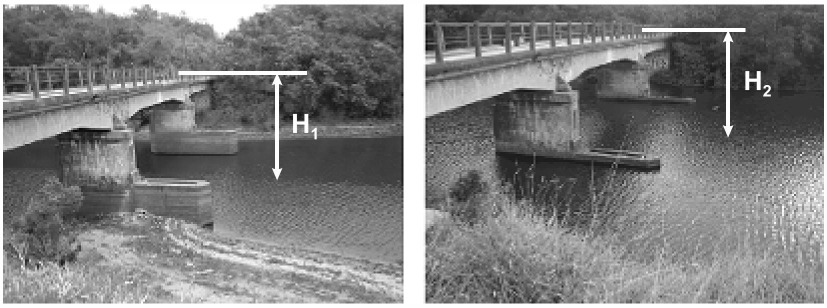
1. (Pucrj) A partir do solo, uma bola é lançada verticalmente com velocidade v e atinge uma altura máxima h. Se a velocidade de lançamento for aumentada em $3v$, a nova altura máxima final atingida pela bola será:

Despreze a resistência do ar
a) $2h$
b) $4h$
c) $8h$
d) $9h$
e) $16h$

2. (Unesp) No período de estiagem, uma pequena pedra foi abandonada, a partir do repouso, do alto de uma ponte sobre uma represa e verificou-se que demorou $2{,}0\text{ s}$ para atingir a superfície da água. Após um período de chuvas, outra pedra idêntica foi abandonada do mesmo local, também a partir do repouso e, desta vez, a pedra demorou $1{,}6\text{ s}$ para atingir a superfície da água.

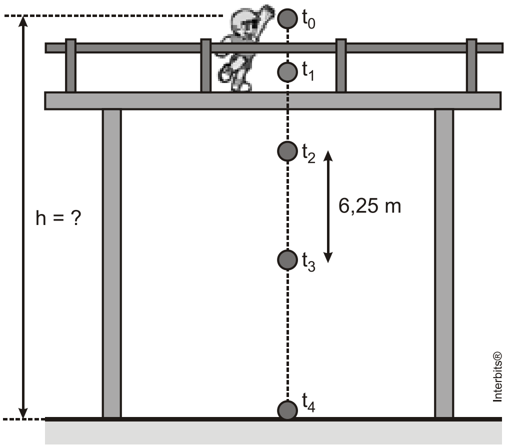


(www.folharibeiraopires.com.br. Adaptado.)

Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s^2 e desprezando a existência de correntes de ar e a sua resistência, é correto afirmar que, entre as duas medidas, o nível da água da represa elevou-se
a) $5{,}4\text{ m}$.
b) $7{,}2\text{ m}$.
c) $1{,}2\text{ m}$.
d) $0{,}8\text{ m}$.
e) $4{,}6\text{ m}$.

3. (Pucrj) Um menino, estando em repouso, joga uma garrafa cheia de água verticalmente para cima com velocidade escalar de $4{,}0\text{ m/s}$, a partir de uma altura de $1{,}0\text{ m}$ em relação ao chão. Ele, então, começa a correr em trajetória retilínea a uma velocidade de $6{,}0\text{ m/s}$.
A que distância, em metros, do ponto de partida, o menino está quando a garrafa bate no chão?
Dado: $g = 10\text{ m/s}^2$
a) 1,0
b) 3,0
c) 4,0
d) 6,0
e) 10

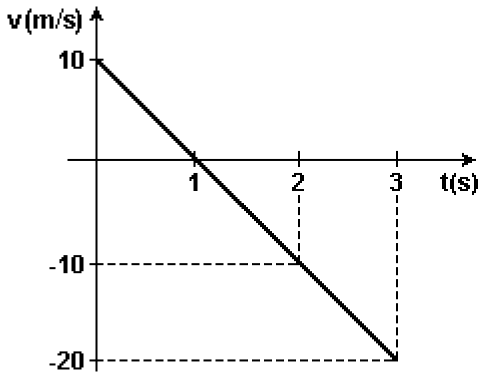
4. (Unesp) Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que $g = 10\ m/s^2$.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, pode-se afirmar que a distância h, em metros, é igual a
a) 25.
b) 28.
c) 22.
d) 30.
e) 20.

5. (Ufpe) Uma pedra A é lançada para cima com velocidade inicial de 20 m/s. Um segundo antes, outra pedra B era largada de uma altura de 35 m em relação ao solo. Supondo o atrito com o ar desprezível, no instante em que elas se encontram, é correto afirmar que:
01) a aceleração da pedra A tem sentido oposto à aceleração da pedra B.
02) o módulo da velocidade da pedra B é de 20 m/s.
04) o módulo da velocidade da pedra A é de 10 m/s.
08) a distância percorrida pela pedra A é de 16 m.
16) a posição da pedra B em relação ao solo é de 20 m.

6. (Ufrj) De um ponto localizado a uma altura h do solo, lança-se uma pedra verticalmente para cima. A figura a seguir representa, em gráfico cartesiano, como a velocidade escalar da pedra varia, em função do tempo, entre o instante do lançamento (t = 0) e o instante em que chega ao solo (t = 3s).



a) Em que instante a pedra retoma ao ponto de partida? Justifique sua resposta.

b) Calcule de que altura h a pedra foi lançada.

7. (Upf) Sobre um rio, há uma ponte de 20 metros de altura de onde um pescador deixa cair um anzol ligado a um peso de chumbo. Esse anzol, que cai a partir do repouso e em linha reta, atinge uma lancha que se deslocava com velocidade constante de $20\ m/s$ por esse rio. Nessas condições, desprezando a resistência do ar e admitindo que a aceleração gravitacional seja $10\ m/s^2$, pode-se afirmar que no exato momento do início da queda do anzol a lancha estava a uma distância do vertical da queda, em metros, de:

a) 80
b) 100
c) 40
d) 20
e) 60

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

A expressão para a altura máxima em um lançamento vertical é:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Para o lançamento a partir do solo $h_0 = 0$ e como $v_0 = v$, fica:

$$h = v \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \qquad (1)$$

Mas, quando a bola atinge a altura máxima, sua velocidade na componente vertical é igual a zero $(v = 0)$, então podemos calcular o tempo para atingir este ponto, usando:

$$v_{final} = v - g \cdot t \Rightarrow 0 = v - g \cdot t \therefore \boxed{t = \frac{v}{g}} \qquad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1) acima:

$$h = v \cdot \frac{v}{g} - \frac{g \cdot \left(\frac{v}{g}\right)^2}{2} \Rightarrow \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2g} \therefore \boxed{h = \frac{v^2}{2g}}$$

Finalmente, ao aumentar a velocidade de lançamento em três vezes, podemos ter uma noção de quanto ficará maior a altura atingida pela bola:

$$h_1 = \frac{(v + 3v)^2}{2g} \Rightarrow h_1 = \frac{(4v)^2}{2g} \therefore \boxed{h_1 = 16\frac{v^2}{2g} = 16\,h}$$

Resposta da questão 2:
[B]

Da equação da altura percorrida na queda livre, temos:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \Rightarrow h_1 = 20\text{ m}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1{,}6^2 \Rightarrow h_2 = 12{,}8\text{ m}$$

Portanto, o nível da água elevou-se em:

$$\Delta h = 20 - 12{,}8$$
$$\therefore \Delta h = 7{,}2\text{ m}$$

Resposta da questão 3:
[D]

Sabendo-se que o tempo total de permanência da garrafa no ar é o mesmo tempo que o menino usa para se afastar do ponto de queda, então usando a equação da posição vertical para o lançamento vertical abaixo, temos:

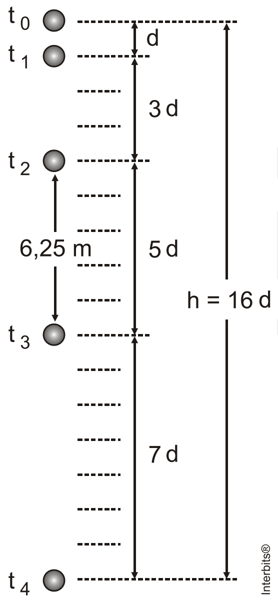
$$h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0 = 1 + 4t - 5t^2 \Rightarrow t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 1}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{-10} \therefore \begin{cases} t' = -0{,}2 \text{ s (descartado)} \\ t'' = 1 \text{ s} \end{cases}$$

Logo, como a velocidade do menino é de $6{,}0 \text{ m/s}$, no tempo em que a garrafa permanece no ar ele se desloca 6 m.

Resposta da questão 4:
[E]

<u>1ª Solução:</u>

De acordo com a "Regra de Galileo", em qualquer Movimento Uniformemente Variado (MUV), a partir do repouso, em intervalos de tempo iguais e consecutivos $(\Delta t_1, \Delta t_2 \ldots \Delta t_n)$ a partir do início do movimento, as distâncias percorridas são: **d**; **3 d**; **5 d**; **7 d**;...;**(2 n – 1) d**, sendo **d**, numericamente, igual à metade da aceleração. A figura ilustra a situação.



Dessa figura:

$$5\ d = 6{,}25 \Rightarrow d = \frac{6{,}25}{5} \Rightarrow d = 1{,}25 \text{ m.}$$
$$h = 16\ d \Rightarrow h = 16 \cdot 1{,}25 \Rightarrow h = 20 \text{ m.}$$

<u>2ª Solução</u>

Analisando a figura, se o intervalo de tempo (Δt) entre duas posições consecutivas quaisquer é o mesmo, então:
$t_2 = 2\ \Delta t$; $t_3 = 3\ \Delta t$ e $t_3 = 4\ \Delta t$.
Aplicando a função horária do espaço para a queda livre até cada um desses instantes:

$S = \frac{1}{2} g\ t^2 \ \Rightarrow \ S = \frac{1}{2}(10)t^2 \ \Rightarrow \ S = 5\ t^2.$

$$\left.\begin{cases} S_2 = 5\ t_2^2 \ \Rightarrow \ S_2 = 5(2\ \Delta t)^2 \ \Rightarrow \ S_2 = 20\ \Delta t^2 \\ S_3 = 5\ t_3^2 \ \Rightarrow \ S_3 = 5(3\ \Delta t)^2 \ \Rightarrow \ S_3 = 45\ \Delta t^2 \end{cases}\right\rangle \Rightarrow \ S_3 - S_2 = 25\ \Delta t^2 \ \Rightarrow \ 6{,}25 = 25\ \Delta t^2 \Rightarrow$$

$\Delta t^2 = 0{,}25.$

Aplicando a mesma expressão para toda a queda:

$h = 5\ t_4^2 \ \Rightarrow \ h = 5(4\ \Delta t)^2 \ \Rightarrow \ h = 80\ \Delta t^2 = 80(0{,}25) \ \Rightarrow$

$h = 20\ m.$

Resposta da questão 5:

02 + 04 = 06

Vamos supor que a pedra *A* tenha sido lançada do solo, onde se adota o referencial, com trajetória orientada para cima. Analisando cada uma das proposições:

01) Incorreta: a aceleração de ambas as pedras é a aceleração da gravidade local, a = -g.

02) Correta: como a pedra B é largada 1 segundo antes, seu tempo de movimento é t + 1, em relação à pedra A.

Adotando referencial no solo, as equações das alturas das pedras são:

$$\begin{cases} h_A = h_{0A} + v_{0A} t + \frac{1}{2} a\ t^2 \ \Rightarrow \ h_A = 20\ t - 5\ t^2 \\ h_B = h_{0B} + v_{0B}(t+1) + \frac{1}{2} a\ (t+1)^2 \ \Rightarrow \ h_B = 35 - 5(t+1)^2 \end{cases}$$

Para calcular o instante de encontro, igualamos as duas equações:

$20\ t - 5\ t^2 = 35 - 5(t+1)^2 \ \Rightarrow \ 20\ t - \cancel{5}\ t^2 = 35 - \cancel{5}\ t^2 - 10\ t - 5 \ \Rightarrow$

$30\ t = 30 \ \Rightarrow \ t = 1\ s.$

A velocidade da pedra B nesse instante é:

$v_B = v_{0B} - g(t+1) \ \Rightarrow \ v_B = -10(1+1) \ \Rightarrow \ v_B = -20\ m/s.$

Em módulo:

$|v_B| = 20 m/s.$

04) Correta: $v_A = v_{0A} - g\ t = 20 - 10(1) \ \Rightarrow \ v_A = 10\ m/s.$

08) Incorreta: até o instante de encontro, a distância percorrida pela pedra A é:

$\Delta S_A = \frac{1}{2} g\ t^2 = 5(1)^2 \ \Rightarrow \ \Delta S_A = 5\ m.$

16) Incorreta: a posição da pedra B no instante de encontro é:
$h_B = 35 - 5(1+1)^2 = 15 \text{ m}.$

Resposta da questão 6:
a) 2 s. Pelo diagrama a partícula precisa de 1 s para atingir a altura máxima (v = 0). Será necessário mais 1 s para pedra retornar ao ponto de partida.
b) 30 m

Resposta da questão 7:
[C]

O tempo de queda do anzol é idêntico ao gasto pela lancha para chegar imediatamente abaixo do lançamento, considerando a lancha um ponto material. Assim, a posição inicial da lancha no momento do lançamento é determinada.

Tempo de queda:

$$h = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} \therefore t = 2 \text{ s}$$

Deslocamento da lancha:

Considerando que a lancha estava passando na origem das posições no momento da queda do anzol, então, seu deslocamento em MRU é:

$$x = v \cdot t \Rightarrow x = 20 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s}$$

$$x = 40 \text{ m}$$