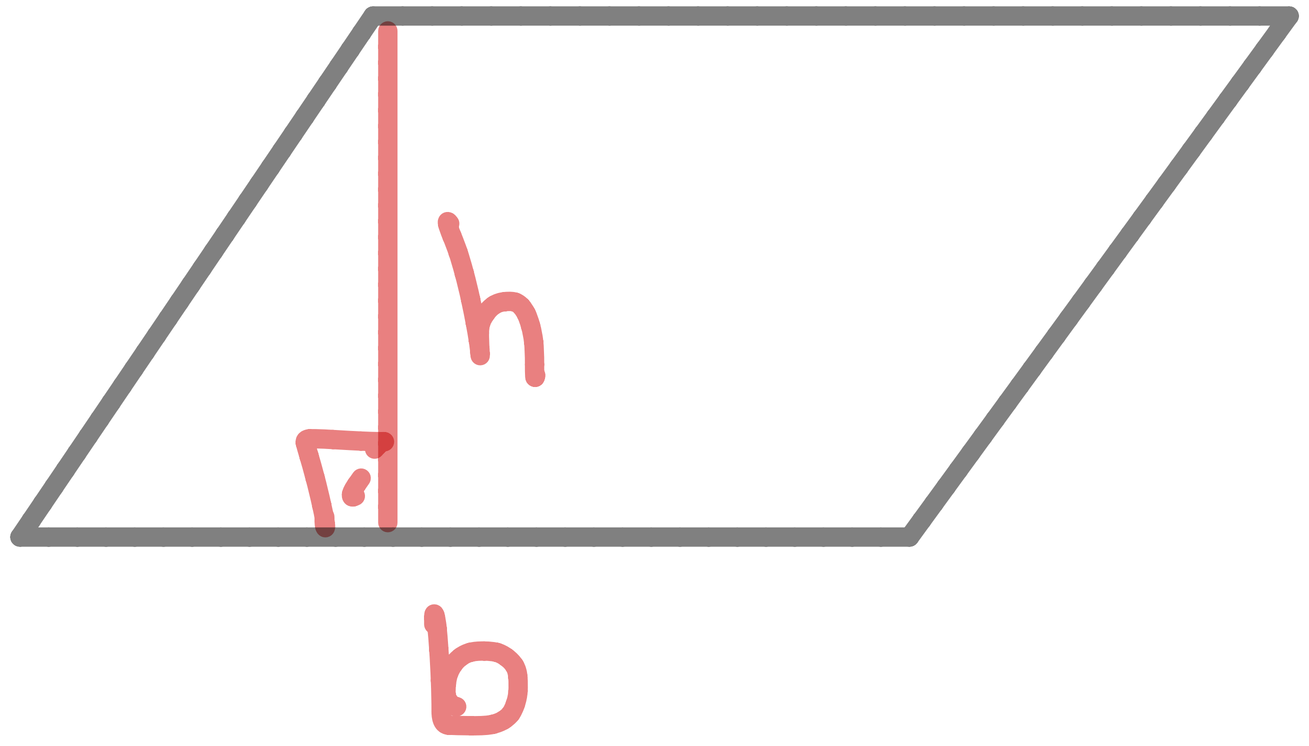
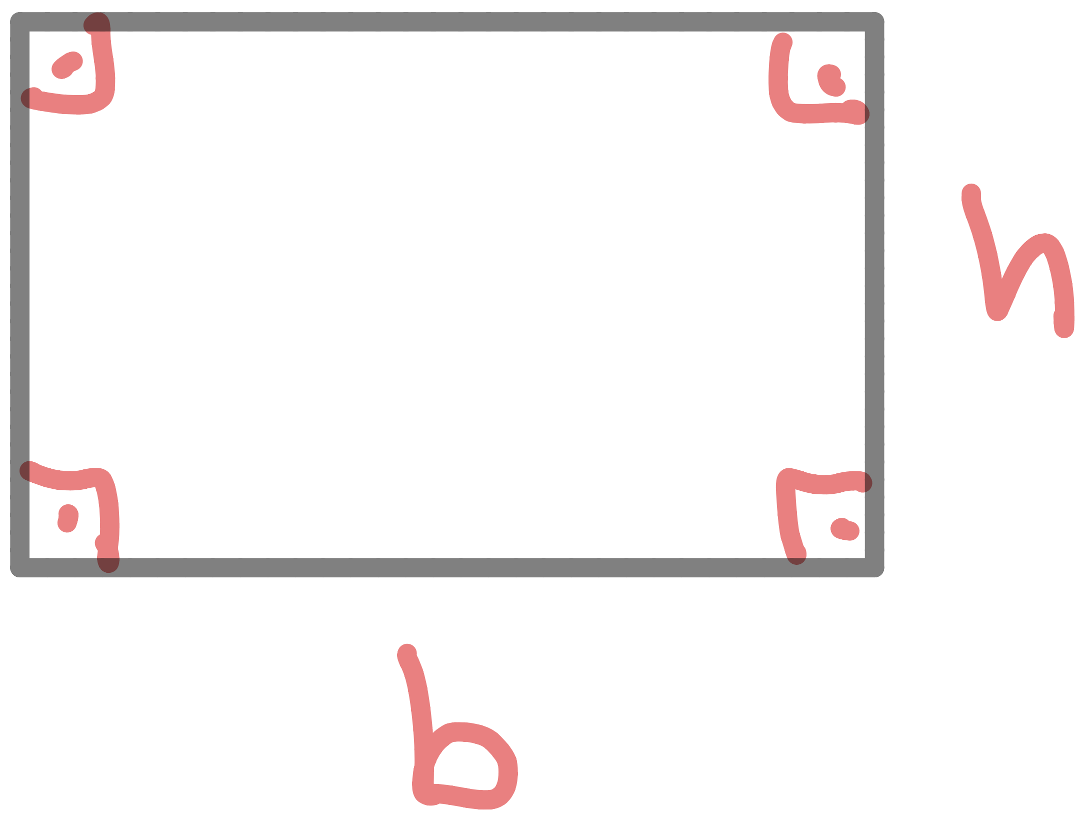
Áreas de polígonos (IMPORTANTÍSSIMO%)

① Paralelogramo



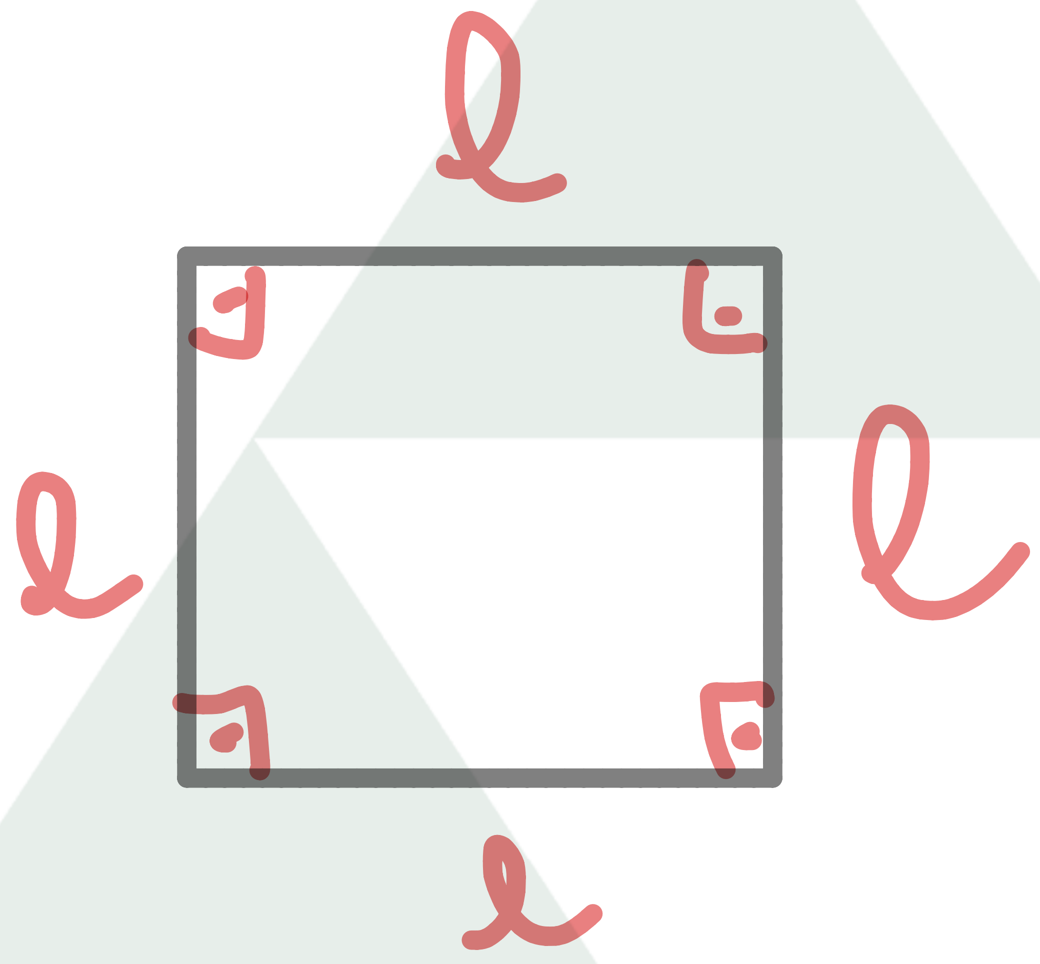
$$\boxed{A = b \cdot h}$$

② Retângulo



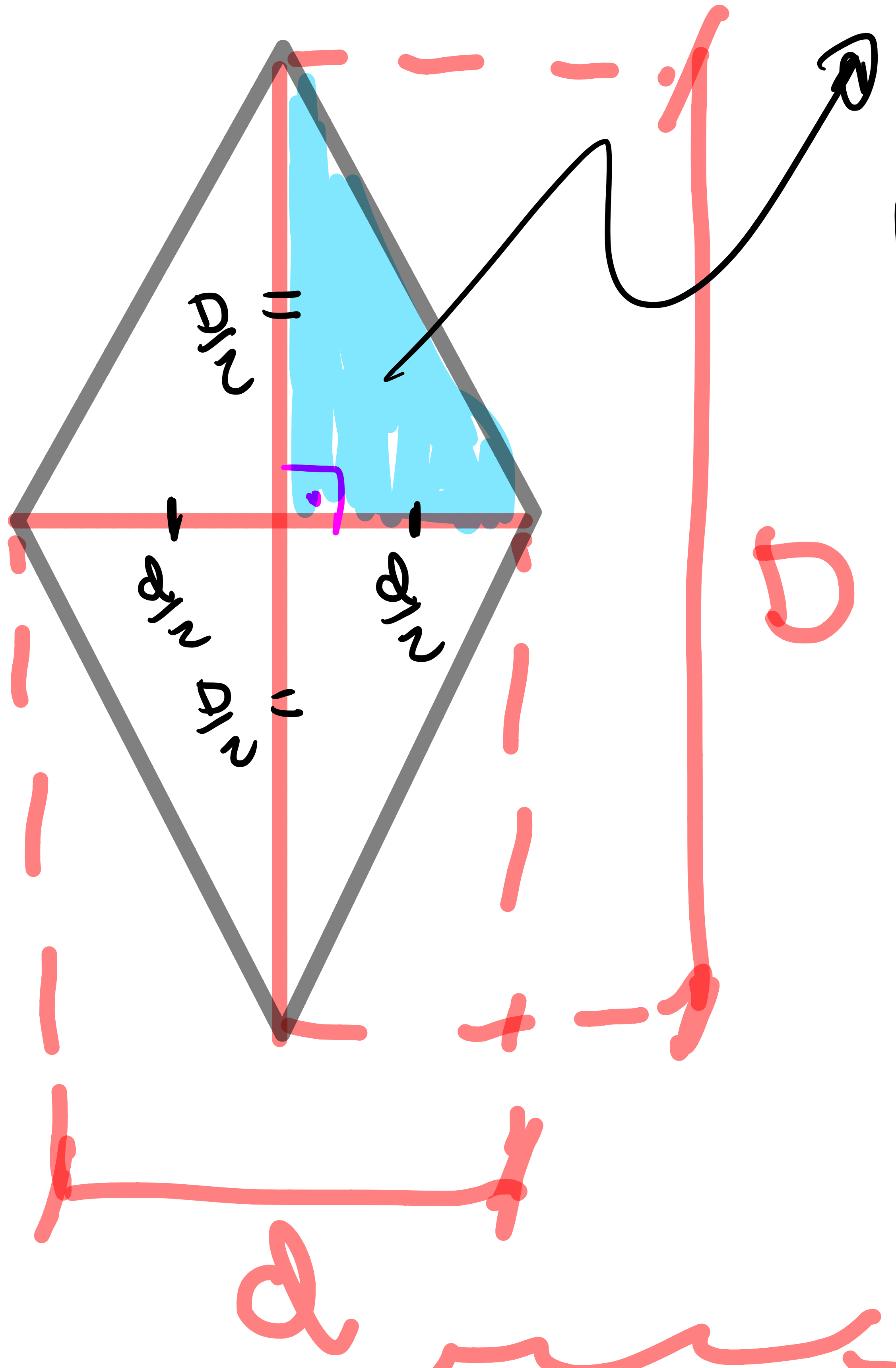
$$\boxed{A = b \cdot h}$$

③ Quadrado



$$\boxed{A = \ell^2}$$

4 Losango

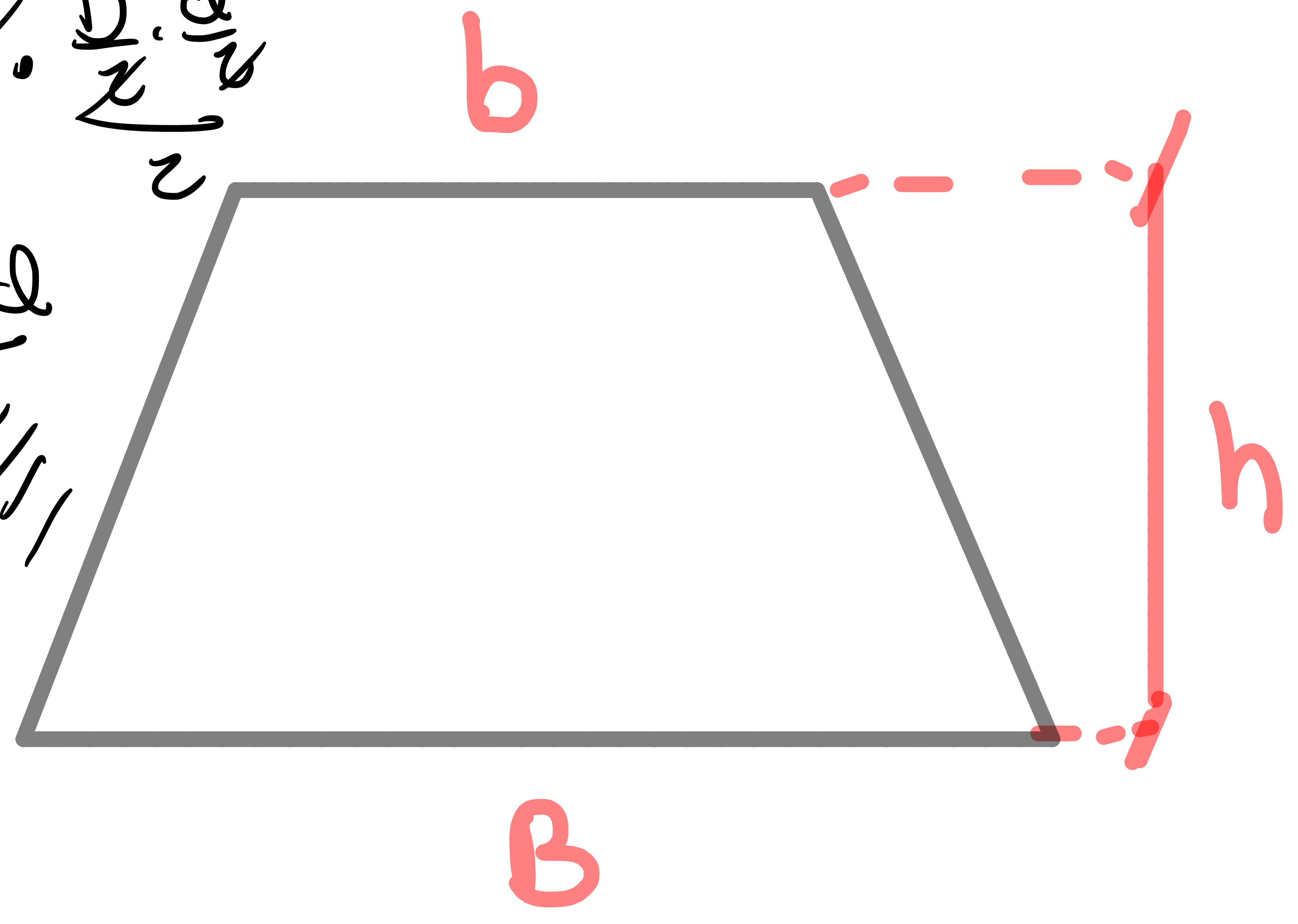


$A = 4 \cdot \frac{\frac{D}{2} \cdot \frac{d}{2}}{2}$

$A = \frac{D \cdot d}{2}$

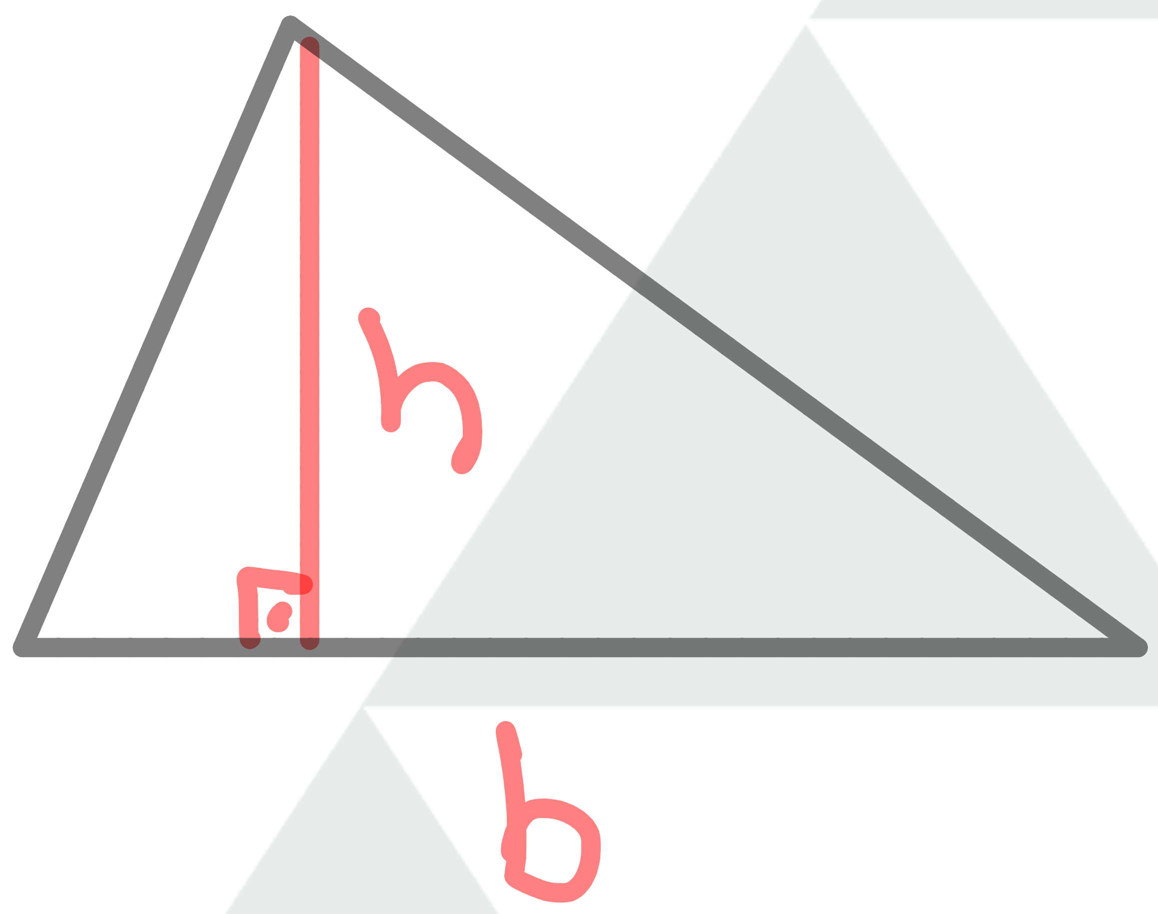
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

5 Trapézio



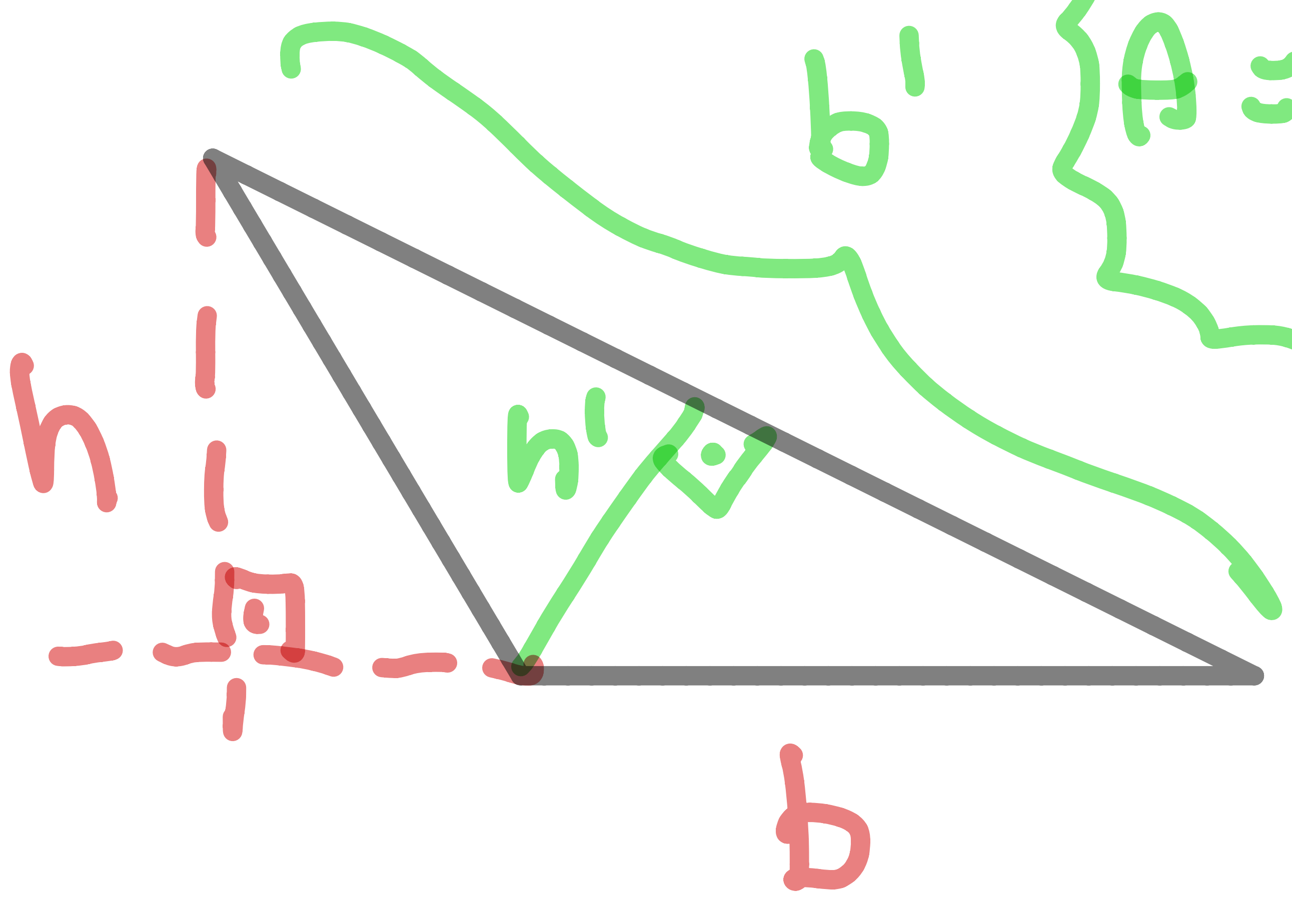
$$A = \frac{(b+B) \cdot h}{2}$$

6 Triângulo



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

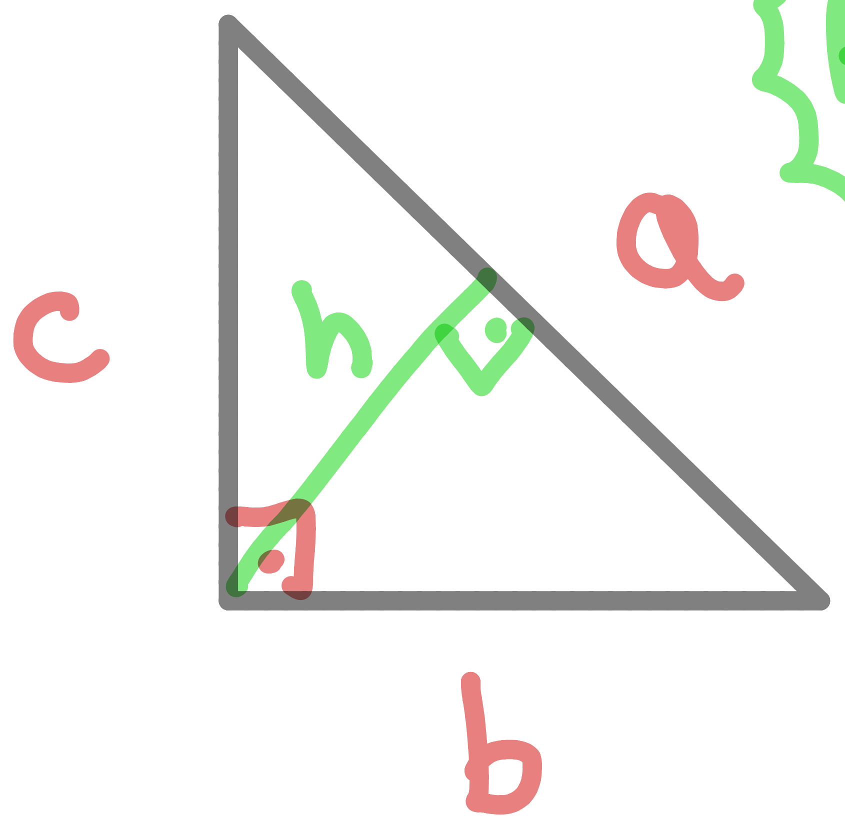
6.1 Δ obtusângulo



$$A = \frac{b' \cdot h'}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

6.2 Δ retângulo (IMPORTANTÍSSIMO)



$$A = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$

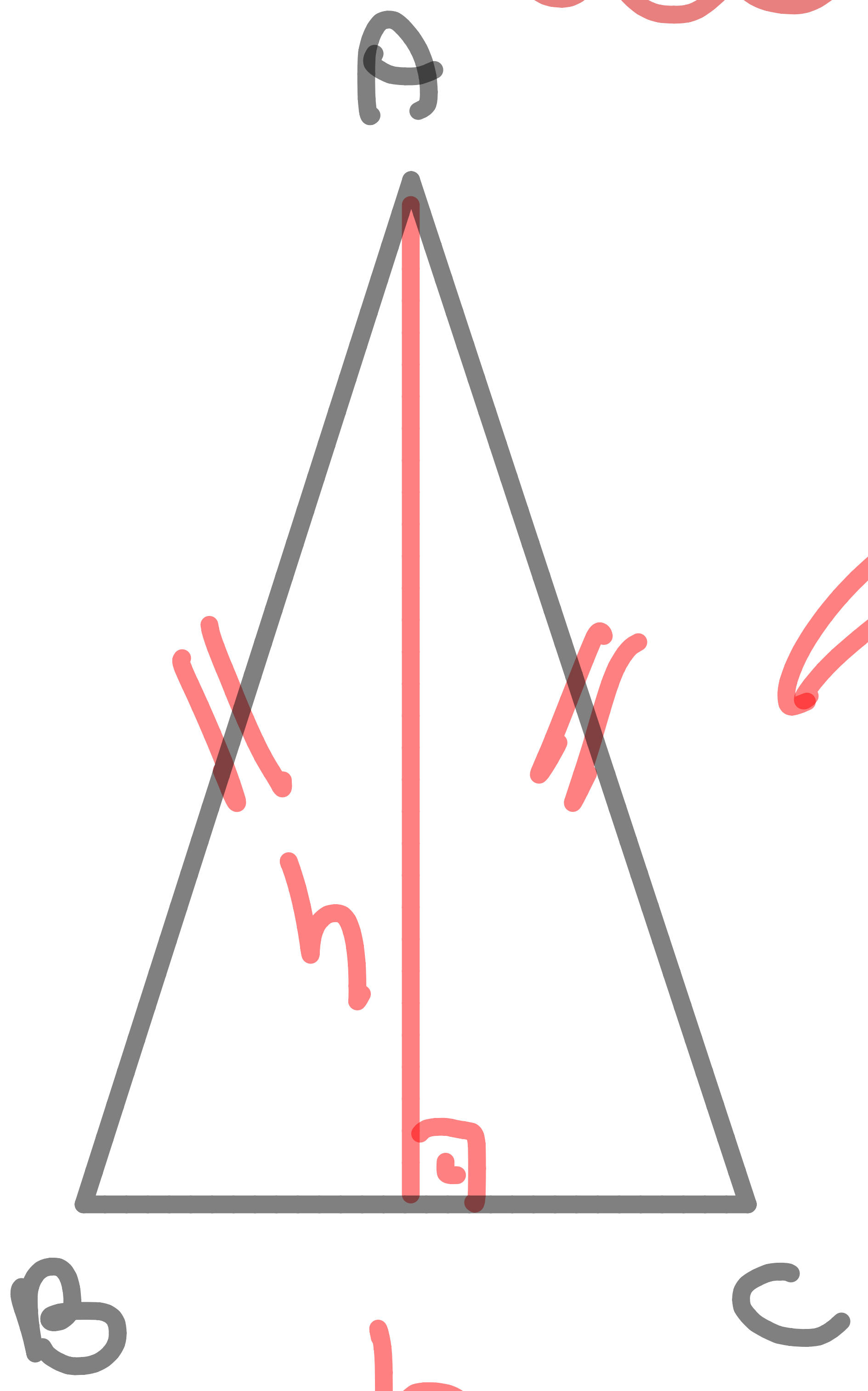
$$A = \frac{\text{CATETO} \times \text{CATETO}}{2}$$

Legal!!!

$$\frac{a \cdot h}{\cancel{2}} = \frac{b \cdot c}{\cancel{2}}$$

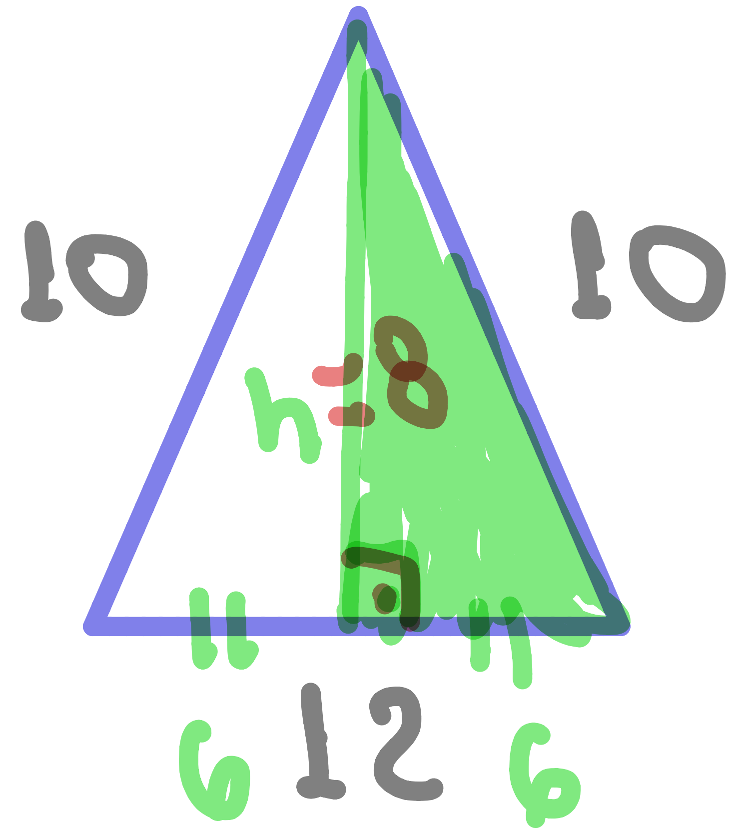
$$\boxed{a \cdot h = b \cdot c}$$

6.3 Δ isósceles



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Ex: $A_\Delta = ?$



$$A_\Delta = \frac{12 \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}$$

$A_\Delta = 48$ u.a.

6.4 Δ equilátero (importantíssimo!)

$$h_\Delta = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}}$$

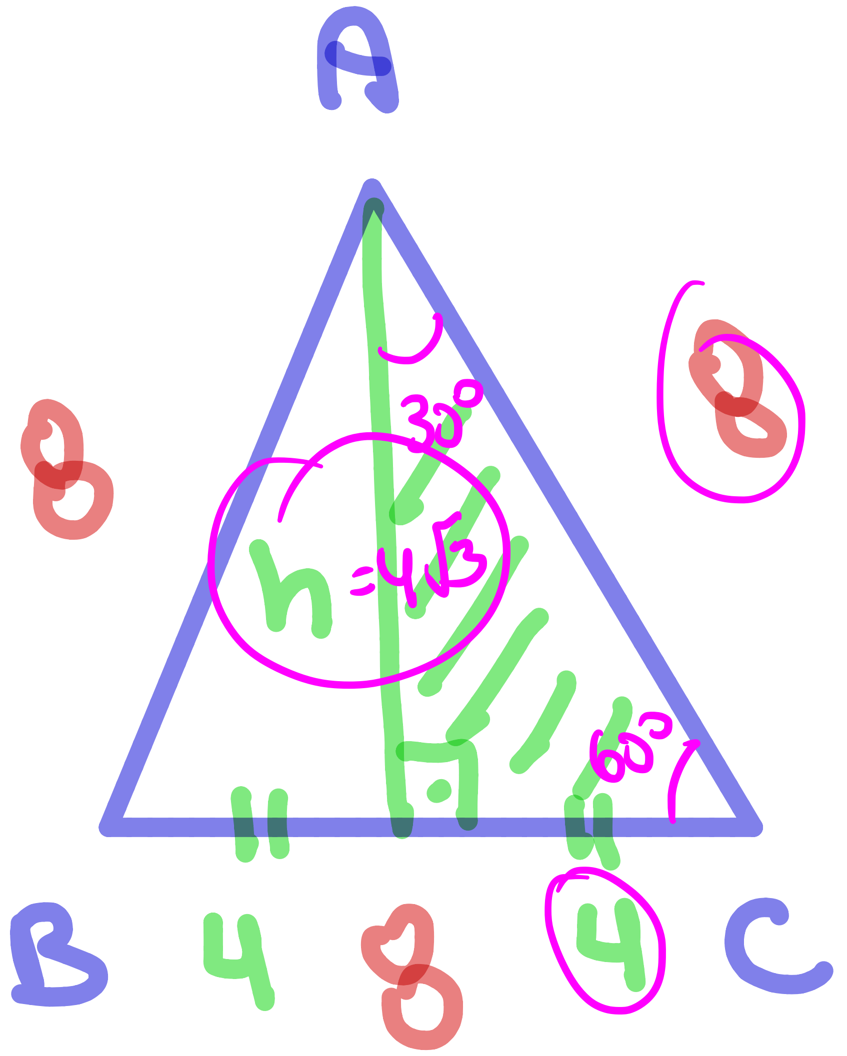
Demonst:

$$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_\Delta = \frac{l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A_\Delta = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Ex: $A_\Delta = ?$



$$A_\Delta = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_\Delta = \frac{8^2\sqrt{3}}{4}$$

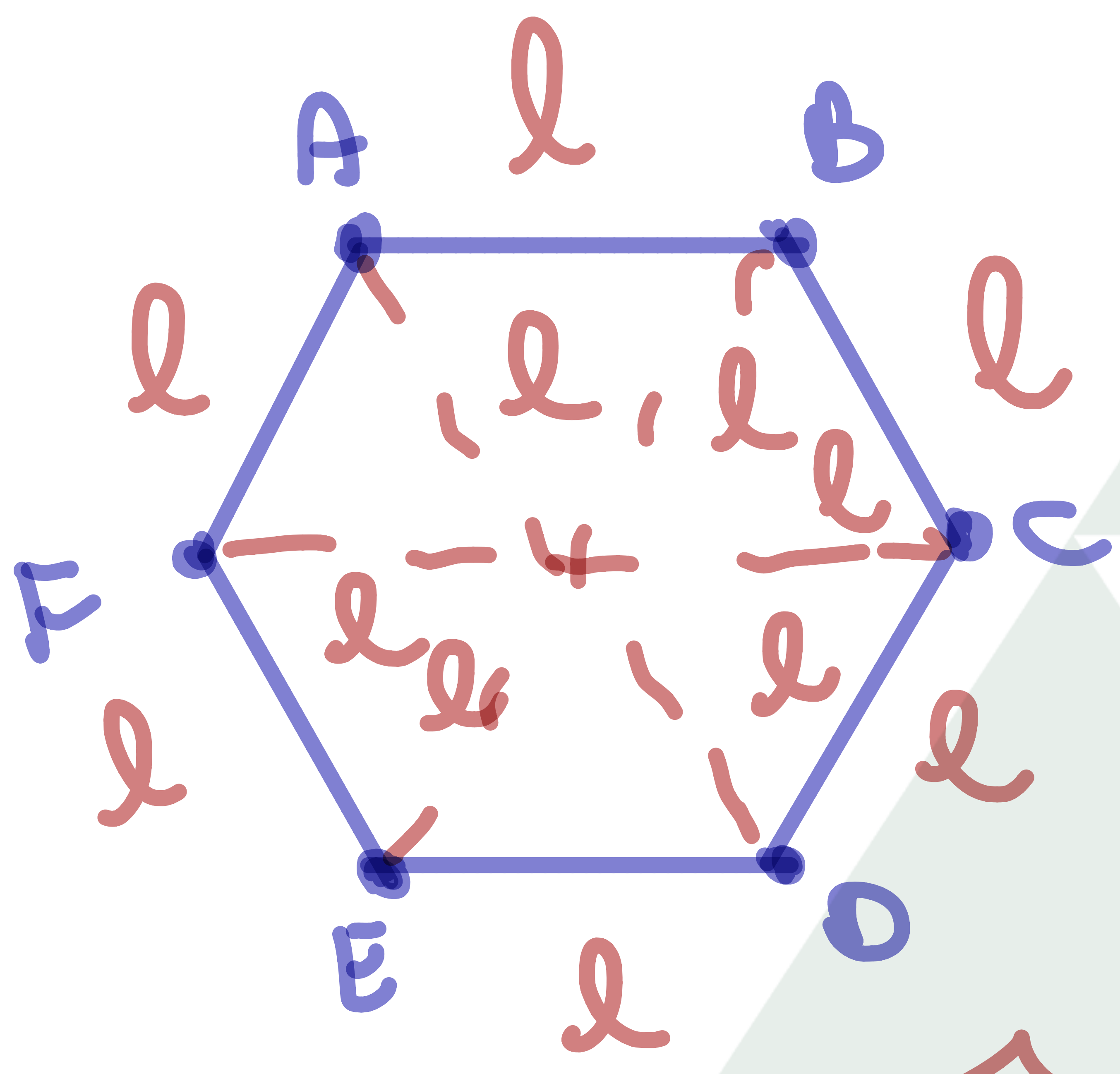
$$A_\Delta = \frac{\cancel{64}^{16}\sqrt{3}}{\cancel{4}_{1}}$$

$$A_\Delta = 16\sqrt{3}\ \text{u.a.}$$

$$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_\Delta = \frac{8 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

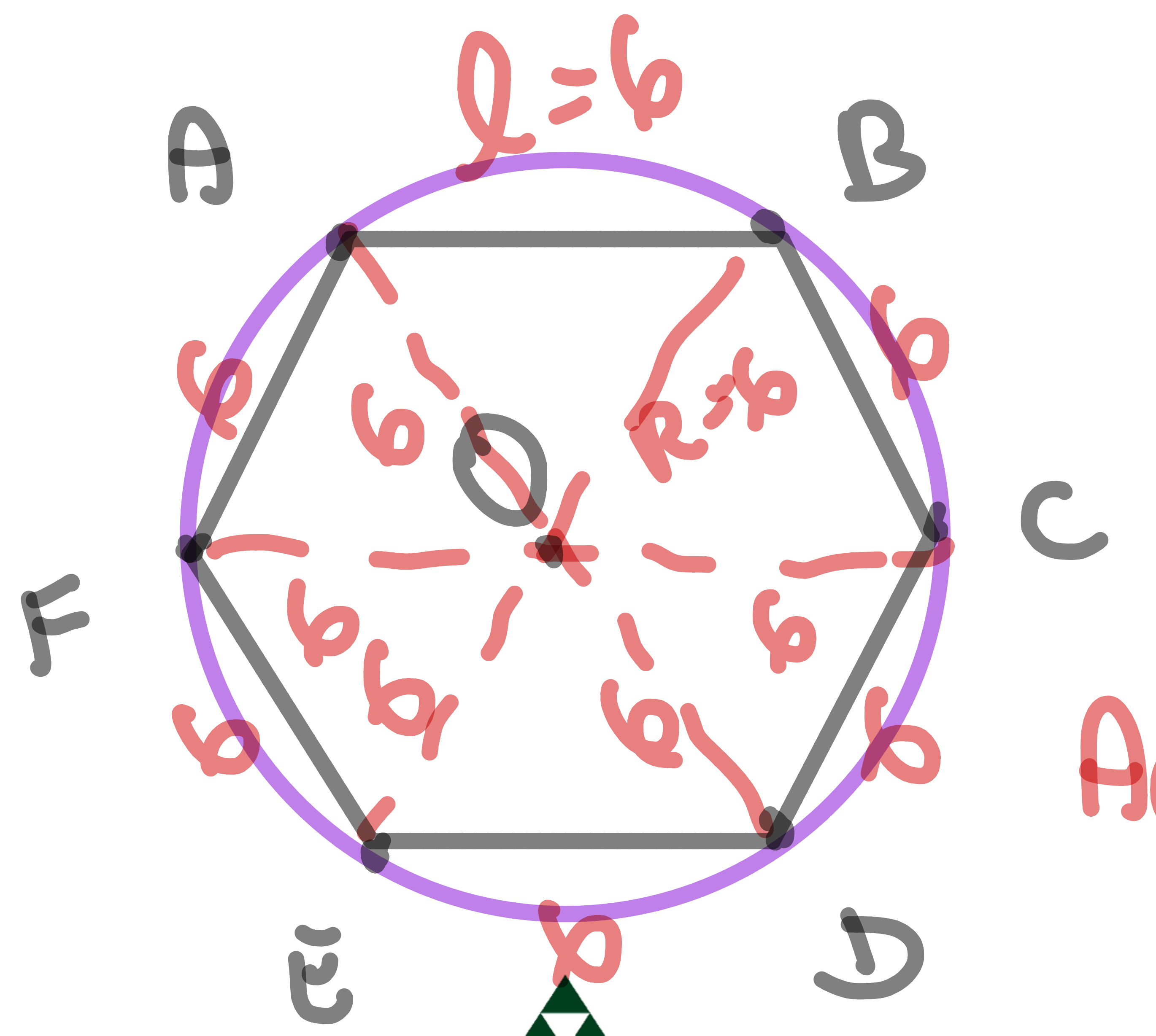
OBS: Hexágono Regular



$$A_{\substack{\text{hex.}\\ \text{reg.}}} = 6 \cdot \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

Exemplo 1

Determine a área de um HEXÁGONO REGULAR inscrito em um círculo de perímetro igual a 12π cm.



$$\underbrace{2p}_{} = 12\pi$$

$$2\cancel{\pi}R = 12\cancel{\pi}$$

$$R = 6\text{cm}$$

$$A_{\text{hex reg}} = 6\cdot\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

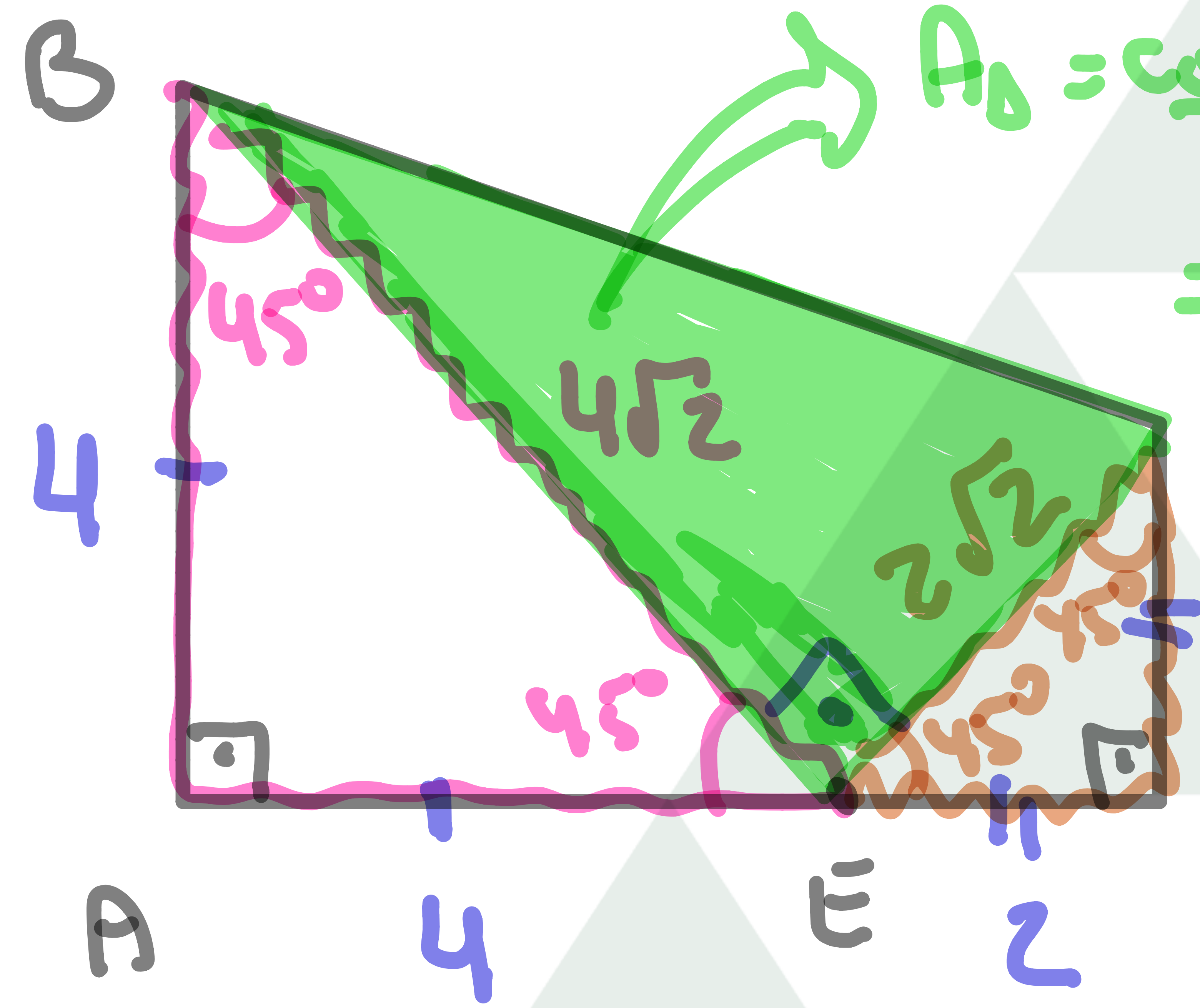
$$= 6\cdot\frac{\cancel{6}^{\,9}\,{}^2\sqrt{3}}{\cancel{4}_1}$$

$$= 54\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Exemplo 2

(PUC)

- $A_{\Delta BCE} = ?$
- $\overline{AB} = 2\overline{CD} = 4\text{m}$
- $\overline{AB} = \overline{AE}$
- $\overline{DC} = \overline{DE}$



$$A_\Delta = \frac{\text{cat}\cdot\text{cat}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{2}}{2}$$

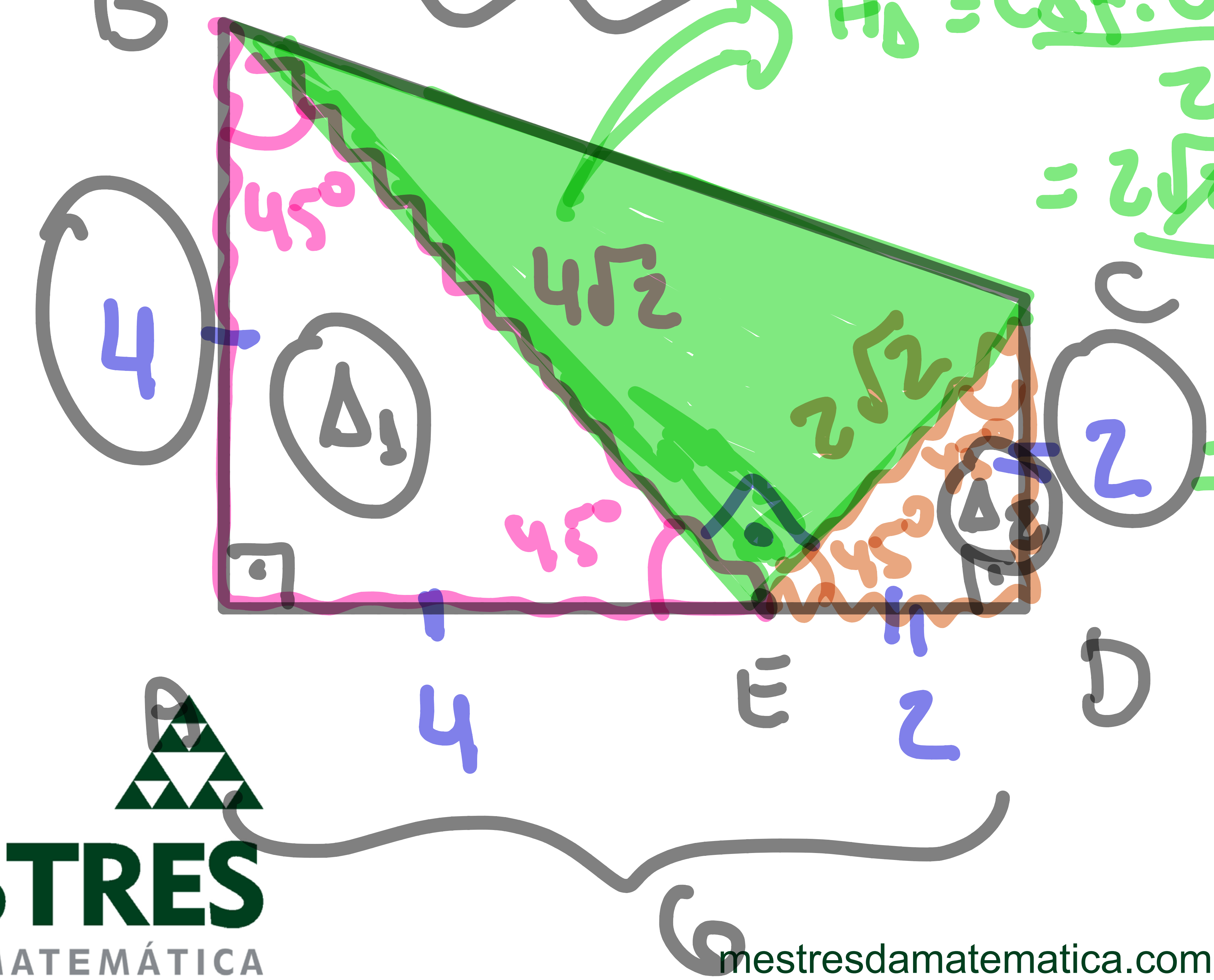
$$= 8\text{m}^2$$

Exemplo 2

(PUC)

- $A_{\Delta BCE} = ?$
- $\overline{AB} = 2\overline{CD} = 4m$
- $\overline{AB} = \overline{AE}$
- $\overline{DC} = \overline{DE}$

1º método



$A_\Delta = \frac{cat \cdot cat}{2}$

$= \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 8m^2$ //

ou 2º método!

$A_\Delta = A_{trapézio} - A_{\Delta 1} - A_{\Delta 2}$

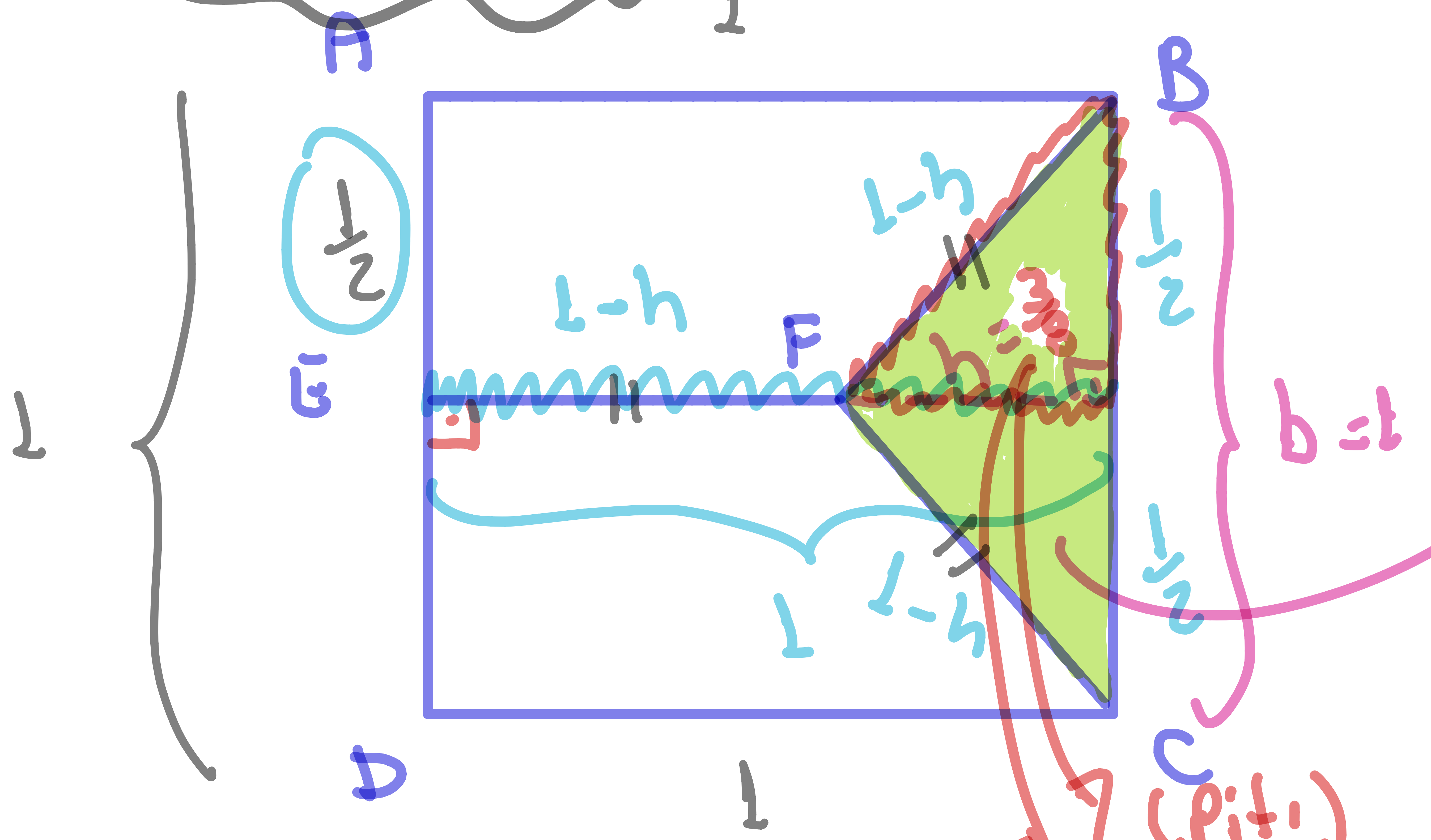
$A_\Delta = \frac{(4+2) \cdot 6}{2} - \frac{4 \cdot 4}{2} - \frac{2 \cdot 2}{2}$

$A_\Delta = 18 - 8 - 2$

$A_\Delta = 8\ m^2$ ///

MESTRES DA MATEMÁTICA

Exemplo 3 (UFMG / antigão)



- $l_\square = 1cm$
- $\overline{AE} = \frac{1}{2}cm$
- $\overline{EF} = \overline{FB} = \overline{FC}$
- $A_{\triangle BCF} = ?$

$$A_\triangle = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\boxed{A_\triangle = \frac{1 \cdot h}{2}} = \frac{1 \cdot \frac{3}{8}}{2} = \frac{3}{16}cm^2$$

(Pit.)

$$(1-h)^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$1 - 2h + \cancel{h^2} = \cancel{h^2} + \frac{1}{4}$$

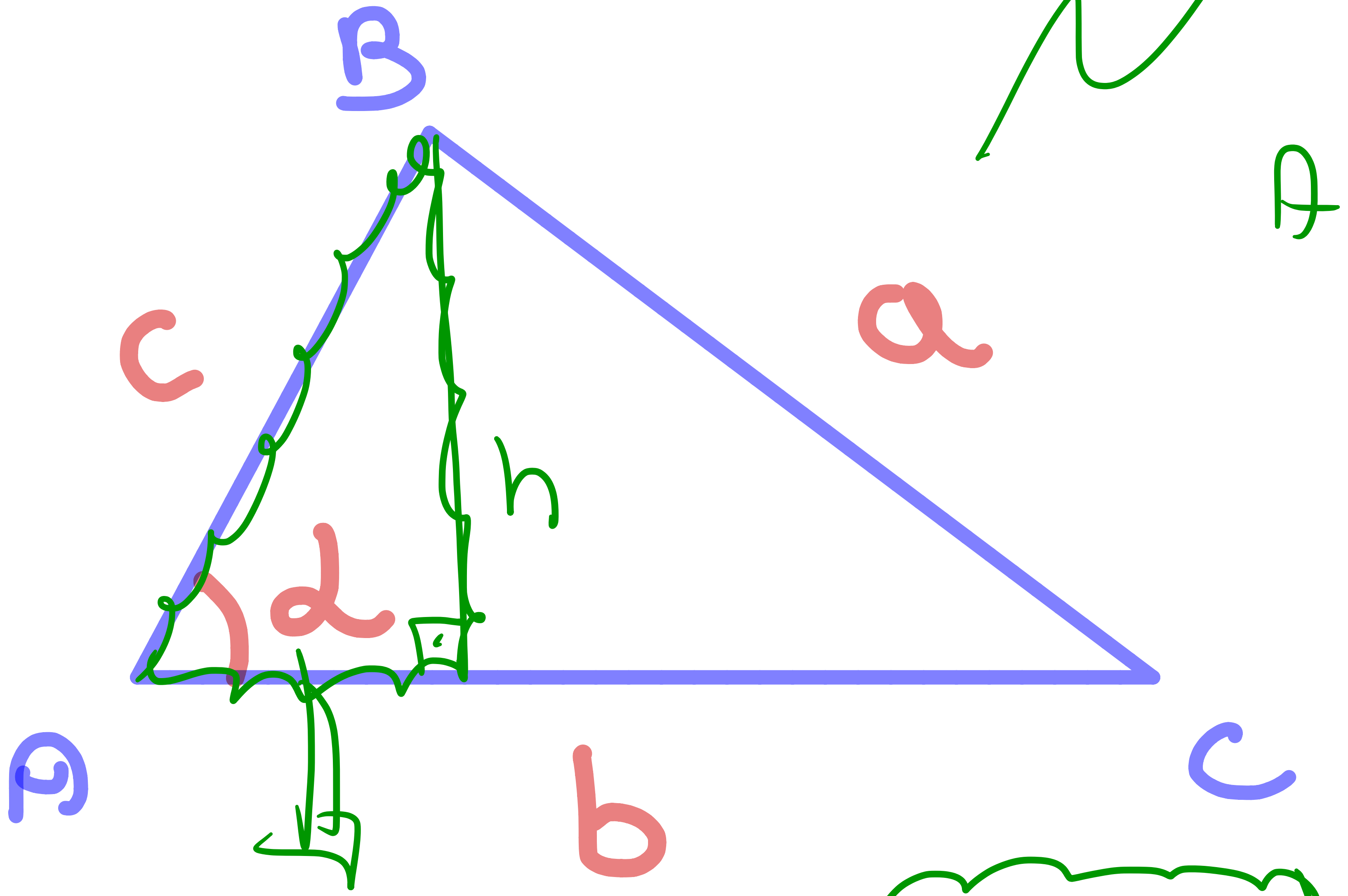
$$1 - \frac{1}{4} = 2h$$

$$\frac{3}{4} = 2h$$

$$8h = 3 \Rightarrow h = 3/8$$

OBS: Áreas especiais de Δs

1º $A_\Delta = \frac{1}{2} bc\,sen\alpha$

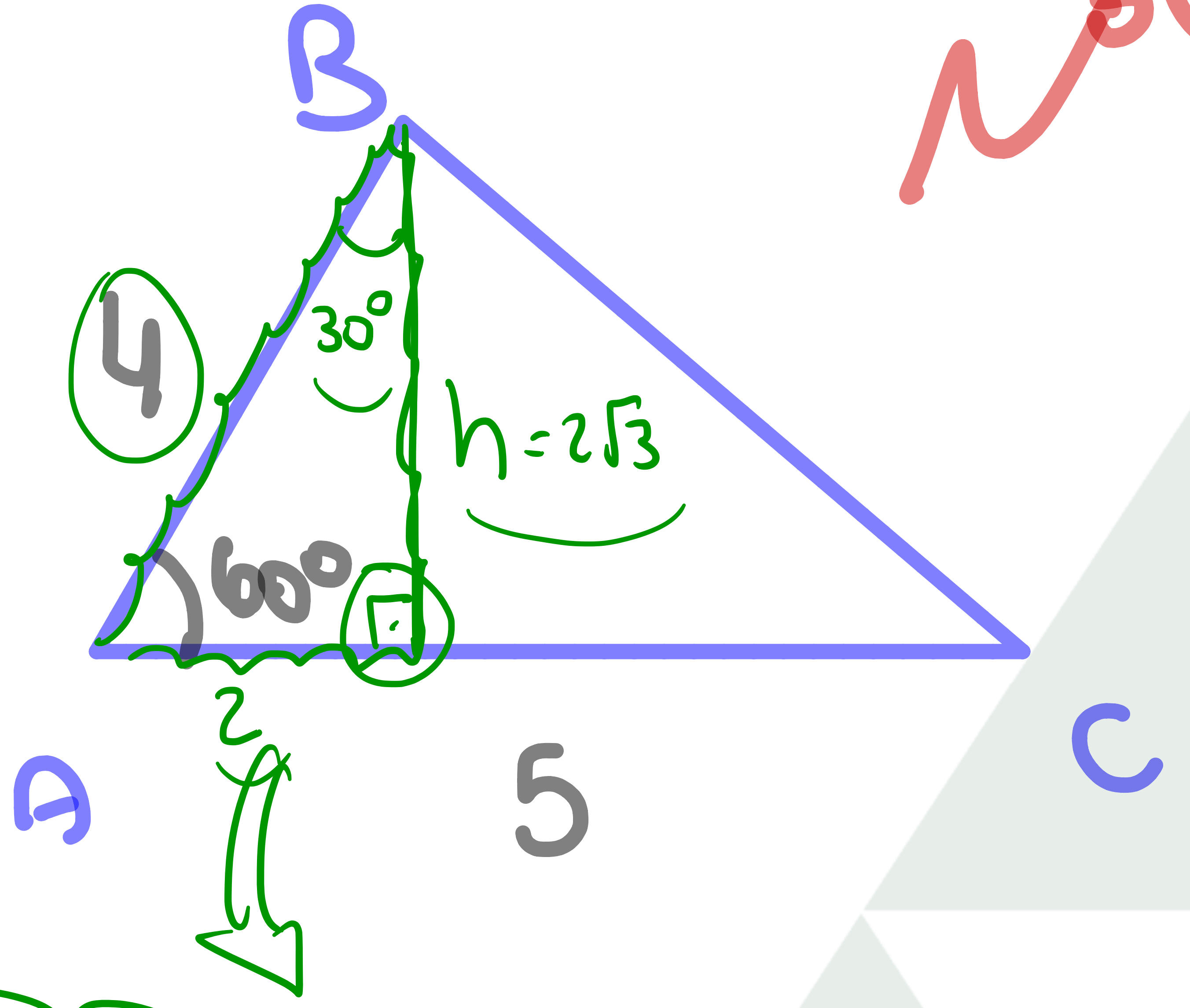


$A = \frac{b\cdot h}{2}$

$A = \frac{b\cdot c\,sen\alpha}{2}$

$sen\alpha = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c\cdot sen\alpha$

Ex: $A_\Delta = ?$



$A_\Delta = \frac{1}{2} bc\,sen\alpha$

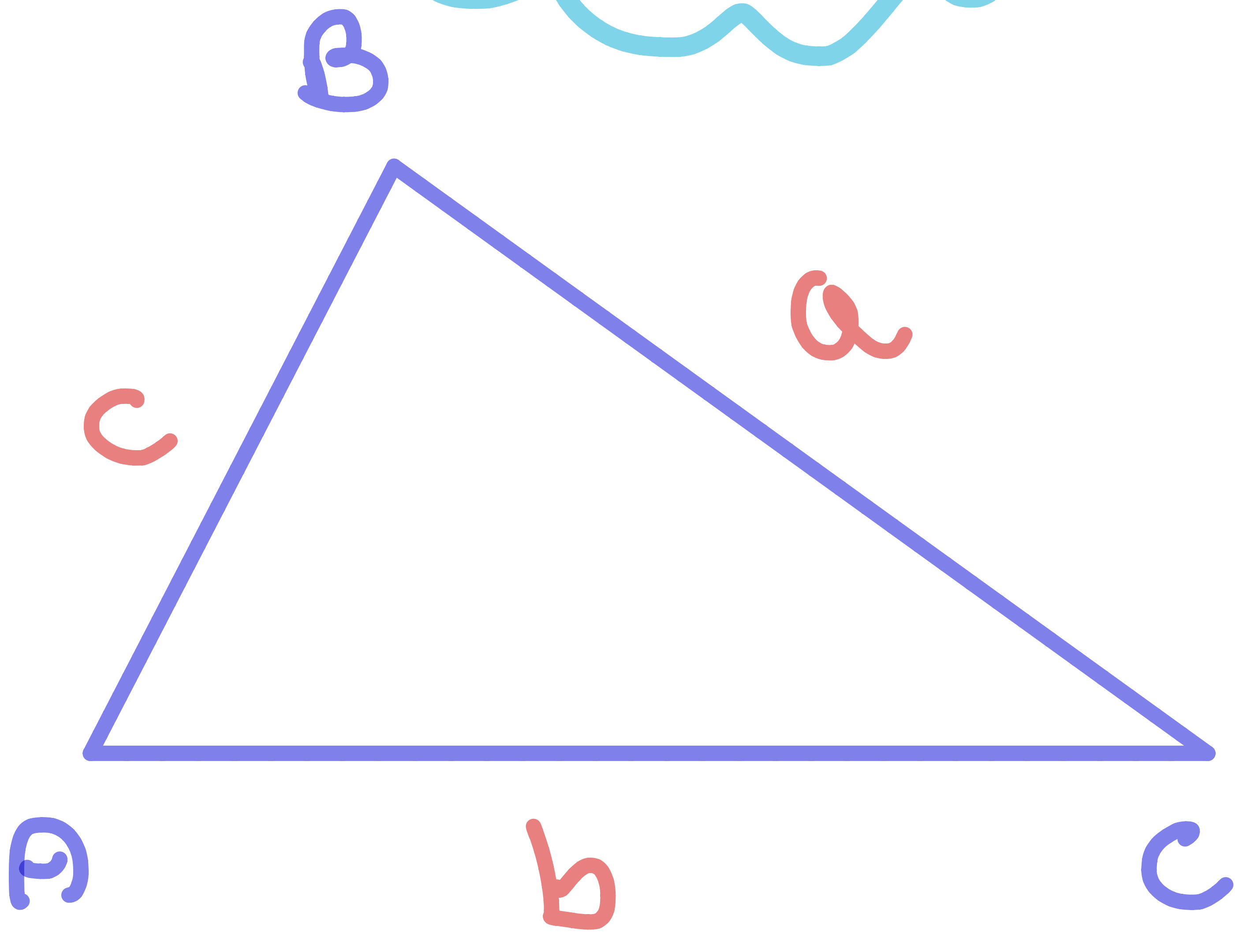
$A_\Delta = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot sen 60^\circ$

$A_\Delta = 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$A_\Delta = 5\sqrt{3}$ u.a.

$A_\Delta = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{5\cdot 2\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ u.a.

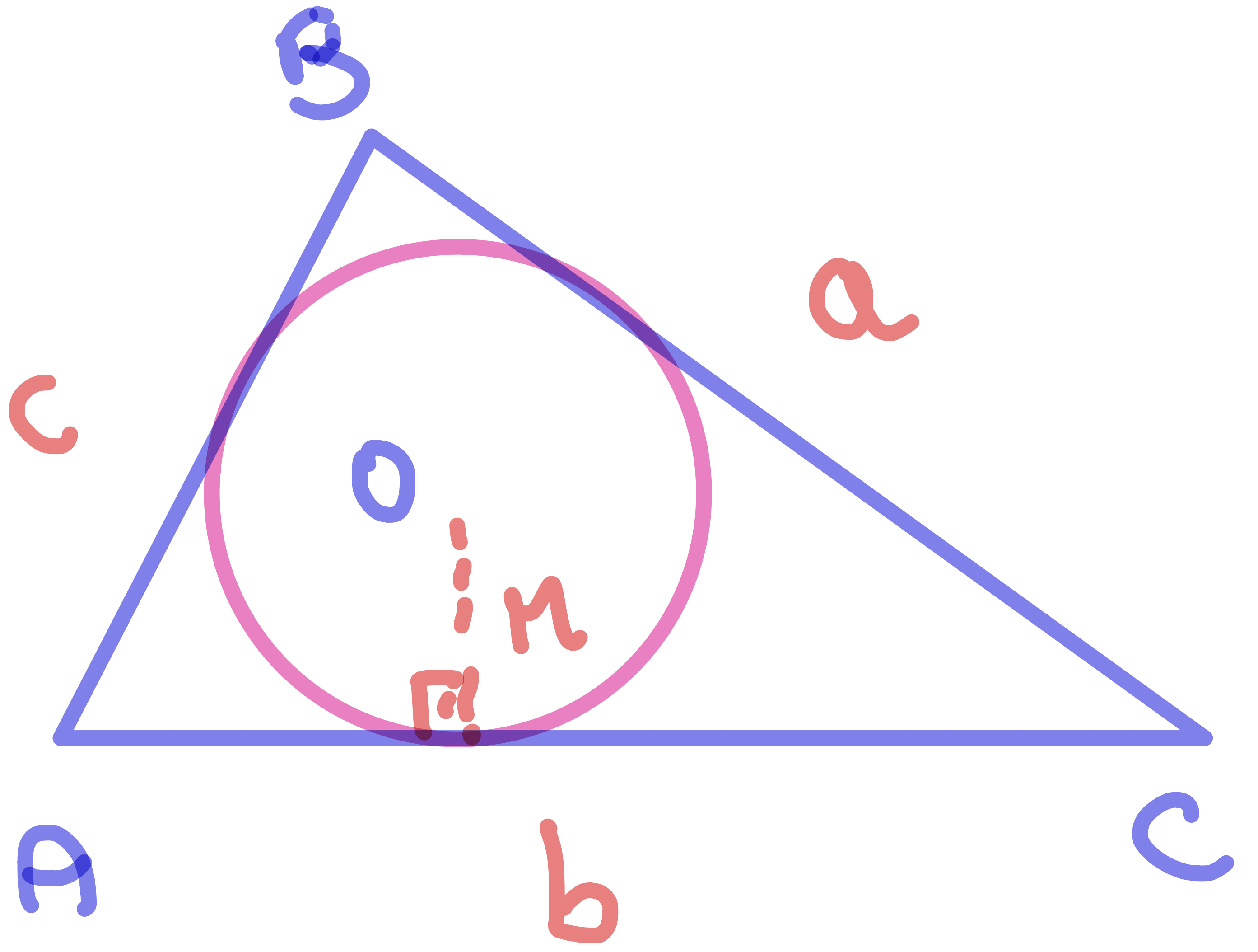
2ª Fórmula de Herão



$$\boxed{A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}},$$

onde $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ (semi-perímetro)

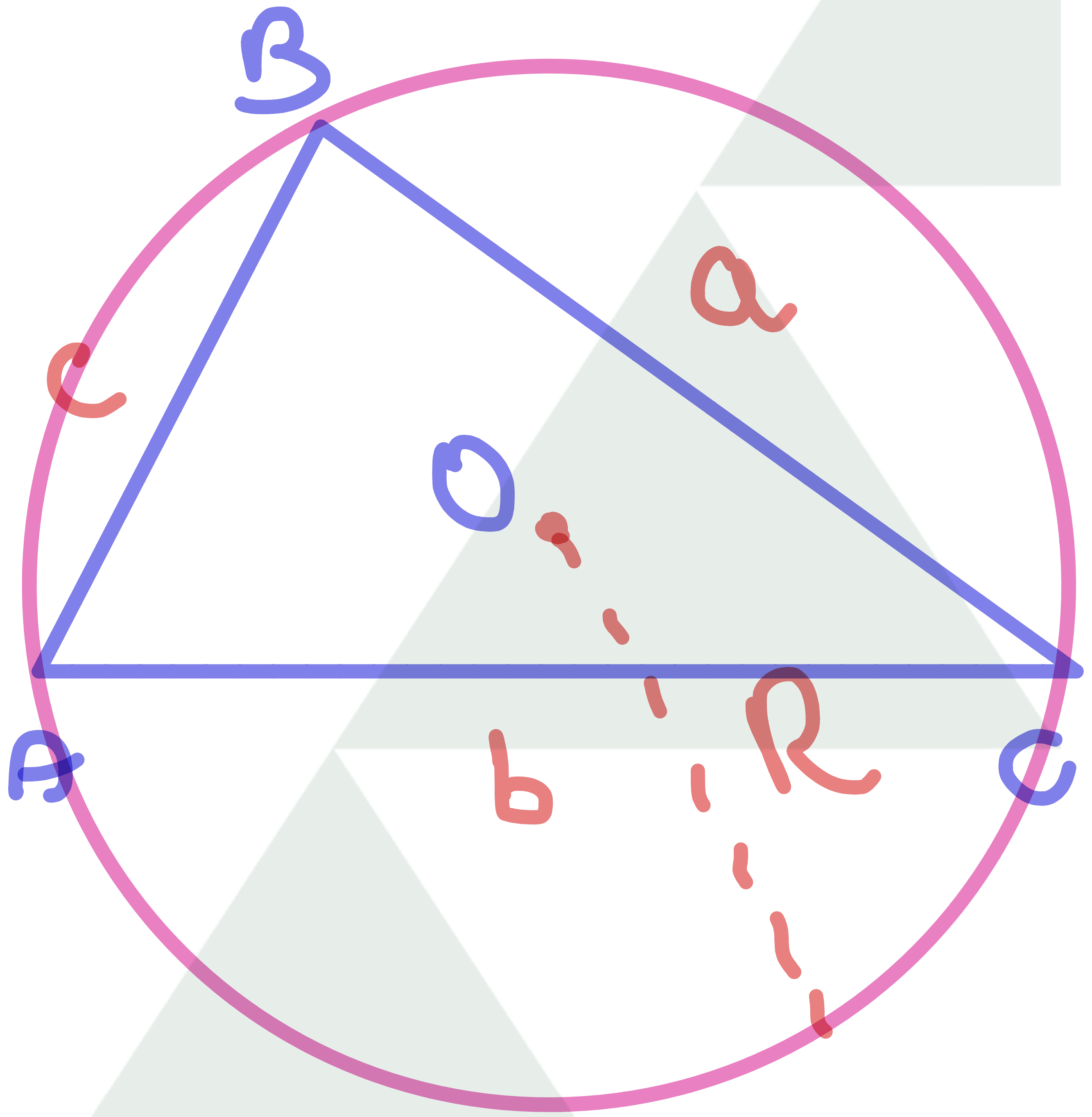
3ª Δ circunscrito



$$\boxed{A_\Delta = p \cdot r},$$

onde $p = \dfrac{a+b+c}{2}$

4ª Δ inscrito



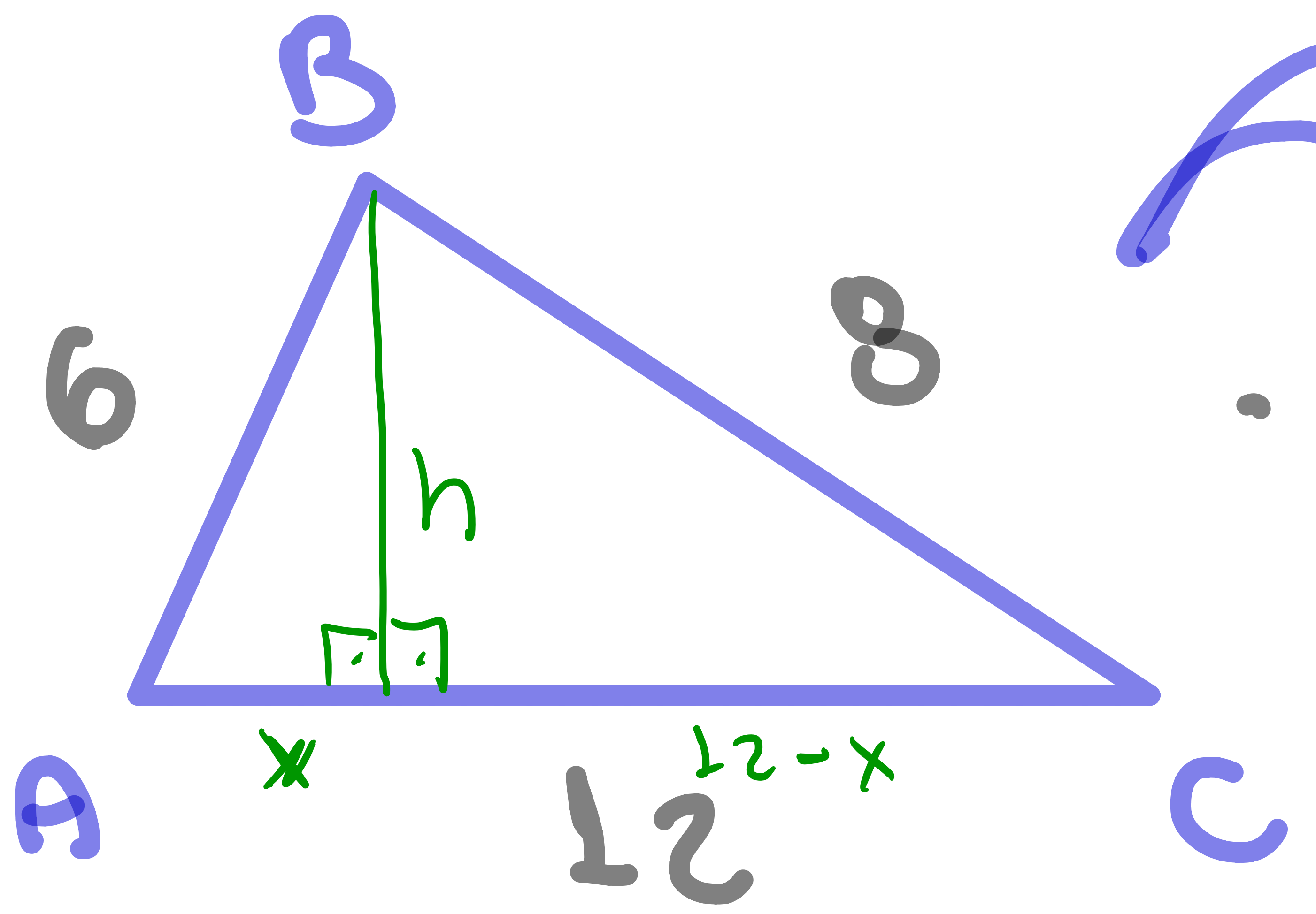
$$\boxed{A_\Delta = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{4R}}$$

Ex: Considere um ΔABC de lados iguais a 6cm, 8cm e 12cm. Calcule:

a) a área do Δ.

b) o raio do círculo inscrito no Δ.

c) o raio do círculo circunscrito ao Δ.



$p = ?$

$$p = \frac{6+8+12}{2}$$

$$p = \frac{26}{2} = 13$$

a) $A_\Delta = ?$

Δ escaleno e não retângulo!!!

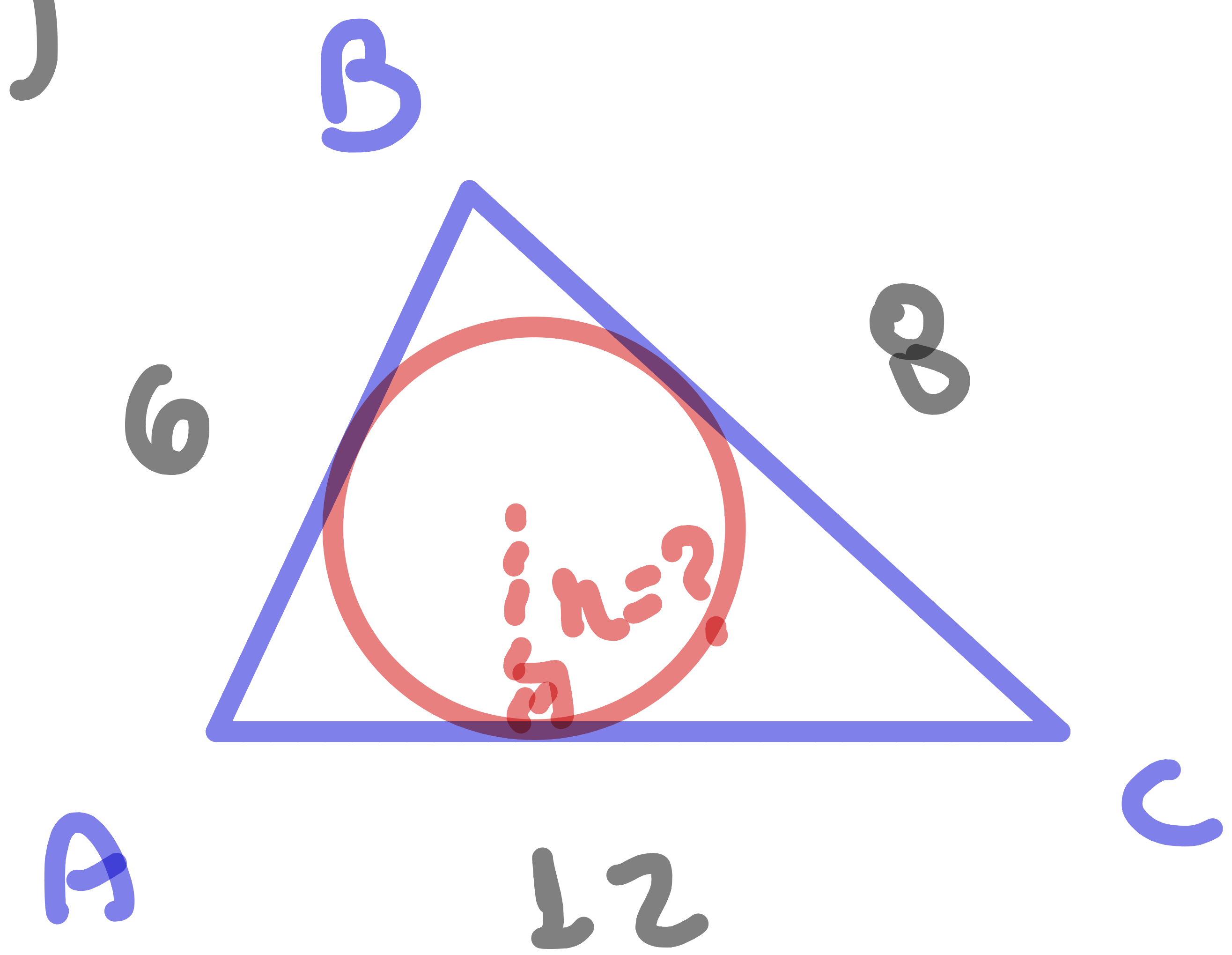
$$A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$A_\Delta = \sqrt{13\underbrace{(13-12)}_{1}\underbrace{(13-6)}_{7}\underbrace{(13-8)}_{5}}$$

$$A_\Delta = \sqrt{13 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 5}$$

$$A_\Delta = \sqrt{455}\ cm^2$$ ///

b)

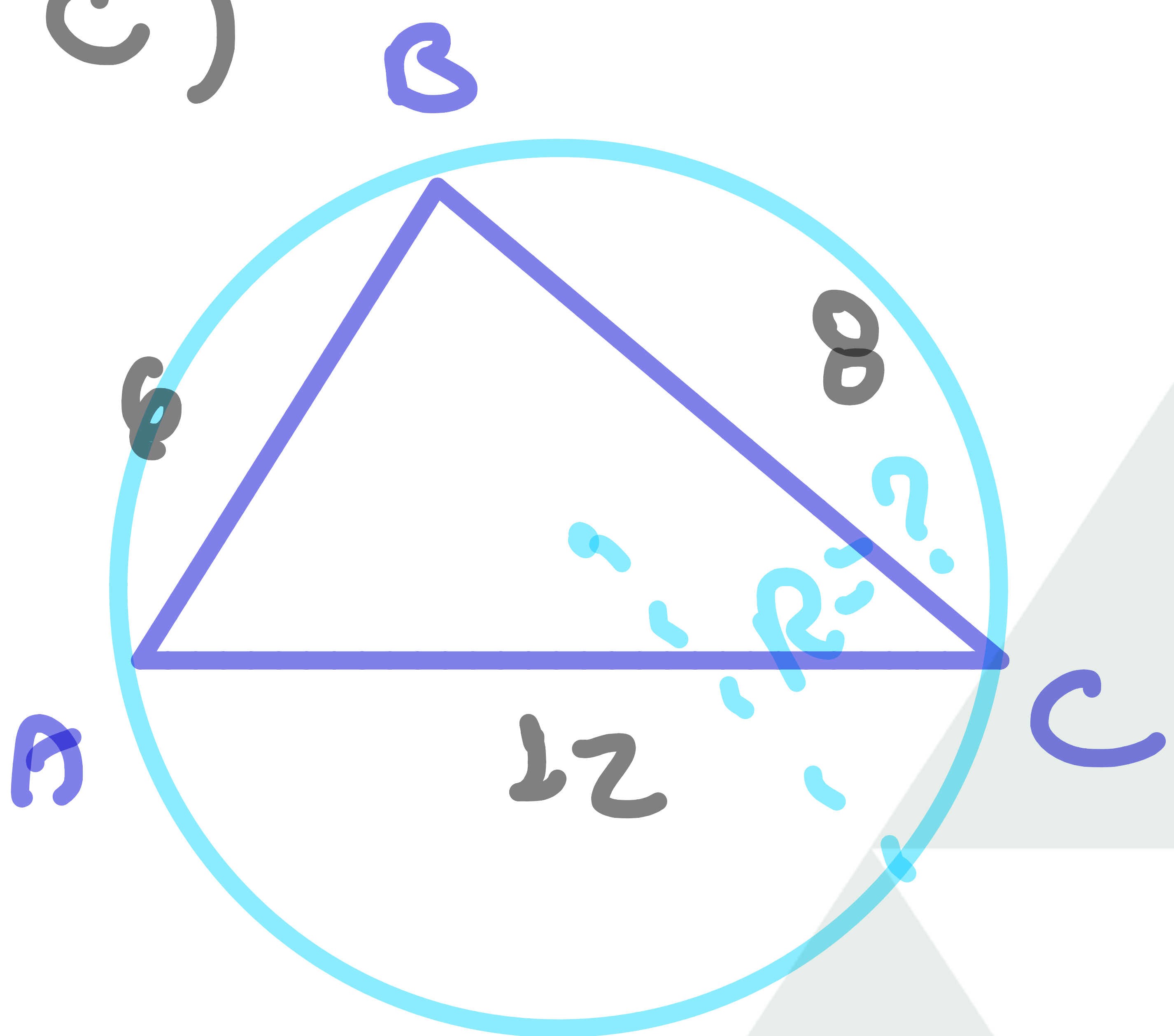


$A_\Delta = p \cdot r$

$\sqrt{455} = 13 \cdot r$

$r = \frac{\sqrt{455}}{13}$ cm //

c)



$A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$

$\sqrt{455} = \frac{6 \cdot \cancel{8}^{2} \cdot 12}{\cancel{4}R} \Rightarrow \sqrt{455}R = 144$

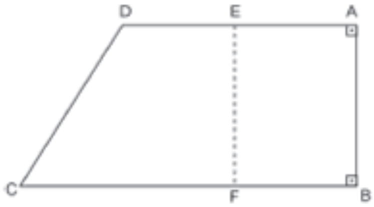
$R = \frac{144}{\sqrt{455}}$ cm //

8) (UFPE) Um pintor cobra R$ 10,00 por metro quadrado de pintura. Ele recebe três painéis de materiais idênticos de 12 m de perímetro cada um. Um em forma de círculo, outro em forma de hexágono regular e um terceiro em forma de quadrado. O pintor, só tendo condições de pintar um deles, deve escolher o que lhe proporcionará maior renda. Assim:

a) terá maior renda se escolher o painel hexagonal.
b) terá menor renda se resolver pintar o painel hexagonal.
c) se escolher o painel circular, terá a maior renda.
d) qualquer painel que escolher, a renda será a mesma.
e) deverá escolher o painel quadrado para ter maior renda.

9) (UFOP) Um terreno na forma abaixo foi deixado como herança para duas pessoas. Deverá, portanto, ser dividido em duas partes de áreas iguais por uma reta EF, paralela ao lado AB. Sendo AD = 60 m, BC = 100m e CD = 50 m, DE medirá, em metros.

a) 10
b) 15
c) 20
d) 25
e) 30

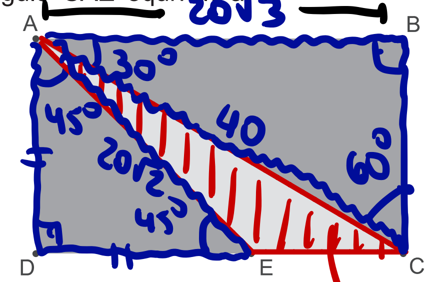


Média

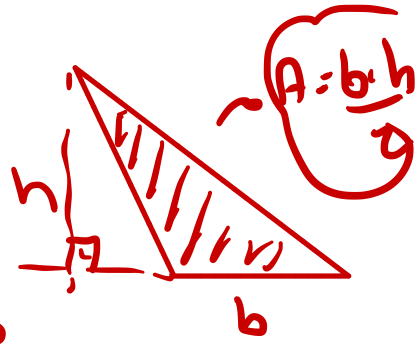
10) (UERJ) Considere uma placa retangular ABCD de acrílico, cuja diagonal AC mede 40cm. Um estudante, para construir um par de esquadros, fez dois cortes retos nessa placa nas direções AE e AC, de modo que $D\hat{A}E = 45°$ e $B\hat{A}C = 30°$, conforme ilustrado a seguir: Após isso, o estudante descartou a parte triangular CAE, restando os dois esquadros. Admitindo que a espessura do acrílico seja desprezível e que $\sqrt{3} = 1,7$, a área, em cm^2, do triângulo CAE equivale a

a) 80
b) 100
c) 140
d) 180
e) 200

h: 20

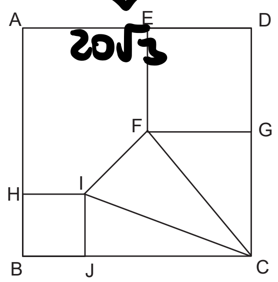


b: 20√3 - 20



11) Nessa figura, ABCD, EFGD e HBJI são quadrados de lados 5 cm, 2 cm e 1 cm, respectivamente. O valor da área do triângulo ICF é

a) 5 cm^2
b) 6 cm^2
c) 7 cm^2
d) 8 cm^2



$A = \frac{b \cdot 20}{2}$

$A = b \cdot 10$

$A = (20\sqrt{3} - 20) \cdot 10$

$A = (20 \cdot 1,7 - 20) \cdot 10$

$A = 14 \cdot 10$

$A = 140 \, cm^2$

20) (UFU) Na Figura 1, o triângulo retângulo ABC possui ângulo reto em B, $AF = 1\,\text{cm}$, $AC = 10\text{ cm}$ e BDEF é um quadrado. Suponha que o quadrado BDEF seja transladado ao longo de AC, sem alterar a medida dos lados e ângulos ao longo dessa translação, gerando, dessa forma, um novo quadrado XYZW, em que coincidem os pontos C e Z conforme ilustra a Figura 2.

Nessas condições, qual é o valor (em cm^2) da área do triângulo HZW?

a) $\frac{5}{2}$
b) $\frac{13}{4}$
c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{15}{2}$

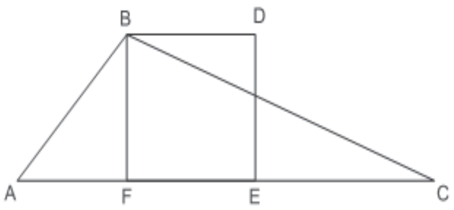


Figura 1

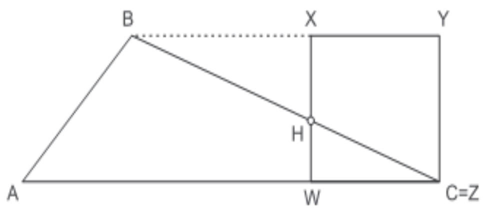
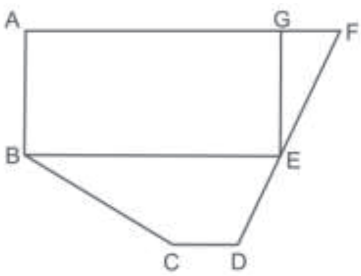


Figura 2

21) (FUVEST) O mapa da região utiliza a escala de 1: 200 000. A porção desse mapa, contendo uma Área de Preservação Permanente (APP), está representada na figura, na qual AF e DF são segmentos de reta, o ponto G está no segmento AF, o ponto E está no segmento DF, ABEG é um retângulo e BCDE é um trapézio.

Se AF = 15, AG = 12, AB = 6, CD = 3 e DF = $5\sqrt{5}$ indicam valores em centímetros no mapa real, então a área da APP é

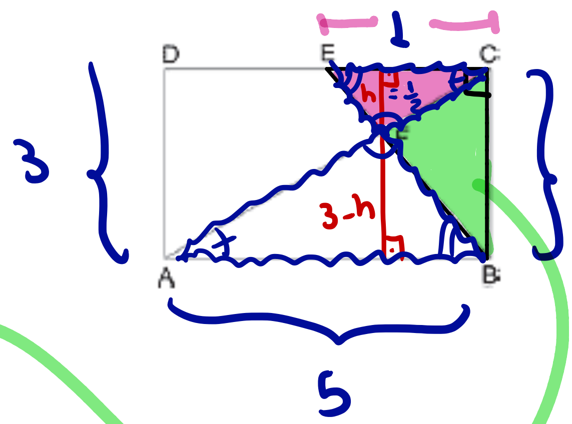
a) 100 Km^2
b) 108 Km^2
c) 210 Km^2
d) 240 Km^2
e) 444 Km^2



Obs: Figura ilustrativa, sem escala.

22) (FUVEST) Na figura está representado um retângulo ABCD, com AB = 5 e AD = 3. O ponto E está no segmento CD de maneira que CE = 1, e F é o ponto de interseção da diagonal AC com o segmento BE. Então a área do triângulo BCF vale

a) $\frac{6}{5}$
~~b)~~ $\frac{5}{4}$
c) $\frac{4}{3}$
d) $\frac{7}{5}$



$A_{\Delta CEB} = ?$

$A_\Delta = \frac{cat \cdot cat}{2}$

$A_\Delta = \frac{1 \cdot 3}{2}$

$A_\Delta = \frac{3}{2}$ ///

$\Delta CFE \sim \Delta AFB$

$\frac{1}{5} = \frac{h}{3-h}$

$5h = 3 - h$

$6h = 3$

$h = 1/2$

$A_{\Delta BCF} = A_{\Delta CEB} - A_{\Delta CEF}$

$A_{\Delta BCF} = \frac{3}{2} - \frac{1 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4} = \frac{5}{4}$ ///