

MATEMÁTICA

1- Sejam a, b, c números tais que $\begin{cases} a + b + c = 40 \\ ab + bc + ca = 20 \\ abc = 600 \end{cases}$. Então, o valor de $(a + b)(b + c)(c + a)$ é:

- a) 100 b) 150 c) 200 d) 250 e) 300

2- Considere as inequações abaixo

i) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq \frac{2}{3}(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$

ii) $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$

iii) $a^3 - 3a + 2 \geq 0$

iv) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq \frac{3}{5}(a + b + c)$

Das inequações acima, quantas são verdadeiras quaisquer que sejam a, b, c, d reais positivos?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

3- Seja ABCD um quadrilátero tal que $\hat{A}BD = 60^\circ$ e $\hat{A}CD = 70^\circ$. Seja P a interseção das bissetrizes dos ângulos $\hat{B}AC$ e $\hat{B}DC$. Quanto vale, em graus, o ângulo $\hat{A}PD$?

- a) 10 b) 60 c) 70 d) 75 e) 65

4- A idade média (média aritmética) de um grupo, consistindo de médicos e advogados, é 40 anos. Se a média de idade dos médicos é de 35 anos e a média de idade dos advogados é de 50 anos, a razão entre o número de médicos e o número de advogados é:

- a) 3:2 b) 3:1 c) 2:3 d) 2:1 e) 1:2

5- O número de inteiros positivos menores que 1000 que não são divisíveis nem por 5, nem por 7 é:

- a) 688 b) 686 c) 684 d) 658 e) 630

6- Qual dos números a seguir é igual a $\frac{1}{\sqrt{2005 + \sqrt{2005^2 - 1}}}$?

- a) $\sqrt{1003} - \sqrt{1002}$
b) $\sqrt{1005} - \sqrt{1004}$
c) $\sqrt{1007} - \sqrt{1005}$
d) $\sqrt{2005} - \sqrt{2003}$
e) $\sqrt{2007} - \sqrt{2005}$

7- Os triângulos ABC e ABD são isósceles, com $AB = AC = BD$ (o segmento BD intersecta o segmento AC). Sabe-se que BD é perpendicular a AC . Então, a soma $\hat{ACB} + \hat{ADB}$ é igual a:

- a) 115°
- b) 120°
- c) 130°
- d) 135°
- e) não está determinada

8- Dois números reais não-nulos a e b são tais que $ab = a - b$. Um possível valor de $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$ é:

- a) -2
- b) $-0,5$
- c) 1
- d) $0,5$
- e) 2

9- Dado um inteiro positivo n , Zezinho soma todos os divisores de n , que são diferentes de n . Qual dos números a seguir não pode ter sido encontrado por Zezinho?

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) 7
- e) 9

10- O primeiro termo de uma sequência de inteiros positivos é 6. Os outros termos na sequência são obtidos da seguinte forma:

- i) Se um termo é par, divida-o por 2 para obter o próximo termo
- ii) Se um termo é ímpar, multiplique-o por 5 e subtraia 1 para obter o próximo termo.

Para quantos valores de n , o n -ésimo termo da sequência é igual a n ?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

11- Os inteiros positivos a, b, c, d são tais que

$abcd + abc + bcd + cda + dab + ab + bc + cd + da + ac + bd + a + b + c + d = 2009$. O valor de $a + b + c + d$ é:

- a) 73
- b) 75
- c) 77
- d) 79
- e) 81

12- Sejam $a = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \dots + \frac{1001^2}{2001}$ e $b = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \dots + \frac{1001^2}{2003}$. Qual é o inteiro mais próximo de $a - b$?

- a) 500
- b) 501
- c) 999
- d) 1000
- e) 1001