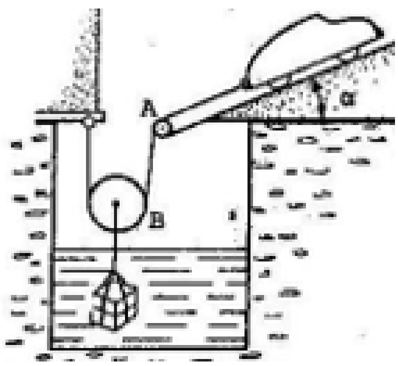
Está(ão) correta(s) apenas

a) I. b) II e IV. c) III e IV. d) III. e) II.

31. (IME)

Dois líquidos imiscíveis em um tubo em U (seção constante) tem as densidades na relação de dez para um: o menos denso tem a superfície livre $10\ cm$ acima da separação dos líquidos. Qual a diferença de nível entre as superfícies livres nos dois ramos do tubo?

32. (IME – 1982)

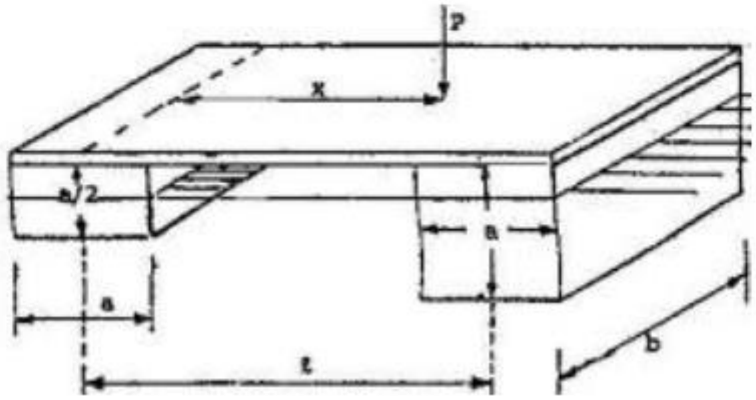


O automóvel de massa m_1, representado na figura, está subindo a rampa de inclinação com uma aceleração constante. Preso ao automóvel existe um cabo de massa desprezível o qual passa por uma roldana fixa A e por uma roldana móvel B, ambas de massa desprezível, tendo finalmente a outra extremidade fixa em D. Ao eixo da roldana móvel, cujos fios são paralelos, está presa uma caixa cúbica de volume V e massa m_2 imersa em um líquido de massa específica ρ. Sabendo-se que o automóvel, partindo do repouso, percorreu um espaço "e" em um intervalo de tempo t e que a caixa permaneceu inteiramente submersa neste período, calcular a força desenvolvida pelo conjunto motor do automóvel. Desprezar a resistência oferecida pelo líquido ao deslocamento da caixa.

33. (IME – 1982)

O flutuador da figura é constituído de duas vigas de madeira de comprimento b e seções $(a \times a)$ e $(a \times \frac{a}{2})$ distantes l de centro a centro. Sobre as vigas existe uma plataforma de peso desprezível. Determinar, em função de $a, b, l, P\ e\ \gamma$ a posição da carga x para que a plataforma permaneça na horizontal.

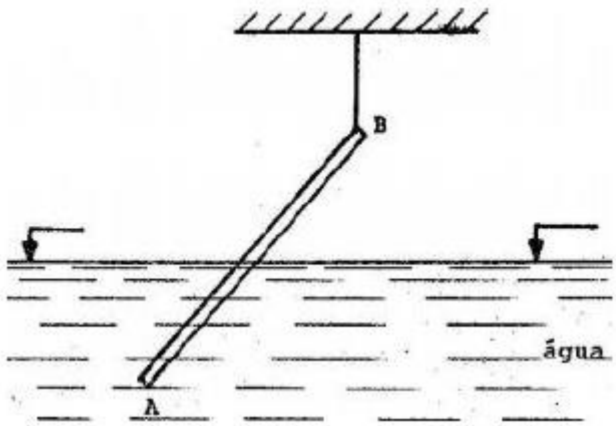
Dados:



- $\gamma =$ peso específico da água.
- Densidade da madeira em relação à água = 0,80.

34. (IME – 1986)

Uma barra uniforme e delgada AB de 3,6 m de comprimento, pesando 120 N, é segura na extremidade B por um cabo, possuindo na extremidade A um peso de chumbo de 60N. A barra flutua, em água, com metade do seu comprimento submerso, como é mostrado na figura abaixo.



Desprezando empuxo sobre o chumbo, calcule:

a) O valor da força de tração no cabo.

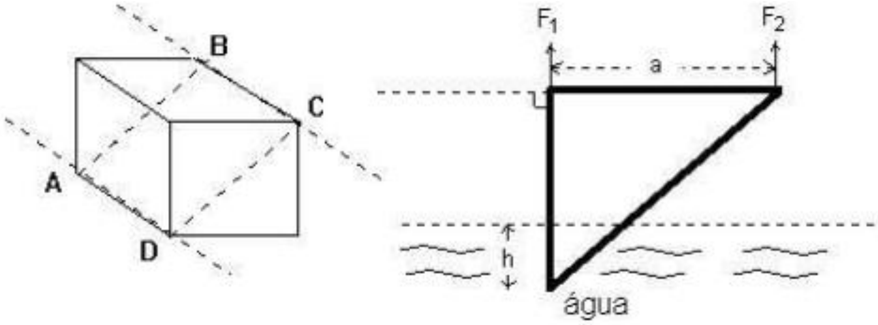
b) O volume total da barra.

Dados:

- g = 10 m/s² - aceleração da gravidade;
- ρ = 1000 kg/m³ - massa específica da água.

35. (IME – 1999)

Um objeto de massa m é construído ao seccionar-se ao meio um cubo de aresta a pelo plano que passa pelos seus vértices $ABCD$, como mostrado nas figuras abaixo. O objeto é parcialmente imerso em água, mas mantido em equilíbrio por duas forças F_1 e F_2. Determine:



a) o módulo do empuxo que age sobre o objeto;

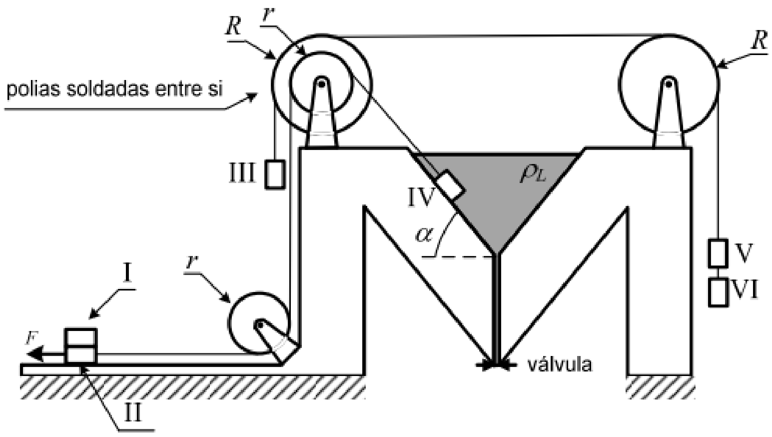
b) os pontos de aplicação do empuxo e do peso que agem sobre o objeto;

c) os módulos e os pontos de aplicação das forças verticais F_1 e F_2 capazes de equilibrar o objeto.

Dados:

- aceleração da gravidade (g);
- massa específica da água (μ);
- profundidade de imersão (h);
- a massa m é uniformemente distribuída pelo volume do objeto.

36. (IME – 2016)



Seis blocos idênticos, identificados conforme a figura, encontram-se interligados por um sistema de cordas e polias ideais, inicialmente em equilíbrio estático sob ação de uma força F, paralela ao plano de deslizamento do bloco II e sentido representado na figura. Considere que: o conjunto de polias de raios r e R são solidárias entre si; não existe deslizamento entre os cabos e as polias; e existe atrito entre os blocos I e II e entre os blocos II e IV com as suas respectivas superfícies de contato. Determine:

a) o menor valor do módulo da força F para que o sistema permaneça em equilíbrio estático;

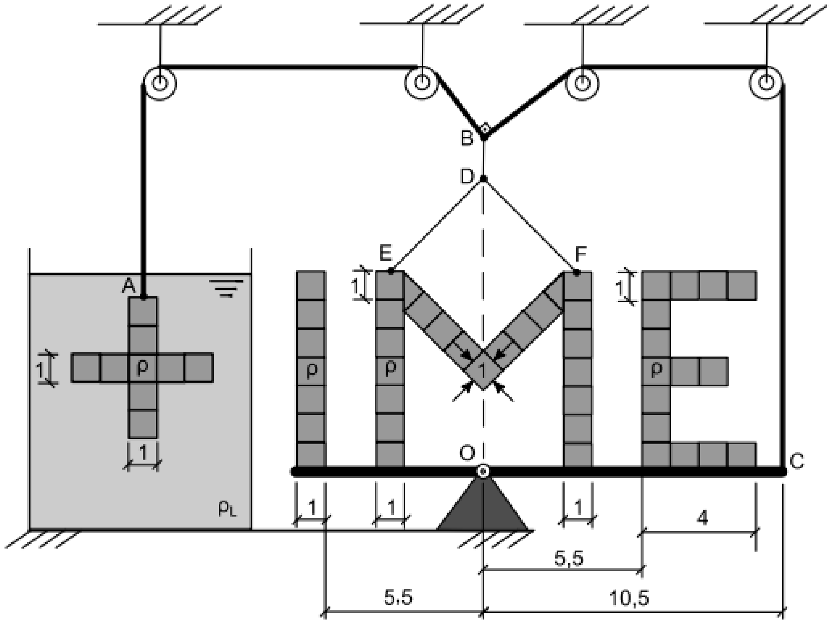
b) o maior valor do módulo da força F para que o sistema permaneça em equilíbrio estático quando a válvula for aberta e o líquido totalmente escoado;

c) o maior valor do módulo da força F para que não haja deslizamento entre os blocos I e II, admitindo que a válvula tenha sido aberta, o tanque esvaziado e a força F aumentado de modo que o sistema tenha entrado em movimento.

Dados:

- aceleração da gravidade: g;
- massa específica de cada bloco: ρ_B;
- volume de cada bloco: V_B;
- massa específica do líquido: ρ_L;
- coeficiente de atrito entre os blocos I e II: μ;
- coeficiente de atrito estático entre o bloco II e o solo: $1{,}5\ \mu$;
- coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco II e o solo: $1{,}4\ \mu$;
- coeficiente de atrito estático entre o bloco IV e a superfície com líquido: $0{,}5\ \mu$;
- coeficiente de atrito estático entre o bloco IV e a superfície sem líquido: $0{,}85\ \mu$;
- coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco IV e a superfície sem líquido: $0{,}75\ \mu$
- ângulo entre a superfície de contato do bloco IV e a horizontal: α.

37. (IME – 2017)



O sistema apresentado na figura encontra-se em equilíbrio estático, sendo composto por quatro corpos homogêneos, com seção reta na forma "+ I M E". O corpo "+" está totalmente imerso em um líquido e sustentado pela extremidade A de um fio flexível ABC, de peso desprezível, que passa sem atrito por polias fixas ideais. Sabe-se que, no ponto B, o fio forma um ângulo de 90° e sustenta parcialmente o peso do corpo "M". Finalmente, na extremidade C, o fio é fixado a uma plataforma rígida de peso desprezível e ponto de apoio O, onde os corpos "I M E" estão apoiados. Diante do exposto, determine:

a) a intensidade da força de tração no fio BD;

b) a intensidade da força de cada base do corpo "M" sobre a plataforma.

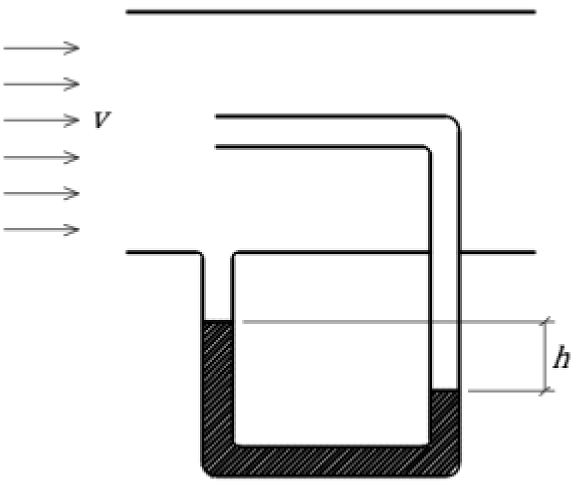
Observação:

- dimensão das cotas dos corpos "+ I M E" na figura em unidade de comprimento (u.c.);
- considere fios e polias ideais; e
- existem dois meios cubos compondo a letra " M "

Dados:

- aceleração da gravidade: g;
- massa específica dos corpos "+ I M E": p;
- massa específica do líquido: $\rho_L = \rho/9$;
- espessura dos corpos "+ I M E": 1 u.c.; e
- comprimento dos fios $DE = DF$.

38. (IME – 2018)



A figura acima mostra esquematicamente um tipo de experimento realizado em um túnel de vento com um tubo de Pitot, utilizado para medir a velocidade v do ar que escoa no túnel de vento. Para isso, a diferença de nível h entre as colunas do líquido é registrada. Em um dia frio, o experimento foi realizado e foi obtido o valor de $10{,}00\ cm$ para a diferença de nível h. Em um dia quente, o experimento foi repetido e foi obtido o valor de $10{,}05\ cm$ para a diferença de nível h. Determine:

a) o valor do coeficiente de dilatação volumétrica do líquido no interior do tubo, sabendo que a variação de temperatura entre o dia quente e o dia frio foi de 25 K;

b) a velocidade do ar v.

Dados:

• a massa específica do líquido é 1.000 vezes maior que a massa específica do ar no dia frio; e

• aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$.

Considerações:

• a velocidade do ar no túnel de vento foi a mesma nos dois experimentos;

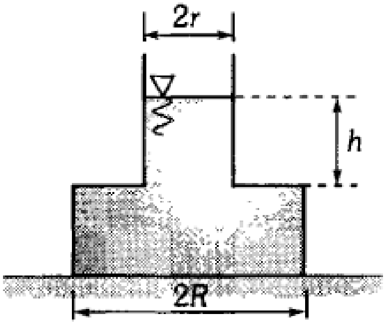
• a massa específica do ar foi a mesma nos dois experimentos;

• a aceleração da gravidade foi a mesma nos dois experimentos; e

• despreze a dilatação térmica da estrutura do tubo de Pitot.

39.

Um recipiente sem base, de peso P e de paredes cilíndricas encontra-se sobre uma mesa. A bordas do recipiente estão bem ajustadas a mesa. O recipiente começa a ser enchido com água até uma altura h, quando praticamente perde o contato com a mesa. Determine a densidade do líquido



a) $\frac{P}{2gh\pi(R^2-r^2)}$

b) $\frac{2P}{gh\pi(R^2-r^2)}$

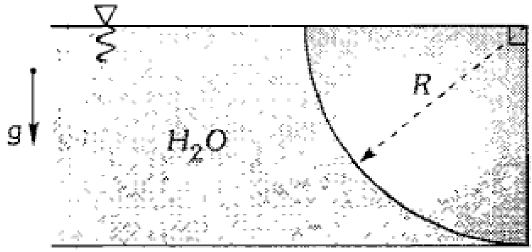
c) $\frac{P}{gh\pi R^2}$

d) $\frac{P}{gh\pi r^2}$

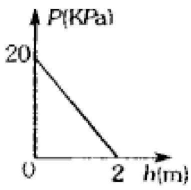
e) $\frac{P}{gh\pi(R^2-r^2)}$

40.

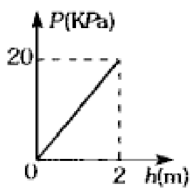
Determine o gráfico corresponde a pressão hidrostática na superfície do cilindro em função da profundidade h. ($R = 2\ m$; $g = 10\ m/s^2$).

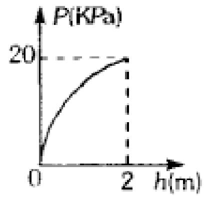


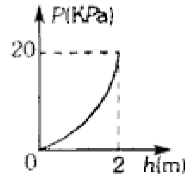
a)

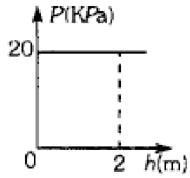


b)



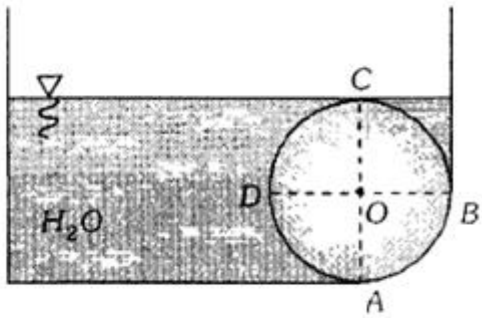
c) 

d) 

e) 

41.

O cilindro de raio R e geratriz L cobre completamente o buraco AB, impedindo que haja passagem de água. Em relação a força hidrostática, assinale a alternativa incorreta.



a) $\frac{3}{2}\rho_{água}gR^2L$, na direção horizontal

b) $0{,}5\rho_{água}gR^2L$, na direção vertical sobre a superfície BC

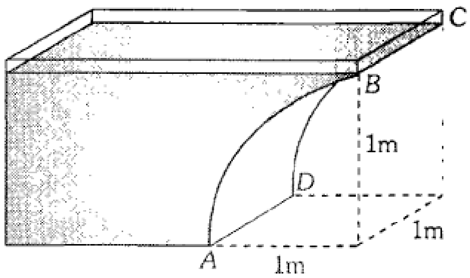
c) $\rho_{água}gR^2L$, na direção vertical sobre o volume ADC

d) $0{,}5\rho_{água}gR^2L$, na direção vertical para baixo

e) $2\rho_{água}gR^2L$ horizontal sobre BC

42.

O recipiente mostrado abaixo está cheio de água. Determine a força horizontal que exerce a água sobre a superfície $ABCD$ (parte de um cilindro) ($g = 10\ m/s^2$).



a) 2000 N b) 3000 N c) 4000 N d) 5000 N e) 7850 N

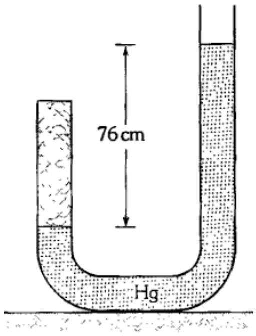
43.

Uma bolha de ar se desprende do fundo de um lago. Ao chegar à superfície seu volume havia triplicado. Determine a profundidade do lago.

a) 5 m b) 10 m c) 15 m d) 20 m e) 25 m

44.

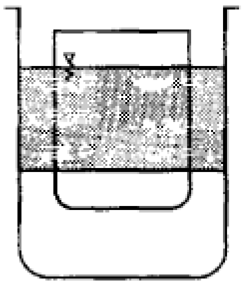
A coluna de ar mostrada na figura tem $18\ cm$. Que comprimento adicional de mercúrio deve-se colocar para que o volume de ar se reduza de 1/3?



a) $100\ cm$ b) $88\ cm$ c) $76\ cm$ d) $60\ cm$ e) $48\ cm$

45.

Um cilindro flutua parcialmente submergido em água e azeite, tal como mostra a figura abaixo. Se adicionamos mais azeite ao recipiente



a) o volume submerso em água aumenta.

b) o volume submerso em água não varia.

c) o volume submerso em água diminui.

d) o volume submerso em água diminui, mas rapidamente aumenta.

e) não é possível prever.

46.

Na superfície de separação de dois líquidos com densidades ρ_1 e ρ_2 flutua um objeto de densidade ρ $(\rho_1 < \rho < \rho_2)$. A altura do objeto vale h. Determine a profundidade submersa no segundo líquido.

a) $\frac{\rho_1}{\rho_2}h$

b) $\frac{\rho-\rho_1}{2\rho_1-\rho_2}h$

c) $\frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}h$

d) $\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho-\rho_1}h$

e) $\frac{\rho_1+\rho_2}{\rho}h$

47.

Um cubo de estanho ($\rho_{Sn} = 7{,}3\ g/cm^3$) de $16\ cm$ de aresta, flutua em mercúrio ($\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$). Se sobre o mercúrio coloca-se água; qual é a mínima espessura de água colocada para que cubra a face superior do cubo?

a) $2\ cm$

b) $3\ cm$

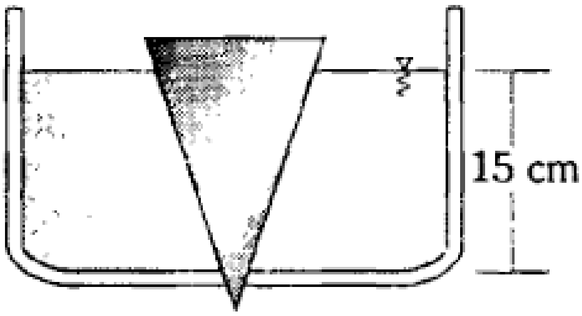
c) $4\ cm$

d) $6\ cm$

e) $8\ cm$

48.

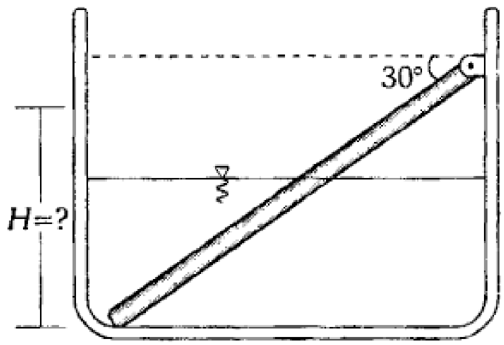
Um orifício de $400\ cm^2$ de área situado no fundo do recipiente que contém água é tampado por um cone. Se a altura do cone é $60\ cm$ e sua base tem área $1600\ cm^3$, qual é força hidrostática resultante que atua sobre o cone?



a) 15 N b) 25 N c) 35 N d) 45 N e) 60 N

49.

Uma barra homogênea de $10\ m$ de comprimento e $960\ kg/m^3$ de densidade se encontra parcialmente submersa em água, com sua extremidade livre apoiada no fundo do recipiente. Calcule a altura mínima de água para que a barra perca o contato com o fundo do recipiente.



a) 1 m

b) 2 m

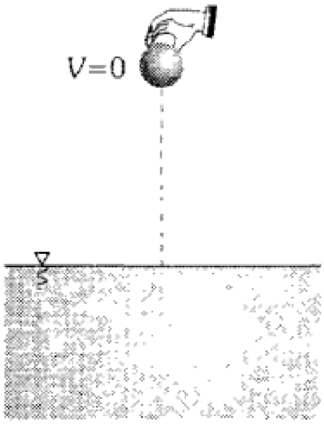
c) 4 m

d) 5 m

e) 6 m

50.

Uma esfera de $3\ kg$ e densidade $3000\ kg/m^3$ é solta sobre um lago. Se considerarmos que a densidade da água varia de acordo com a equação $\rho = (1000 + 2h) kg/m^3$ $(h = profundidade)$, determine o trabalho realizado pela força de empuxo até a esfera alcançar sua velocidade máxima. O lago é muito profundo e não apresenta viscosidade. $(g = 10\ m/s^2)$



a) 5 kJ

b) 10 kJ

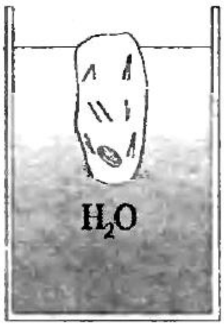
c) 15 kJ

d) 20 kJ

e) 25 kJ

51.

Dentro de um bloco de gelo há uma moeda de $20\ g$ e densidade $2\ g/cm^3$. Calcule o desnível da água quando o bloco de gelo derreter. A área do fundo do recipiente é $50\ cm^2$.



52.

Um tanque de dimensões $(3l\ x\ 2l\ x\ l)$ deve ser utilizado para transportar água em um caminhão que desenvolve uma aceleração de a m/s². A parte superior do tanque sempre deve estar destampada.

a) Como devemos posicionar o tanque para que transporte a máxima quantidade de água sem vazamento?

b) Calcule o volume máximo de água transportado nas condições do item (a).

53.

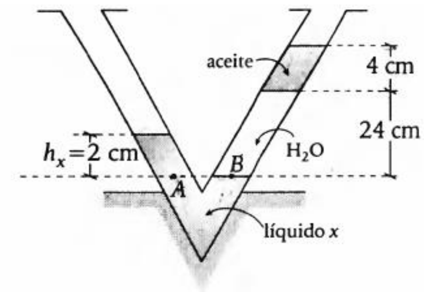
Um recipiente cilíndrico de massa m, raio R e parede de espessura desprezível tem o seu centro de gravidade a uma distância H da base. Qual a altura h do nível da água (densidade ρ) para a qual deve ser preenchido o recipiente, de tal forma que ele fique o mais estável possível.

54.

Um cilindro de madeira de comprimento L, raio R e densidade ρ tem uma pequena peça metálica de massa m (volume desprezível) fixada em umas das suas extremidades. Determine o menor valor possível de m, em função dos parâmetros fornecidos, que faz com que o cilindro flutue verticalmente em equilíbrio estável em um líquido de densidade σ.

55.

Sabendo que as densidades da água e do azeite são $1\ g/cm^3$ e $0{,}8\ g/cm^3$ respectivamente, determine a densidade do líquido x que se encontra em repouso.



a) 8, 4 g/cm³

b) 8, 7 g/cm³

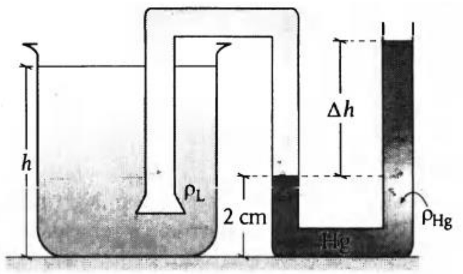
c) 9,2 g/cm³

d) 10,5 g/cm³

e) 13,6 g/cm³

56.

Determine a altura h do líquido contido no recipiente da figura abaixo, se mediante um tubo em S percebe-se que a diferença dos níveis de mercúrio é $\Delta h = 250\ mm$. Considere $\rho_L = 860\ kg/m^3$ e $\rho_{HG} = 13{,}6\ g/cm^3$.



a) 4,85 m

b) 4,13 m

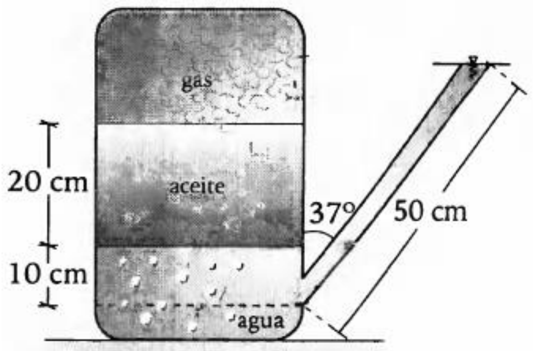
c) 3,97 m

d) 3,62 m

e) 2,86 m

57.

O sistema mostrado na figura abaixo está em repouso. Determine a pressão do gás. Dado: $\rho_{água} = 1000\ \frac{kg}{m^3};\ \rho_{azeite} = 800\frac{kg}{m^3};\ P_{atm} = 10^5\ Pa.$



a) 240 kPa

b) 101,4 kPa

c) 1,4 kPa

d) 0,14 kPa

e) 105,4 kPa

58.

O embolo que fecha o tubo tem massa de $8\ kg$ e se encontra em equilíbrio, como mostrado na figura abaixo. Que pressão suporta o gás 2, se as densidades dos líquidos A e B são $2\ g/cm^3$ e $3\ g/cm^3$ respectivamente? Dado: $P_{atm} = 10^5$.

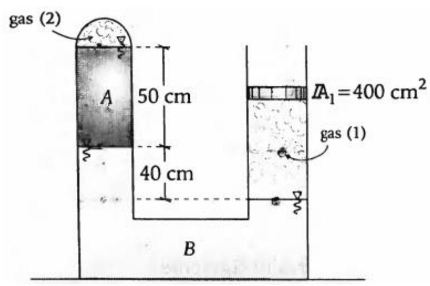
a) 80 kPa

b) 70 kPa

c) 800 kPa

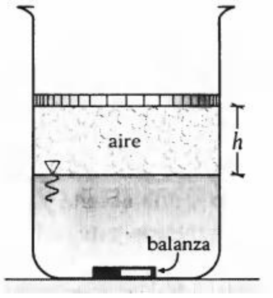
d) 90 kPa

e) 8 kPa



59.

No sistema em repouso a pequena balança de área $5\ cm^2$ indica $15\ N$. Se o embolo é erguido uma altura h a balança indica $5\ N$. Determine a pressão inicial do ar encerrado.



a) $10\ kPa$

b) $20\ kPa$

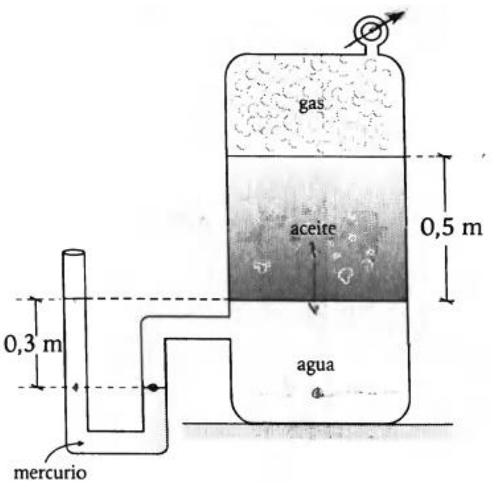
c) $30\ kPa$

d) $40\ kPa$

e) $50\ kPa$

60.

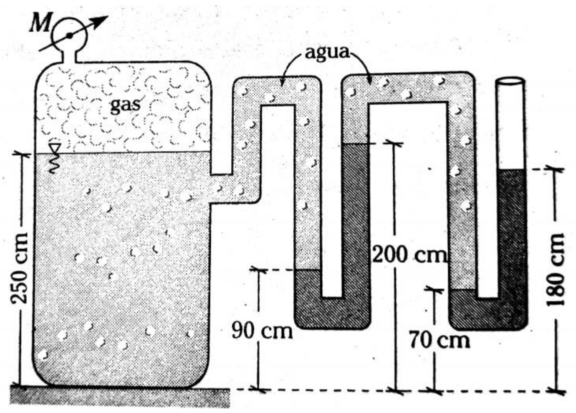
A figura abaixo mostra um sistema em repouso. Qual é a indicação do manômetro? Considere $\rho_{azeite} = 0{,}8\ g/cm^3$; $\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$.



a) 38,8 b) 36,8 c) 34,8 d) 33,8 e) 32,8

61.

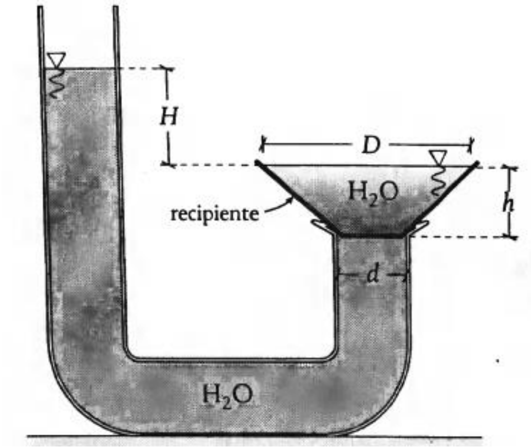
A partir do sistema que contêm água e mercúrio em repouso, qual é a leitura do manômetro (em $10^5\ Pa$)? $\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$.



a) 1,7 b) 2,7 c) 3,2 d) 3,8 e) 27

62.

Na figura abaixo, o recipiente de massa desprezível está em repouso, se o sistema é livre de atrito determine H/h, se D/d = 4.



a) 2,5

b) 3,75

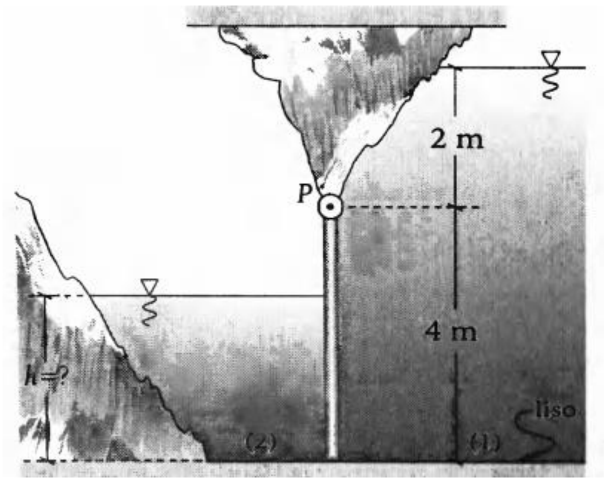
c) 4

d) 6

e) 4,25

63.

Uma comporta está separando dois líquidos na posição vertical, como é mostrado na figura abaixo. Determine a que altura se encontra o nível do líquido (2), de tal maneira que a comporta não se abra. Considere $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{28}{5}$.



a) 4,8 m

b) 4 m

c) 3 m

d) 2 m

e) 1 m

64.

Em uma piscina de águas tranquilas um jovem de 75 kg flutua de tal maneira que apenas seu nariz está fora da água. Determine o volume desse jovem, em litros.

a) 65

b) 75

c) 7,5

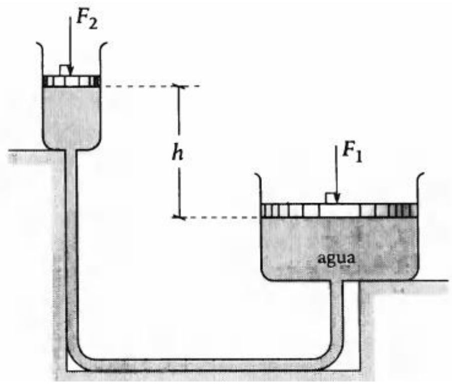
d) 6,5

e) 750

65.

Dois cilindros estão unidos mediante a um tubo como mostra a figura abaixo. Sendo que D1 = 50 cm, D2 = 20 cm, (D é o diâmetro).

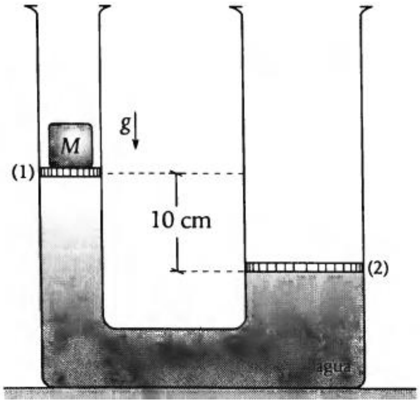
O cilindro menor está situado mais acima a uma altura h = 0,5 m do cilindro de maior diâmetro. Determine o modulo da força F1 para manter o equilíbrio do sistema se F2 = 500 N. Despreze as massas dos êmbolos.



a) 6,378 kN b) 6,105 kN c) 5,734 kN d) 5,084 kN e) 4,106 kN

66.

O sistema mostrado a seguir está em equilíbrio; qual será a nova separação dos êmbolos se o bloco é retirado lentamente? Considere $M_1 = 2\ kg;\ M_2 = 3\ kg;\ M = 1\ kg\ e\ A_1 = 400\ cm^2$.



a) 7,5 cm

b) 6,24 cm

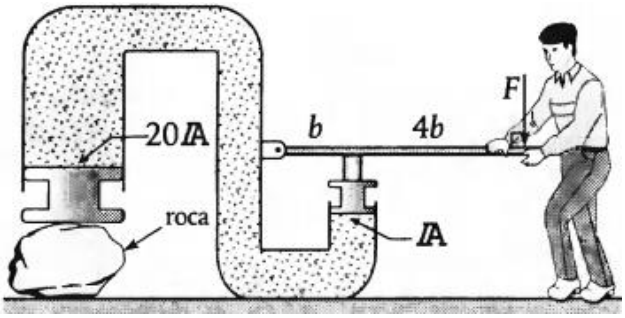
c) 12,5 cm

d) 1,66 cm

e) 1,33 cm

67.

A figura abaixo mostra um esquema simplificado para triturar rochas. Se a rocha indicada está suportando 3 kN e como o máximo que ela pode resistir, antes de quebrar, é 7,5 kN, em quanto deve variar o modulo da força que exerce o jovem para quebrar a rocha?



a) 15 N

b) 20 N

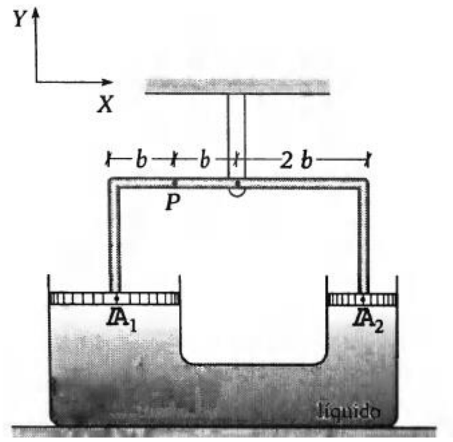
c) 25 N

d) 40 N

e) 45 N

68.

O sistema mostrado, as barras e os êmbolos são de massa desprezível. Se sobre o ponto P começa a atuar uma força $\vec{F} = 100(4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})$ N, determine a mudança no valor da força que o líquido exerce sobre cada embolo ($A_1 = 4A_2$).



a) 25 N; 100 N

b) 40 N; 160 N

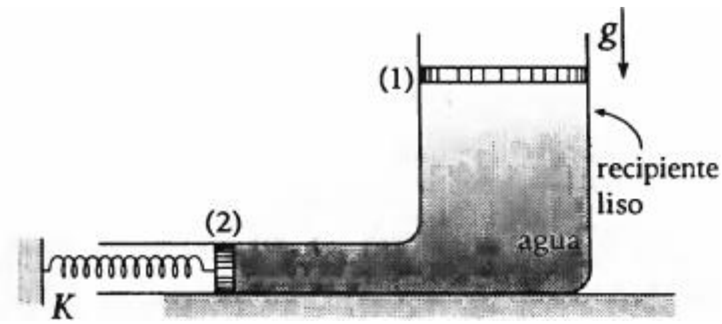
c) 35 N; 150 N

d) 30 N; 120 N

e) 50 N; 200 N

69.

O sistema mostrado a seguir está em repouso. Que valor deve ter a força vertical exercida sobre o embolo (1) para que a mola se comprima 1 cm a mais. Considere $A_1 = 10 \cdot A_2 = 10\ m^2$ e K = 10 N/m.



a) 1 N b) 50,5 N c) 100 N d) 101 N e) 110 N

70.

Três êmbolos de massa desprezíveis e de área A_1, A_2 e A_3, respectivamente, descansam sobre a superfície de um líquido de densidade ρ. Determine d1 e d2. Despreze todos os atritos.

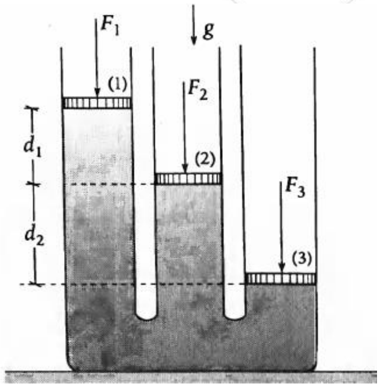
a) $\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_2}{A_2}-\frac{F_1}{A_1}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3}-\frac{F_2}{A_2}\right)$

b)$\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_2}{A_2}-\frac{F_3}{A_3}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_1}{A_1}\right)$

c)$\frac{1}{\rho g}(F_1+F_2);\frac{1}{\rho g}(F_2+F_3)$

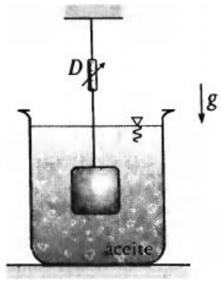
d)$\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_1}{A_1}-\frac{F_2}{A_2}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3}-\frac{F_2}{A_2}\right)$

e) $\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3}+\frac{F_1}{A_1}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3}-\frac{F_2}{A_2}\right)$



71.

Ao se retirar o recipiente com azeite a indicação do dinamômetro aumenta em 24 N. Se o bloco é introduzido em outro recipiente que contém um líquido de densidade 2,5 g/cm³; quanto indicará o dinamômetro? Considere $\rho_{bloco} = 2,9\ g/cm^3$.



a) 16 N

b) 18 N

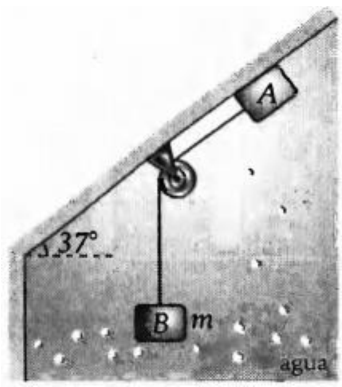
c) 20 N

d) 12 N

e) 15 N

72.

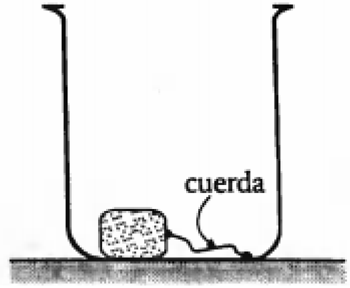
O sistema mostrado se encontra em equilíbrio e os blocos são de mesma massa. Determine o modulo da reação da superfície lisa inclinada sobre o bloco A. Considere $M = 1\ kg$; $V_B = 4.10^{-4}\ m^3$.



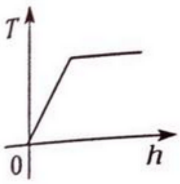
a) 2 N b) 3 N c) $2\sqrt{5}$ N d) 5 N e) 8 N

73.

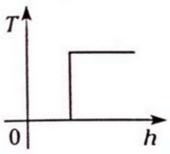
Um bloco de isopor descansa no fundo de um recipiente vazio fixo a uma corda como é mostrado na figura abaixo. Se começamos a encher o recipiente de água, qual é o gráfico que melhor representa o comportamento da tensão (T) em relação à altura da água (h)?



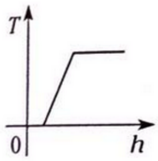
a)



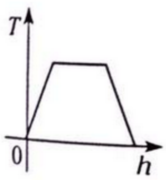
b)



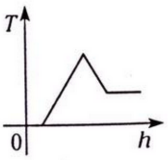
c)



d)

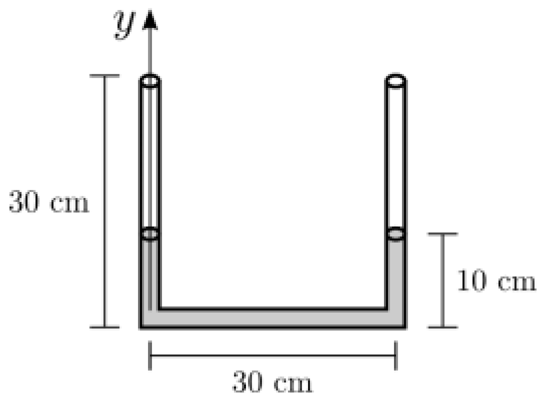


e)



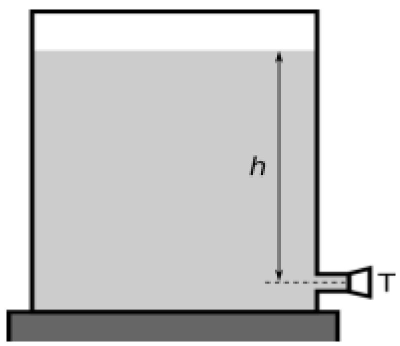
74. (OBF 3ª fase 2017)

A figura abaixo ilustra um tubo fino de extremidades abertas em forma de U, em repouso, e que contém água até o nível $H = 10\ cm$. Acionando um motor é possível fazer com que o tudo gire com velocidade angular constante ω; em torno do eixo vertical y centrado no ramo esquerdo do tubo. Para que valor de ω a água está no limite de escapar do tubo? Use em suas considerações o fato de que. a pressão de equilíbrio de líquidos que estão dentro de recipientes em rotação uniforme varia com a distância r ao eixo de rotação de acordo com expressão $p = p_C + \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2$ onde p_C é a pressão do líquido sobre o eixo e ρ é a densidade do líquido.



75. (OBF – 2016)

Um recipiente contendo água possui uma pequena abertura de área de seção transversal a localizada a uma profundidade h e que está inicialmente bloqueada por um tampão T. conforme figura abaixo. Movendo-se e segurando-se o tampão a uma pequena distância Δx para a direita, a água esguicha pela abertura, atinge o tampão, colide inelasticamente e escorre verticalmente para baixo. Determine (a) a velocidade com que a água sai pela abertura e (b) a força exercida pela água no tampão em termos de a, h, g e densidade da água. Ao expressar seus resultados, além das grandezas dadas, use g para aceleração da gravidade e ρ para a densidade da água.



GABARITO

2. GABARITO SEM COMENTÁRIOS

1) D
2) A
3) C
4) C
5) A
6) não há alternativa correta.
7) E
8) $T = \frac{\rho g l S_1 S_2}{S_1 - S_2}$
9) C
10) $F = \rho g H \pi d^2/8$
11) D
12) $H \frac{P_o + \rho \cdot g \cdot d}{P_o - \rho \cdot g \cdot d}$
13) B
14) 1,0 m
15) $\rho \cdot g \cdot L\left(h_1^2 - h_0^2\right) \cdot tg\frac{\theta}{2}$
16) a) $L' = \frac{P_a \cdot L \cdot A}{P_a \cdot A + mg}$ b) $y = \frac{m}{\rho \cdot A}$
17) $T = V(\rho - 0,7 \cdot \rho_1 - 0,3 \cdot \rho_2)g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
18) D
19) vide comentários.
20) E
21) D
22) E
23) E
24) C
25) C
26) A
27) $a = \frac{2 \cdot A_2 \cdot (p - p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h)}{(M + M_a) \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}$
28) $l = 768\ mm$
29) C
30) B
32) $F = \frac{m_1 \cdot 2 \cdot e}{t^2} + m_1 \cdot g \cdot sen\ \alpha + \frac{m_2 \cdot g}{2} - \frac{\rho \cdot V \cdot g}{2}$
33) $x = \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{a \cdot b \cdot \gamma}{10P} + 1\right)$
34) a) 20 N b) 0,032 m³
35) a) $\frac{\mu \cdot h^2 \cdot a \cdot g}{2}$ b) O é a origem: $P = \left(\frac{a}{3}, -\frac{a}{3}\right)$ $E = \left(\frac{h}{3}; -a + \frac{2h}{3}\right)$ c) $F_1 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{3} + \frac{\mu \cdot g \cdot h^2}{2}\left(\frac{h}{3} - a\right)$; $F_2 = \frac{m \cdot g}{3} - \frac{\mu \cdot g \cdot h^3}{6}$
36) a) $F = V_B g\left[\rho_B\left(\frac{R}{r} - 3\mu\right) + \left(sen\alpha - \frac{\mu}{2}\cos\alpha\right)(\rho_B - \rho_L)\right]$ b) $F = \rho_B V_B g\left[\frac{R}{r} + \mu(3 + 0,85\cos\alpha) + sen\alpha\right]$ c) $F = \rho_B V_B g\left[\mu(5,8 + 0,75\cos\alpha) + sen\ \alpha + \frac{R}{r}\left(3\frac{R}{r}\mu + 1\right)\right]$
37) a) $T_{BD} = 10\ \rho g$ b) $N = 6\ \rho g$
38) a) $\gamma = 2 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}$ b) $v = 20\sqrt{5}\ m/s$
39) E
40) B
41) A
42) D
43) D
44) B
45) C
46) C
47) E
48) C
49) C
50) C
51) 0,2 cm
52) a) Altura: 3 l; Largura: 2l; Comprimento (direção de a): l b) $\frac{9l^3 g}{a}$
53) $h = \frac{\sqrt{m \cdot (m + 2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot H)} - m}{\rho \cdot \pi \cdot R^2}$

31) 9 cm
54) $\boldsymbol{m = L \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (\sigma - \rho)}$
55) E
56) C
57) B
58) A
59) D
60) D
61) B
62) D
63) D
64) B
65) E
66) C
67) E
68) E
69) D
70) A
71) D
72) E
73) C
74) $\boldsymbol{\omega = 5\sqrt{3}\ rad/s}$
75) a) $\boldsymbol{v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$ **b)** $\boldsymbol{F = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot a}$

3. LISTA DE QUESTÕES COMENTADAS

1. (ITA – 1983)

Álcool, cuja densidade de massa é de 0,80 g/cm3 está passando através de um tubo como mostra a figura. A secção reta do tubo em a é 2 vezes maior do que em b. Em a a velocidade é de $v_a = 5\ m/s$, a altura $H_a = 10\ m$ e a pressão P_a = 7,0 x 103 N/m2. Se a altura em b é $H_b = 1\ m$ a velocidade e a pressão b são:

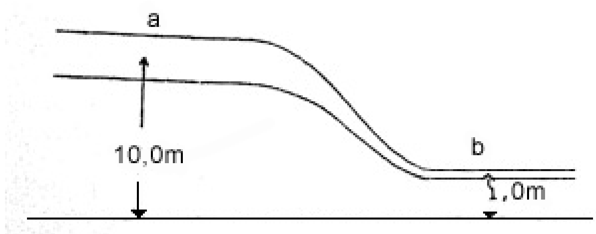
a) 0,10 m/s e $7{,}9 \cdot 10^4$ N/m²

b) 10 m/s e $4 \cdot 10^2$ N/m²

c) 0,10 m/s e $4{,}9 \cdot 10^2$ N/m²

d) 10 m/s e $4{,}9 \cdot 10^4$ N/m²

e) 10 m/s e $7{,}9 \cdot 10^4$ N/m²



Comentário:

Pela equação da continuidade, podemos determinar a velocidade do escoamento em b:

$$v_a \cdot A_a = v_b \cdot A_b \Rightarrow 5 \cdot 2A_b = v_b \cdot A_b$$
$$v_b = 10\ m/s$$

Pela equação de Bernoulli, temos:

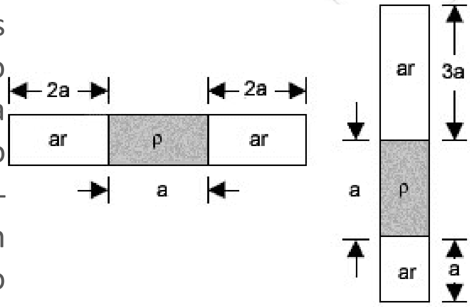
$$p_a + \frac{\rho \cdot v_a^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_a = p_b + \frac{\rho \cdot v_b^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_b$$
$$7 \cdot 10^3 + \frac{0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 25}{2} + 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 = p_b + \frac{0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 100}{2} + 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1$$
$$9{,}7 \cdot 10^4 = p_b + 4{,}8 \cdot 10^4$$
$$p_b = 4{,}9 \cdot 10^4\ N/m^2$$

Gabarito: D

---

2. (ITA - 1986)

Um tubo capilar de comprimento “5a” é fechado em ambas as extremidades. E contém ar seco que preenche o espaço no tubo não ocupado por uma coluna de mercúrio de massa específica ρ e comprimento “a”. Quando o tubo está na posição horizontal, as colunas de ar seco medem “2 a” cada. Levando-se lentamente o tubo à posição vertical as colunas de ar têm comprimentos “a” e “3 a”. Nessas condições, a pressão no tubo capilar quando em posição horizontal é:



a) 3g ρ a/4

b) 2g ρ a/5

c) 2g ρ a/3

d) 4g ρ a/3

e) 4g ρ a/5

Comentários:

Ao afirmar que o tubo é levantado lentamente, pode-se considerar que ocorreu um processo isotérmico de expansão para o ar acima do mercúrio e uma contração isotérmica para o ar abaixo do mercúrio. Assim, chamando de P_i a pressão inicial com o tubo deitado e de S a área de seção:

$$\begin{cases} P_i \cdot 2a \cdot S = P_{f_1} \cdot a \cdot S \\ P_i \cdot 2a \cdot S = P_{f_2} \cdot 3a \cdot S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{f_1} = 2P_i \\ P_{f_2} = P_i \cdot \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

A diferença de pressão entre os dois bolsões de ar é responsável por sustentar o mercúrio. Portanto:

$$F_{\Delta pressão} = P_{mercúrio} \Rightarrow \left(P_{f_1} - P_{f_2}\right) \cdot S = \rho \cdot g \cdot a \cdot S$$

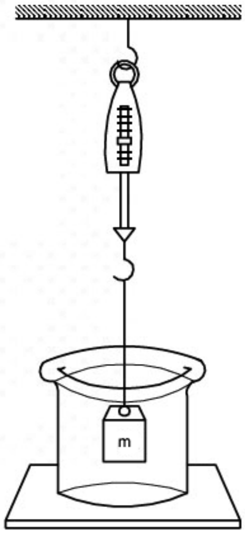
$$P_i\left(\frac{4}{3}\right) = \rho \cdot g \cdot a \Rightarrow \boxed{P_i = \frac{3 \cdot \rho \cdot g \cdot a}{4}}$$

Gabarito: A

---

3. **(ITA – 1987)**

Um bloco de urânio de peso 10N está suspendo a um dinamômetro e submerso em mercúrio de massa específica 13,6 x 103 kg/m3, conforme a figura. A leitura no dinamômetro é 2,9N. Então, a massa específica do urânio é:



a) 5,5 x 103 kg/m3

b) 24 x 103 kg/m3

c) 19 x 103 kg/m3

d) 14 x 103 kg/m3

e) 2,0 x 10-4 kg/m3

Comentários:

A medição do dinamômetro é igual ao peso do bloco menos o empuxo sofrido.

$$F_{dinamômetro} = P - \rho_{liq} \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$2{,}9 = 10 - 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$V_{submerso} = \frac{7{,}1}{13{,}6 \cdot 10^3 \cdot g}$$

Sabe-se, portanto, o volume submerso e a massa. Portanto, calcula-se a densidade:

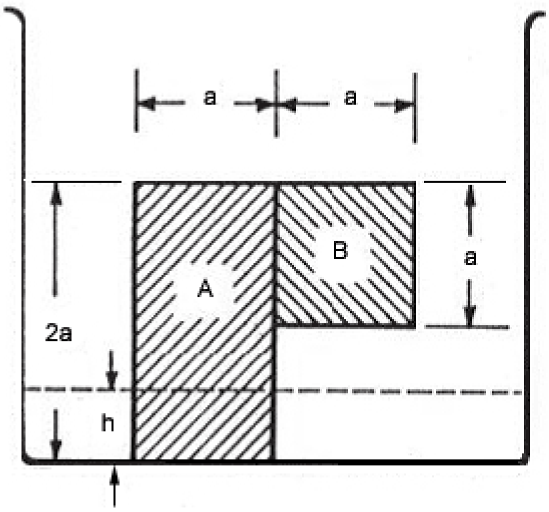
$$\rho_{Urânio} = \frac{\frac{P}{g}}{V_{submerso}} = \frac{10 \cdot 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot g}{g \cdot 7{,}1} = 19{,}15 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

Gabarito: C

---

4. (ITA - 1988)

Dois blocos, A e B, homogêneos e de massa específica 3,5 g/cm3 e 6,5 g/cm3, respectivamente, foram colados um no outro e o conjunto resultante foi colocado no fundo (rugoso) de um recipiente, como mostra a figura. O bloco A tem o formato de um paralelepípedo retangular de altura 2a, largura a e espessura a. O bloco B tem o formato de um cubo de aresta a. Coloca-se, cuidadosamente, água no recipiente até uma altura h, de modo que o sistema constituído pelos blocos A e B permaneça em equilíbrio, isto é, não tombe. O valor máximo de h é:



a) 0

b) 0,25 a

c) 0,5 a

d) 0,75 a

e) a

Comentários:

Devido à presença do bloco B “à direita” do bloco A, deduz-se que o conjunto tombará no sentido horário. Dessa forma, calcula-se o momento em relação ao canto inferior direito de A. Assim, na iminência do tombamento:

$$M_{P_A} + M_{P_B} + M_{E_A} = 0$$

Em que:

- M_{p_A} é o momento por conta do peso do bloco A;

- M_{P_B} é o momento por conta do peso do bloco B;

- M_{E_A} é o momento por conta do empuxo sobre o bloco A.

Vale ressaltar que embora a superfície seja rugosa (há atrito), o braço de alavanca deste em relação ao polo adotado é nulo. Da mesma forma, a força normal na iminência do tombamento atuará sobre o polo, portanto o braço de alavanca também será nulo.

Fazendo-se os momentos em torno do canto inferior direito:

$$P_A \cdot \frac{a}{2} - P_B \cdot \frac{a}{2} - E_A \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$P_A = \rho_A \cdot V_A = \rho_A \cdot 2a^3$$

$$P_B = \rho_B \cdot V_B = \rho_B \cdot a^3$$

$$E_A = \rho_{água} \cdot V_{Submerso} = \rho_{água} \cdot h \cdot a^2$$

Substituindo tudo no equilíbrio de momentos:

$$\rho_A \cdot 2a^3 \cdot \frac{a}{2} - \rho_B \cdot a^3 \cdot \frac{a}{2} - \rho_{água} \cdot h \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$3{,}5 \cdot a - \frac{6{,}5 \cdot a}{2} - 1 \cdot \frac{h}{2} = 0$$

$$0{,}25a = \frac{h}{2}$$

$$\boxed{h = 0{,}5a}$$

Gabarito: C

---

5. (ITA - 1988)

Uma haste homogênea e uniforme de comprimento L, secção reta de área A, e massa específica ρ é livre de girar em torno de um eixo horizontal fixo num ponto P localizado a uma distância d = L/2 abaixo da superfície de um líquido de massa específica 2ρ . Na situação de equilíbrio estável, a haste forma com a vertical um ângulo igual a:

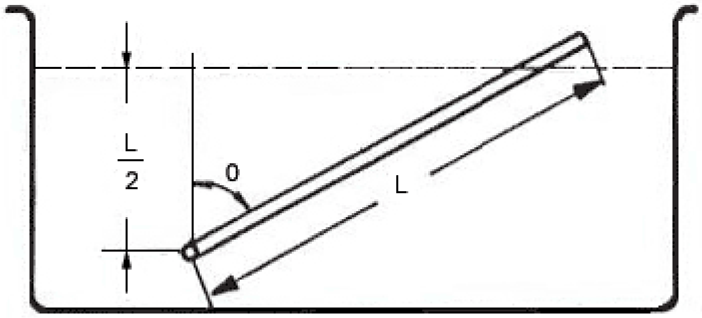
a) 45º

b) 60º

c) 30º

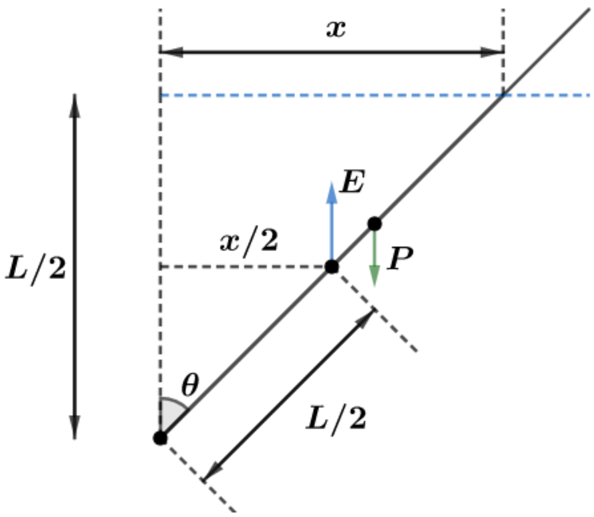
d) 75º

e) 15º



Comentários:

Deve-se lembrar que o empuxo atua sobre o centro geométrico do volume submerso (centro de carena). Portanto, o braço de alavanca para o empuxo é de:



$$\frac{x}{\frac{L}{2}} = \text{tg }\theta \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{L}{4} \cdot \text{tg}\,\theta$$

O braço de alavanca da força peso é:

$$y = \frac{L}{2} \cdot sen\,\theta$$

Fazendo-se o equilíbrio rotacional em torno do ponto de fixação:

$$E \cdot \frac{x}{2} = P \cdot y \Rightarrow 2\rho \cdot \frac{L}{2\cos\theta} \cdot A \cdot \frac{L}{4} \cdot tg\,\theta = \rho \cdot L \cdot A \cdot \frac{L}{2} \cdot sen\,\theta$$

$$\frac{tg\,\theta}{4\cos\theta} = \frac{sen\,\theta}{2}$$

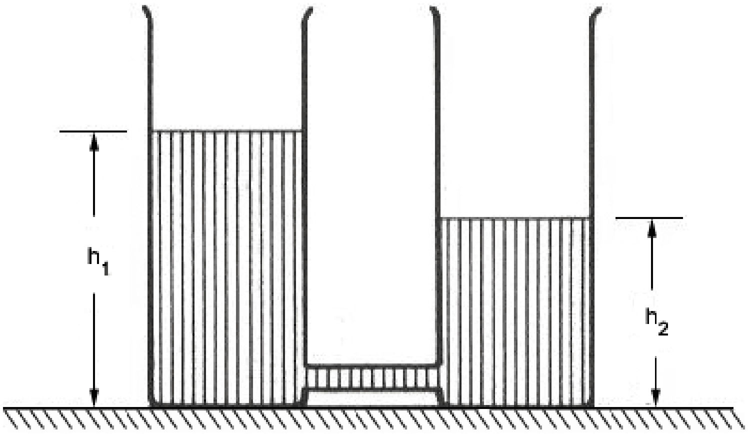
$$\cos^2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Gabarito: A

---

6. (ITA - 1988)

Dois baldes cilíndricos idênticos, com as suas bases apoiadas na mesma superfície plana, contém água até as alturas h_1 e h_2, respectivamente. A área de cada base é A. Faz-se a conexão entre as bases dos dois baldes com o auxílio de uma fina mangueira. Denotando a aceleração da gravidade por g e a massa específica da água pôr ρ, o trabalho realizado pela gravidade no processo de equalização dos níveis será:



a) $\rho Ag(h_1 - h_2)/4$

b) $\rho Ag\ (h_1 - h_2)/2$

c) $nulo$

d) $\rho Ag(h_1 + h_2)/4$

e) $\rho Ag(h_1 - h_2)/2$

Comentários:

Calculando-se a energia inicial do sistema tem-se:

$$E_{P_{1,i}} + E_{P_{2,i}} = E_i$$

Em que:

- E_{P_1} e E_{P_2} são as energias potenciais dos balde 1 e 2, respectivamente;

- E_i é a energia mecânica inicial.

$$E_i = \rho \cdot g \cdot A \cdot h_1 \cdot \frac{h_1}{2} + \rho \cdot g \cdot A \cdot h_2 \cdot \frac{h_2}{2}$$

$$E_i = \rho \cdot g \cdot A \cdot \left(\frac{h_1^2}{2} + \frac{h_2^2}{2}\right)$$

Calculando-se a energia final:

$$E_f = E_{P_{1,f}} + E_{P_{2,f}}$$

$$E_f = \rho \cdot g \cdot 2A \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 + h_2}{4}$$

$$E_f = \rho \cdot g \cdot A \cdot \frac{(h_1 + h_2)^2}{4}$$

$$\tau = -(\Delta E_p)$$

$$\tau = -\rho \cdot g \cdot A \cdot \left(\frac{h_1^2 + 2 \cdot h_1 \cdot h_2 + h_2^2}{4} - \frac{h_1^2 + h_2^2}{2}\right)$$

$$\tau = -\rho \cdot g \cdot A \cdot \left(\frac{-h_1^2 + 2 \cdot h_1 \cdot h_2 - h_2^2}{4}\right)$$

$$\tau = \rho \cdot g \cdot A \cdot \frac{(h_1 - h_2)^2}{4}$$

Gabarito: não há alternativa correta.

---

7. (ITA - 1993)

Os dois vasos comunicantes da figura abaixo são abertos, têm seções retas iguais a S e contêm um líquido de massa específica ?. Introduz-se no vaso esquerdo um cilindro maciço e homogêneo de massa M, seção $S' < S$ e menos denso que o líquido. O cilindro é introduzido e abandonado de modo que no equilíbrio seu eixo permaneça vertical. Podemos afirmar que no equilíbrio o nível de ambos os vasos sobe:

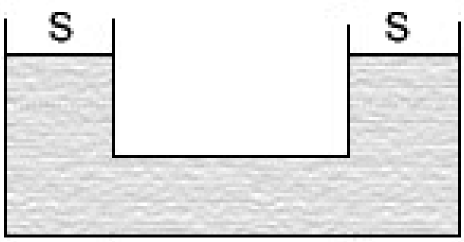
a) $M/[\rho(S - S')]$

b) $M/[\rho(2S - S')]$

c) $M/[2\rho(2S - S')]$

d) $2M/[2\rho(2S - S')]$

e) $M/[2\rho S]$



Comentário:

Para achar a altura que o líquido sobe, devemos calcular o volume que o objeto introduzido desloca. Esse volume é achado pelo equilíbrio entre a força peso e a força de empuxo:

$$P = E \Rightarrow Mg = \rho \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$V_{submerso} = \frac{M}{\rho}$$

Esse volume que o corpo desloca irá subir igualmente em ambos os tubos. Isto é:

$$V_{submerso} = A \cdot h \Rightarrow \frac{M}{\rho} = 2S \cdot h$$

$$\boxed{h = \frac{M}{2\rho \cdot S}}$$

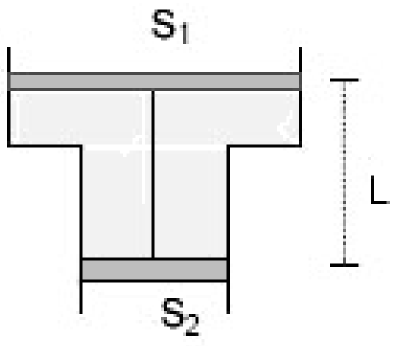
Observação: um erro muito comum é considerar que o líquido irá subir somente numa seção $(2S - S')$. Isso está errado, pois ao fazer-se tal consideração, considera-se que ao inserir o corpo, ele desloca um volume ao seu redor e no outro tubo, sem "subir" junto com a água. Nesse caso, o volume submerso aumentaria e o sistema não estaria em equilíbrio.

Gabarito: E

---

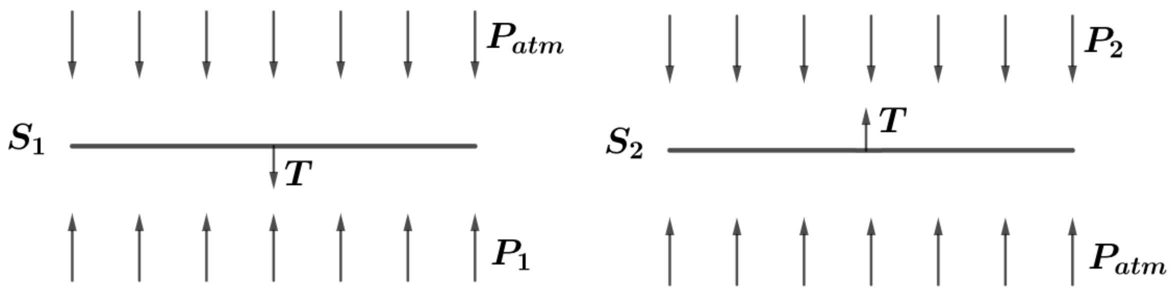
8. (ITA - 1993)

Um recipiente, cujas secções retas dos êmbolos valem S1 e S2, está cheio de um líquido de densidade ρ, como mostra a figura. Os êmbolos estão unidos entre si por um arame fino de comprimento l. Os extremos do recipiente estão abertos. Despreze o peso dos êmbolos, do arame e quaisquer atritos. Quanto vale a tensão T no arame?



Comentários:

Analisando o equilíbrio das placas, temos:



Para a placa superior (S_1), tem-se:

$$P_{atm} \cdot S_1 + T - p_1 \cdot S_1 = 0 \Rightarrow P_{atm} = p_1 - \frac{T}{S_1}$$

Para a placa inferior (S_2), podemos escrever que:

$$p_2 \cdot S_2 = P_{atm} \cdot S_2 + T$$

Substituindo P_{atm}, vem:

$$p_2 \cdot S_2 = \left(p_1 - \frac{T}{S_1}\right) \cdot S_2 + T \Rightarrow T\left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right) = S_2(p_2 - p_1)$$

Pela Lei de Stevin:

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot L$$

Então:

$$T = \frac{S_2 \cdot \rho \cdot g \cdot L}{\frac{(S_1 - S_2)}{S_1}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\rho g l S_1 S_2}{S_1 - S_2}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{T = \frac{\rho g l S_1 S_2}{S_1 - S_2}}$

---

9. (ITA - 1997)

Um anel, que parece ser de ouro maciço, tem massa de 28,5 g. O anel desloca 3 cm3 de água quando submerso. Considere as seguintes afirmações:

I- O anel é de ouro maciço.

II- O anel é oco e o volume da cavidade 1,5 cm3.

III- O anel é oco e o volume da cavidade 3,0 cm3.

IV- O anel é feito de material cuja massa específica é a metade da do ouro.

Das afirmativas mencionadas:

a) Apenas I é falsa.

b) Apenas III é falsa.

c) Apenas I e III são falsas.

d) Apenas II e IV são falsas.

e) Qualquer uma pode ser correta.

Comentários:

Na prova era dada a densidade do ouro $\rho_{Au} = 19,0 g/cm^3$. Calculando-se a densidade do anel:

$$d = \frac{m}{v} = \frac{28,5}{3} = 9,5 g/cm^3$$

Para essa densidade existem duas possibilidades.

-O material não é ouro e o anel é maciço, sendo assim a densidade do material é $9,5\ g/cm^3$, ou seja, metade da do ouro.

-O anel é de ouro, mas não é maciço, portanto, sendo $28,5\ g$ a massa do anel, teria-se somente $1,5\ cm^3$ de ouro. Portanto, um oco de $1,5\ cm^3$.

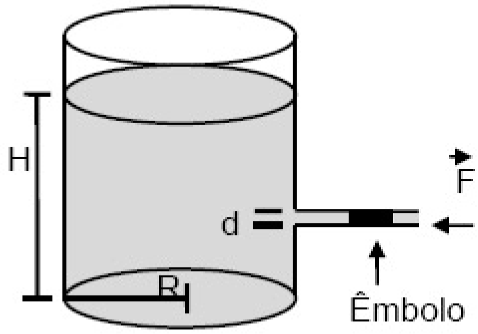
Portanto, as opções falsas são I e III.

Gabarito: C

---

10. (ITA - 1997)

Um recipiente de raio R e eixo vertical contém álcool até uma altura H. Ele possui, à meia altura da coluna de álcool, um tubo de eixo horizontal cujo diâmetro d é pequeno comparado a altura da coluna de álcool, como mostra a figura. O tubo é vedado por um êmbolo que impede a saída de álcool, mas que pode deslizar sem atrito através do tubo. Sendo p a massa específica do álcool, qual é a magnitude da força F necessária para manter o êmbolo sua posição?



Comentários:

Para que o êmbolo se mantenha em posição deve haver equilíbrio das forças.

$$F + P_{atm} \cdot A = \left(P_{atm} + \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2}\right) \cdot A$$

$$F = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)$$

$$F = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot \pi \cdot d^2}{8}$$

Gabarito: $F = \rho g H \pi d^2/8$

---

11. (ITA - 1997)

Um vaso comunicante em forma de U possui duas colunas da mesma altura h = 42,0 cm, preenchidas com água até a metade. Em seguida, adiciona-se óleo de massa específica igual a 0,80 g/cm3 a uma das colunas até a coluna estar totalmente preenchida, conforme a figura B. A coluna de óleo terá comprimento de:

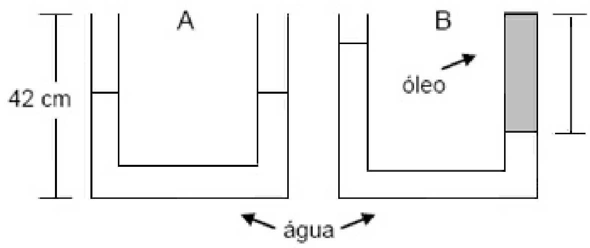
a) 14,0 cm

b) 16,8 cm.

c) 28,0 cm

d) 35,0 cm.

e) 37,8 cm.



Comentários:

Considera-se que a coluna de água de água do lado esquerdo sobe uma altura x. Pela conservação do volume, significa que o lado direito desceu x. Portanto, a altura da coluna de óleo será $21 + x$ e a diferença entre as alturas de coluna de água é de $2x$.

Pelo equilíbrio das pressões:

$$\rho_{água} \cdot g \cdot 2x = \rho_{óleo} \cdot g \cdot (x + 21) \Rightarrow 1 \cdot 2x = 0{,}8 \cdot (x + 21)$$

$$1{,}2x = 16{,}8 \Rightarrow \boxed{x = 14\ cm}$$

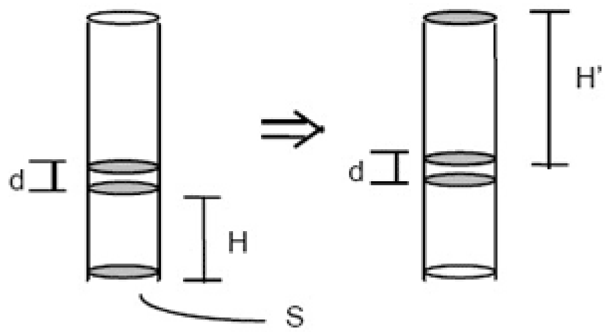
Sendo a altura da coluna de óleo $21 + x$, tem-se que a altura é de $35\ cm$.

Gabarito: D

---

12. (ITA - 1997)

Um tubo vertical de secção S, fechado em uma extremidade, contém um gás, separado da atmosfera por um êmbolo de espessura d e massa específica ρ. O gás, suposto perfeito, está à temperatura ambiente e ocupa um volume V = SH (veja figura). Virando o tubo tal que a abertura fique voltada para baixo, o êmbolo desce e o gás ocupa um novo volume, V = SH’. Denotando a pressão atmosférica por P0, qual é a nova altura H?



Comentário:

A pressão inicial do gás é:

$$P_i = P_0 + \frac{\rho \cdot g \cdot S \cdot d}{S}$$

A pressão final do gás é:

$$P_f = P_0 - \frac{\rho \cdot g \cdot S \cdot d}{S}$$

Considerando que houve uma transformação isotérmica entre a situação final e inicial,

$$P_i \cdot V = P_f \cdot V'$$

$$(P_0 + \rho \cdot g \cdot d)S \cdot H = (P_0 + \rho \cdot g \cdot d) \cdot SH'$$

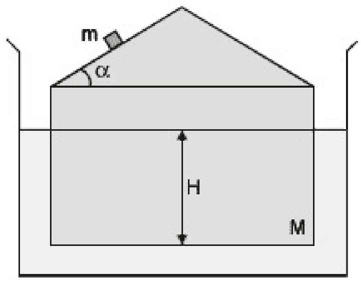
$$\boxed{H' = H\frac{P_o + \rho \cdot g \cdot d}{P_o - \rho \cdot g \cdot d}}$$

Gabarito: $H\frac{P_o+\rho g d}{P_o-\rho g d}$

---

13. (ITA - 2005)

Um pequeno objeto de massa m desliza sem atrito sobre um bloco de massa M com o formato de uma casa (veja figura). A área da base do bloco é S e o ângulo que o plano superior do bloco forma com a horizontal é ⍰. O bloco flutua em um líquido de densidade ρ, permanecendo, por hipótese, na vertical durante todo o experimento. Após o objeto deixar o plano e o bloco voltar à posição de equilíbrio, o decréscimo da altura submersa do bloco é igual a:



a) $m \cdot sen^2\alpha / S\rho$

b) $m \cdot cos^2\alpha / S\rho$

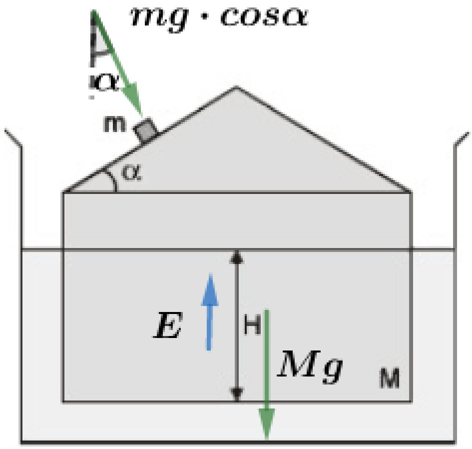
c) $m \cdot cos\alpha / S\rho$

d) $m / S\rho$

e) $m + M / S\rho$

Comentários:

Analisando a dinâmica do bloco m:



Portanto, as forças verticais que o bloco m impõe sobre o bloco M são:

$$F_{vert} = m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$F_{vert} = m \cdot g \cdot \cos^2\alpha$$

Após a queda do bloco m, pelo equilíbrio do bloco M:

$$F_{vert} = \Delta Empuxo$$

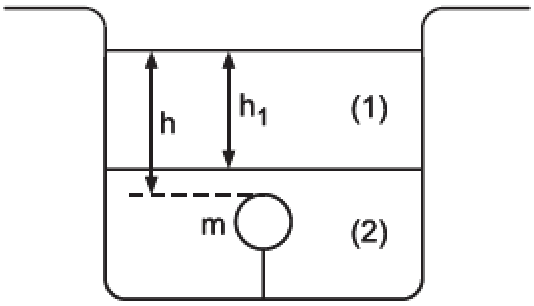
$$m \cdot g \cdot \cos^2 \alpha = \rho \cdot S \cdot \Delta h \cdot g$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{m \cdot \cos^2 \alpha}{S \cdot \rho}}$$

Gabarito: B

14. (ITA – 2007)

A figura mostra uma bolinha de massa m = 10 g presa por um fio que a mantém totalmente submersa no líquido (2), cuja densidade é cinco vezes a densidade do líquido (1), imiscível, que se encontra acima. A bolinha tem a mesma densidade do líquido (1) e sua extremidade superior se encontra a uma profundidade h em relação à superfície livre. Rompido o fio, a extremidade superior da bolinha corta a superfície livre do líquido (1) com velocidade de 8,0 m/s. Considere aceleração da gravidade g = 10 m/s2, h1 = 20 cm, e despreze qualquer resistência ao movimento de ascensão da bolinha, bem como o efeito da aceleração sofrida pela mesma ao atravessar a interface dos líquidos. Determine a profundidade h.



Comentários:

Rompido o fio que segurava a bolinha, a força resultante sobre ela é dada por:

$$F_R = E - P \Rightarrow F_R = \rho_2 \cdot g \cdot V - \rho_1 \cdot g \cdot V = 4\rho_1 \cdot g \cdot V$$

Pela Segunda Lei de Newton:

$$4\rho_1 \cdot g \cdot V = \rho_1 \cdot V \cdot a \Rightarrow a = 4g = 40\ m/s^2$$

Pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \Rightarrow 64 = 0 + 80 \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = 0{,}8\ m$$

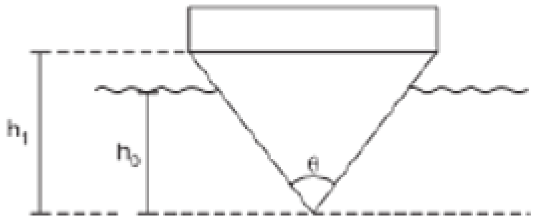
Somando-se a altura h_1, temos:

$$\boxed{h = 1\ m}$$

gabarito: h = 1,0 m

15. (ITA-2009)

Uma balsa tem o formato de um prisma reto de comprimento L e seção transversal como vista na figura. Quando sem carga, ela submerge parcialmente até a uma profundidade h0. Sendo ρ a massa específica da água e g a aceleração da gravidade, e supondo seja mantido o equilíbrio hidrostático, determine a carga P que a balsa suporta quando submersa a uma profundidade h1.



Comentários:

Chamando de M a massa da balsa:

$$Peso = Empuxo \Rightarrow M \cdot g = \rho \cdot g \cdot h_0 \cdot h_0 \cdot tg\frac{\theta}{2} \cdot L \Rightarrow M = \rho \cdot g \cdot h_0^2 \cdot L \cdot tg\frac{\theta}{2}$$

Adicionando-se uma carga P:

$$Peso\ total = Empuxo \Rightarrow M \cdot g + P = \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot h_1 \cdot tg\frac{\theta}{2} \cdot L$$

Substituindo o M calculado anteriormente:

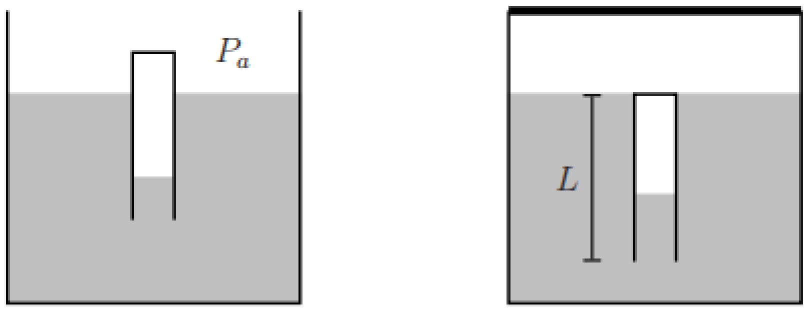
$$P = \rho \cdot g \cdot L(h_1^2 - h_0^2) \cdot tg\frac{\theta}{2}$$

Gabarito: $\boldsymbol{\rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right) \cdot \left(tg\frac{\theta}{2}\right)}$

---

16. (ITA-2009)

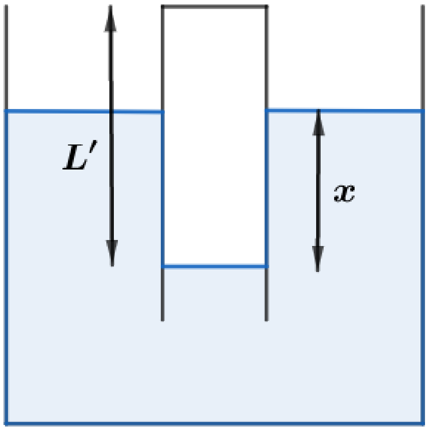
Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa m, comprimento L e área da seção transversal A. Sendo g a aceleração da gravidade, ρ a massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:



a) o comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica P_a.

b) e, o comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado possibilite uma posição de equilíbrio em que o topo do tubo se situe no nível da água (ver figura).

Comentários:



a) Pelo equilíbrio do tubo:

$$E = P \Rightarrow \rho \cdot V_{submerso} \cdot g = m \cdot g$$

$$\rho \cdot x \cdot A = m \Rightarrow x = \frac{m}{\rho \cdot A}$$

Considerando uma transformação isotérmica de gás ideal:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \Rightarrow P_a \cdot L \cdot A = (P_a + \rho \cdot g \cdot x) \cdot A \cdot L'$$

$$L' = \frac{P_a \cdot L}{P_a + \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\rho \cdot A}} \Rightarrow \boxed{L' = \frac{P_a \cdot L \cdot A}{P_a \cdot A + mg}}$$

b) Como o item anterior, pelo equilíbrio do tubo:

$$E = P \Rightarrow \rho \cdot V_{sub} \cdot g = mg$$

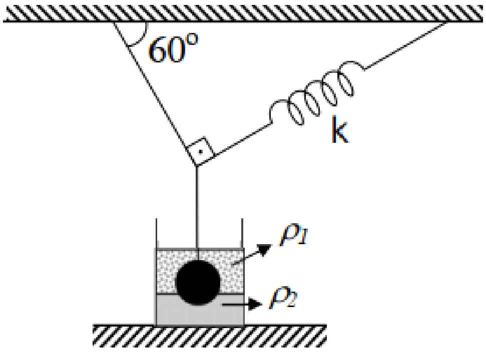
$$\rho \cdot L \cdot y = m \Rightarrow \boxed{y = \frac{m}{\rho \cdot A}}$$

Gabarito: a) $L' = \frac{P_a \cdot L \cdot A}{P_a \cdot A + mg}$ b) $y = \frac{m}{\rho \cdot A}$

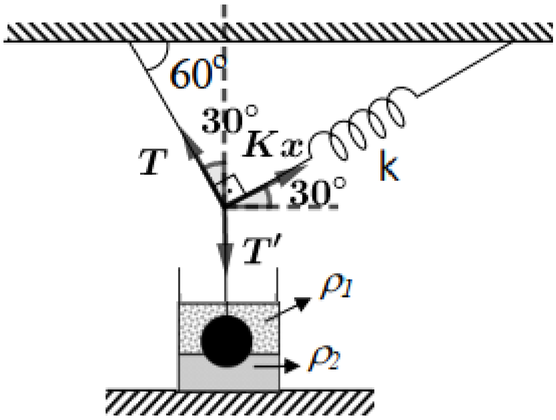
---

17. (ITA-2010)

Uma esfera maciça de massa específica ρ e volume V está imersa entre dois líquidos, cujas massas específicas são ρ_1 e ρ_2, respectivamente, estando suspensa por uma corda e uma mola de constante elástica k, conforme mostra a figura. No equilíbrio, 70% do volume da esfera está no líquido 1 e 30 % no líquido 2. Sendo g a aceleração da gravidade, determine a força de tração na corda.



Comentários:



Pelo equilíbrio do nó:

$$\begin{cases} T \cdot \cos 30° + k \cdot x \cdot sen\ 30° = T' \\ T \cdot sen\ 30° = k \cdot x \cdot \cos 30° \end{cases}$$

Da segunda equação:

$$k \cdot x = T \cdot tg\ 30°$$

Substituindo na primeira:

$$T \cdot \cos 30° + T \cdot \frac{sen^2\ 30°}{\cos 30°} = T' \Rightarrow T = T' \cdot \cos 30°$$

Pelo equilíbrio da esfera:

$$E_1 + E_2 + T' = P$$

$$(\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2) \cdot g - \rho \cdot V \cdot g = -T'$$

$$T' = V(\rho - 0{,}7 \cdot \rho_1 - 0{,}3 \cdot \rho_2)g$$

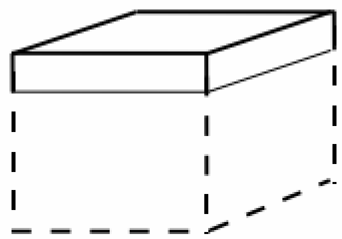
Mas, sabe-se que:

$$T = T' \cdot \cos 30° \Rightarrow T = V(\rho - 0{,}7 \cdot \rho_1 - 0{,}3 \cdot \rho_2)g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Gabarito: $\boldsymbol{T = Vg(\rho - 0{,}7\rho_1 - 0{,}3\rho_2) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$

18. (ITA – 2011)

Um cubo maciço homogêneo com $4{,}0\ cm$ de aresta flutua na água tranquila de uma lagoa, de modo a manter 70% da área total da sua superfície em contato com a água, conforme mostra a figura. A seguir, uma pequena rã se acomoda no centro da face superior do cubo e este se afunda mais $0{,}50\ cm$ na água. Assinale a opção com os valores aproximados da densidade do cubo e da massa da rã, respectivamente.



a) $0{,}20\ g/cm^3$ e $6{,}4\ g$

b) $0{,}70\ g/cm^3$ e $6{,}4\ g$

c) $0{,}70\ g/cm^3$ e $8{,}0\ g$

d) $0{,}80\ g/cm^3$ e $6{,}4\ g$

e) $0{,}80\ g/cm^3$ e $8{,}0\ g$

Comentários:

Primeiro, calcula-se o volume submerso inicial. Para isso utiliza-se a informação do problema:

$$A_{submersa} = 0{,}7 \cdot A_{total}$$
$$a^2 + x \cdot a \cdot 4 = 0{,}7 \cdot a^2 \cdot 6$$

Em que:

- a é a aresta do cubo;

- x é a parte da aresta submersa.

Assim:

$$3{,}2 \cdot a^2 = 4 \cdot a \cdot x \Rightarrow x = 0{,}8 \cdot a$$

Pelo equilíbrio do cubo, portanto:

$$E = P$$
$$\rho_{água} \cdot V_{submerso} \cdot g = \rho_{cubo} \cdot V \cdot g$$
$$1 \cdot 0{,}8 \cdot V = \rho_{cubo} \cdot V$$
$$\rho_{cubo} = 0{,}8\ g/cm^3$$

O peso da rã é compensado pelo novo volume submerso. Portanto:

$$V_{submerso,novo} = a^2 \cdot 0{,}5 = 8\ cm^3$$
$$E_{novo} = P_{rã}$$

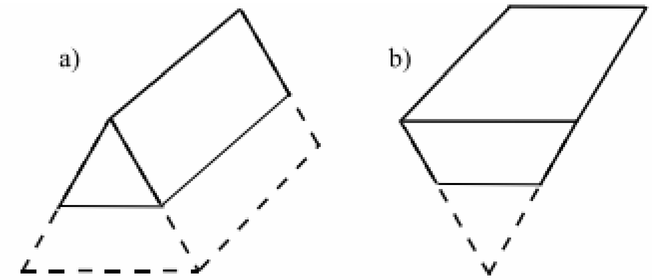
Adotando o SI:

$$0{,}8 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{1000} = m \cdot 10 \Rightarrow \boxed{m = 6{,}4\ g}$$

Gabarito: D

19. (ITA – 2011)

Um bloco, com distribuição homogênea de massa, tem o formato de um prisma regular cuja seção transversal é um triângulo equilátero. Tendo $0{,}5\ g/cm^3$ de densidade, tal bloco poderá flutuar na água em qualquer das posições mostradas na figura. Qual das duas posições será a mais estável? Justifique sua resposta. Lembrar que o baricentro do triângulo se encontra a $2/3$ da distância entre um vértice e seu lado oposto.



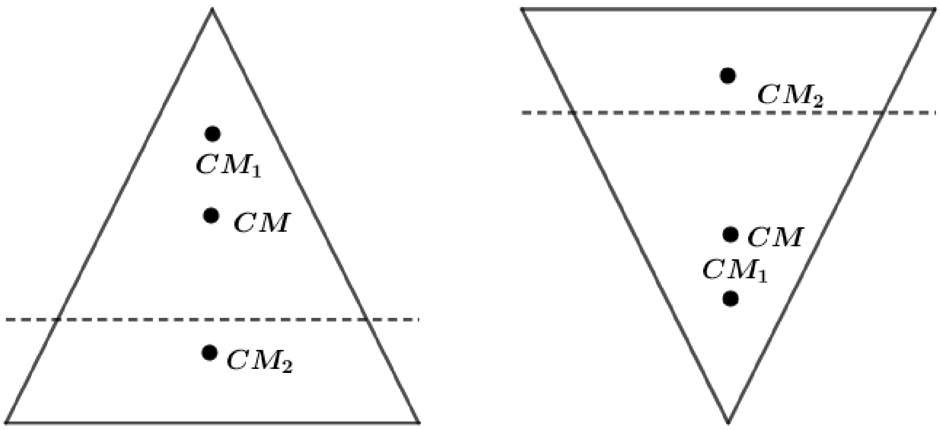
Comentários:

Primeiramente, analisemos onde estão localizados os centros de carena e de massa no prisma em cada situação. Para ambas as situações, pelo equilíbrio translacional, temos:

$$P = E \Rightarrow \rho_{Bloco} \cdot V \cdot g = \rho_{liq} \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$0{,}5 \cdot V = 1 \cdot V_{submerso} \Rightarrow V_{submerso} = \frac{V}{2}$$

Considerando que cada pedaço do prisma tem seu CM (centro de massa) representado da seguinte forma:



Portanto, equacionando o centro de massa do triângulo:

$$CM = \frac{CM_1 \cdot A_1 + CM_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$

Mas, $A_1 = A_2$ sempre, contanto que o corpo esteja em equilíbrio translacional. Portanto:

$$2 \cdot CM = CM_1 + CM_2$$

$$CM - CM_1 = CM_2 - CM$$

$$|CM - CM_1| = |CM - CM_2|$$

Repare que para esta relação não foi necessário considerar o fato de ser um prisma e um triângulo (caso a base esteja paralela à superfície da água!), portanto esta relação é sempre verdadeira, contanto que o corpo esteja em equilíbrio translacional.

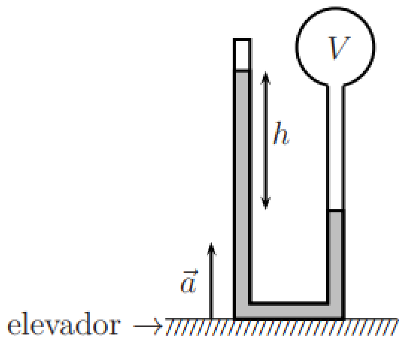
Sendo assim, a relação entre o braço de alavanca das forças de empuxo e peso é sempre igual em ambos os casos, e os módulos das forças também. Ou seja, a análise de estabilidade de uma situação é válida para a outra. Repare que isto ocorreu somente pois a densidade do líquido é o dobro da densidade do bloco.

Gabarito: vide comentários

---

20. (ITA – 2012)

No interior de um elevador encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contendo um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido à temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de $10\ cm$ entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo. Com o elevador subindo com aceleração constante $\vec{a}$ (ver figura), os níveis do líquido sofrem um deslocamento de altura de $1{,}0\ cm$. Pode-se dizer então que a aceleração do elevador é igual a



a) -1,1 m/s2.

b) -0,91 m/s2.

c) 0,91 m/s2.

d) 1,1 m/s2.

e) 2,5 m/s2.

Comentários:

Pelo equilíbrio de pressões na situação inicial:

$$P_0 + \rho \cdot g \cdot h = P_1$$

Em que:

- P_0 é a pressão acima do líquido no braço esquerdo;

- P_1 é a pressão acima do líquido no braço direito (pressão do gás);
- ρ é a densidade do líquido;
- g é a gravidade local;
- h é a diferença de altura entre os braços.

Como há vácuo no braço esquerdo:

$$P_0 = 0 \Rightarrow P_1 = \rho \cdot g \cdot h = 10 \cdot \rho \cdot g$$

Fazendo-se o novo equilíbrio de pressões:

$$P_0 + \rho \cdot g' \cdot h' = P_1{}'$$

Considerando que:

- a variação do volume V é indiferente (por falta de informações acerca da seção transversal);
- que o vácuo se mantém;
- $h' = h - 2\Delta h$, visto que uma coluna desce Δh e a outra sobe Δh.

$$\rho \cdot (g + a) \cdot 8 = P_1 \Rightarrow \rho \cdot (g + a) \cdot 8 = 10 \cdot \rho \cdot g$$

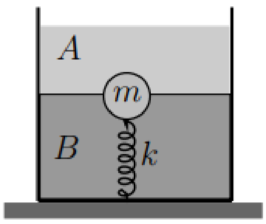
$$8 \cdot a = 2 \cdot g \Rightarrow a = \frac{g}{4} = 2{,}5\ m/s^2$$

Gabarito: E

---

21. (ITA – 2013)

Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B, com densidades respectivas ρ_A e ρ_B. Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa $m = 5\ kg$, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica $k = 800\ N/m$, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de



a) 0 m.

b) 9/16 m.

c) 3/8 m.

d) 1/4 m.

e) 1/8 m.

Comentários:

Pelo equilíbrio do corpo:

$$E_1 + E_2 = m \cdot g + k \cdot x \Rightarrow \rho_A \cdot V_A \cdot g + \rho_B \cdot V_B \cdot g = \rho \cdot V \cdot g + k \cdot x$$

Mas:

$$\begin{cases} V_A = 0{,}5 \cdot V \\ V_B = 0{,}5 \cdot V \end{cases}$$

Logo:

$$4 \cdot \rho \cdot \frac{V}{2} \cdot g + 6 \cdot \rho \cdot \frac{V}{2} \cdot g = \rho \cdot V \cdot g + k \cdot x \Rightarrow 4 \cdot \rho \cdot V \cdot g = k \cdot x$$

Mas:

$$\rho \cdot V = m = 5\ kg \Rightarrow 4 \cdot \rho \cdot V \cdot g = kx$$

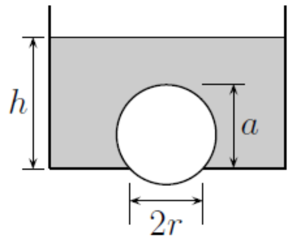
$$20 \cdot 10 = 800 \cdot x \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{4}\ m}$$

Gabarito: D

---

22. (ITA – 2014)

Uma esfera de massa m tampa um buraco circular de raio r no fundo de um recipiente cheio de água de massa específica ρ. Baixando-se lentamente o nível da água, num dado momento a esfera se desprende do fundo do recipiente. Assinale a alternativa que expressa a altura h do nível de água para que isto aconteça, sabendo que o topo da esfera, a uma altura a do fundo do recipiente, permanece sempre coberto de água.



a) $m/\rho\pi a^2$

b) $m/\rho\pi r^2$

c) $a(3r^2 + a^2)/(6r^2)$

d) $a/2\ - m/\rho\pi r^2$

e) $a(3r^2 + a^2)/(6r^2) - m/\rho\pi r^2$

Comentários:

Fazendo-se o equilíbrio de forças sobre a esfera, quando ela se desprende, tem-se:

$$E + F_{P_{atm}} = P$$

Em que:

- E é o empuxo sofrido pela esfera;

- P é o peso da esfera;

- $F_{P_{atm}}$ é a força por conta da pressão atmosférica sobre a esfera.

Entretanto, não são dadas informações acerca da P_{atm}, portanto esta será desconsiderada. Além disso, pode-se simplificar o cálculo do empuxo. Caso a esfera estivesse inteiramente submersa, o empuxo seria de $\rho \cdot V_{submerso} \cdot g$. No entanto, por conta da não atuação da pressão da água sobre a calota inferior, deve-se descontar esta parcela. Caso houvesse água atuando sobre a parcela, seria de:

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot r^2$$

Portanto, o empuxo é de:

$$E = \rho \cdot V_{submerso} \cdot g - \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot r^2$$

Assim:

$$\rho \cdot V_{submerso} \cdot g - \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot r^2 = mg$$

O volume da calota é dado por:

$$V_{submerso} = V_{calota} = \frac{\pi \cdot a}{6} \cdot (3 \cdot r^2 + a^2)$$

Portanto:

$$h = \frac{\frac{\pi \cdot a}{6} \cdot (3 \cdot r^2 + a^2)}{\pi \cdot r^2} - \frac{m}{\rho \cdot \pi \cdot r^2}$$

$$h = \frac{a \cdot (3 \cdot r^2 + a^2)}{6 \cdot r^2} - \frac{m}{\rho \cdot \pi \cdot r^2}$$

Gabarito: E

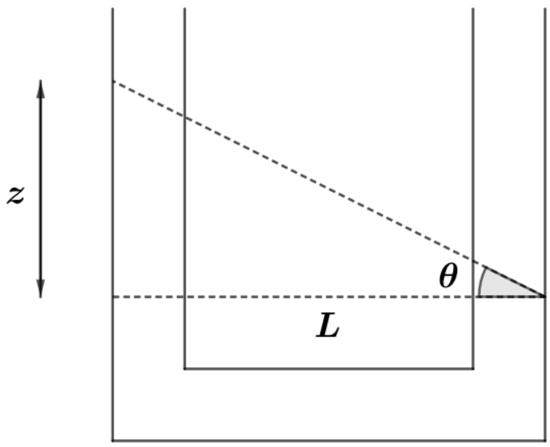
---

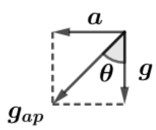
23. (ITA – 2015)

Um tubo em forma de U de seção transversal uniforme, parcialmente cheio até uma altura h com um determinado líquido, é posto num veículo que viaja com aceleração horizontal, o que resulta numa diferença de altura z do líquido entre os braços do tubo interdistantes de um comprimento L. Sendo desprezível o diâmetro do tubo em relação à L, a aceleração do veículo é dada por

a) $\frac{2zg}{L}$ b) $\frac{(h-z)g}{L}$ c) $\frac{(h+z)g}{L}$ d) $\frac{2gh}{L}$ e) $\frac{zg}{L}$

Comentários:





$$tg\ \theta = \frac{z}{L} = \frac{a}{g} \Rightarrow \boxed{a = \frac{z \cdot g}{L}}$$

Gabarito: E

---

24. (ITA – 2016)

Um estudante usa um tubo de Pitot esquematizado na figura para medir a velocidade do ar em um túnel de vento. A densidade do ar é igual a $1{,}2\ \mathrm{kg/m^3}$ e a densidade do líquido é $1{,}2 \cdot 10^4\ \mathrm{kg/m^3}$, sendo $\mathrm{h} = 10\ \mathrm{cm}$. Nessas condições a velocidade do ar ó aproximadamente igual a

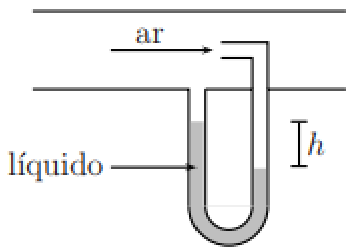
a) $1{,}4\ \mathrm{m/s}$

b) $14\ \mathrm{m/s}$

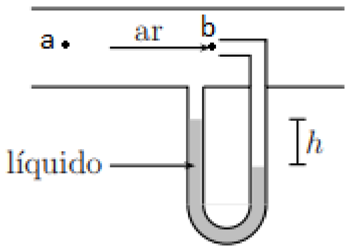
c) $1{,}4 \cdot 10^2\ \mathrm{m/s}$

d) $1{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$

e) $1{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}$



Comentários:



Pela equação de Bernoulli:

$$p_a + \frac{\rho_{ar} \cdot v^2}{2} = p_b$$

Pela Lei de Stevin:

$$p_b - p_a = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = \frac{\rho_{ar} \cdot v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot g \cdot h}{\rho_{ar}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0{,}1}{1{,}2}} \cong 1{,}4 \cdot 10^2\ m/s$$

Gabarito: C

---

25. (ITA – 2016)

Balão com gás Hélio inicialmente a $27°C$ de temperatura c pressão de $1{,}0\ atm$, as mesmas do ar externo, sobe até o topo de uma montanha, quando o gás se resfria a $-23°C$ e sua pressão reduz-se a 0,33 de atm, também as mesmas do ar externo. Considerando invariável a aceleração da gravidade na subida, a razão entre as forças de empuxo que atuam no balão nestas duas posições é

a) 0,33. b) 0,40. c) 1,0. d) 2,5. e) 3,0.

Comentários:

Pela equação de Clapeyron:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow V = \frac{n \cdot R \cdot T}{P}$$

Trabalhando-se mais um pouco:

$$\frac{n}{V} = \frac{P}{R \cdot T} \Rightarrow \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{P}{R \cdot T}$$

$$\frac{m}{V} = d = \frac{P \cdot M}{R \cdot T}$$

Portanto, com as expressões pra d e V:

$$E = d \cdot V \cdot g = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} \cdot \frac{n \cdot R \cdot T}{P} \cdot g = M \cdot n \cdot g$$

Mas, M, n e g são considerados constantes (não tem informações suficientes pra calcular uma possível diferença nas gravidades locais entre as duas posições). Portanto, o empuxo não varia com a altura.

Gabarito: C

---

26. (ITA – 2016)

Um corpo flutua estavelmente em um tanque contendo dois líquidos imiscíveis, um com o dobro da densidade do outro, de tal forma que as interfaces líquido/líquido e líquido/ar dividem o volume do corpo exatamente em três partes iguais. Sendo completamente removido o líquido mais leve, qual proporção do volume do corpo permanece imerso no líquido restante?

a) ½

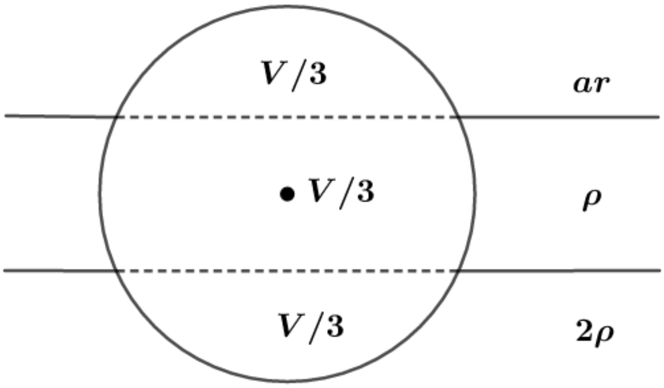
b) ¼

c) ¾

d) 2/5

e) 3/5

Comentários:



Pelo equilíbrio de forças na situação inicial:

$$P = E_1 + E_2 \Rightarrow P = \rho \cdot \frac{V}{3} \cdot g + 2\rho \cdot \frac{V}{3} \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$$

Retirando-se o líquido mais leve e fazendo-se novamente o equilíbrio:

$$P = E \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = 2 \cdot \rho \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$\frac{V_{submerso}}{V} = \frac{1}{2}$$

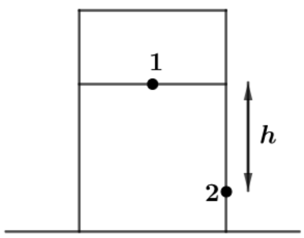
Gabarito: A

---

27. (ITA-2016)

Um cilindro vertical de seção reta de área A_1, fechado, contendo gás e água é posto sobre um carrinho que pode se movimentar horizontalmente sem atrito. A uma profundidade h do cilindro, há um pequeno orifício de área A_2 por onde escoa a água. Num certo instante a pressão do gás é p, a massa de água, M_a e a massa restante do sistema, M. Determine a aceleração do carrinho nesse instante mencionado em função dos parâmetros dados. Justifique as aproximações eventualmente realizadas.

Comentários:



Pela equação de Bernoulli:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_{atm} + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}$$

Para relacionar v_1 e v_2, utiliza-se a equação da continuidade:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2$$

(Notar que se optou por achar v_1 em função de v_2 pois mais para frente precisaremos fazer a conservação da quantidade de movimento. Para isso necessitaremos de v_2).

Substituindo:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \cdot v_2^2 = p_{atm} + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

$$\frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right) = p - p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$v_2^2 = \frac{2 \cdot (p - p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h)}{\rho \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}$$

Agora, pela conservação da quantidade de movimento:

$$(M + M_a) \cdot dv = dm \cdot v_2$$

$$(M + M_a) \cdot dv = (\rho \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot dt) \cdot v_2$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\rho \cdot A_2 \cdot v_2^2}{M + M_a} = \frac{\rho \cdot A_2 \cdot \frac{2 \cdot (p - p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h)}{\rho \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}}{M + M_a}$$

Como $\frac{dv}{dt}$ é a aceleração:

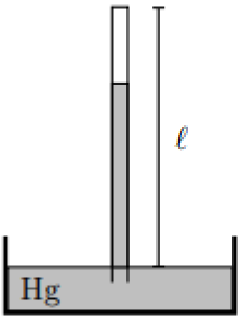
$$\boxed{a = \frac{2 \cdot A_2 \cdot (p - p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h)}{(M + M_a) \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{a = \frac{2A_2}{M+M_a} \cdot \left(\frac{p - p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}\right)}$

---

28. (ITA – 2017)

Em equilíbrio, o tubo emborcado da figura contém mercúrio e ar aprisionado. Com a pressão atmosférica de 760 mm de Hg a uma temperatura de 27°C, a altura da coluna de mercúrio é de 750 mm. Se a pressão atmosférica cai a 740 mm de Hg a uma temperatura de 2°C, a coluna de mercúrio é de 735 mm. Determine o comprimento l aparente do tubo.



Comentários:

Pela Lei de Stevin, na situação inicial:

$$p_{gás,1} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_{atm,1} \Rightarrow p_{gás,1} + 750 = 760$$

$$p_{gás,1} = 10\ mmHg$$

Na situação final:

$$p_{gás,2} + \rho \cdot g \cdot h_2 = p_{atm,2} \Rightarrow p_{gás,2} + 735 = 740$$

$$p_{gás,2} = 5\ mmHg$$

Considerando-se que houve uma transformação gasosa ideal:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{10 \cdot (l - 750) \cdot A}{300} = \frac{5 \cdot (l - 735) \cdot A}{275}$$

Em que:

- l é o comprimento aparente;

- A é a área de seção do tubo.

$$30l - 30 \cdot 735 = 55l - 55 \cdot 750$$

$$25l = 55 \cdot 750 - 30 \cdot 735$$

$$l = 11 \cdot 150 - 6 \cdot 147$$

$$l = 1650 - 882$$

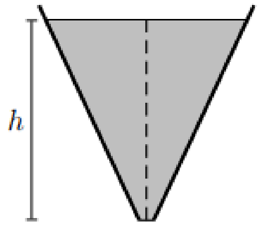
$$\boxed{l = 768\ mm}$$

Gabarito: $\boldsymbol{l = 768\ mm}$

---

29. (ITA – 2018)

Na figura, o tanque em forma de tronco de cone, com $10{,}0\ cm$ de raio da base, contém água até o nível de altura $h = 500\ cm$, com $100\ cm$ de raio da superfície livre. Removendo-se a tampa da base, a água começa a escoar e, nesse instante, a pressão no nível a $15{,}0\ cm$ de altura é de



a) 100 kPa.

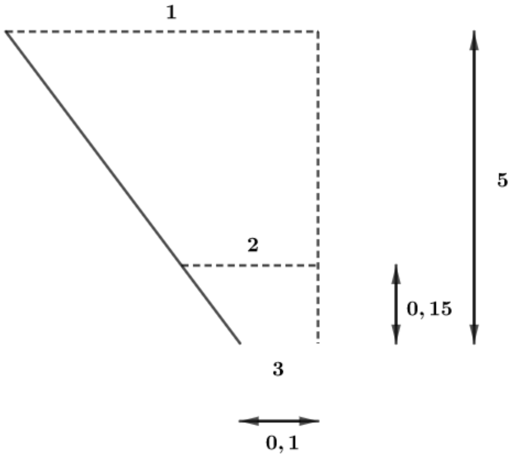
b) 102 kPa.

c) 129 kPa.

d) 149 kPa.

e) 150 kPa.

Comentários:



Como há escoamento, utiliza-se a equação de Bernoulli entre os pontos 1 e 3:

$$p_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_3 + \rho \cdot \frac{v_3^2}{2}$$

Mas:

$$p_1 = p_3 = p_{atm}$$

Logo:

$$(v_3^2 - v_1^2) = 2 \cdot g \cdot h_1$$

Pela equação da continuidade:

$$A_1 \cdot v_1 = A_3 \cdot v_3 \Rightarrow v_1 = \frac{A_3}{A_1} \cdot v_3 = 10^{-2} \cdot v_3$$

Substituindo:

$$v_3^2 - v_1^2 \cong v_3^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow v_3 = 10\, m/s$$

Aplicando equação de Bernoulli entre os pontos 2 e 3:

$$p_3 + \rho \cdot \frac{v_3^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

$$\rho \cdot \left(\frac{v_3^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} - g \cdot h_2\right) + p_3 = p_2$$

Para relacionar as velocidades pela equação da continuidade é necessário relacionar as áreas. Pela semelhança de triângulos na figura, temos:

$$\frac{1-0,1}{5}=\frac{x-0,1}{0,15}\Rightarrow x=0,127\ m$$

Agora, pela equação da continuidade:

$$A_2\cdot v_2=A_3\cdot v_3\Rightarrow \pi\cdot\frac{r_2^2}{2}\cdot v_2=\pi\cdot\frac{r_3^2}{2}\cdot v_3\Rightarrow (0,127)^2\cdot v_2=(0,1)^2\cdot v_3$$

$$v_2=10\cdot\left(\frac{0,1}{0,127}\right)^2\cong 6,2\ m/s$$

Substituindo em Bernoulli:

$$10^3\cdot\left(50-\frac{(6,2)^2}{2}-10\cdot 0,127\right)+10^5=p_2\Rightarrow\ p_2=29,51\cdot 10^3+10^5\cong 129\cdot 10^3\ Pa$$

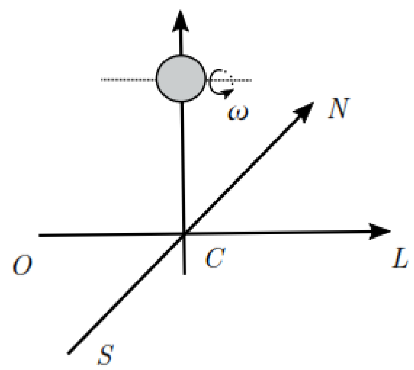
$$p_2=129\ kPa$$

Gabarito: C

---

30. (ITA – 2019)

Uma bola é deixada cair conforme mostra a figura. Inicialmente, ela gira com velocidade angular ω no sentido anti-horário para quem a observa do Leste, sendo nula a velocidade do seu centro de massa. Durante a queda, o eixo de rotação da bola permanece sempre paralelo à direção oeste-leste. Considerando o efeito do ar sobre o movimento de queda da bola, são feitas as seguintes afirmações:



I. A bola está sujeita apenas a forças verticais e, portanto, cairá verticalmente.

II. A bola adquire quantidade de movimento para o norte (N) ou para o oeste (O).

III. A bola adquire quantidade de movimento para o leste (L) ou para o sul (S).

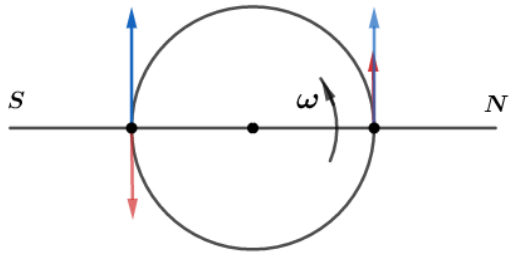
IV. Quanto maior for a velocidade angular ω da bola, mais ela se afastará do ponto C.

Está(ão) correta(s) apenas

a) I. b) II e IV. c) III e IV. d) III. e) II.

Comentários:

Boa questão que cobra do candidato o conhecimento do chamado Efeito Magnus.



Considere a figura ao lado, em que os vetores azuis representam a velocidade do ar sobre a bola, repare que ambos são dirigidos para cima, ao passo que os a velocidade provocada pela rotação da bola, expressa pela equação $V = \omega \cdot R$, tem sentidos diferentes a depender do lado da bola a ser analisado. Repare que no lado mais próximo ao norte a velocidade resultante terá módulo maior se comparado ao lado mais próximo ao sul. Sabe-se que quanto maior a velocidade menor é a pressão do ar e, portanto, a pressão do ar é maior no lado mais próximo ao sul. Isso provoca uma força com direção sobre o eixo horizontal, e com sentido sul para norte. A força ocasiona uma aceleração que faz com que a bola adquira movimento para norte.

I. FALSO. O Efeito Magnus demonstra que existem forças horizontais, portanto, não se pode falar em uma queda meramente vertical.

II. VERDADEIRO. Conforme demonstrado na figura, a bola adquire movimento para norte, ou para oeste, dependendo do referencial adotado.

III. FALSO. Vide resolução e demonstrações que apontam movimento para norte ou oeste.

IV. VERDADEIRO. Quanto maior a velocidade angular, maior será a diferença entre as velocidades nos pontos mais próximos ao sul e ao norte, ocasionando maior diferença de pressão e uma maior força, que causará um maior deslocamento horizontal da bola do ponto C.

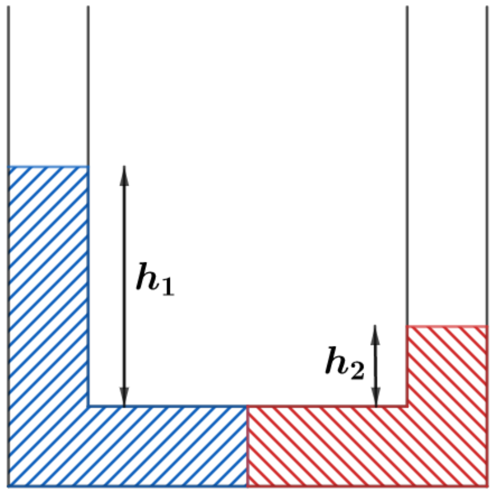
Gabarito: B

---

31. (IME)

Dois líquidos imiscíveis em um tubo em U (seção constante) tem as densidades na relação de dez para um: o menos denso tem a superfície livre $10\ cm$ acima da separação dos líquidos. Qual a diferença de nível entre as superfícies livres nos dois ramos do tubo?

Comentários:



Pela lei de Stevin:

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 + p_{atm} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + p_{atm}$$

Mas:

$$h_1 = 10$$

E:

$$\rho_2 = 10\rho_1$$

Logo:

$$\rho_1 \cdot g \cdot 10 = 10\rho_1 \cdot g \cdot h_2$$
$$h_2 = 1cm$$

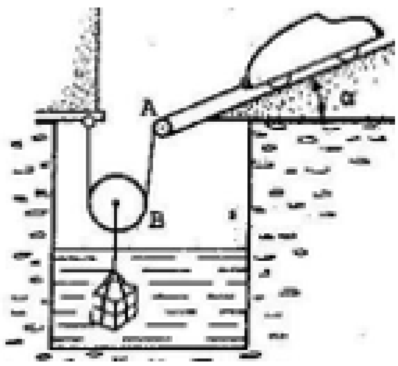
Logo, a diferença de nível entre as superfícies livres é de 9 cm.

Gabarito: 9 cm

---

32. (IME – 1982)

O automóvel de massa m_1, representado na figura, está subindo a rampa de inclinação com uma aceleração constante. Preso ao automóvel existe um cabo de massa desprezível o qual passa por uma roldana fixa A e por uma roldana móvel B, ambas de massa desprezível, tendo finalmente a outra extremidade fixa em D. Ao eixo da roldana móvel, cujos fios são paralelos, está presa uma caixa cúbica de volume V e massa m_2 imersa em um líquido de massa específica ρ. Sabendo-se que o automóvel, partindo do repouso, percorreu um espaço "e" em um intervalo de tempo t e que a caixa permaneceu inteiramente submersa neste período, calcular a força desenvolvida pelo conjunto motor do automóvel. Desprezar a resistência oferecida pelo líquido ao deslocamento da caixa.



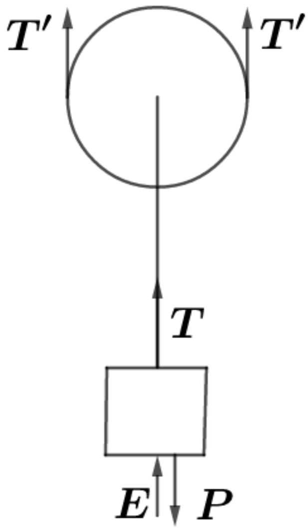
Comentários:

Pela equação horária:

$$e = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow a = 2 \cdot e \cdot \frac{1}{t^2}$$

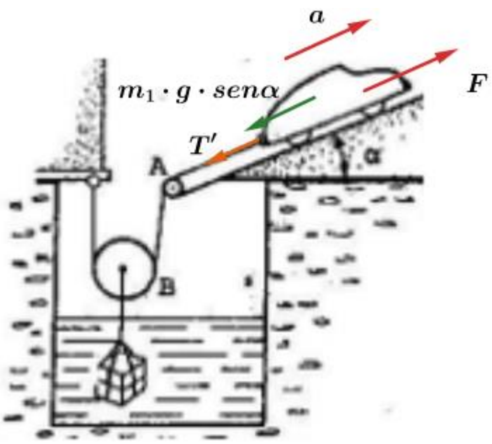
Sabendo-se a aceleração desenvolvida pelo carro, é necessário relacionar todas as forças do problema de modo a obter a resultante e aplicar a segunda lei de Newton.

O bloco suspenso na polia móvel está representado a seguir:



$$\begin{cases} T' = \dfrac{T}{2} \\ T + E = P \end{cases} \Rightarrow T = m_2 \cdot g - \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow T' = \frac{T}{2}$$

O carro está representado a seguir:



$$F - m_1 \cdot g \cdot sen\ \alpha - T' = m_1 \cdot a$$

$$\boxed{F = \frac{m_1 \cdot 2 \cdot e}{t^2} + m_1 \cdot g \cdot sen\ \alpha + \frac{m_2 \cdot g}{2} - \frac{\rho \cdot V \cdot g}{2}}$$

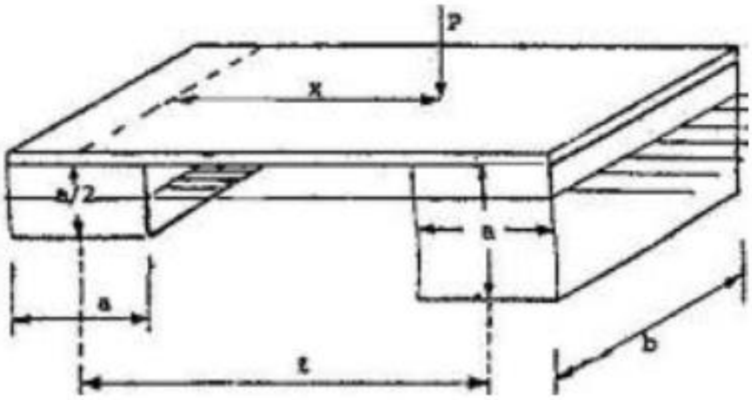
Gabarito: $\boldsymbol{m_1 \cdot g \cdot sen\ \alpha + \frac{2 \cdot m_1 \cdot e}{t^2} + \frac{m_2 \cdot g}{2} - \frac{\rho \cdot V \cdot g}{2}}$

---

33. (IME – 1982)

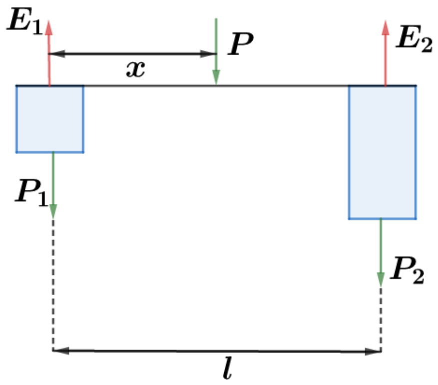
O flutuador da figura é constituído de duas vigas de madeira de comprimento b e seções $(a \times a)$ e $(a \times \frac{a}{2})$ distantes l de centro a centro. Sobre as vigas existe uma plataforma de peso desprezível. Determinar, em função de a, b, l, P e γ a posição da carga x para que a plataforma permaneça na horizontal.

Dados:



- $\gamma =$ peso específico da água.
- Densidade da madeira em relação à água = 0,80.

Comentários:



Pelo equilíbrio translacional da plataforma:

$$P + P_1 + P_2 = E_1 + E_2$$

Sendo que:

$$P_1 = \frac{a^2}{2} \cdot b \cdot \gamma \cdot 0{,}8 \Rightarrow P_2 = a^2 \cdot b \cdot \gamma \cdot 0{,}8$$

$$E_1 = a \cdot \left(h - \frac{a}{2}\right) \cdot b \cdot \gamma \Rightarrow E_2 = a \cdot h \cdot b \cdot \gamma$$

Substituindo:

$$P + \frac{2 \cdot a^2 \cdot b \cdot \gamma}{5} + \frac{4 \cdot a^2 \cdot b \cdot \gamma}{5} = a \cdot b \cdot \gamma \cdot 2h - \frac{a^2 \cdot b \cdot \gamma}{2}$$

$$2h = \frac{P}{a \cdot b \cdot \gamma} + \frac{17}{10} \cdot a \Rightarrow \boxed{h = \frac{P}{2 \cdot a \cdot b \cdot \gamma} + \frac{17 \cdot a}{20}}$$

Pelo equilíbrio rotacional com polo no centro da viga menor:

$$P \cdot x + P_2 \cdot l = E_2 \cdot l$$

Mas:

$$P_2 = a^2 \cdot b \cdot \gamma \cdot 0{,}8$$

$$E_2 = a \cdot b \cdot \gamma \cdot \left(\frac{P}{2 \cdot a \cdot b \cdot \gamma} + \frac{17 \cdot a}{20}\right) = \frac{P}{2} + \frac{17 \cdot a^2 \cdot b \cdot \gamma}{20}$$

Assim:

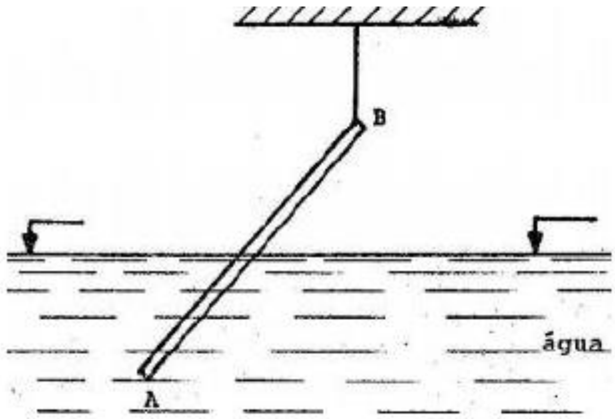
$$P \cdot x = l \cdot \left(\frac{P}{2} + \frac{17 \cdot a^2 \cdot b \cdot \gamma}{20} - \frac{4 \cdot a^2 \cdot b \cdot \gamma}{5}\right)$$

$$\boxed{x = \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{a \cdot b \cdot \gamma}{10P} + 1\right)}$$

Gabarito: $x = \frac{l}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma a^2 b}{10P}\right)$

34. (IME – 1986)

Uma barra uniforme e delgada AB de 3,6 m de comprimento, pesando 120 N, é segura na extremidade B por um cabo, possuindo na extremidade A um peso de chumbo de 60N. A barra flutua, em água, com metade do seu comprimento submerso, como é mostrado na figura abaixo.



Desprezando empuxo sobre o chumbo, calcule:

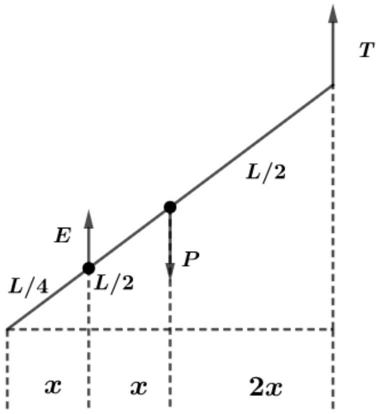
a) O valor da força de tração no cabo.

b) O volume total da barra.

Dados:

- g = 10 m/s² - aceleração da gravidade;
- ρ = 1000 kg/m³ - massa específica da água.

Comentários:



Pelo equilíbrio rotacional com o centro da parte submersa da haste tem-se:

$$x \cdot P_{chumbo} + T \cdot 3x = P_{barra} \cdot x \Rightarrow 60 + 3 \cdot T = 120 \Rightarrow \boxed{T = 20\ N}$$

Agora, fazendo-se o equilíbrio translacional do corpo:

$$T + E = P_{barra} + P_{chumbo} \Rightarrow 20 + E = 180$$

$$E = 160\ N = \rho \cdot V_{submerso} \cdot g \Rightarrow 160 = 10^3 \cdot \frac{V_{barra}}{2} \cdot 10$$

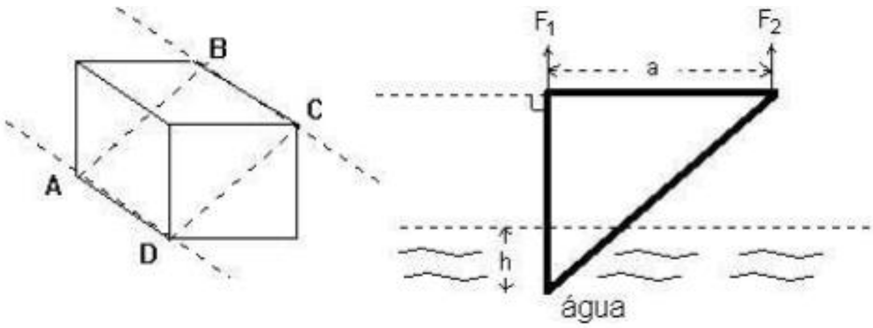
$$\boxed{V_{barra} = 320 \cdot 10^{-4}\ m^3}$$

Gabarito: a) 20 N b) 0,032 m³

---

35. (IME – 1999)

Um objeto de massa m é construído ao seccionar-se ao meio um cubo de aresta a pelo plano que passa pelos seus vértices $ABCD$, como mostrado nas figuras abaixo. O objeto é parcialmente imerso em água, mas mantido em equilíbrio por duas forças F_1 e F_2. Determine:



a) o módulo do empuxo que age sobre o objeto;

b) os pontos de aplicação do empuxo e do peso que agem sobre o objeto;

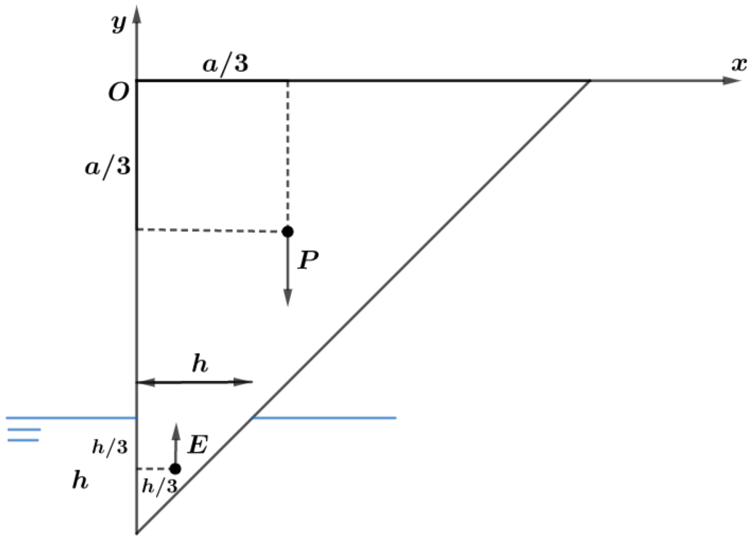
c) os módulos e os pontos de aplicação das forças verticais F_1 e F_2 capazes de equilibrar o objeto.

Dados:

- aceleração da gravidade (g);

- massa específica da água (μ);
- profundidade de imersão (h);
- a massa m é uniformemente distribuída pelo volume do objeto.

Comentários:



$$E = \mu \cdot V_{submerso} \cdot g \Rightarrow E = \mu \cdot \frac{h^2}{2} \cdot a \cdot g$$

Para achar os pontos de aplicação é necessário lembrar que as forças peso e empuxo atuam no centro de gravidade do corpo (coincide com o centro geométrico no caso de corpo homogêneo) e no centro geométrico da parcela submersa do corpo, respectivamente.

Assim, tomando O como origem:

$$P_{peso} = \left(\frac{a}{3}; -\frac{a}{3}\right) \text{ e } P_{empuxo} = \left(\frac{h}{3}; -a + \frac{2h}{3}\right)$$

Pelo equilíbrio translacional:

$$F_1 + F_2 + E = P = m \cdot g + \frac{\mu \cdot a \cdot g \cdot h^2}{2}$$

Pelo equilíbrio rotacional em torno de O:

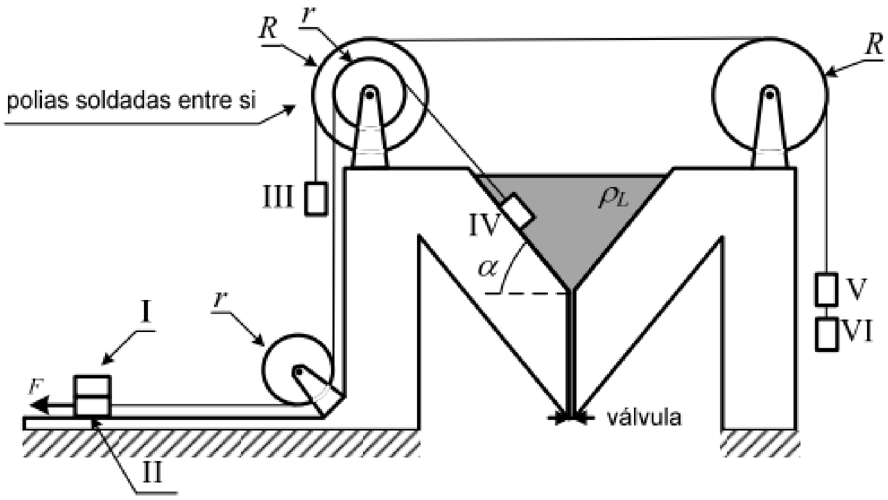
$$F_2 \cdot a + E \cdot \frac{h}{3} = P \cdot \frac{a}{3} \Rightarrow F_2 = \frac{mg}{3} - \frac{\mu \cdot a \cdot g \cdot h^2}{2} \cdot \frac{h}{3 \cdot a} \Rightarrow \boxed{F_2 = \frac{mg}{3} - \frac{\mu \cdot g \cdot h^3}{6}}$$

Substituindo no equilíbrio translacional:

$$\boxed{F_1 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{3} + \frac{\mu \cdot g \cdot h^2}{2}\left(\frac{h}{3} - a\right)}$$

Gabarito: a) $\frac{\mu \cdot h^2 \cdot a \cdot g}{2}$ b) O é a origem: $P = \left(\frac{a}{3}, -\frac{a}{3}\right)$ $E = \left(\frac{h}{3}; -a + \frac{2h}{3}\right)$ c) $F_1 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{3} + \frac{\mu \cdot g \cdot h^2}{2}\left(\frac{h}{3} - a\right)$; $F_2 = \frac{m \cdot g}{3} - \frac{\mu \cdot g \cdot h^3}{6}$

36. (IME – 2016)



Seis blocos idênticos, identificados conforme a figura, encontram-se interligados por um sistema de cordas e polias ideais, inicialmente em equilíbrio estático sob ação de uma força F, paralela ao plano de deslizamento do bloco II e sentido representado na figura. Considere que: o conjunto de polias de raios r e R são solidárias entre si; não existe deslizamento entre os cabos e as polias; e existe atrito entre os blocos I e II e entre os blocos II e IV com as suas respectivas superfícies de contato. Determine:

a) o menor valor do módulo da força F para que o sistema permaneça em equilíbrio estático;

b) o maior valor do módulo da força F para que o sistema permaneça em equilíbrio estático quando a válvula for aberta e o líquido totalmente escoado;

c) o maior valor do módulo da força F para que não haja deslizamento entre os blocos I e II, admitindo que a válvula tenha sido aberta, o tanque esvaziado e a força F aumentado de modo que o sistema tenha entrado em movimento.

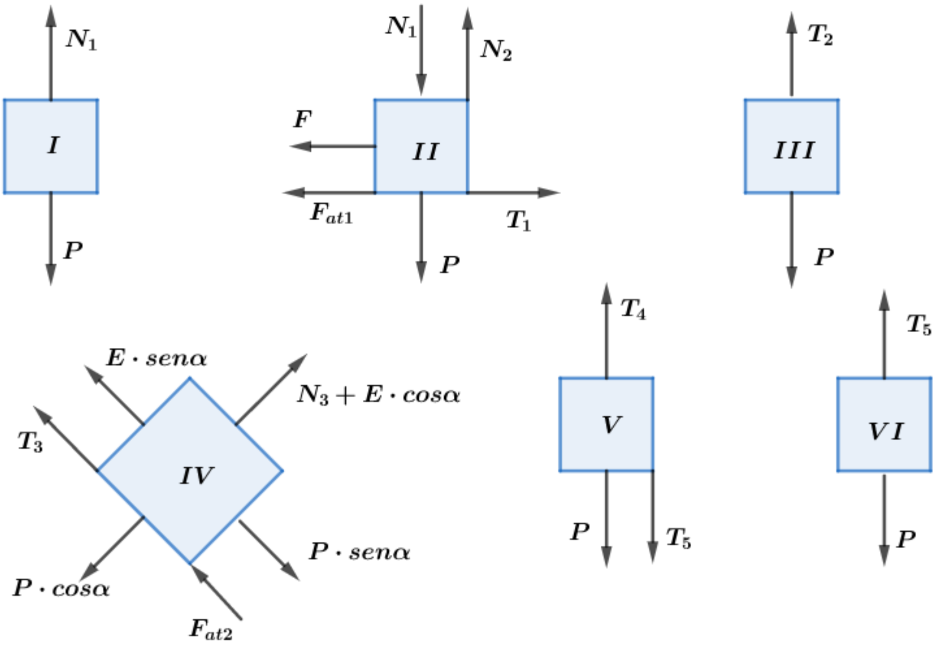
Dados:

- aceleração da gravidade: g;
- massa específica de cada bloco: ρ_B;
- volume de cada bloco: V_B;
- massa específica do líquido: ρ_L;
- coeficiente de atrito entre os blocos I e II: μ;
- coeficiente de atrito estático entre o bloco II e o solo: $1{,}5\ \mu$;
- coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco II e o solo: $1{,}4\ \mu$;

- coeficiente de atrito estático entre o bloco IV e a superfície com líquido: $0{,}5\ \mu$;
- coeficiente de atrito estático entre o bloco IV e a superfície sem líquido: $0{,}85\ \mu$;
- coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco IV e a superfície sem líquido: $0{,}75\ \mu$
- ângulo entre a superfície de contato do bloco IV e a horizontal: α.

Comentários:

Analisando cada bloco separadamente:



a) Fazendo-se os equilíbrios:

$$I: N_1 = P$$

$$II: \begin{cases} N_2 = N_1 + P \\ F = T_1 - F_{at_1} \end{cases}$$

$$III: T_2 = P$$

$$IV: \begin{cases} T_3 = P \cdot sen\ \alpha - E \cdot sen\ \alpha - F_{at_2} \\ N_3 = P \cdot \cos\alpha - E \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

$$V: T_4 = P + T_5$$

$$VI: T_5 = P$$

E, pelo equilíbrio da polia:

$$T_1 \cdot r + T_2 \cdot R = T_3 \cdot r + T_4 \cdot R$$

Com VI em V:

$$T_4 = 2 \cdot P$$

Com IV(y) em IV(x):

$$T_3 = P \cdot sen\ \alpha - E \cdot sen\ \alpha - 0{,}5 \cdot \mu \cdot (P \cdot \cos\alpha - E \cdot \cos\alpha)$$

Com I, II(x) e II(y):

$$F = T_1 - 1{,}5 \cdot \mu \cdot 2 \cdot P$$

Pelo equilíbrio da roldana:

$$T_1 = \frac{(P \cdot sen\,\alpha - E \cdot sen\,\alpha - 0{,}5 \cdot \mu \cdot (P \cdot \cos\alpha - E \cdot \cos\alpha)) \cdot r + 2P \cdot R - P \cdot R}{r}$$

Substituindo os valores e variáveis:

$$T_1 = \frac{V_B \cdot g \cdot r \cdot (\rho_B \cdot sen\,\alpha - \rho_L \cdot sen\,\alpha - 0{,}5 \cdot \mu(\rho_B \cdot \cos\alpha - \rho_L \cdot \cos\alpha)) + \rho_B \cdot V_B \cdot g \cdot R}{r}$$

$$T_1 = V_B \cdot g \cdot (\rho_B - \rho_L)\left(sen\,\alpha - \frac{\mu}{2} \cdot \cos\alpha\right) + \rho_B \cdot V_B \cdot g \cdot \frac{R}{r}$$

Substituindo na expressão de F:

$$F = V_B \cdot g\left[\rho_B\left(\frac{R}{r} - 3 \cdot \mu\right) + (\rho_B - \rho_L)\left(sen\,\alpha - \frac{\mu}{2} \cdot \cos\alpha\right)\right]$$

b) Quando a válvula for totalmente aberta, as únicas equações que são alteradas são as do bloco IV. As novas equações de equilíbrio do bloco IV encontram-se abaixo (basta adotar $E = 0$ e mudar-se o sentido da força de atrito, visto que se deseja a força F máxima):

$$IV: \begin{cases} T_3 = P \cdot sen\,\alpha + F_{at_2} \\ N_3 = P \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

A equação de equilíbrio do bloco I também se altera pois agora deseja-se a força máxima. Portanto:

$$I: F = T_1 + F_{at_1} = T_1 + 3 \cdot \mu \cdot P$$

Assim, mantém-se que:

$$T_4 = 2 \cdot P$$

$$T_2 = P$$

Com IV(x) e IV(y) novos, tem-se:

$$T_3 = P \cdot sen\,\alpha + 0{,}85 \cdot \mu \cdot P \cdot \cos\alpha$$

Pelo equilíbrio das roldanas solidárias:

$$T_1 = \frac{P \cdot (sen\,\alpha + 0{,}85 \cdot \mu \cdot \cos\alpha) \cdot r + 2 \cdot P \cdot R - P \cdot R}{r}$$

$$T_1 = \rho_B \cdot V_B \cdot g \cdot (sen\,\alpha - 0{,}85 \cdot \mu \cdot \cos\alpha) + \rho_B \cdot V_B \cdot g \cdot \frac{R}{r}$$

Substituindo na nova expressão de I:

$$F = \rho_B \cdot V_B \cdot g \cdot \left[\frac{R}{r} + \mu(3 + 0{,}85 \cdot \cos\alpha) + sen\,\alpha\right]$$

c) Com o sistema em movimento, as equações se alteram significativamente. Primeiramente os blocos I e II:

$$I: \begin{cases} N_1 = P \\ m \cdot a = \mu \cdot N \end{cases}$$

$$II: \begin{cases} N_2 = N_1 + P \\ F - F_{at_1} - \mu \cdot N_1 - T_1 = m \cdot a \end{cases}$$

Com I e II:

$$a = \mu \cdot g$$

$$F = 1{,}4 \cdot \mu \cdot 2P + \mu \cdot P + \mu \cdot P + T_1$$

$$F = 4{,}8 \cdot \mu \cdot P + T_1$$

A aceleração dos blocos I e II é igual à do bloco IV, visto que o fio é inextensível. Logo, as equações do bloco IV ficam:

$$IV: \begin{cases} T_3 - P \cdot sen\,\alpha - F_{at_2} = m \cdot a \\ N_3 = P \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

Daqui, tira-se:

$$T_3 = m \cdot g \cdot sen\,\alpha + m \cdot \mu \cdot g + 0{,}75 \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

$$T_3 = m \cdot g \cdot \left(sen\,\alpha + \mu \cdot (1 + 0{,}75 \cdot \cos\alpha)\right)$$

Devido as roldanas solidárias, a aceleração angular de ambas deve ser igual. Assim:

$$\frac{a}{r} = \frac{a'}{R} \Rightarrow a' = \mu \cdot g \cdot \frac{R}{r}$$

Utilizando esta informação para o equilíbrio do bloco III:

$$III: P - T_2 = m \cdot a'$$

De onde tira-se que:

$$T_2 = m \cdot g - m \cdot \mu \cdot g \cdot \frac{R}{r} = m \cdot g \cdot \left(1 - \mu \cdot \frac{R}{r}\right)$$

Para o equilíbrio do bloco VI:

$$VI: T_5 - P = m \cdot a'$$

Logo:

$$T_5 = m \cdot g \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{R}{r}\right)$$

Finalmente, o equilíbrio do bloco V fica:

$$T_4 - (P + T_5) = m \cdot a' \Rightarrow T_4 = 2 \cdot m \cdot g \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{R}{r}\right)$$

Como as polias têm massa desprezível, o momento resultante sobre elas é nulo (pois o momento de inércia é nulo):

$$T_1 \cdot r + T_2 \cdot R = T_3 \cdot r + T_4 \cdot R$$

Substituindo:

$$T_1 = \frac{m \cdot g \cdot (sen\,\alpha + \mu \cdot (1 + 0{,}75 \cdot \cos\alpha)) \cdot r + 2 \cdot m \cdot g \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{R}{r}\right) \cdot R - m \cdot g \cdot \left(1 - \mu \cdot \frac{R}{r}\right) \cdot R}{r}$$

Assim:

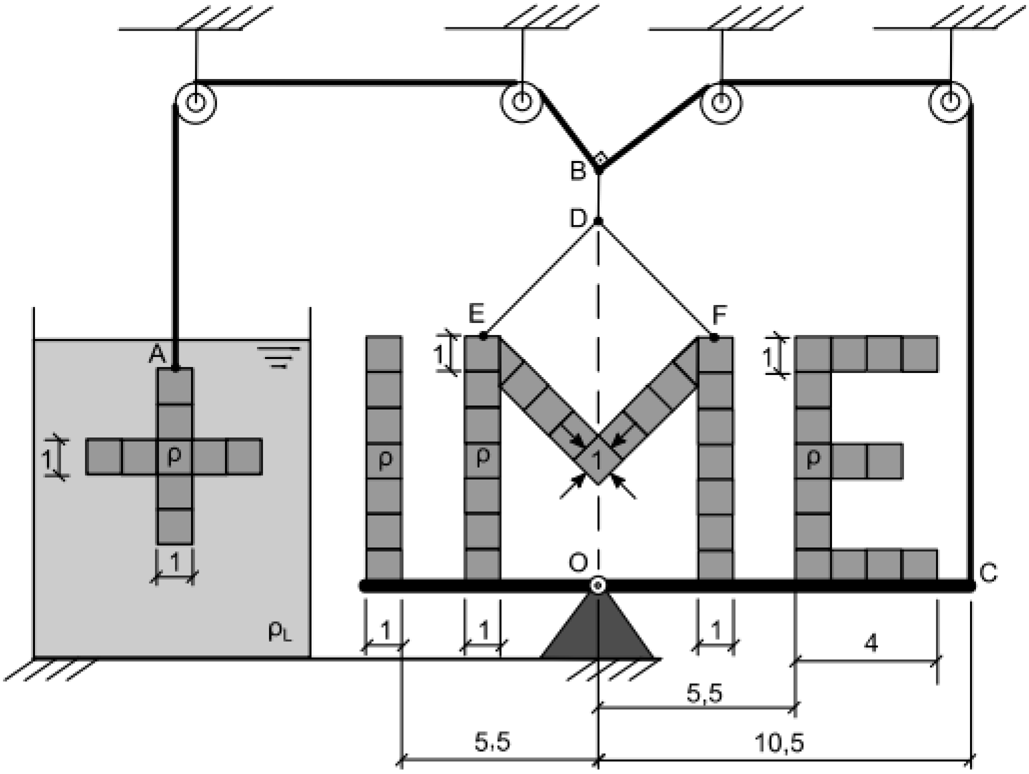
$$T_1 = m \cdot g \cdot (sen\,\alpha + \mu(1 + 0{,}75 \cdot \cos\alpha)) + \frac{R}{r} \cdot m \cdot g \cdot \left(1 + 3 \cdot \mu \cdot \frac{R}{r}\right)$$

Finalmente, substituindo na expressão para F:

$$F = \rho_B V_B g \left[\mu(5{,}8 + 0{,}75 cos\,\alpha) + sen\,\alpha + \frac{R}{r}\left(3\frac{R}{r}\mu + 1\right)\right]$$

Gabarito: a) $\boldsymbol{F = V_B g\left[\rho_B\left(\frac{R}{r} - 3\mu\right) + \left(sen\alpha - \frac{\mu}{2}cos\,\alpha\right)(\rho_B - \rho_L)\right]}$ **b)** $\boldsymbol{F = \rho_B V_B g\left[\frac{R}{r} + \mu(3 + 0{,}85 cos\,\alpha) + sen\alpha\right]}$ **c)** $\boldsymbol{F = \rho_B V_B g\left[\mu(5{,}8 + 0{,}75 cos\,\alpha) + sen\,\alpha + \frac{R}{r}\left(3\frac{R}{r}\mu + 1\right)\right]}$

37. (IME – 2017)



O sistema apresentado na figura encontra-se em equilíbrio estático, sendo composto por quatro corpos homogêneos, com seção reta na forma "+ I M E". O corpo "+" está totalmente imerso em um líquido e sustentado pela extremidade A de um fio flexível ABC, de peso desprezível, que passa sem atrito por polias fixas ideais. Sabe-se que, no ponto B, o fio forma um ângulo de 90° e sustenta parcialmente o peso do corpo "M". Finalmente, na extremidade C, o fio é fixado a uma plataforma rígida de peso desprezível e ponto de apoio O, onde os corpos "I M E" estão apoiados. Diante do exposto, determine:

a) a intensidade da força de tração no fio BD;

b) a intensidade da força de cada base do corpo “M” sobre a plataforma.

Observação:

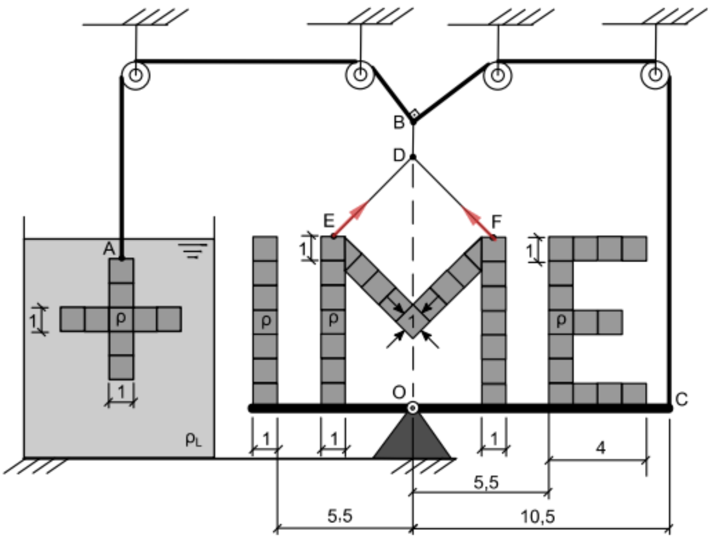
- dimensão das cotas dos corpos “+ I M E” na figura em unidade de comprimento (u.c.);
- considere fios e polias ideais; e
- existem dois meios cubos compondo a letra “ M ”

Dados:

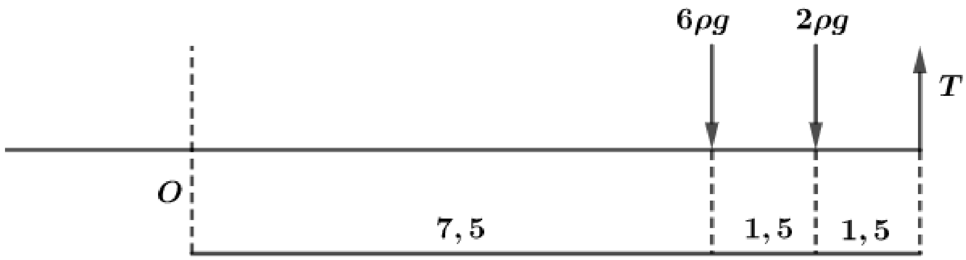
- aceleração da gravidade: g;
- massa específica dos corpos “+ I M E”: p;
- massa específica do líquido: $\rho_L = \rho/9$;
- espessura dos corpos “+ I M E”: 1 u.c.; e
- comprimento dos fios $DE = DF$.

Comentários:

Em questões trabalhosas como esta, onde houver a presença de rótulas ou barras apoiadas em um ponto e em equilíbrio rotacional, é importante que o aluno busque simetrias do problema e na distribuição de cargas de modo a minimizar seu trabalho. Nesta questão por exemplo, pode-se observar algumas simetrias representadas abaixo:



Notar que os quadrados pintados têm um simétrico em relação ao eixo vertical que passa por O (a altura dos quadrados não interessa, somente a carga e a distância horizontal já que as forças aplicadas são todas verticais). Assim, tem-se que:



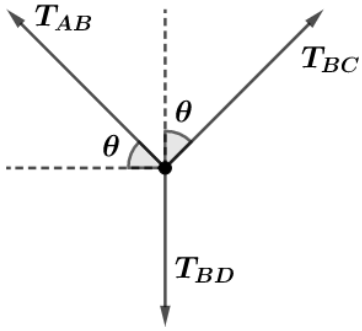
$$7{,}5 \cdot 6 \cdot \rho \cdot g + 9 \cdot 2 \cdot \rho \cdot g = T_{BC} \cdot 10{,}5$$

$$T_{BC} = \frac{63}{10{,}5} \cdot \rho \cdot g = 6 \cdot \rho \cdot g$$

Agora, analisando-se o equilíbrio translacional do corpo "+":

$$P = E + T_{AB} \Rightarrow 9 \cdot \rho \cdot g = 9 \cdot \rho_l \cdot g + T_{AB}$$

$$T_{AB} = 9 \cdot g \cdot \left(\rho - \frac{\rho}{9}\right) \Rightarrow T_{AB} = 8 \cdot \rho \cdot g$$



Pelo equilíbrio translacional do nó B:

$$T_{AB} \cdot \cos\theta = T_{BC} \cdot sen\,\theta \Rightarrow \frac{8}{6} = tg\,\theta$$

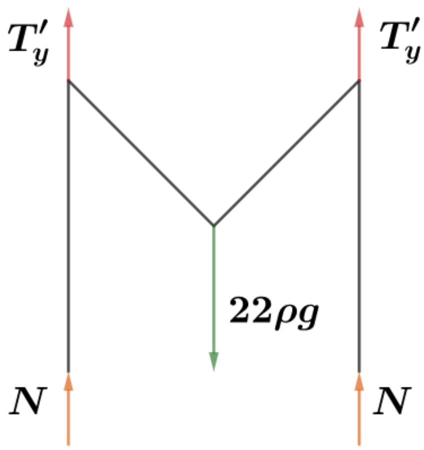
$$tg\,\theta = \frac{4}{3} \Rightarrow sen\,\theta = \frac{4}{5} \text{ e } \cos\theta = \frac{3}{5}$$

Logo:

$$T_{AB} \cdot sen\,\theta + T_{BC} \cdot \cos\theta = T_{BD} \Rightarrow 8 \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{4}{5} + 6 \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{3}{5} = T_{BD}$$

$$\boldsymbol{T_{BD} = 10 \cdot \rho \cdot g}$$

Finalmente, pelo equilíbrio do corpo M:



$$22 \cdot \rho \cdot g - 2 \cdot T'_y = 2 \cdot N$$

Mas, pelo equilíbrio do nó D:

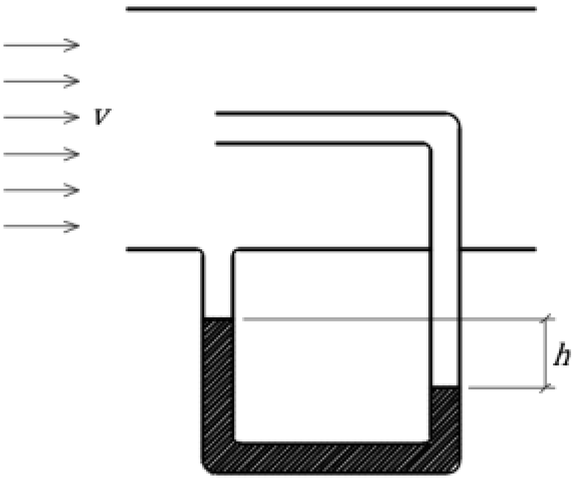
$$2 \cdot T'_y = T_{BD} \Rightarrow 22 \cdot \rho \cdot g - 10 \cdot \rho \cdot g = 2 \cdot N$$

$$\boldsymbol{N = 6 \cdot \rho \cdot g}$$

Gabarito: a) $T_{BD} = 10\,\rho g$ b) $N = 6\,\rho g$

---

38. (IME – 2018)



A figura acima mostra esquematicamente um tipo de experimento realizado em um túnel de vento com um tubo de Pitot, utilizado para medir a velocidade v do ar que escoa no túnel de vento. Para isso, a diferença de nível h entre as colunas do líquido é registrada. Em um dia frio, o experimento foi realizado e foi obtido o valor de $10{,}00\ cm$ para a diferença de nível h. Em um dia quente, o experimento foi repetido e foi obtido o valor de $10{,}05\ cm$ para a diferença de nível h. Determine:

a) o valor do coeficiente de dilatação volumétrica do líquido no interior do tubo, sabendo que a variação de temperatura entre o dia quente e o dia frio foi de 25 K;

b) a velocidade do ar v.

Dados:

• a massa específica do líquido é 1.000 vezes maior que a massa específica do ar no dia frio; e

• aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$.

Considerações:

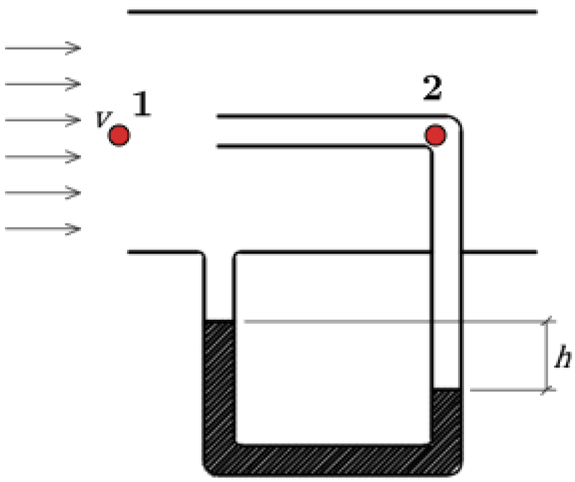
• a velocidade do ar no túnel de vento foi a mesma nos dois experimentos;

• a massa específica do ar foi a mesma nos dois experimentos;

• a aceleração da gravidade foi a mesma nos dois experimentos; e

• despreze a dilatação térmica da estrutura do tubo de Pitot.

Comentários:



Pela equação de Bernoulli:

$$p_1 + \rho_{ar} \cdot \frac{v^2}{2} = p_2$$

Mas:

$$p_2 - p_1 = \rho_{liq} \cdot g \cdot h$$

Substituindo:

$$\rho_{ar} \cdot \frac{v^2}{2} = \rho_{liq} \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{\rho_{ar} \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot \rho_{liq}}$$

Comparando as alturas medidas entre os dois dias:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_{liq_2}}{\rho_{liq_1}} = \frac{\frac{m_{liq_2}}{V_2}}{\frac{m_{liq_1}}{V_1}} = \frac{V_1}{V_2} = 1{,}005$$

Mas:

$$V_1 = V_2 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \Rightarrow 1{,}005 = 1 + \gamma \cdot 25$$
$$\gamma = 2 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}$$

Como:

$$v^2 = 2 \cdot \frac{\rho_{liq}}{\rho_{ar}} \cdot g \cdot h$$

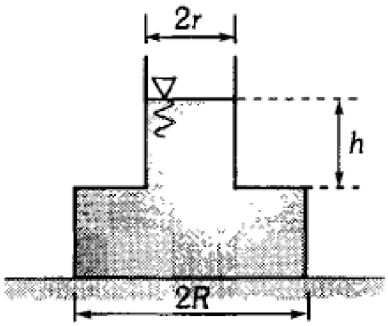
Então:

$$v = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}1} \Rightarrow \boxed{v = 20\sqrt{5}\ m/s}$$

Gabarito: a) $\gamma = 2 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}$ b) $v = 20\sqrt{5}\ m/s$

39.

Um recipiente sem base, de peso P e de paredes cilíndricas encontra-se sobre uma mesa. A bordas do recipiente estão bem ajustadas a mesa. O recipiente começa a ser enchido com água até uma altura h, quando praticamente perde o contato com a mesa. Determine a densidade do líquido.



a) $\frac{P}{2gh\pi(R^2-r^2)}$

b) $\frac{2P}{gh\pi(R^2-r^2)}$

c) $\frac{P}{gh\pi R^2}$

d) $\frac{P}{gh\pi r^2}$

e) $\frac{P}{gh\pi(R^2-r^2)}$

Comentários:

Após ultrapassar o desnível das paredes do recipiente, o aumento da coluna d'água gera um aumento da pressão causada pelo líquido sobre as paredes internas do recipiente. Essa pressão é de:

$$p_{int} = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

Enquanto a pressão externa é considerada como a atmosférica. Portanto, a força gerada por conta dessa diferença de pressão é de:

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

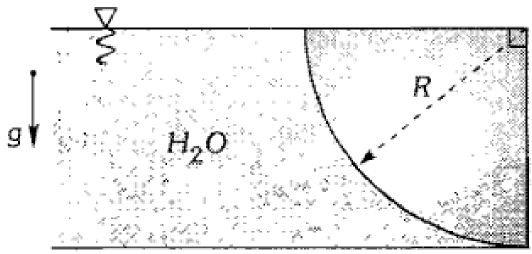
Quando o recipiente levanta:

$$F = P \Rightarrow \rho = \frac{P}{g \cdot h \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

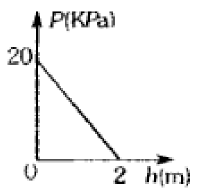
Gabarito: E

40.

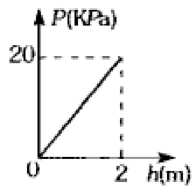
Determine o gráfico corresponde a pressão hidrostática na superfície do cilindro em função da profundidade h. ($R = 2\ m$; $g = 10\ m/s^2$).



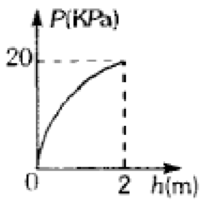
a)



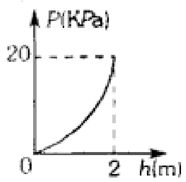
b)



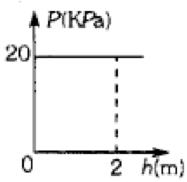
c)



d)



e)



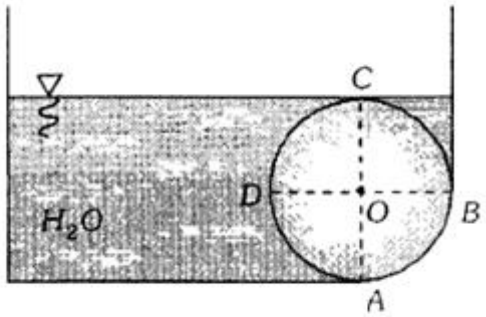
Comentários:

A pressão depende apenas da profundidade, ela não é afetada pela direção da superfície. Portanto, o comportamento deve-se manter linear crescente com a profundidade, seguindo a Lei de Stevin.

Gabarito: B

41.

O cilindro de raio R e geratriz L cobre completamente o buraco AB, impedindo que haja passagem de água. Em relação a força hidrostática, assinale a alternativa incorreta.



a) $\frac{3}{2}\rho_{água}gR^2L$, na direção horizontal

b) $0{,}5\rho_{água}gR^2L$, na direção vertical sobre a superfície BC

c) $\rho_{água}gR^2L$, na direção vertical sobre o volume ADC

d) $0{,}5\rho_{água}gR^2L$, na direção vertical para baixo

e) $2\rho_{água}gR^2L$ horizontal sobre BC

Comentários:

Para cálculo da força horizontal, podemos analisar a pressão exercida somente sobre a seção AC. Para isso, a área afetada é a área da seção AC, e a pressão utilizada para cálculo será a média da máxima e mínima.

Neste caso, para o lado esquerdo do cilindro:

$$\rho_{max} = \rho \cdot g \cdot 2R$$

$$\rho_{min} = 0$$

$$\rho_{médio} = \rho \cdot g \cdot R$$

$$A_{seção} = 2 \cdot R \cdot L$$

A força horizontal sobre o lado esquerdo é de:

$$\boxed{\boldsymbol{F_{x_{ADC}} = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot L}}$$

Para o lado direito:

$$F_{BC} = \left(\frac{0 + \rho \cdot g \cdot R}{2}\right) \cdot R \cdot L$$

$$\boxed{\boldsymbol{F_{x_{BC}} = \frac{\rho \cdot g \cdot R^2 \cdot L}{2}}}$$

Para o cálculo das forças verticais:

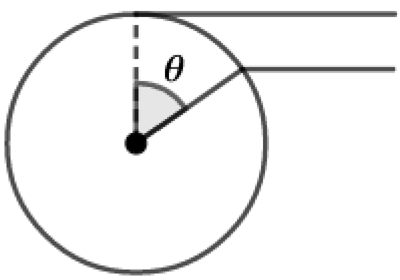
- ADC é considerado completamente submerso, portanto, basta calcular o empuxo daquele volume. (A força está para cima)

$$\boxed{\boldsymbol{F_{y_{ADC}} = \rho \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot L}{2} \cdot g}}$$

Resta descobrir a força vertical hidrostática sobre BC. Pode-se calculá-lo pela integral abaixo:

$$F_{BC} = \int P \cdot dA$$

No caso, P é a pressão sobre a área infinitesimal. É necessário colocar tudo em função de uma só variável. Façamos isso com θ representado abaixo:



Portanto:

$$P(\theta) = \rho \cdot g \cdot R \cdot (1 - \cos\theta)$$

A área é dada por:

$$dA(\theta) = R \cdot d\theta \cdot L$$

Como deseja-se somente a componente vertical:

$$F_{y_{BC}} = \int P \cdot dA \cdot \cos\theta$$

$$F_{y_{BC}} = \int \rho \cdot g \cdot R \cdot (1 - \cos\theta) \cdot R \cdot L \cdot \cos\theta \cdot d\theta$$

$$F_{y_{BC}} = \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot L \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos\theta - \cos^2\theta) \cdot d\theta$$

$$F_{y_{BC}} = \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot L \cdot \left(\left(sen\,\theta - \frac{\frac{sen\,2\theta}{2} + \theta}{2}\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{F_{y_{BC}} = \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot L \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}}$$

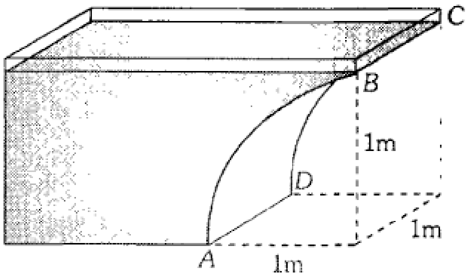
OBS: De outra maneira, pode-se calcular a força vertical em BC como sendo a força causada pelo peso da água acima da face. Portanto:

$$F_{y_{BC}} = \rho \cdot g \cdot L \cdot \left(R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right)$$

Gabarito: A

42.

O recipiente mostrado abaixo está cheio de água. Determine a força horizontal que exerce a água sobre a superfície $ABCD$ (parte de um cilindro) ($g = 10\ m/s^2$).



a) 2000 N b) 3000 N c) 4000 N d) 5000 N e) 7850 N

Comentários:

A força horizontal será:

$$F_x = P_{médio} \cdot A_{perpendicular} \Rightarrow F_x = \frac{\rho \cdot g \cdot 1 + 0}{2} \cdot 1$$

$$F_x = \frac{10^4}{2} = 5000N$$

Gabarito: D

43.

Uma bolha de ar se desprende do fundo de um lago. Ao chegar à superfície seu volume havia triplicado. Determine a profundidade do lago.

a) 5 m b) 10 m c) 15 m d) 20 m e) 25 m

Comentários:

Considerando que ocorre uma transformação isotérmica de um gás ideal:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V 2 P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot 3 \cdot V_1$$

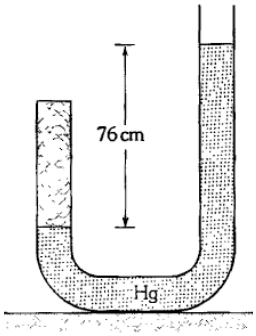
$$P_2 = \frac{P_1}{3}$$

Sabe-se que cada 10m de água equivale à 1 atm e que a pressão final (P_2) é de 1 atm. Portanto, P_1 é de atm, e a profundidade seria de 20 m.

Gabarito: D

44.

A coluna de ar mostrada na figura tem $18\ cm$. Que comprimento adicional de mercúrio deve-se colocar para que o volume de ar se reduza de 1/3?

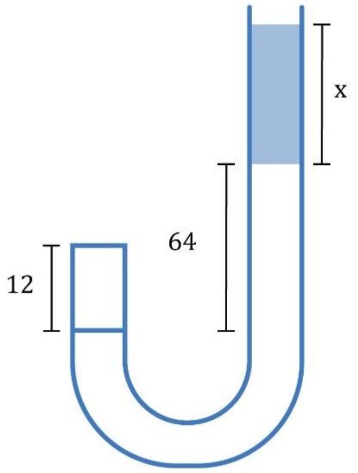


a) $100\ cm$ b) $88\ cm$ c) $76\ cm$ d) $60\ cm$ e) $48\ cm$

Comentários:

Transformação isotérmica implica que se o volume cai para 2/3 do original, a pressão aumenta em 3/2.

A situação final está representada a seguir:



Em que x é a altura de mercúrio adicionada. Pelo equilíbrio de pressões:

$$P_{gas} = 64cmHg + x + P_{atm}$$

Mas, sabendo-se que a pressão inicial é de 2atm (76mmHg + pressão atmosférica):

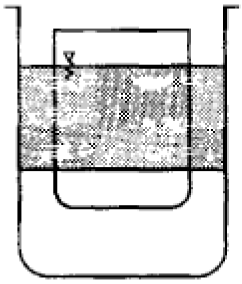
$$P_{gás} = 2 \cdot 76 \cdot \frac{3}{2} = 228\ cmHg \Rightarrow 228 = 64 + x + 76$$

$$x = 88\ cm$$

Gabarito: B

45.

Um cilindro flutua parcialmente submergido em água e azeite, tal como mostra a figura abaixo. Se adicionamos mais azeite ao recipiente



a) o volume submerso em água aumenta.

b) o volume submerso em água não varia.

c) o volume submerso em água diminui.

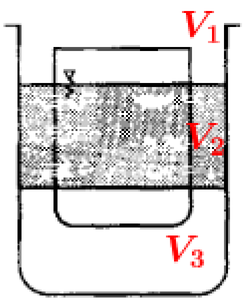
d) o volume submerso em água diminui, mas rapidamente aumenta.

e) não é possível prever.

Comentários:

Ao se acrescentar mais azeite, a altura da fase de azeite aumentará. Como neste problema o corpo está parcialmente submerso (parte ainda está exposto ao ar), ao se aumentar a altura da fase de azeite (menos denso que a água), o corpo como um todo estará mais submerso (visto que uma parte dele passará a estar submersa no azeite), no entanto, seu volume submerso em água diminui, pois um volume maior estará submerso em azeite.

O empuxo necessário fornecido pela água diminui, portanto o volume submerso em água diminui. Visualmente:



O empuxo causado pelos volumes 2 e 3 em conjunto se mantém (= ao peso). O empuxo causado por V_2 aumenta, portanto o causado pelo V_3 diminui, ou seja, V_3 diminui.

Gabarito: C

46.

Na superfície de separação de dois líquidos com densidades ρ_1 e ρ_2 flutua um objeto de densidade ρ $(\rho_1 < \rho < \rho_2)$. A altura do objeto vale h. Determine a profundidade submersa no segundo líquido.

a) $\frac{\rho_1}{\rho_2}h$

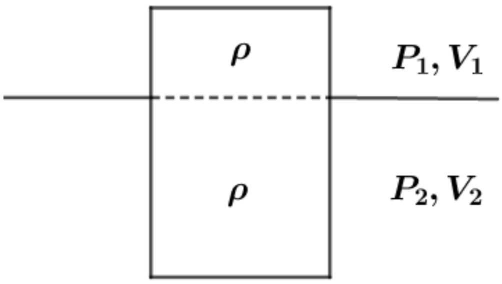
b) $\frac{\rho-\rho_1}{2\rho_1-\rho_2}h$

c) $\frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}h$

d) $\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho-\rho_1}h$

e) $\frac{\rho_1+\rho_2}{\rho}h$

Comentários:



Pelo equilíbrio:

$$P = E_1 + E_2 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$

Mas:

$$V = V_1 + V_2$$

E, chamando de A a seção transversal do cilindro:

$$\frac{V}{A} = h \Rightarrow \frac{V_1}{A} = h_1 \Rightarrow \frac{V_2}{A} = h_2$$

Logo:

$$h = h_1 + h_2 \Rightarrow h_1 = h - h_2$$

Assim:

$$\rho \cdot h_1 + \rho \cdot h_2 = \rho_1 \cdot h_1 + \rho_2 \cdot h_2$$

$$\rho \cdot h - \rho \cdot h_2 + \rho \cdot h_2 = \rho_1 \cdot h - \rho_1 \cdot h_2 + \rho_2 \cdot h_2$$
$$(\rho - \rho_1) \cdot h = (\rho_2 - \rho_1) \cdot h_2$$
$$\boxed{h_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot h}$$

Gabarito: C

47.

Um cubo de estanho ($\rho_{Sn} = 7{,}3\ g/cm^3$) de $16\ cm$ de aresta, flutua em mercúrio ($\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$). Se sobre o mercúrio coloca-se água; qual é a mínima espessura de água colocada para que cubra a face superior do cubo?

a) $2\ cm$

b) $3\ cm$

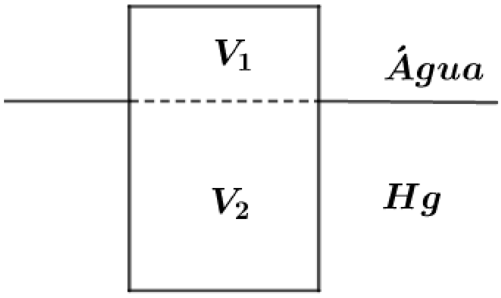
c) $4\ cm$

d) $6\ cm$

e) $8\ cm$

Comentários:

Tem-se a seguinte situação:



$$P = E_1 + E_2 \Rightarrow 7{,}3 \cdot 16^3 = 1 \cdot 16^2 \cdot h_1 + 13{,}6 \cdot 16^2 \cdot h_2$$

Mas:

$$h_1 + h_2 = 16 \Rightarrow h_2 = 16 - h_1$$

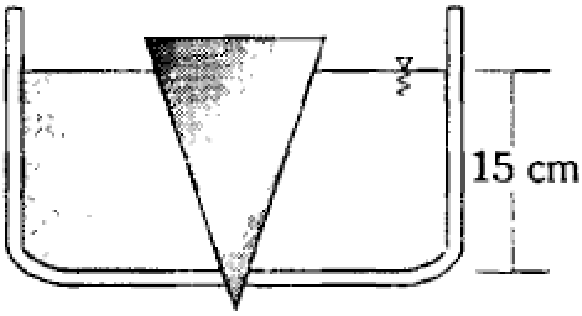
Assim:

$$7{,}3 \cdot 16 = h_1 + 13{,}6 \cdot (16 - h_1)$$
$$16 \cdot (13{,}6 - 7{,}3) = 12{,}6 \cdot h_1$$
$$\boxed{h_1 = 8\ cm}$$

Gabarito: E

48.

Um orifício de $400\ cm^2$ de área situado no fundo do recipiente que contém água é tampado por um cone. Se a altura do cone é $60\ cm$ e sua base tem área $1600\ cm^3$, qual é força hidrostática resultante que atua sobre o cone?

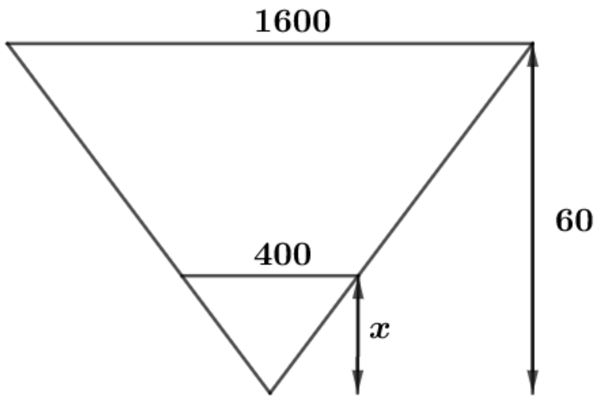


a) 15 N b) 25 N c) 35 N d) 45 N e) 60 N

Comentários:

Há duas formas de se resolver o problema. A primeira é considerar que o volume submerso é somente aquele que não está diretamente sobre o buraco:

$$E = \rho \cdot V_s \cdot g$$



E, por semelhança, acha-se que:

$$\frac{x}{60} = \sqrt{\frac{400}{1600}} \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = 30\ cm$$

Portanto, tem-se um tronco de cone com altura de 15 cm submerso. Sua base menor é de 400 cm^2, sua base maior de:

$$\left(\frac{45}{60}\right)^2 = \frac{A_{maior}}{1600} \Rightarrow A_{maior} = 1600 \cdot \frac{9}{16} = 900\ cm^2$$

Mas, é importante lembrar que se deseja apenas a porção que não está diretamente sobre o orifício. Portanto, na realidade utilizar-se-á um tronco de cone com um orifício cilíndrico de base 400 cm^2 e altura 15 cm.

O volume do tronco de cone é:

$$V_{tronco} = \frac{900 \cdot 45}{3} - \frac{400 \cdot 30}{3} = 9500\ cm^3$$

O volume do cilindro é de:

$$V_{cilindro} = 400 \cdot 15 = 6000\ cm^2$$

Assim:

$$V_{submerso} = 3500\ cm^3$$

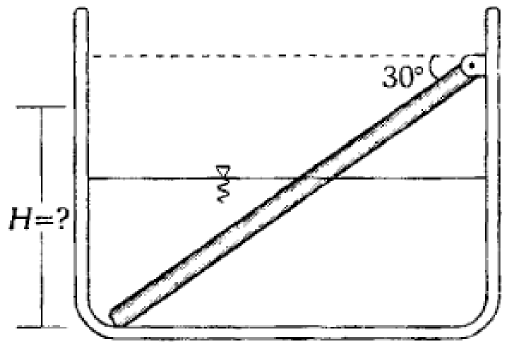
Portanto:

$$E = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 3500 \cdot 10^{-6}\ m^3 \cdot 10 \frac{m}{s^2}$$
$$E = 35\ N$$

Gabarito: C

49.

Uma barra homogênea de $10\ m$ de comprimento e $960\ kg/m^3$ de densidade se encontra parcialmente submersa em água, com sua extremidade livre apoiada no fundo do recipiente. Calcule a altura mínima de água para que a barra perca o contato com o fundo do recipiente.



a) 1 m

b) 2 m

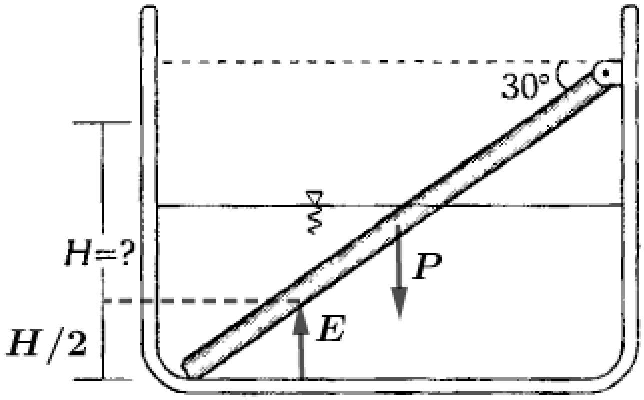
c) 4 m

d) 5 m

e) 6 m

Comentários:

Na iminência da barra perder o contato:



Calculando o equilíbrio rotacional em torno da fixação da barra:

$$M_P = M_E$$

$$P \cdot 10 \cdot \frac{\cos 30°}{2} = E \cdot \left(10 \cdot \cos 30° - \frac{H}{2 \cdot tg\ 30°}\right)$$

Mas:

$$P = 10 \cdot 960 \cdot A \cdot 10 = 9{,}6 \cdot 10^4 \cdot A$$

$$E = 1000 \cdot A \cdot 2H \cdot 10 = 2 \cdot 10^4 \cdot A \cdot H$$

Em que A é a área de seção transversal da barra.

Substituindo:

$$9{,}6 \cdot 10^5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2 \cdot 10^4 \cdot H \left(5 \cdot \sqrt{3} - H \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$2{,}4 \cdot 10 = H \cdot (10 - H)$$

$$H^2 - 10H + 24 = 0$$

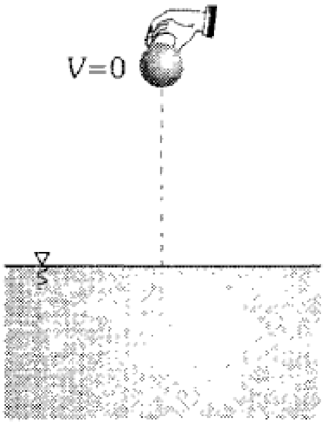
$$H = 6\ m \text{ ou } H = 4m$$

Como $H = 4m$ ocorre primeiro, este é o caso a ser considerado.

Gabarito: C

50.

Uma esfera de $3\ kg$ e densidade $3000\ kg/m^3$ é solta sobre um lago. Se considerarmos que a densidade da água varia de acordo com a equação $\rho = (1000 + 2h) kg/m^3$ ($h = profundidade$), determine o trabalho realizado pela força de empuxo até a esfera alcançar sua velocidade máxima. O lago é muito profundo e não apresenta viscosidade. ($g = 10\ m/s^2$)



a) 5 kJ

b) 10 kJ

c) 15 kJ

d) 20 kJ

e) 25 kJ

Comentários:

A velocidade máxima ocorre quando:

$$E = P \Rightarrow \rho_{água} \cdot V \cdot g = \rho_{esf} \cdot V \cdot g$$

$$1000 + 2h = 3000 \Rightarrow h = 1000m$$

Agora, para calcular o trabalho do empuxo, se a força fosse constante:

$$\tau = F \cdot d$$

Como a força varia linearmente com a profundidade, pode-se tomar a força média dada por:

$$F_{média} = \frac{F_{Máx} + F_{Mín}}{2} = \frac{3000 \cdot V_s \cdot 10 + 0}{2} = 15000 \cdot V_s$$

Em que, podemos calcular V_s como:

$$V_s = \frac{3}{3000} = 10^{-3}$$

Portanto:

$$F_{média} = 15\ N$$

Assim, o trabalho fica:

$$\tau = 15 \cdot 1000 = 15\ kJ$$

Gabarito: C

51.

Dentro de um bloco de gelo há uma moeda de $20\ g$ e densidade $2\ g/cm^3$. Calcule o desnível da água quando o bloco de gelo derreter. A área do fundo do recipiente é $50\ cm^2$.

Comentários:

No equilíbrio do gelo sem as moedas, 90% dele estaria submerso. Ao se acrescentar as moedas ao problema, pode-se considerar que se-colocou um pequeno volume com o dobro da densidade da água.

Se a densidade fosse igual à da água o gelo não iria mudar em nada sua posição. No entanto, como ele apresenta o dobro da densidade da água, o volume que ele ocupa V, implica que o gelo deverá submergir também V (além do V submerso da moeda) de modo a manter seu equilíbrio.

$$m_{gelo} \cdot g = \rho \cdot V_{gelo_{submerso}} \cdot g$$

$$\left(m_{gelo} + m_{moeda}\right) \cdot g = \rho \cdot V_{novo_{submerso}} \cdot g$$

$$\rho \cdot V_{gelo_{submerso}} + m_{moeda} = \rho \cdot V_{novo_{submerso}}$$

$$m_{moeda} = \rho \cdot \left(V_{novo_{submerso}} - V_{gelo_{submerso}}\right)$$

$$\rho_{moeda} \cdot V = \rho_{água} \cdot (\Delta V)$$

$$\Delta V = 2V$$

Portanto, ao invés de ter 10% de seu volume para fora da água, agora tem-se 10% menos $2V$. Normalmente, quando o gelo derrete o volume mantém-se constante. No entanto, esta vez deverá haver um decréscimo de $2V$. No nosso caso:

$$V = \frac{20}{2} = 10\ cm^3$$

Portanto, o desnível que surge é de:

$$h = \frac{10}{50} = 0{,}2\ cm$$

Gabarito: $0,2\ cm$

52.

Um tanque de dimensões ($3l\ x\ 2l\ x\ l$) deve ser utilizado para transportar água em um caminhão que desenvolve uma aceleração de a m/s². A parte superior do tanque sempre deve estar destampada.

a) Como devemos posicionar o tanque para que transporte a máxima quantidade de água sem vazamento?

b) Calcule o volume máximo de água transportado nas condições do item (a).

Comentários:

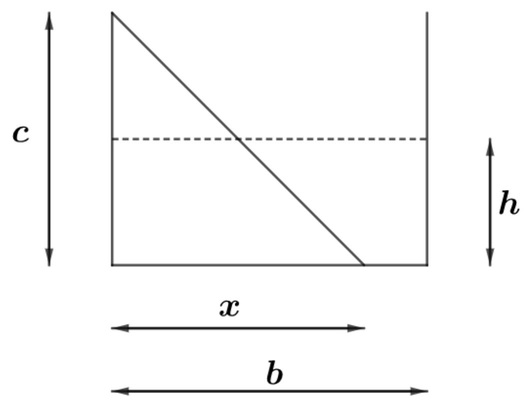
Adotando nomes para as dimensões do tanque de b, c e d, considere que:

- A dimensão b está paralelo à aceleração do caminhão;

- A dimensão c é a altura do tanque;

- A dimensão d é a largura do tanque;

- h é a altura da água no tanque quando em repouso.



A linha tracejada indica a posição quando a aceleração é nula, a linha cheia representa a situação com aceleração a.

Portanto, quando acelerado:

$$\frac{c}{x} = \frac{a}{g} \Rightarrow x = c \cdot \frac{g}{a}$$

Como o volume acelerado ou não é o mesmo:

$$c \cdot x \cdot \frac{1}{2} = b \cdot h \Rightarrow x = 2 \cdot b \cdot \frac{h}{c}$$

$$2 \cdot b \cdot \frac{h}{c} = c \cdot \frac{g}{a} \Rightarrow h = c^2 \cdot \frac{g}{2a \cdot b}$$

Portanto, como deseja-se transportar o máximo volume, devemos maximizar $h \cdot b \cdot d$. Para isso:

$$V = h \cdot b \cdot d = \frac{c^2 \cdot g \cdot d}{2 \cdot a}$$

Assim:

- Altura = $3l$
- Largura = $2l$.
- Comprimento paralelo à aceleração = l;

O volume transportado neste caso seria de:

$$V = \frac{c^2 \cdot g \cdot d}{2 \cdot a} = \frac{9 \cdot l^2 \cdot g \cdot 2 \cdot l}{2 \cdot a} = \frac{9 \cdot l^3 \cdot g}{a}$$

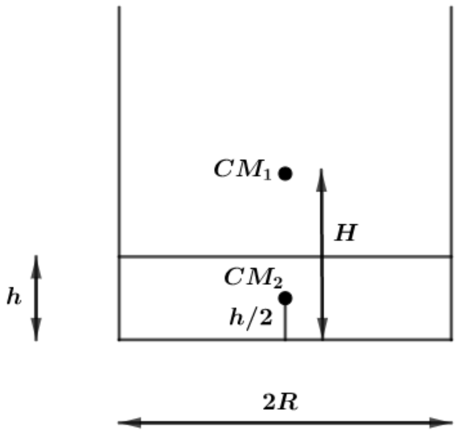
Gabarito: a) Altura: 3 l; Largura: 2l; Comprimento (direção de a): l b) $\frac{9l^3g}{a}$

53.

Um recipiente cilíndrico de massa m, raio R e parede de espessura desprezível tem o seu centro de gravidade a uma distância H da base. Qual a altura h do nível da água (densidade ρ) para a qual deve ser preenchido o recipiente, de tal forma que ele fique o mais estável possível.

Comentários:

Para tornar o recipiente mais estável, deve-se abaixar o seu centro de massa.



Conforme acrescenta-se água, o centro de massa abaixa, pois está adicionando-se massa abaixo do centro de massa. O ponto de mínimo ocorrerá quando o centro de massa do sistema for coincidente com o topo da linha d'água, pois, a partir desse ponto, qualquer acréscimo de mais água estará acima do centro de massa do sistema. Portanto:

$$h = CM_{sistema}$$

Mas, sabe-se também que:

$$CM_{sistema} = \frac{CM_1 \cdot m_1 + CM_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

Assim:

$$h = \frac{H \cdot m + \frac{h}{2} \cdot m_2}{(m + m_2)}$$

Portanto, o mínimo ocorre quando:

$$h \cdot m + h \cdot m_2 = H \cdot m + \frac{h}{2} \cdot m_2 \Rightarrow h \cdot \left(m + \frac{m_2}{2}\right) = H \cdot m$$

Mas:

$$m_2 = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$$

$$h \cdot \left(m + \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h}{2}\right) = H \cdot m$$

$$h^2 \cdot \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2}{2}\right) + h \cdot m - H \cdot m = 0$$

Resolvendo:

$$h = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 + 4 \cdot H \cdot m \cdot \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2}{2}}}{\rho \cdot \pi \cdot R^2}$$

Como h deve ser positivo:

$$\boxed{h = \frac{\sqrt{m \cdot (m + 2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot H)} - m}{\rho \cdot \pi \cdot R^2}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{h = \frac{\sqrt{m(m+2\pi R^2 \rho H)} - m}{\pi R^2 \rho}}$

54.

Um cilindro de madeira de comprimento L, raio R e densidade ρ tem uma pequena peça metálica de massa m (volume desprezível) fixada em umas das suas extremidades. Determine o menor valor possível de m, em função dos parâmetros fornecidos, que faz com que o cilindro flutue verticalmente em equilíbrio estável em um líquido de densidade σ.

Comentários:

Para que o equilíbrio seja estável, considera-se que o centro do volume submerso (onde atua o empuxo) esteja acima da gravidade.

O centro de gravidade do bloco pode ser calculado pela média ponderada dos centros de massa com a massa como peso, de cada parte que compõe o sistema. Assim:

$$CG = \frac{\frac{L}{2} \cdot \rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 + 0 \cdot m}{\rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 + m}$$

Em que h é a altura do tronco que está submerso. Pode ser calculado pelo equilíbrio do sistema:

$$P = E \Rightarrow \rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 \cdot g = \sigma \cdot h \cdot \pi \cdot R^2 \cdot g$$

$$h = \frac{\rho}{\sigma} \cdot L$$

Portanto, o equilíbrio é estável para $\frac{h}{2} \geq CG$, sendo o mínimo o ponto de igualdade.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{\sigma} \cdot L = \frac{L^2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot (\rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 + m)} \Rightarrow \rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 + m = \sigma \cdot L \cdot \pi \cdot R^2$$

$$\boxed{m = L \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (\sigma - \rho)}$$

Gabarito: $\boldsymbol{\pi R^2 L(\sigma - \rho)}$

55.

Sabendo que as densidades da água e do azeite são $1\ g/cm^3$ e $0{,}8\ g/cm^3$ respectivamente, determine a densidade do líquido x que se encontra em repouso.

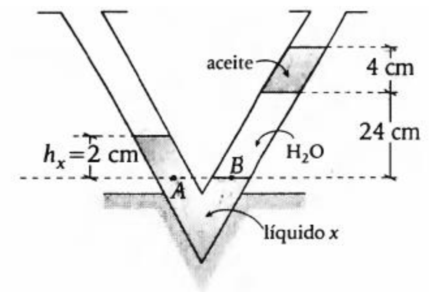
a) 8, 4 g/cm³

b) 8, 7 g/cm³

c) 9,2 g/cm³

d) 10,5 g/cm³

e) 13,6 g/cm³



Comentários:

Pelo equilíbrio de pressão entre as superfícies à mesma altura do líquido x:

$$\rho_x \cdot g \cdot 2 = \rho_{água} \cdot g \cdot 24 + \rho_{azeite} \cdot g \cdot 4$$

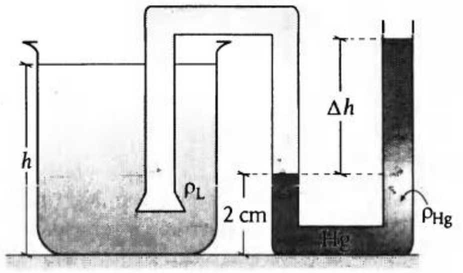
$$\rho_x = \frac{24 + 3{,}2}{2} = 13{,}6\ g/cm^3$$

Gabarito: E

56.

Determine a altura h do líquido contido no recipiente da figura abaixo, se mediante um tubo em S percebe-se que a diferença dos níveis de mercúrio é $\Delta h = 250\ mm$. Considere $\rho_L = 860\ kg/m^3$ e $\rho_{HG} = 13{,}6\ g/cm^3$.

a) 4,85 m



b) 4,13 m

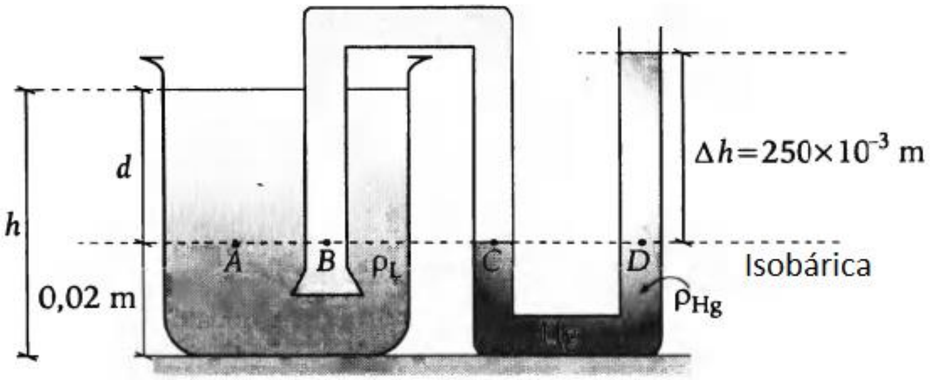
c) 3,97 m

d) 3,62 m

e) 2,86 m

Comentários:

Nota-se que os líquidos apresentam uma isóbara em comum:



$$P_A = P_B = P_C = P_D$$

Logo:

$$P_A = P_D \Rightarrow P_{atm} + \rho_L \cdot g \cdot (h - 2) = P_{atm} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h$$

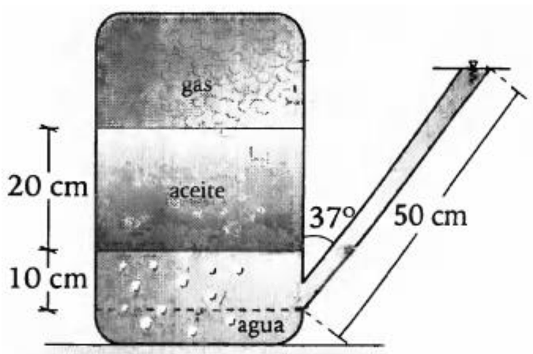
$$860 \cdot (h - 2) = 13600 \cdot 25$$

$$\boxed{h \cong 397{,}35\ cm}$$

Gabarito: C

57.

O sistema mostrado na figura abaixo está em repouso. Determine a pressão do gás. Dado: $\rho_{água} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$; $\rho_{azeite} = 800\frac{kg}{m^3}$; $P_{atm} = 10^5\ Pa.$



a) 240 kPa

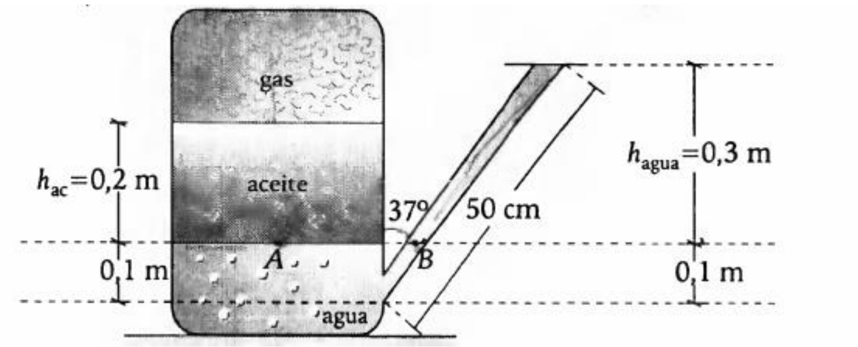
b) 101,4 kPa

c) 1,4 kPa

d) 0,14 kPa

e) 105,4 kPa

Comentários:



Pela isobárica na superfície água-azeite:

$$\rho_{Az} \cdot g \cdot h_{Az} + P_{gás} = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{H_2O} + P_{atm}$$

$$800 \cdot 10 \cdot 0{,}2 + P_{gás} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}3 + 10^5$$

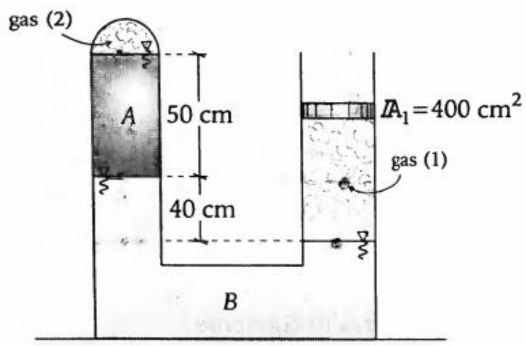
$$P_{gás} = 103 \cdot 10^3 - 1{,}6 \cdot 10^3$$

$$P_{gás} = 101{,}4 \cdot 10^3 Pa = 101{,}4\ kPa$$

Gabarito: B

58.

O embolo que fecha o tubo tem massa de $8\ kg$ e se encontra em equilíbrio, como mostrado na figura abaixo. Que pressão suporta o gás 2, se as densidades dos líquidos A e B são $2\ g/cm^3$ e $3\ g/cm^3$ respectivamente? Dado: $P_{atm} = 10^5$.



a) 80 kPa

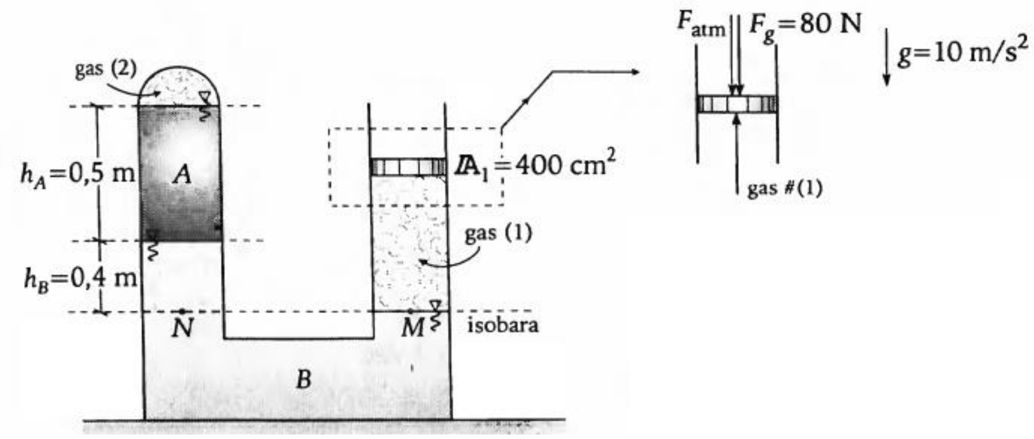
b) 70 kPa

c) 800 kPa

d) 90 kPa

e) 8 kPa

Comentários:



Primeiramente, calcula-se a pressão do gás (1). Isso se faz pelo equilíbrio do êmbolo:

$$P + P_{atm} \cdot A = P_{gás(1)} \cdot A$$

$$80 + 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = P_{gás(1)} \cdot 4 \cdot 10^{-2}$$

$$P_{gás(1)} = 10^5 + 2000 = 102 \cdot 10^3$$

Olhando para a superfície isobárica da interface água-gás (1):

$$P_{gás(1)} = \rho_B \cdot h_B \cdot g + \rho_A \cdot h_A \cdot g + P_{gás(2)}$$

$$102 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-1} \cdot 10 + 2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1} \cdot 10 + P_{gás(2)}$$

$$P_{gás(2)} = 102 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3 = 80 \cdot 10^3 = 80\ kPa$$

Gabarito: A

59.

No sistema em repouso a pequena balança de área $5\ cm^2$ indica $15\ N$. Se o êmbolo é erguido uma altura h a balança indica $5\ N$. Determine a pressão inicial do ar encerrado.

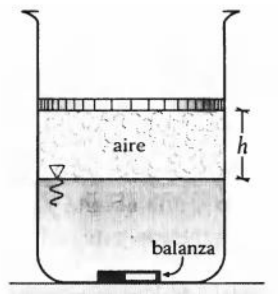
a) $10\ kPa$

b) $20\ kPa$

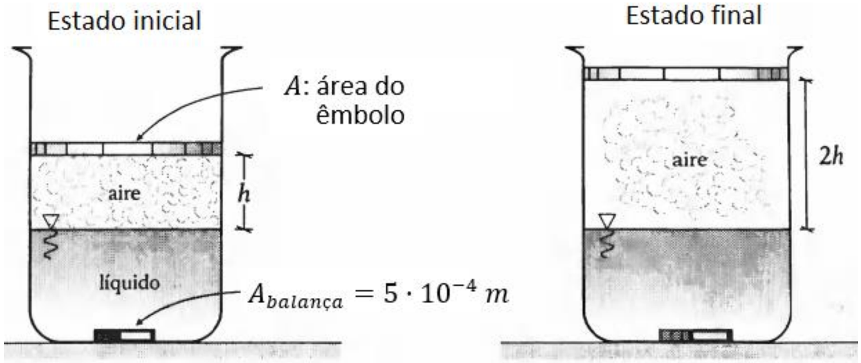
c) $30\ kPa$

d) $40\ kPa$

e) $50\ kPa$



Comentários:



A balança mede inicialmente:

$$F_{b_1} = (\rho \cdot g \cdot h + P_1) \cdot 5 \cdot 10^{-4}$$

Após erguer o êmbolo:

$$F_{b_2} = (\rho \cdot g \cdot h + P_2) \cdot 5 \cdot 10^{-4}$$

$$F_{b_1} - F_{b_2} = (P_1 - P_2) \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 10$$

$$(P_1 - P_2) = 2 \cdot 10^4$$

Considerando-se uma transformação isotérmica do gás:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

Em que cada volume é dado por:

$$V_i = A \cdot h_i$$

E A é a área do êmbolo. Portanto:

$$P_1 \cdot A \cdot h_1 = P_2 \cdot A \cdot h_2 \Rightarrow P_1 \cdot h = P_2 \cdot 2h \Rightarrow P_2 = \frac{P_1}{2}$$

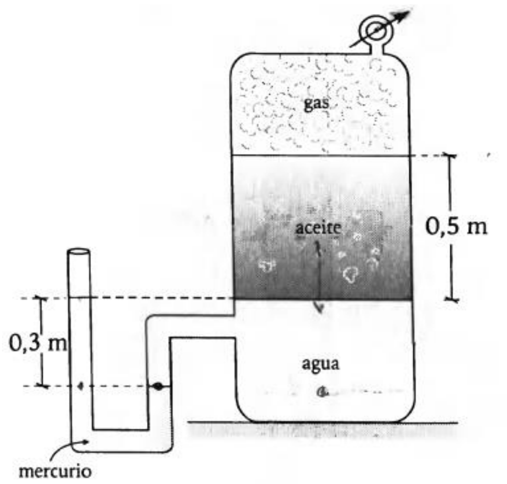
Assim:

$$\frac{P_1}{2} = 2 \cdot 10^4 \Rightarrow \boxed{P_1 = 40\ kPa}$$

Gabarito: D

60.

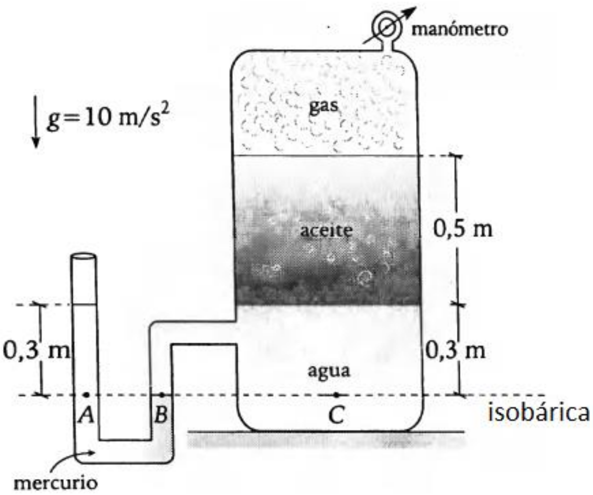
A figura abaixo mostra um sistema em repouso. Qual é a indicação do manômetro? Considere $\rho_{azeite} = 0{,}8\ g/cm^3$; $\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$.



a) 38,8 b) 36,8 c) 34,8 d) 33,8 e) 32,8

Comentários:

Analisando a isobárica do mercúrio-água:



$$\rho_{Hg} \cdot h_{Hg} \cdot g + P_{atm} = \rho_{água} \cdot h_{água} \cdot g + \rho_{Az} \cdot h_{Az} \cdot g + P$$

$$13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 0{,}3 \cdot 10 + 10^5 = 10^3 \cdot 0{,}3 \cdot 10 + 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 \cdot 10 + P$$

$$P = 10^5 + 4{,}08 \cdot 10^4 - 0{,}3 \cdot 10^4 - 0{,}4 \cdot 10^4$$

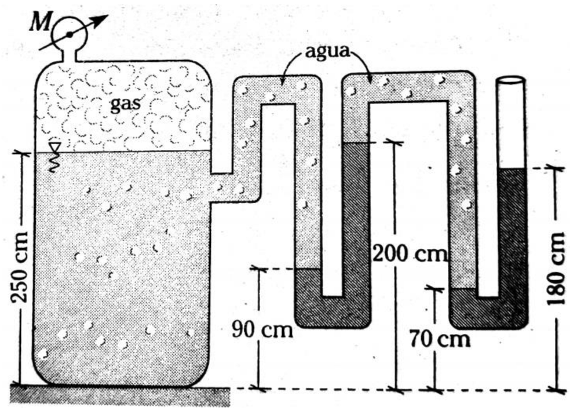
$$P = 13{,}38 \cdot 10^4 = 133{,}8\ kPa$$

O manômetro mede diferença de pressão, portanto ele indica $33{,}8\ kPa$

Gabarito: D

61.

A partir do sistema que contêm água e mercúrio em repouso, qual é a leitura do manômetro (em $10^5\ Pa$)? $\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$.

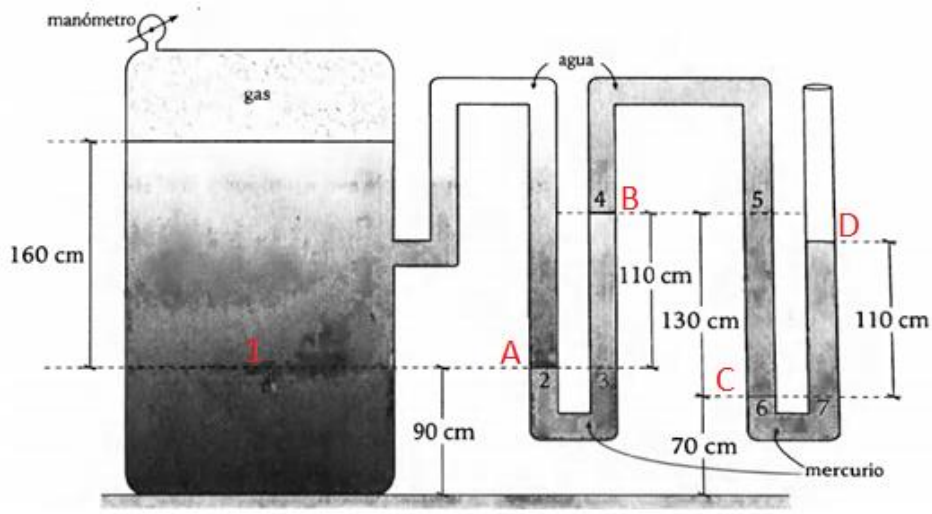


a) 1,7 b) 2,7 c) 3,2 d) 3,8 e) 27

Comentários:

Nomeando:

- A primeira interface água-mercúrio de A, a seguinte de B, e a última de C;
- A interface mercúrio e atmosfera de D;
- A pressão do gás P.



Tem-se:

$$P_A = P_1$$
$$P_A = P + 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10$$
$$P_A = P_B + 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10$$
$$P_C = P_B + 10^3 \cdot 1{,}3 \cdot 10$$
$$P_C = P_D + 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10 = P_{atm} + 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10$$

Logo:

$$P_C = 249{,}6\ kPa$$
$$P_B = 236{,}6\ kPa$$

$$P_A = 386{,}2\ kPa$$

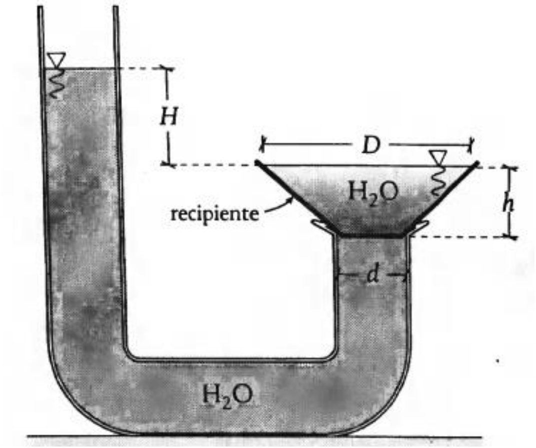
$$P = 370{,}2\ kPa = 3{,}7 \cdot 10^5\ Pa$$

A leitura manométrica, portanto, é de $2{,}7\ \cdot 10^5 Pa$.

Gabarito: B

62.

Na figura abaixo, o recipiente de massa desprezível está em repouso, se o sistema é livre de atrito determine H/h, se D/d = 4.



a) 2,5

b) 3,75

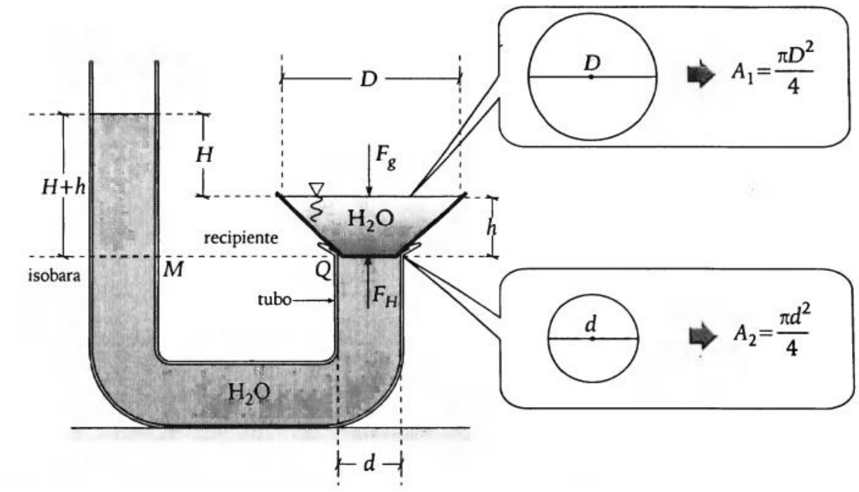
c) 4

d) 6

e) 4,25

Comentários:

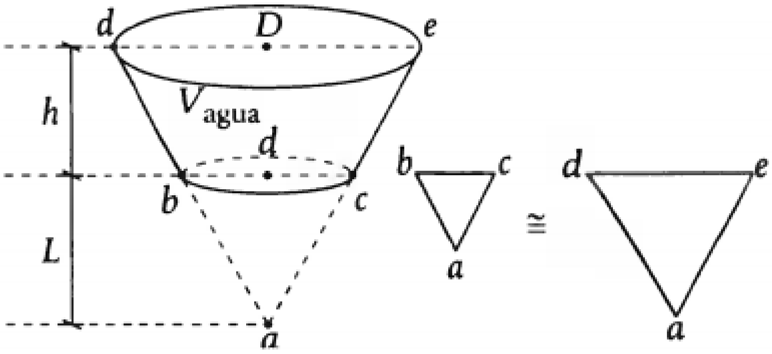
O recipiente sofre ação de duas forças horizontais. São elas a força por conta da pressão da água abaixo do recipiente e a massa da água dentro do recipiente. Estando o recipiente em equilíbrio, ocorre a igualdade das forças



$$F = P \Rightarrow \rho_{água} \cdot (H+h) \cdot g \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \rho_{água} \cdot V_{recipiente} \cdot g$$

$$\pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot (H+h) = V_{recipiente}$$

O recipiente é um tronco de cone. A fórmula do volume de um tronco de cone é:



$$V_{tronco} = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot (R^2 + r \cdot R + r^2)$$

No nosso caso:

$$V_{recipiente} = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot \left(\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right) \cdot \left(\frac{d}{2}\right) + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)$$

Mas:

$$D = 4d$$

Logo:

$$V_{recipiente} = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot \left(4 \cdot d^2 + d^2 + \frac{d^2}{4}\right) \Rightarrow V_{recipiente} = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot \left(\frac{21d^2}{4}\right)$$

Substituindo na equação de equilíbrio:

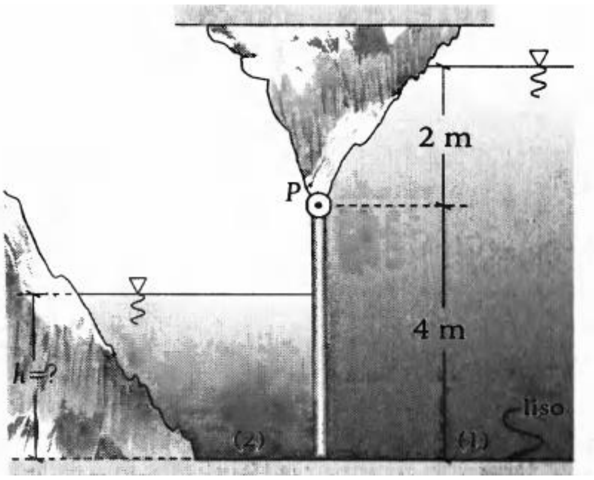
$$\pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot (H + h) = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot \frac{21 \cdot d^2}{4} \Rightarrow H + h = 7h$$

$$H = 6h \Rightarrow \boxed{\frac{H}{h} = 6}$$

Gabarito: D

63.

Uma comporta está separando dois líquidos na posição vertical, como é mostrado na figura abaixo. Determine a que altura se encontra o nível do líquido (2), de tal maneira que a comporta não se abra. Considere $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{28}{5}$.



a) 4,8 m

b) 4 m

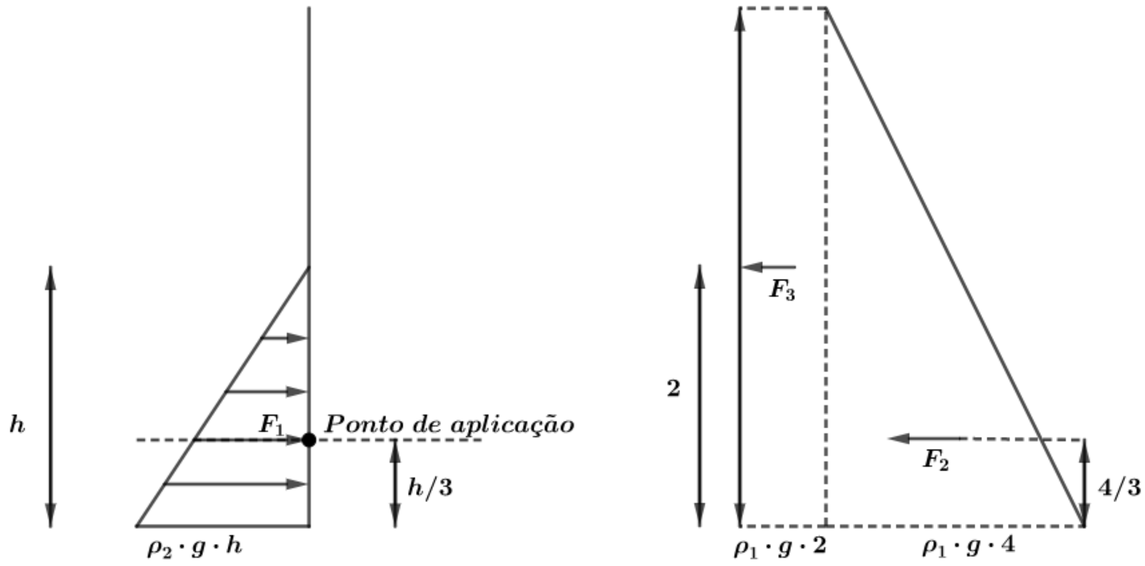
c) 3 m

d) 2 m

e) 1 m

Comentários:

A comporta está em equilíbrio rotacional. Para achar o ponto de aplicação das forças por conta da pressão:



Para o lado do líquido 2, a pressão cresce linearmente, formando um triângulo. Portanto o centro de pressão está sobre o CG da figura, ou seja, $\frac{h}{3}$ acima do fundo. Para o centro de pressão do líquido 1, quebra-se o trapézio formado pela pressão em um retângulo e um triângulo, trabalhando com uma soma de forças, cada uma atuando sobre o CG de sua respectiva figura. Dessa forma, aplicando-se a pressão média sobre os pontos marcados:

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \cdot g \cdot h \cdot A_1$$

$$F_2 = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{0+4}{2} = \rho_1 \cdot g \cdot 2 \cdot A_2$$

$$F_3 = \rho_1 \cdot g \cdot 2 \cdot A_3$$

Em que A_1, A_2 e A_3 são as áreas da comporta atingidas pelas pressões 1, 2 e 3. Pelo equilíbrio rotacional da placa:

$$F_1 \cdot \left(4 - \frac{h}{3}\right) = F_2 \cdot \left(\frac{8}{3}\right) + F_3 \cdot (2)$$

E, com:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{28}{5}$$

E:

$$A_1 = h \cdot L \Rightarrow A_2 = A_3 = 4 \cdot L$$

Assim, substituindo:

$$\frac{14}{5} \cdot \rho_1 \cdot g \cdot h \cdot h \cdot L \cdot \left(4 - \frac{h}{3}\right) = \rho_1 \cdot g \cdot 2 \cdot 4 \cdot L \cdot \frac{8}{3} + \rho_1 \cdot g \cdot 2 \cdot 4 \cdot L \cdot 2$$

$$\frac{56h^2}{5} - \frac{14 \cdot h^3}{15} = \frac{64}{3} + 16$$

$$14 \cdot h^3 - 168 \cdot h^2 + 560 = 0$$

$$h^3 - 12 \cdot h^2 + 40 = 0$$

Por exploração $h = 2$ é raíz. (Pode-se aplicar teorema das raízes racionais, chutes, ou aplicar as opções da questão). Portanto, fatorando:

$$(h-2)(h^2 - 10 \cdot h - 20) = 0$$

As outras raízes são:

$$h = \frac{10 \pm \sqrt{100+80}}{2} = 5 \pm 3\sqrt{5}$$

Uma delas é negativa portanto não convém, a outra é maior que o permitido pelo problema ($h \leq 4$)

Gabarito: D

64.

Em uma piscina de águas tranquilas um jovem de 75 kg flutua de tal maneira que apenas seu nariz está fora da água. Determine o volume desse jovem, em litros.

a) 65

b) 75

c) 7,5

d) 6,5

e) 750

Comentários:

Pelo equilíbrio:

$$P = E \Rightarrow 750 = 1000 \cdot V_{submerso} \cdot 10$$

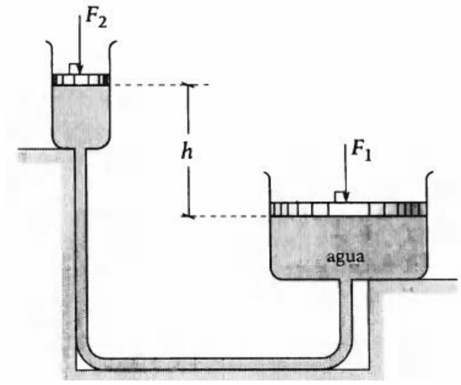
$$V_{submerso} = 75 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 75\ L$$

Gabarito: B

65.

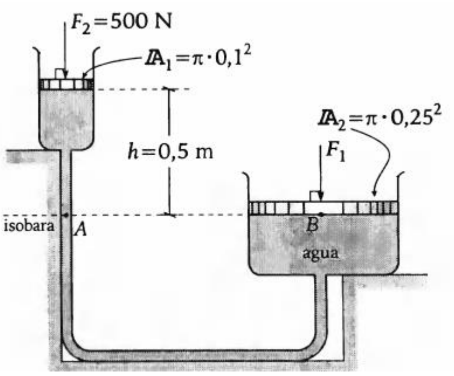
Dois cilindros estão unidos mediante a um tubo como mostra a figura abaixo. Sendo que D1 = 50 cm, D2 = 20 cm, (D é o diâmetro).

O cilindro menor está situado mais acima a uma altura h = 0,5 m do cilindro de maior diâmetro. Determine o modulo da força F1 para manter o equilíbrio do sistema se F2 = 500 N. Despreze as massas dos êmbolos.



a) 6,378 kN b) 6,105 kN c) 5,734 kN d) 5,084 kN e) 4,106 kN

Comentários:



Traçando-se uma isobárica rente ao êmbolo sob ação de F_1:

$$\frac{F_2}{A_2} + P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{F_1}{A_1} + P_{atm}$$

$$\frac{500}{\pi \cdot 10^{-2}} + 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}5 = \frac{F_1}{\pi \cdot \frac{1}{16}}$$

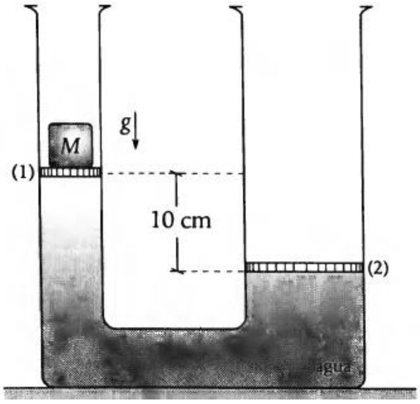
$$F_1 = \frac{5 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 \cdot \pi}{\pi} \cdot \frac{\pi}{16} = 4106\ N$$

$$F_1 = 4{,}106\ kN$$

Gabarito: E

66.

O sistema mostrado a seguir está em equilíbrio; qual será a nova separação dos êmbolos se o bloco é retirado lentamente? Considere $M_1 = 2\ kg;\ M_2 = 3\ kg;\ M = 1\ kg\ e\ A_1 = 400\ cm^2$.



a) 7,5 cm

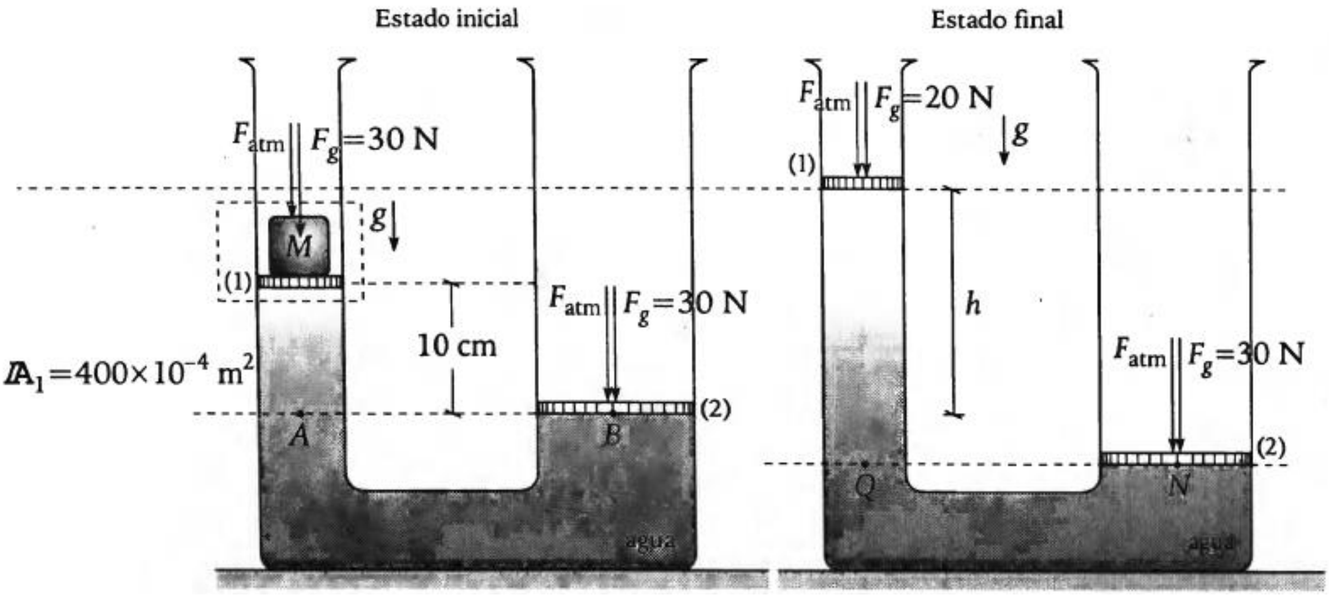
b) 6,24 cm

c) 12,5 cm

d) 1,66 cm

e) 1,33 cm

Comentários:



No estado inicial, traçando-se uma isobárica rente ao êmbolo 2:

$$P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{(M + M_1) \cdot g}{A_1} = P_{atm} + \frac{M_2 \cdot g}{A_2} \Rightarrow 1000 \cdot 0{,}1 + \frac{3}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{3}{A_2}$$

$$75 + 100 = \frac{3}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{3}{175}$$

Após retirar-se a massa:

$$P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h' + \frac{M_1 \cdot g}{A_1} = P_{atm} + \frac{M_2 \cdot g}{A_2} \Rightarrow 1000 \cdot h' + \frac{2}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{3}{3} \cdot 175$$

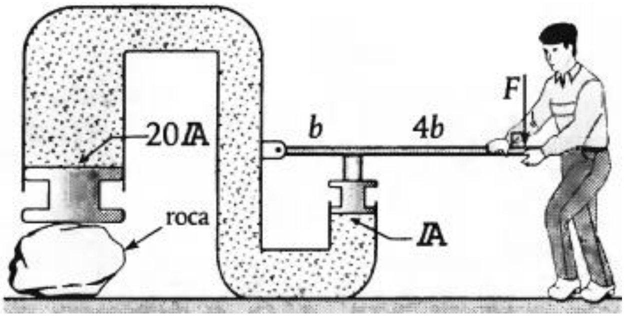
$$1000 \cdot h' = 175 - 50 \Rightarrow h' = \frac{125}{1000}\ m$$

$$h' = 12{,}5\ cm$$

Gabarito: C

67.

A figura abaixo mostra um esquema simplificado para triturar rochas. Se a rocha indicada está suportando 3 kN e como o máximo que ela pode resistir, antes de quebrar, é 7,5 kN, em quanto deve variar o modulo da força que exerce o jovem para quebrar a rocha?



a) 15 N

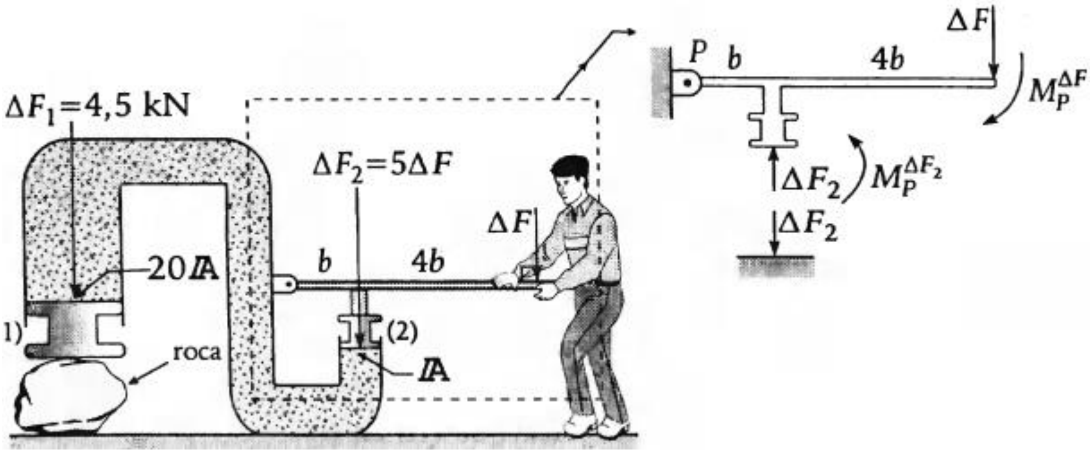
b) 20 N

c) 25 N

d) 40 N

e) 45 N

Comentários:



Como a questão pede a variação da força, resolveremos o problema baseado na variação de força. Portanto, chamemos de ΔF_1 a variação de força sobre a rocha ($= 4{,}5\ kN$).

Como trata-se do mesmo líquido em toda a extensão do tubo, a variação de pressão implicada pela variação de força se transmite igualmente até o homem.

O homem deve aplicar essa variação de pressão utilizando sua alavanca através da variação de força ΔF_2 no contato com o êmbolo. Sendo assim, as contas se iniciam pela rocha.

$$\frac{\Delta F_1}{A_1} = \Delta P \Rightarrow \Delta P = \frac{4{,}5}{20}$$

$$\Delta P = \frac{\Delta F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{4{,}5}{20} = \frac{\Delta F_2}{1}$$

$$\Delta F_2 = \frac{4{,}5}{20}$$

Como a força é aplicada por uma alavanca, chamando de ΔF_3 a diferença de força aplicada pelo homem, tem-se:

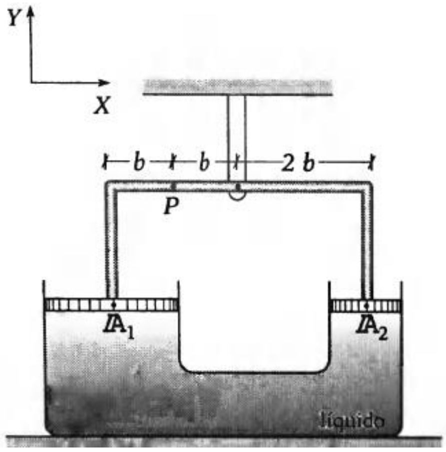
$$\Delta F_2 \cdot b = \Delta F_3 \cdot 5b \Rightarrow \frac{4{,}5}{20} \cdot b = \Delta F_3 \cdot 5b$$

$$\Delta F_3 = \frac{0{,}9}{20} kN = 45\ N$$

Gabarito: E

68.

O sistema mostrado, as barras e os êmbolos são de massa desprezível. Se sobre o ponto P começa a atuar uma força $\vec{F} = 100(4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})$ N, determine a mudança no valor da força que o líquido exerce sobre cada embolo ($A_1 = 4A_2$).



a) 25 N; 100 N

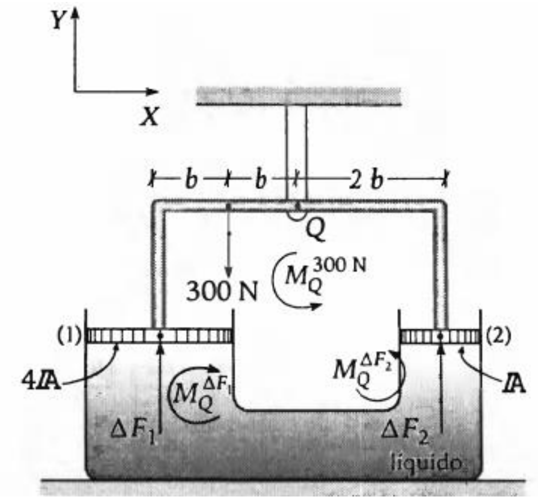
b) 40 N; 160 N

c) 35 N; 150 N

d) 30 N; 120 N

e) 50 N; 200 N

Comentários:



A força F aplicada gera momento apenas com sua componente vertical. O acréscimo da força F é equilibrado pela variação de forças que o líquido aplica sobre A_1 e A_2. Como no tubo há somente um líquido, a variação de pressão sobre as faces é idêntica. Portanto:

$$\frac{\Delta F_1}{A_1} = \frac{\Delta F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{\Delta F_1}{4A_2} = \frac{\Delta F_2}{A_2}$$

$$\Delta F_1 = 4 \cdot \Delta F_2$$

Estas variações de forças equilibram o momento gerado por F. Sendo assim:

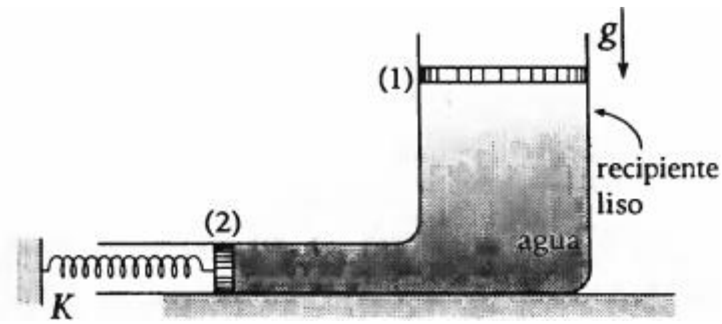
$$\Delta F_1 \cdot 2b - F_y \cdot b - \Delta F_2 \cdot 2b = 0 \Rightarrow 8 \cdot \Delta F_2 - 300 - 2 \cdot \Delta F_2 = 0$$

$$\Delta F_2 = 50\ N \text{ e } \Delta F_1 = 200\ N$$

Gabarito: E

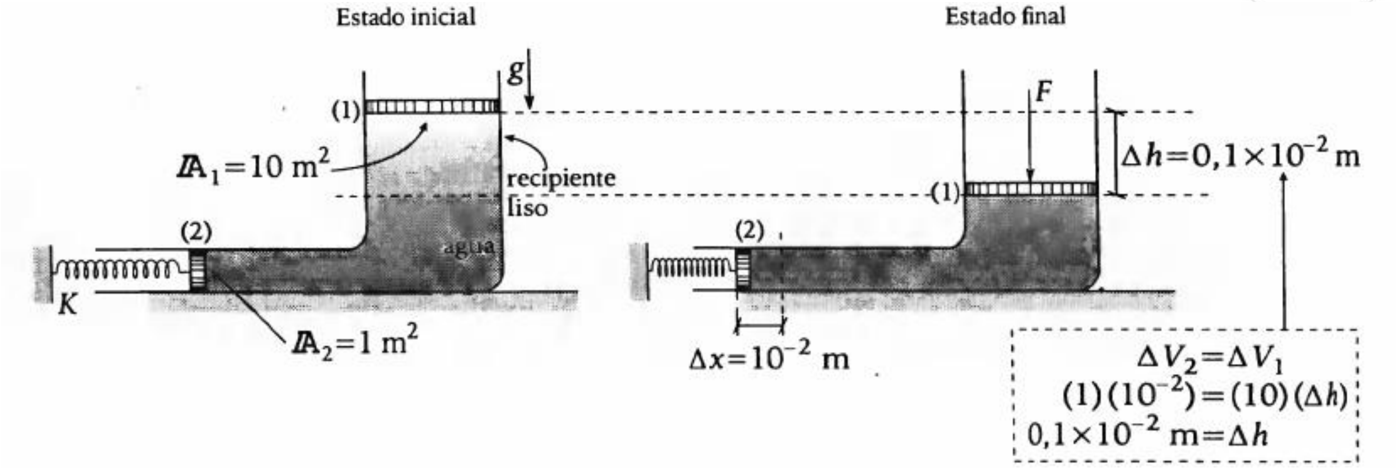
69.

O sistema mostrado a seguir está em repouso. Que valor deve ter a força vertical exercida sobre o embolo (1) para que a mola se comprima 1 cm a mais. Considere $A_1 = 10 \cdot A_2 = 10\ m^2$ e K = 10 N/m.



a) 1 N b) 50,5 N c) 100 N d) 101 N e) 110 N

Comentários:



Se a mola se comprime em mais 1 cm, o êmbolo 1 deve descer de Δh mantendo o volume do tubo. Logo:

$$0,01 \cdot A_2 = \Delta h \cdot A_1 \Rightarrow \Delta h = 10^{-3}$$

Na situação inicial, o equilíbrio do êmbolo 2 é:

$$k \cdot \Delta x_1 = \rho \cdot g \cdot h$$

Após a aplicação da força

$$k \cdot \Delta x_2 = \rho \cdot g \cdot (h - \Delta h) + \frac{F_y}{A_1}$$

A questão afirma que $\Delta x_2 - \Delta x_1 = 1\ cm$. Subtraindo as equações:

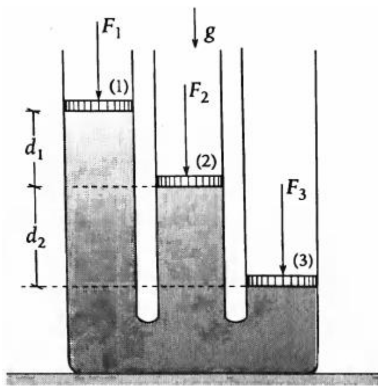
$$k \cdot (\Delta x_2 - \Delta x_1) = -\rho \cdot g \cdot \Delta h + \frac{F_y}{A_1} \Rightarrow 10 \cdot 10^{-2} = -10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + \frac{F_y}{10}$$

$$10^{-1} + 10 = \frac{F_y}{10} \Rightarrow F_y = 101\ N$$

Gabarito: D

70.

Três êmbolos de massa desprezíveis e de área A_1, A_2 e A_3, respectivamente, descansam sobre a superfície de um líquido de densidade ρ. Determine d1 e d2. Despreze todos os atritos.



a) $\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_2}{A_2} - \frac{F_1}{A_1}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3} - \frac{F_2}{A_2}\right)$

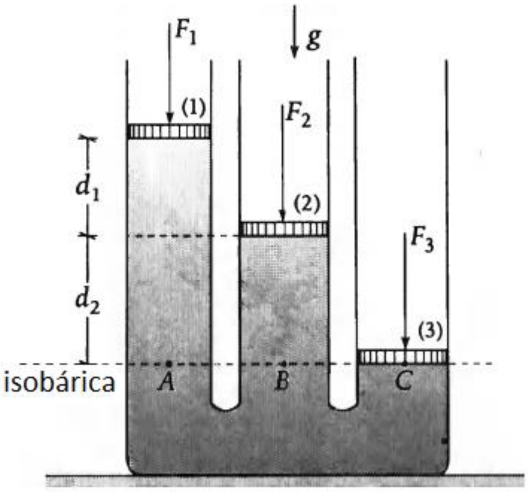
b) $\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_2}{A_2} - \frac{F_3}{A_3}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_1}{A_1}\right)$

c) $\frac{1}{\rho g}(F_1 + F_2); \frac{1}{\rho g}(F_2 + F_3)$

d) $\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_1}{A_1} - \frac{F_2}{A_2}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3} - \frac{F_2}{A_2}\right)$

e) $\frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3} + \frac{F_1}{A_1}\right); \frac{1}{\rho g}\left(\frac{F_3}{A_3} - \frac{F_2}{A_2}\right)$

Comentários:



Traçando-se uma isobárica rente ao êmbolo 3:

$$\frac{F_3}{A_3} + P_{atm} = \frac{F_2}{A_2} + P_{atm} + \rho \cdot g \cdot d_2 = \frac{F_1}{A_1} + P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (d_1 + d_2)$$

Pela primeira igualdade:

$$\frac{F_3}{A_3} = \frac{F_2}{A_2} + \rho \cdot g \cdot d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \left(\frac{F_3}{A_3} - \frac{F_2}{A_2}\right)$$

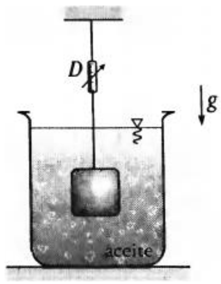
Pela segunda igualdade:

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} + \rho \cdot g \cdot d_1 \Rightarrow d_1 = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \left(\frac{F_2}{A_2} - \frac{F_1}{A_1}\right)$$

Gabarito: A

71.

Ao se retirar o recipiente com azeite a indicação do dinamômetro aumenta em 24 N. Se o bloco é introduzido em outro recipiente que contém um líquido de densidade 2,5 g/cm³; quanto indicará o dinamômetro? Considere $\rho_{bloco} = 2{,}9\ g/cm^3$.



a) 16 N

b) 18 N

c) 20 N

d) 12 N

e) 15 N

Comentários:

Pela afirmação a respeito da indicação do dinamômetro, conclui-se que o empuxo exercido pelo azeite era de 24 N. Portanto:

$$\rho_{Azeite} \cdot V \cdot g = 24$$

Considerando:

$$\rho_{Azeite} = 0{,}8\ g/cm^3$$

Tem-se que:

$$800 \cdot V \cdot 10 = 24 \Rightarrow V = 3 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

Portanto, a massa do bloco é:

$$m = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 2900 = 8{,}7\ kg$$

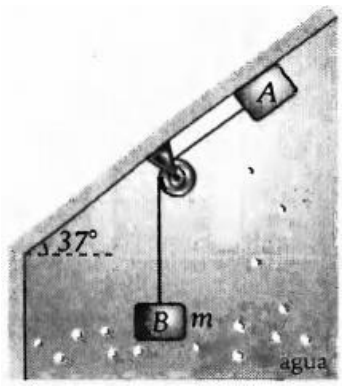
Portanto, a indicação do dinamômetro após submergir em outro líquido fica:

$$T = P - E \Rightarrow T = 87 - 3 \cdot 10^{-3} \cdot 2500 = 12\ N$$

Gabarito: D

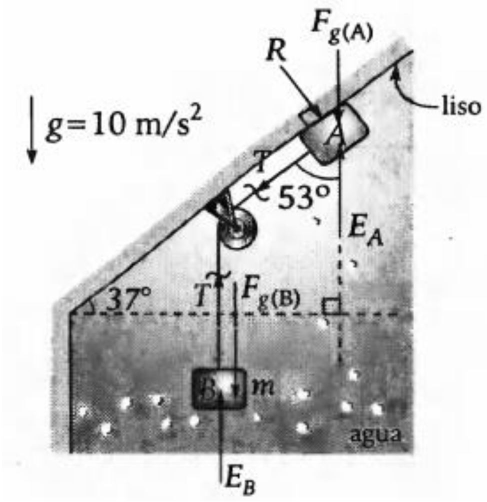
72.

O sistema mostrado se encontra em equilíbrio e os blocos são de mesma massa. Determine o modulo da reação da superfície lisa inclinada sobre o bloco A. Considere $M = 1\ kg$; $V_B = 4.10^{-4}\ m^3$.



a) 2 N b) 3 N c) $2\sqrt{5}$ N d) 5 N e) 8 N

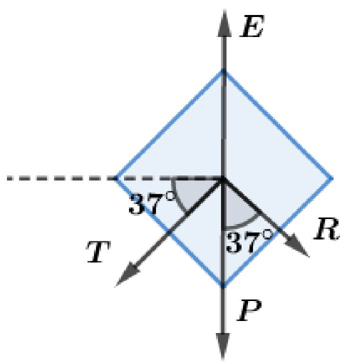
Comentários:



Analisando o bloco B:

$$P = E + T \Rightarrow 10 = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10 + T \Rightarrow T = 6\ N$$

No bloco A, tem-se a seguinte situação:



$$\begin{cases} T \cdot \cos 37° = R \cdot sen\ 37° \\ P + T \cdot sen\ 37° + R \cdot \cos 37° = E \end{cases}$$

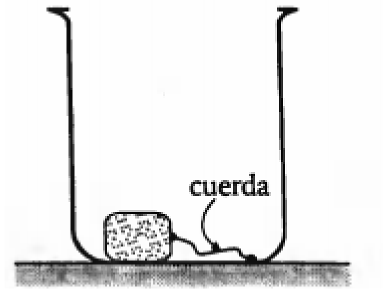
Como se pede somente a reação, a primeira equação é suficiente:

$$R = 6 \cdot \frac{4}{3} = 8\ N$$

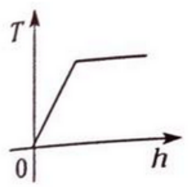
Gabarito: E

73.

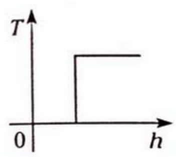
Um bloco de isopor descansa no fundo de um recipiente vazio fixo a uma corda como é mostrado na figura abaixo. Se começamos a encher o recipiente de água, qual é o gráfico que melhor representa o comportamento da tensão (T) em relação à altura da água (h)?



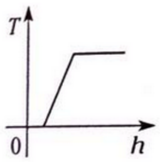
a)



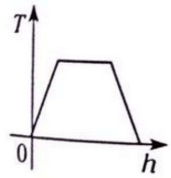
b)



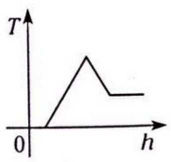
c)



d)



e)



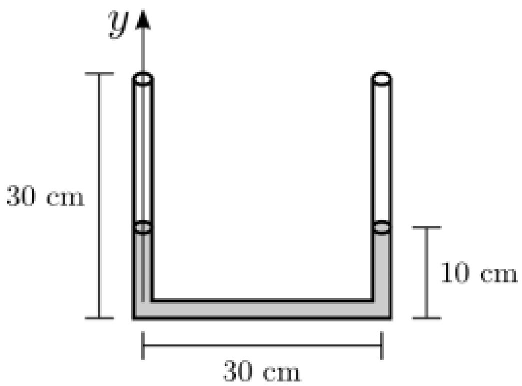
Comentários:

A tensão é nula até que o empuxo além de superar o peso, tenha altura de água suficiente para tracionar o fio. Então o empuxo aumenta até que o bloco fica completamente submergido (linearmente com a altura da coluna d’água que está diretamente relacionado à quantidade do corpo que está submerso), finalmente após o corpo submergir completo, não ocorre mais variação da tração.

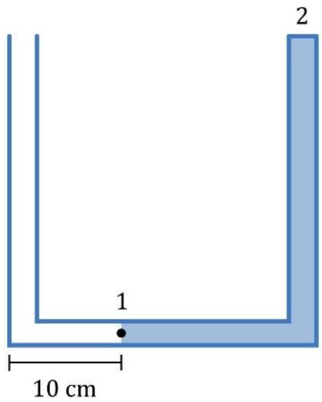
Gabarito: C

74. (OBF 3ª fase 2017)

A figura abaixo ilustra um tubo fino de extremidades abertas em forma de U, em repouso, e que contém água até o nível $H = 10\ cm$. Acionando um motor é possível fazer com que o tudo gire com velocidade angular constante ω; em torno do eixo vertical y centrado no ramo esquerdo do tubo. Para que valor de ω a água está no limite de escapar do tubo? Use em suas considerações o fato de que. a pressão de equilíbrio de líquidos que estão dentro de recipientes em rotação uniforme varia com a distância r ao eixo de rotação de acordo com expressão $p = p_C + \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2$ onde p_C é a pressão do líquido sobre o eixo e ρ é a densidade do líquido.



Comentários:



De acordo com a fórmula dada no enunciado, no caso limite, a diferença de pressão entre os dois pontos da figura é de:

$$\Delta P = \left(p_c + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_2^2\right) - \left(p_c + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^2\right)$$

Mas, pela Lei de Stevin:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot h$$

Igualando as expressões:

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{r_2^2 - r_1^2}}$$

Substituindo os valores do problema:

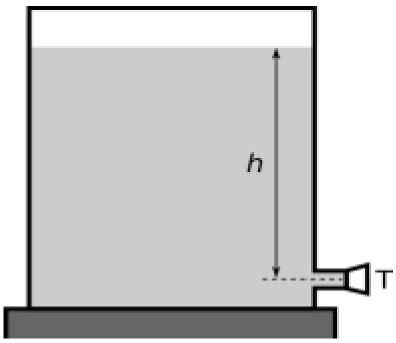
$$\omega = \sqrt{\frac{20 \cdot 0{,}3}{0{,}09 - 0{,}01}} \Rightarrow \omega = 5\sqrt{3}\ rad/s$$

Gabarito: $\boldsymbol{\omega = 5\sqrt{3}\ rad/s}$

---

75. (OBF – 2016)

Um recipiente contendo água possui uma pequena abertura de área de seção transversal a localizada a uma profundidade h e que está inicialmente bloqueada por um tampão T. conforme figura abaixo. Movendo-se e segurando-se o tampão a uma pequena distância Δx para a direita, a água esguicha pela abertura, atinge o tampão, colide inelasticamente e escorre verticalmente para baixo. Determine (a) a velocidade com que a água sai pela abertura e (b) a força exercida pela água no tampão em termos de a, h, g e densidade da água. Ao expressar seus resultados, além das grandezas dadas, use g para aceleração da gravidade e ρ para a densidade da água.



Comentários:

Pela equação de Bernoulli entre a superfície da água e o orifício:

$$p_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = p_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

Em que o índice 1 se refere ao topo d'água no recipiente e o índice 2 refere-se à saída no orifício.

Mas:

$$A_1 \gg A_2$$

Portanto, pela equação da continuidade:

$$v_1 \ll v_2$$

E, devido à falta de informações no enunciado, assume-se que não há P_{atm}, logo:

$$p_1 = p_2$$

Assim:

$$\rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

A força sobre o tampão pode ser calculada pelo teorema do impulso.

$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot v$$

$$F \cdot \Delta t = (a \cdot v \cdot \Delta t \cdot \rho) \cdot v$$

$$F = a \cdot \rho \cdot v^2 = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot a$$

Obs: Existe controvérsia quanto ao cálculo da velocidade (Bernoulli considera fluxo laminar, enquanto a outra solução, por dinâmica, também têm seus erros). O que difere é a letra a) no cálculo da velocidade. A força exercida em ambos os casos é $\rho \cdot a \cdot v^2$ variando apenas a velocidade entre os dois métodos.

Gabarito: a) $\boldsymbol{v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$ b) $\boldsymbol{F = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot a}$

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao final da nossa aula. Relembre os principais conceitos estudados nessa aula e tenha no sangue o teorema do Stevin, as propriedades do empuxo, as definições de centro de carena, bem como as condições de equilíbrio de um corpo dentro de um líquido.

Estude com calma hidrodinâmica, já que ele é um assunto não tão comum em ensino médio brasileiro. O ITA e O IME já cobraram questões onde o aluno precisa utilizar a equação de Bernoulli e a equação da continuidade.

Fique atento aos conceitos de pressão absoluta e de pressão manométrica, já que podem existir questões que mesclam essas definições e você pode perder ponto na prova por besteira.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@prof.maldonado