Gabarito Oficial | **Matemática 2**

QUESTÃO 1

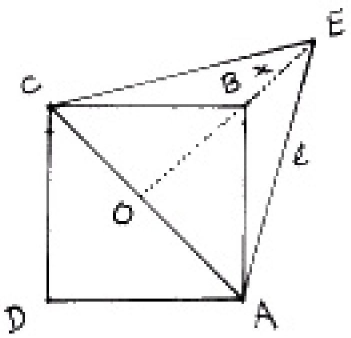
100 Caixas	Aprovado Qualidade Total = 60	Reprovado Qualidade Total = 40
Aprovado Quantidade Total = 74	X	Y
Reprovado Quantidade Total = 26	Z	14

Usando os dados da tabela:

Y+14 = 40 $\Rightarrow$ Y = 26 e X + Y = 74 $\Rightarrow$ 48

Resp.: 48

QUESTÃO 2



Seja x a medida de BE. Como $AD = 2$, segue do Teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo ΔADC que

$$l = AC = 2\sqrt{2}\ .$$

Como $OB = l/2$, aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo ΔOAE temos

$$l^2/4 + (x + l/2)^2 = l^2.$$

Simplificando obtemos $x^2 + lx = l^2/2$.

Substituindo o valor de l na equação, obtemos

$$x^2 + 2\sqrt{2}\,x - 4 = 0$$

cujas raízes são $x = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ e $x = -\sqrt{6} - \sqrt{2}$.

Resp.: $x = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

QUESTÃO 3

Seja x o volume de A em P_1 e y o volume de B em P_1. Então

Volume de $P_1 = x + y$ e volume de $P_2 = 15 - x - y$

Como P_1 é composto de 20% de A e P_2 é composto de 10% de A, temos

$$x/(x + y) = 2/10 \quad \text{e} \quad (2 - x)/(15 - x - y) = 1/10.$$

Simplificando obtemos o sistema

$$4x - y = 0$$
$$9x - y = 5$$

cuja solução é $x = 1$ e $y = 4$.

Resp.: Volume de P_1 = 5 litros e volume de P_2 = 10 litros.

QUESTÃO 4

Seja $abcd$ um número qualquer de 4 algarismos. Então $a \neq 0$. Como b, c e d podem assumir quaisquer dos algarismos de 0 a 9, podemos formar $N = 9 \times 10^3$ números de quatro algarismos.

Seja n a quantidade dos tais números que não contêm o algarismo 2. Então, como $a \neq 0, 2$, $b \neq 2$, $c \neq 2$ e $d \neq 2$, temos $n = 8 \times 9^3$.

Portanto, a quantidade de números de quatro algarismos em que o 2 aparece ao menos uma vez é:

$$N - n = 9 \times 10^3 - 8 \times 9^3 = 9000 - 5832 = 3168.$$

Resp.: $9 \times 10^3 - 8 \times 9^3 = 3168$.

Gabarito Oficial — **Matemática 2**

QUESTÃO 5

a) Temos

$$A^2 = A \text{ x } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \text{ x } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Como

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

temos que

$$A^{k^2} - A^{5k} + A^6 = \begin{pmatrix} 1 & k^2 - 5k + 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Logo $k^2 - 5k + 6 = 0$, isto é, $k = 2$ ou $k = 3$.

Resp.: $k = 2$ ou $k = 3$

QUESTÃO 6

Seja $C = (a, b)$ o terceiro vértice do triângulo. Como $CB = CA = AB$, temos

$$(a - 1)^2 + b^2 = (a - 5)^2 + (b - 4\sqrt{3})^2 = 64$$

Simplificando as duas equações acima, obtemos

$$a + \sqrt{3}\, b = 9$$

$$a^2 + b^2 - 2a + 1 = 64$$

Substituindo a em função de b na segunda equação, obtemos

$$4b^2 - 16\sqrt{3}\, b = 0,$$

cujas raízes são $b = 0$ e $b = 4\sqrt{3}$.

Assim,

$$b = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$b = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = -3$$

Como C pertence ao segundo quadrante, temos $C = (-3, 4\sqrt{3})$.

Resp.: $C = (-3, 4\sqrt{3})$

QUESTÃO 7

Seja q a razão da PG. Então

$$a_1 = 10, \qquad a_2 = 10q, \qquad a_3 = 10q^2, \quad \ldots, a_8 = 10q^7$$

Multiplicando os termos da PG, obtemos

$$a_1a_2.\,.\,.a_8 = 10^8q^{1+2+\ldots+7} = 10^8q^{28}$$

Portanto,

$$36 = \log_{10}(a_1 \ldots a_8) = 8 + 28\log_{10} \text{ ½ } q \text{ ½ Þ } q = \pm 10$$

Resp.: $q = 10$ ou $q = -10$.

QUESTÃO 8

Sejam a, b, c as raízes da equação. Então

$$a + b + c = -15$$

$$ab + ac + bc = 66 \quad (1)$$

$$abc = -80$$

Como as raízes estão em Progressão Aritmética, podemos escrever $a = \alpha - q$, $b = \alpha$ e $c = \alpha + q$, onde q é a razão da PA. Substituindo na primeira e terceira equações, obtemos

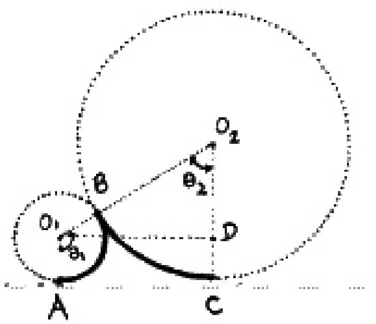
$$3\alpha = -15 \Rightarrow \alpha = -5$$

$$\alpha(\alpha^2 - q^2) = -80 \Rightarrow q^2 = 9$$

Portanto, $a = -2$, $b = -5$ e $c = -8$. Como estes valores satisfazem também a segunda equação do sistema (1), temos a solução.

Resp.: $a = -2$, $b = -5$ e $c = -8$

QUESTÃO 9



O triângulo retângulo ΔO_1DO_2 tem hipotenusa O_1O_2 = 4 cm e o cateto DO_2 = 2 cm.

Portanto, $\cos \theta_2 = ½ \Rightarrow \theta_2 = \pi/3$ e $\theta_1 = \pi/2 + \pi/6 = 2\pi/3$. Logo, os arcos de circunferência *AB* e *BC* medem respectivamente

$$r_1\theta_1 = 2\pi/3$$

$$r_2\theta_2 = \pi$$

Resp.: $5\pi/3$

QUESTÃO 10

Seja *E* o número de partidas empatadas e *G* o número de partidas com vitória. O número de partidas é $C^2_{10} = 45$ e o número total de pontos é 118, temos:

$$3G + 2E = 118$$

$$G + E = 45$$

Resolvendo o sistema, obtemos $G = 28$ e $E = 17$.

Resp.: 17