Resolução – Treinamento ENEM
S16.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 01 ==

Conforme fala o texto da questão temos que o a peça é delimitada internamente pelo hexágono regular de lado 4 cm e externamente pelo hexágono de lado 12, podendo ter seu volume calculado como o volume do hexágono regular de lado 12 menos o volume do hexágono regular de lado 4 cm, como vemos na equação abaixo.

$$vol.peça = vol.hexágono\ lado\ 12\,cm - vol.hexágono\ lado\ 4\,cm$$

Resolvendo a equação acima, substituindo os valores obtemos que o volume da peça é:

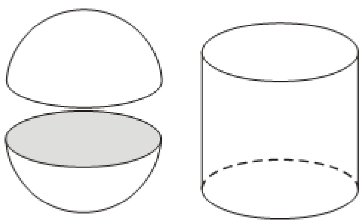
$$vol.peça = vol.hexágono\ lado\ 12\,cm - vol.hexágono\ lado\ 4\,cm$$
$$vol.peça = \frac{(L_{maior})^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot 6\cdot altura - \frac{(L_{menor})^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot 6\cdot altura$$
$$vol.peça = \frac{6\cdot altura\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot\left[(L_{maior})^2-(L_{menor})^2\right]$$
$$vol.peça = \frac{6\cdot 10\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot\left[(12)^2-(4)^2\right]$$
$$vol.peça = \frac{2\cdot 3\cdot 2\cdot 5\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot[144-16]$$
$$vol.peça = 15\cdot\sqrt{3}\cdot 128$$
$$vol.peça = \sqrt{3}\cdot(10+5)\cdot 128$$
$$vol.peça = \sqrt{3}\cdot(1280+640)$$
$$vol.peça = 1920\cdot\sqrt{3}\,cm^3$$

Resposta: Letra E.

Item 02 ==

Essa questão dá a fórmula para a gente. Então ela não requer que a gente saiba isso.

O que ela quer de nós então? Agilidade. Temos que conseguir fazer essa questão de forma estratégica.



i) Calculando o volume do cilindro equilátero (cilindro de revolução) em questão

Lembrando que volume do cilindro é V = Abase . altura.

$$Volume_{cilindro} = V_{cilindro}$$
$$V_{cilindro} = Área_{base}\cdot altura$$
$$V_{cilindro} = \pi\cdot r^2\cdot h$$
$$V_{cilindro} = \pi\cdot 2^2\cdot 4$$

ii) Calculando o volume das duas semiesferas

Bom, pensem comigo, o volume de 2 semiesferas será o volume de uma esfera, correto? Se você pegar e juntar aquelas duas metades, você vai ter uma esfera inteira.

Então já vamos calcular direto o volume dessa esfera.

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$
$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 2^3$$

iii) Fazendo as aproximações e calculando o volume do reservatório pedido

A questão pede o valor mais próximo, ou seja, um valor aproximado. Para isso, substituiremos π por 3, e, se for necessário, escolheremos uma aproximação para cima, pois sabemos que π é maior que 3 (3,141592…).

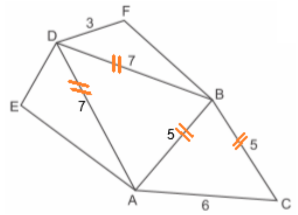
$$Volume_{reservatório} = V_{reservatório}$$
$$V_{reservatório} = V_{esfera} + V_{cilindro}$$
$$V_{reservatório} = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 2^3 + \pi\cdot 2^2\cdot 4$$
$$V_{reservatório} \cong \frac{4}{3}\cdot 3\cdot 8 + 3\cdot 4\cdot 4$$
$$V_{reservatório} \cong 4\cdot 8 + 4\cdot 12$$
$$V_{reservatório} \cong 4\cdot(8+12) = 4\cdot 20$$
$$V_{reservatório} \cong 80\ dm^3\ (como\ 1\ dm^3 = 1\ litro)$$
$$V_{reservatório} \cong 80\ litros$$

Resposta: Letra D.

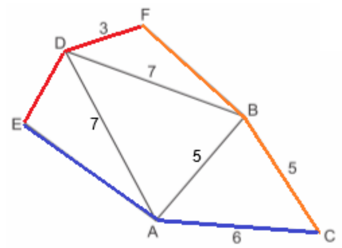
Resolução – Treinamento ENEM
S16.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

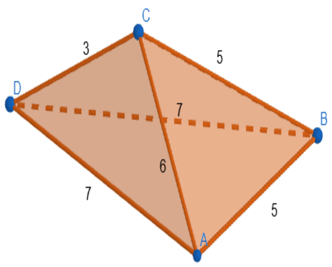
Item 03 ==

Como os triângulos ABC e ABD são isósceles respectivamente em B e D. Temos que AB = 5 e AD = 7, conforme a imagem abaixo:



Por fim, ao formarmos o tetraedro temos que os segmento EA = AC; FB = BC; ED = DF e constituem 3 arestas. Assim, as arestas desse tetraedro são: AD, DB, AB, EA, FB e ED, como vemos na figura abaixo.





Dessa forma, a soma das medidas de todas as arestas é:

$$Soma = AB + AC + AD + BC + BD + CD$$
$$Soma = 5 + 6 + 7 + 5 + 7 + 3$$
$$Soma = 33$$

Resposta: Letra A.

Item 04 ==

Para resolver essa questão só precisamos encontrar o volume do suco inicialmente na garrafa e subtrair o volume de suco despejado no copo. É bem direto, basta aplicar a fórmula para volumes de cilindros. Para o volume inicial de suco na garrafa:

$$V_{INICIAL} = \pi R^2 \times h \rightarrow V_{INICIAL} = 3 \times 4^2 \times 13$$
$$V_{INICIAL} = 48 \times 13 = 48 \times 10 + 48 \times 3$$
$$V_{INICIAL} = 480 + 150 - 6$$
$$V_{INICIAL} = 624cm^3$$

E para o volume despejado no copo, o mesmo caminho:

$$V_{COPO} = \pi r^2 \times h \rightarrow V_{COPO} = 3 \times 2^2 \times 7$$
$$V_{COPO} = 12 \times 7 = 70 + 14$$
$$V_{COPO} = 84cm^3$$

O que sobrou na garrafa então será um menos o outro:

$$V_{FINAL} = V_{INICIAL} - V_{COPO}$$
$$V_{FINAL} = 624 - 84$$
$$V_{FINAL} = 540cm^3$$

Resposta: Letra C.

Item 05 ==

Nós temos a densidade do salmão e ele nos pede sua massa. Tendo o volume, nós poderíamos relacionar esses 3 termos e encontrar a massa, mas o enunciado não nos diz quanto é o volume de salmão no temaki, mas nos diz que é 90% do volume do temaki, que é um cone. Logo, podemos usar os dados fornecidos e calcular o volume de salmão pela fórmula do cone:

$$V_S = 90\% \frac{\pi r^2 \times h}{3}$$
$$V_S = 0,9 \times \frac{3 \times 4^2 \times 10}{3}$$
$$V_S = 0,9 \times 16 \times 10$$
$$V_S = 144cm^3$$

E não esqueçamos que a densidade é a razão entre a massa e o volume:

$$d = \frac{m}{v}$$
$$0,35 = \frac{m}{144}$$
$$m = 144 \times 0,35 = 144 \times 0,33 + 144 \times 0,02$$

Como multiplicar por 0,35 é pode ser um pouco demorado, vamos separar em 0,33 e 0,02. Multiplicar por 0,33 é aproximadamente dividir por 3, e multiplicar por 0,02 é dobrar o número e andar com a vírgula duas casas:

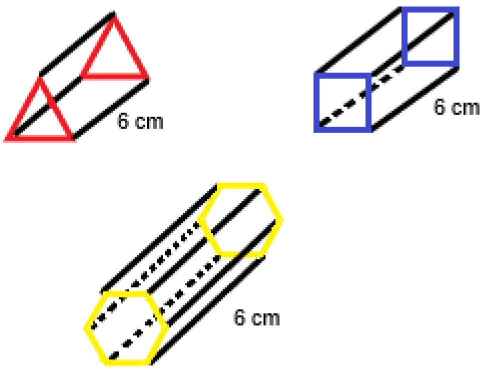
$$m = 144 \times 0,33 + 144 \times 0,02$$
$$m \cong 48 + 2,88$$
$$m \cong 50,88$$

Resposta: Letra D.

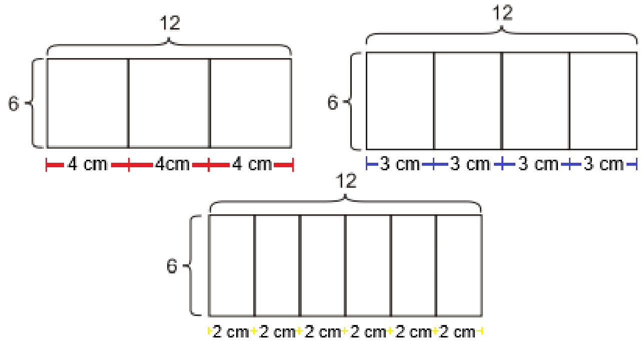
Resolução – Treinamento ENEM
S16.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 06 ===

A partir do texto da questão e como o próprio enunciado fala iremos formar prismas retos com base triangular, quadrada e hexagonal.



Analisando as outras informações concluímos ainda que a base desses prismas será regular e com lado 4 cm pra a base triangular, 3 cm para a base quadrada e 2 cm para a base hexagonal como fica evidenciado na imagem da própria questão e que podemos melhor observar abaixo.



Dessa forma, como todos tem a mesma aresta lateral, essa é a própria altura e vale 6 cm, vamos agora calcular o volume de cada um desses prismas, obtendo:

- Volume do prisma de base triangular (V_3):

$$V_3 = \text{área da base} \cdot \text{altura}$$
$$V_3 = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \cdot \text{aresta lateral} \rightarrow V_3 = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot 6$$
$$V_3 = 4\sqrt{3} \cdot 6 \rightarrow V_3 = 24\sqrt{3} \rightarrow V_3 = 24 \cdot 1{,}7$$
$$V_3 = 24 \cdot (1 + 0{,}5 + 0{,}1 + 0{,}1)$$
$$V_3 = 24 + 12 + 2{,}4 + 2{,}4$$
$$V_3 = 40{,}8\,cm^3$$

- Volume do prisma de base quadrangular (V_4):

$$V_4 = \text{área da base} \cdot \text{altura}$$
$$V_4 = l^2 \cdot \text{aresta lateral} \rightarrow V_4 = 3^2 \cdot 6$$
$$V_4 = 9 \cdot 6 \rightarrow V_4 = 54\,cm^3$$

- Volume do prisma de base hexagonal (V_6):

$$V_6 = \text{área da base} \cdot \text{altura}$$
$$V_6 = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \cdot 6 \cdot \text{aresta lateral} \rightarrow V_6 = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 6 \cdot 6$$
$$V_6 = \frac{4\sqrt{3}}{4} \cdot 36 \rightarrow V_6 = 36\sqrt{3} \rightarrow V_6 = 36 \cdot 1{,}7$$
$$V_6 = 36 \cdot (1 + 0{,}5 + 0{,}1 + 0{,}1)$$
$$V_6 = 36 + 18 + 3{,}6 + 3{,}6$$
$$V_6 = 61{,}2\,cm^3$$

Assim, concluímos que $V_3 < V_4 < V_6$.

Resposta: Letra B.

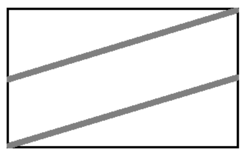
Observação: Percebam que não era necessário calcularmos o volume para sabermos qual volume é maior que o outro. Bastava calcularmos a sua respectiva área da base já que ambas as arestas laterais (alturas) são iguais.

Item 07 ===

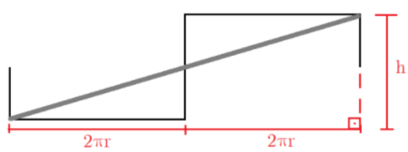
Essa questão tem 3 etapas principais:

1. Descobrir a área da faixa marrom (cinza)
2. Descobrir a área lateral do cilindro
3. Calcular a razão entre elas

Para a área da faixa, ela será um paralelogramo bem fininho. Sua base será 3,14 cm, mas não sabemos sua altura para calcular a área. Para isso, vamos planificar a área lateral do cilindro, e vamos ter uma imagem mais ou menos assim (lembremos que a faixa dá duas voltas em torno do cilindro):



E ainda não está claro como encontrar as medidas da faixa, então vamos recortar essa figura bem no meio com uma linha horizontal e reposicionar os retângulos para que a linha cinza seja contínua:



Resolução – Treinamento ENEM
S16.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

NOTA: Lembremos que esse retângulo que encontramos é a planificação da área lateral do cilindro, portanto suas medidas são a altura do cilindro e o comprimento da circunferência da base

Agora que a faixa está contínua ficou melhor de ver que ela é aproximadamente um paralelogramo de base 3,14; além de ter altura igual a altura do cilindro. Portanto podemos calcular sua área (Ap):

$$Ap = b \times h$$
$$Ap = 3{,}14 \times 80$$

E vamos guardar esse resultado. Para a área lateral do cilindro (Alc), podemos usar as medidas do retângulo acima que é a sua planificação ou quem decorou pode usar a fórmula:

$$Alc = 2\pi r \times h$$
$$Alc = 2 \times \pi \times 10 \times 80$$

E deixemos assim. O último passo é encontrar a razão entre as duas áreas, que é nossa resposta x:

$$x = \frac{Ap}{Alc} = \frac{3{,}14 \times 80}{2 \times \pi \times 10 \times 80}$$

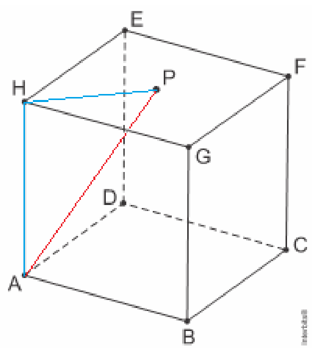
Aproximando pi para 3,14; podemos cancelar com o 3,14 do numerador e terminamos:

$$x = \frac{80}{2 \times 10 \times 80} = \frac{1}{20}$$
$$x = 5\%$$

Resposta: Letra A.

Item 08 ==

Para resolver essa questão só precisamos traçar um segmento unindo o ponto A ao ponto P (em vermelho), que é justamente a medida desejada, e um segmento unindo o ponto P ao ponto H (em azul). Com isso, nós construímos um triângulo retângulo cuja hipotenusa é justamente a medida desejada:



A medida do cateto AH é justamente a medida do lado do cubo, 2 cm, e a medida de HP é metade da diagonal do quadrado EFGH. A diagonal de um quadrado pode ser encontrada pela fórmula:

$$Diag = L\sqrt{2}$$
$$HP = \frac{Diag}{2} = \frac{L\sqrt{2}}{2}$$
$$HP = \sqrt{2}cm$$

Agora que nós temos os dois catetos do triângulo, para encontrar a hipotenusa só precisamos fazer Pitágoras:

$$(HP)^2 + (AH)^2 = (AP)^2$$
$$(\sqrt{2})^2 + (2)^2 = (AP)^2$$
$$(AP)^2 = 2 + 4$$
$$AP = \sqrt{6}$$

Resposta: Letra C.

Item 09 ==

i) Calculando o volume do cubo

Volume do cubo é V = a³

$$Volume_{cubo} = V_{cubo}$$
$$V_{cubo} = a^3$$
$$V_{cubo} = (10\,cm)^3$$
$$V_{cubo} = 1000\,cm^3$$

ii) Calculando o volume da esfera

Lembrando que o volume da esfera é V = 4/3.π.r³

$$Volume_{esfera} = V_{esfera}$$
$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot (4\,cm)^3$$
$$V_{esfera} = 4 \cdot 4^3 \cdot cm^3$$
$$V_{esfera} = 4^2 \cdot 4^2 = 16 \cdot 16$$
$$V_{esfera} = 256\,cm^3$$

iii) Calculando o volume do porta-joias

$$Volume_{porta\text{-}joias} = V_{porta\text{-}joias}$$
$$V_{porta\text{-}joias} = V_{cubo} - V_{esfera}$$
$$V_{porta\text{-}joias} = 1000\,cm^3 - 256\,cm^3$$
$$V_{porta\text{-}joias} = 744\,cm^3$$

iv) Calculando a massa aproximada do porta-joias

$$\text{densidade} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} \Rightarrow \text{massa} = \text{densidade} \times \text{volume}$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = \text{densidade}_{\text{porta-joias}} \cdot \text{volume}_{\text{porta-joias}}$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = 0,85\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 744\,\text{cm}^3 = 0,85 \cdot 744\,\text{g}$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = 0,85 \cdot 744\,\text{g}$$

Agora, vamos aplicar uma tecnicazinha do famoso **Cálculo Mental**, vamos separar o 0,85 em (0,75 + 0,10). Mas, por quê? Porque aí temos um fator que é 3/4 de 744 e outro que é 10% de 744. Ambos os cálculos mais fáceis de fazer do que 0,85 . 744

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = (0,85) \cdot 744\,\text{g}$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = (0,75 + 0,10) \cdot 744\,\text{g}$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = \frac{3}{4} \cdot 744 + \frac{1}{10} \cdot 744\,(\text{g})$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = \frac{3 \cdot 372}{2} + 74,4\,(\text{g})$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = 3 \cdot 186 + 74,4\,(\text{g})$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = 558 + 74,4\,(\text{g})$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} = 632,4\,\text{g}$$

$$\text{massa}_{\text{porta-joias}} \cong 632\,\text{g}$$

Além disso, outra técnica de cálculo mental que fiz, mais para mostrar, porque dividir por 4 ali seria fácil também, foi dividir por 2 duas vezes, ao invés de dividir por 4 direto.

Resposta: Letra D.

Item 10 ==

i) Calculando o Volume do Paralelepípedo A (em escala)

Lembrando que Volume do Paralelepípedo é $V = a \cdot b \cdot c$.

$$\text{Volume}_{\text{paralelepípedo-A}} = v$$

$$v = a \cdot b \cdot c$$

$$v = 8,5 \cdot 2,5 \cdot 4$$

$$v = 8,5 \cdot 10$$

$$v = 85\ \text{cm}^3$$

Galera, é importantíssimo saber que 4.25 = 100. Sério, isso ajuda muito em cálculos.

ii) Calculando a razão entre os Volumes do Paralelepípedo A (v) e do Paralelepípedo B (V).

$$\left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{v}{V}$$

$$\frac{1}{10^3} = \frac{v}{V}$$

$$V = 10^3 \cdot v$$

iii) Calculando o Volume do Paralelepípedo B (V)

$$\text{Volume}_{\text{paralelepípedo-B}} = V$$

$$V = 10^3 \cdot v$$

$$V = 10^3 \cdot 85\ \text{cm}^3$$

$$V = 85.000\ \text{cm}^3$$

Resposta: Letra D.

Item 11 ==

Primeiro, calculamos o volume do prisma como:

$$Volume\,Prisma = Área\,do\,triângulo \bullet altura$$
$$Volume\,Prisma = \frac{6 \bullet 4}{2} \bullet 3$$
$$Volume\,Prisma = 12 \bullet 3$$
$$Volume\,Prisma = 36\,cm^3$$

Agora, igualando o volume do prisma com o da pirâmide de base quadrada, temos que a aresta (L) da base da pirâmide vale:

$$Volume\,Prisma = Volume\,Pirâmide$$
$$36 = \frac{1}{3} \bullet (Área\,da\,Base \bullet altura)$$
$$36 = \frac{1}{3} \bullet (L^2 \bullet 4) \to 36 \bullet 3 = 4L^2$$
$$L^2 = \frac{9 \bullet 4 \bullet 3}{4} \to L^2 = 3^3 \to L = \sqrt{3^3}$$
$$L = 3\sqrt{3}\,cm$$

Resposta: Letra D.

Resolução – Treinamento ENEM
S16.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 12 ==

Se da fruta inteira, 7/8 são ocupados pela polpa, o resto é ocupado pelo caroço, ou seja, 1/8. Nós, no entanto, ainda não sabemos quanto é o volume total da fruta, e podemos encontrá-lo a partir de seu raio de 12 cm, usando a fórmula do volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(12)^3 == \frac{4}{3}\pi\cdot 12\cdot 12\cdot 12$$
$$V = 16\cdot 144\pi$$

E nós sabemos que, desse total, apenas 1/8 corresponde ao volume do caroço:

$$V_{Caroço} = \frac{16\cdot 144\pi}{8} = 2\cdot 144\pi = 288\pi$$

E sabendo o volume do caroço, podemos fazer agora o processo inverso com a fórmula do volume da esfera, usando o volume do caroço para descobrir seu raio:

$$V_{Caroço} = \frac{4}{3}\pi\left(R_{Caroço}\right)^3$$
$$288\pi = \frac{4}{3}\pi\left(R_{Caroço}\right)^3$$
$$216 = \left(R_{Caroço}\right)^3$$
$$6 = R_{Caroço}$$

E agora que sabemos quanto é o raio do caroço, só precisamos jogar esse valor na fórmula da área superficial de uma esfera:

$$Á_{Sup} = 4\pi R^2 = 4\pi(6)^2$$
$$Á_{Sup} = 144\pi cm^2$$

E ficamos com a **Letra B.**

Item 13 ==

Mais uma questão desse capítulo que consiste em calcular o volume de várias partes de um mesmo recipiente e somar tudo depois. Essa é mais interessante porque ainda estão faltando várias medidas, e precisamos de atenção para filtrar as informações do enunciado e encontra-las facilmente. Em primeiro lugar, se o cilindro de cima é equilátero e seu diâmetro é 4 m, sua altura também é 4 m. No final a questão diz que a altura do cilindro de baixo é 3 meios do de cima, logo ela mede 6 m.

A altura de cima mede 4, a de baixo mede 6, para chegar nos 12 m totais do reservatório ainda faltam 2 m, que é então a altura do tronco de cone no meio. Agora já temos todas as informações para calcular os volumes dessas seções. Para o volume do cilindro de cima (V_{CC}):

$$V_{CC} = \pi r^2 \times h$$
$$V_{CC} = 3\times 2^2 \times 4$$
$$V_{CC} = 48m^3$$

E para o volume do cilindro de baixo (V_{CB}):

$$V_{CB} = \pi r^2 \times h$$
$$V_{CB} = 3\times(1,5)^2 \times 6$$
$$V_{CB} = 40,5m^3$$

E para o volume do tronco de cone (V_{TC}) podemos usar a fórmula, como está na seção 8.3 da teoria:

$$V_{TC} = \frac{\pi\times h}{3}\times\left[R^2 + r^2 + R\times r\right]$$
$$V_{TC} = \frac{3\times 2}{3}\times\left[2^2 + (1,5)^2 + 2\times(1,5)\right]$$
$$V_{TC} = 2\times\left[4 + 2,25 + 3\right]$$
$$V_{TC} = 18,5m^3$$

E o volume total é a soma dos 3:

$$V = 48 + 40,5 + 18,5$$
$$V = 107m^3$$

Mas a resposta deve ser dada em litros. Como Litro é o mesmo que decímetro cúbico, basta multiplicar por 1000 para converter:

Resposta: Letra C.

Item 14 ===

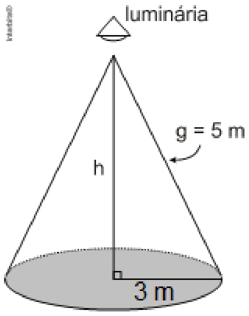
A área circular que a lâmpada vai iluminar está representada na figura como a área sombreada, e esta é um círculo de área 28,26 m^2. Com isso, nós podemos encontrar o raio desse círculo, a partir da fórmula da área do círculo:

$$A = \pi R^2$$
$$28,26 = 3,14 \cdot R^2$$
$$R^2 = \frac{28,26}{3,14}$$

E essa conta parece meio mortífera, mas essa divisão na verdade dá exatamente 9. A questão não aproximou π para um valor mais simples justamente porque queria que o aluno fizesse essa divisão:

$$R^2 = 9$$
$$R = 3$$

Sabendo o valor desse raio, podemos construir um triângulo retângulo entre a altura do cone, sua geratriz e o raio dessa circunferência:



Com isso, podemos encontrar essa altura h usando o teorema de Pitágoras:

$$3^2 + h^2 = 5^2$$
$$h^2 = 25 - 9 = 16$$
$$h = 4m$$

E ficamos com a **Letra B.**

Item 15 ===

Note que cada um dos cubos que compõem a parte externa da estrutura da figura 2 estão expondo 5 de suas 6 faces, uma vez que a outra face está em contato com o cubo central. Com isso, nós temos 6 cubos superficiais, cada um deles expondo 5 de suas 6 faces, totalizando 30 faces quadradas compondo a superfície da figura.

Cada uma dessas faces é um quadrado de 1 cm de lado, logo a área de cada um é 1 cm^2, e a área total da superfície da figura será 30 vezes isso, ou 30 cm^2.

Resposta: Letra B.