Aula 09

Gráficos, Tabelas e Médias
Parte I

EEAR – 2021.2

Prof. Ismael Santos

Sumário

1- Introdução **3**

2 – Estatística: Noções Elementares **3**

1 – Definições Básicas *3*

2 – Representações Gráficas *4*

3 – Médias **12**

1 – Medidas de Centralidade *12*

4 – Lista de Questões **15**

5 – Lista de Questões - EPCAR **54**

6 – Questões Comentadas **67**

7 – Questões Comentadas – EPCAR **155**

1-Introdução

Chegamos em um dos tópicos que mais caem na sua prova. Arrisco a dizer que, em média, uma por ano. Essas questões não possuem um grau de dificuldade grande, assim, deve ser considerada como ponto certo na prova!

O primeiro dos assuntos é: **Noções elementares de Estatística.** Tema muito importante para qualquer concurso militar, ainda mais o seu. Desta forma, peço que preste bastante atenção na teoria, além de praticar bastante cada propriedade. Este tópico irá ajudar lá na frente. Não dê mole. Esses pontos darão uma melhor visão nas resoluções das questões. Foco total.

Ressalto que este tópico foi dividido em dois: parte I (mais elementar) e parte II (de aprofundamento). Esta última será disponibilizada em breve.

2 – Estatística: Noções Elementares

1 – Definições Básicas

Estatística

A Estatística é a disciplina relacionada com os métodos científicos com o objetivo de compilar, organizar, classificar, apresentar, resumir e analisar os dados com o objetivo de concluir para tomadas de decisões.

População

Chamamos de **população** a um conjunto de itens ou objetos de análise com alguma variável de interesse ou observação. Trata-se do conjunto universal de onde se deseja obter dados. Em geral esses objetos têm algo em comum, uma característica em comum, que seria justamente o aspecto de análise para a obtenção desses dados.

Amostra

Uma **amostra** é um subconjunto da população. Uma amostra deve sempre ser representativa, isto é, ela sempre deve remeter à população de modo a que possamos obter informações tanto da amostra quanto da população. Imaginemos um exemplo de população: o total de alunos do Estratégia Militares. Uma possível amostra para essa população seria: os alunos do Estratégia Militares que estudam para os Colégios Militares.

Variável

Uma **variável estatística** é uma **característica da população** que interessa aos investigados. Uma variável estatística pode assumir diferentes valores. Por exemplo, a cor dos olhos de pessoas dentro de uma população pode ser: castanhos, azuis, verdes, etc. Isso nos diz que a cor dos olhos em uma população de pessoas é uma variável estatística. As variáveis estatísticas podem ser classificadas de duas formas diferentes: **variáveis qualitativas e variáveis quantitativas.**

- **Variáveis Qualitativas**: São, como o próprio nome diz, variáveis que inferem sobre qualidades de uma população, qualidades essas que nada têm a ver com números ou quantidades. Como exemplos de variáveis qualitativas, temos: a cor dos olhos, sexo, formato, patente militar, etc. Existem dois tipos de variáveis qualitativas: as **nominais** e as **ordinais**. As nominais são aquelas que não tem nada a ver com qualquer tipo de ordenação, isto é, hierarquia.

Existem também as variáveis qualitativas ordinais, aonde cada elemento da variável possui um nível hierárquico em relação ao outro.

- **Variáveis Quantitativas**: São variáveis que envolvem algum tipo de **contagem** ou medições. Isso quer dizer que envolvem números, daí o nome "quantitativo". Existem dois tipos de variáveis quantitativas: as **discretas** e as **contínuas**. Uma variável quantitativa será dita discreta, quando for fruto de uma contagem, isto é, admitir apenas valores inteiros não negativos como resultados. Veja que não é possível termos 4, 37 irmãos, ou 2, 5. Podemos ter apenas 0, 1, 2, . . ., isto é, uma quantidade inteira não-negativa.

  O outro tipo de variável quantitativa é a variável quantitativa contínua. Trata-se de uma variável quantitativa que foi obtida a partir de uma **medição**. Diferente da discreta, esta aqui não precisa necessariamente assumir um valor inteiro para os seus valores.

2 – Representações Gráficas

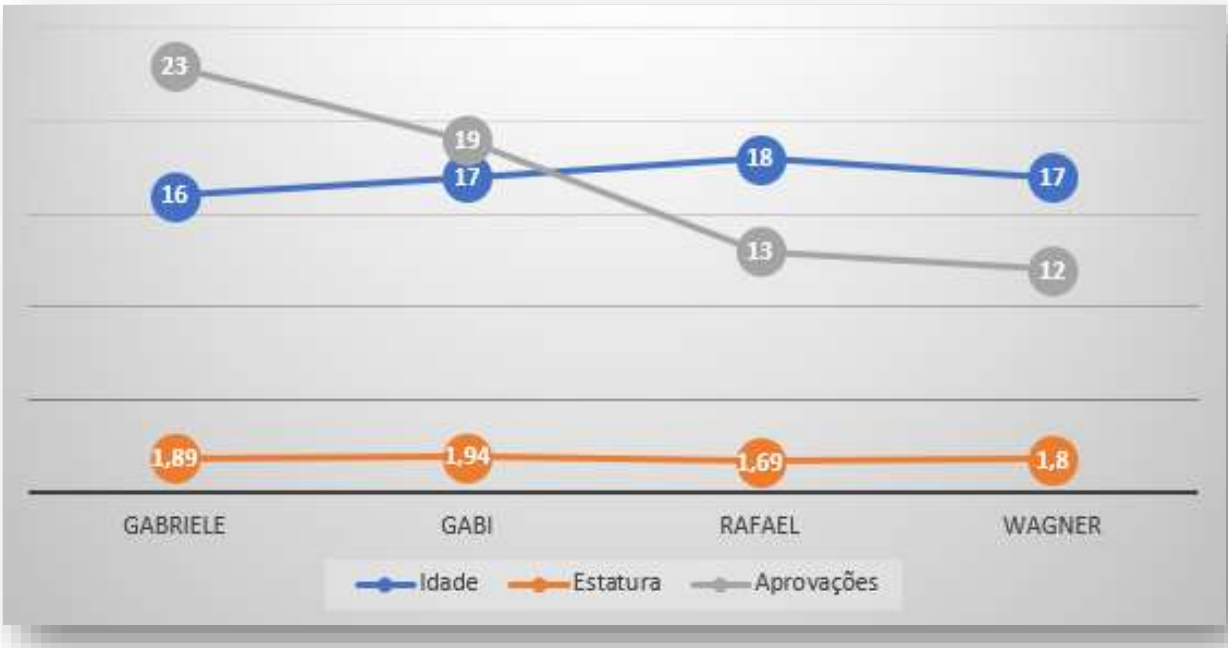
Dados estatísticos nem sempre são apresentados em tabelas. Eles podem vir representados em gráficos. A seguir, veremos os gráficos mais importantes e que são cobrados em sua prova. Existem 6 gráficos que são cobrados com mais frequência: *diagrama de barras ou colunas, histograma, polígono de frequências, ogiva, gráfico de setores e o pictograma.* Porém, fiz questão de trazer 2 gráficos a mais. Nada melhor que prevenir, não é verdade?!

Cada um tem a sua utilidade e a suam forma específica de construção. Novamente, repetirei a utilização da tabela de candidatos anteriores.

Nome	Idade	Estatura (m)	Renda (R$)	Diário de Estudo (h)	Pontuação no Concurso	Reprovações em Concursos	Aprovações em Concursos
Rafael	18	1,69	1700	7,5	65	4	13
Elisa	16	1,75	950	7	50	6	11
Maria	18	1,67	840	7,5	90	1	2
Daniel	17	1,71	1100	5	35	3	7
Wagner	17	1,80	1250	9,5	80	5	12
Fernando	17	1,71	920	5,5	65	5	21
Gabriele	16	1,89	980	6	60	2	23
Felipe	19	1,70	1550	7	55	1	15
Gabi	17	1,94	1950	6,5	62,5	7	19

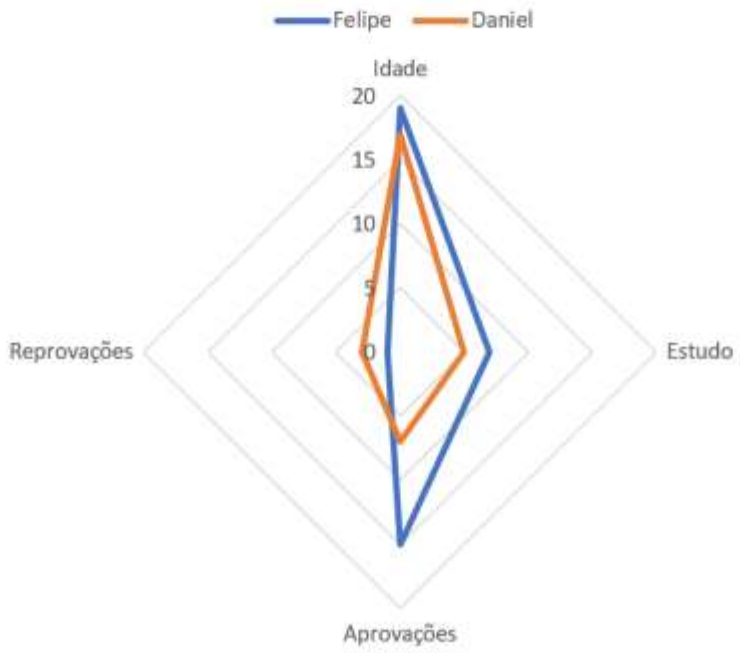
- **Gráfico em Linhas**

Pode ser utilizado na análise de dados em função do tempo, bem como na comparação de dados entre certas categorias. Veja, abaixo, que montei um gráfico em linhas para comparar 3 variáveis (Idade, Estatura e Aprovações) em relação aos alunos: Gabriele, Gabi, Rafael e Wagner. Observe o gráfico e compare os dados com os que são apresentados na tabela inicial.



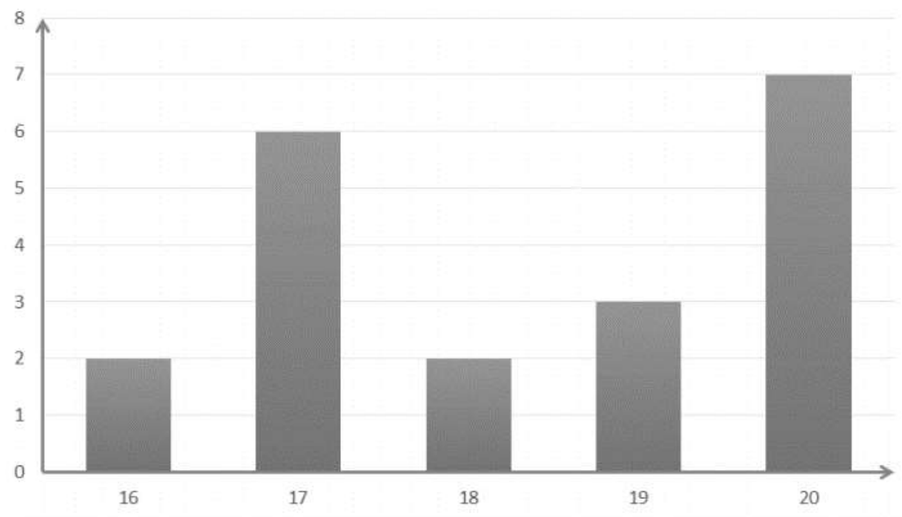
➢ **Gráfico Radar**

Também conhecido como gráfico em teia, gráfico de aranha, gráfico estrela, permite apresentar dados multivariáveis em eixos que partem de um mesmo ponto. Em cada "vértice" do polígono formado, temos uma variável, que apresenta seus valores de acordo com o tamanho do raio formado pelas linhas coloridas. Veja!

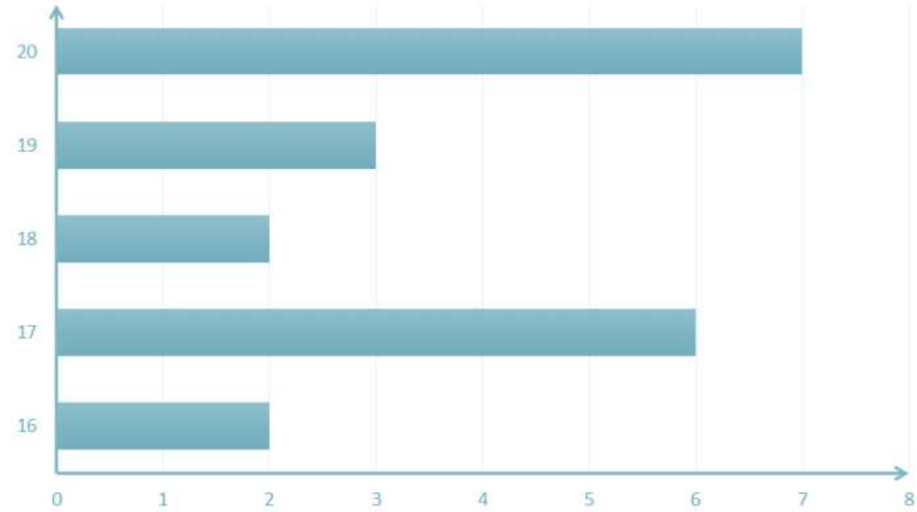


➢ **Gráfico de Barras ou Colunas**

São gráficos (ou diagramas) utilizados principalmente para a representação de variáveis quantitativas discretas. Vejamos por exemplo uma representação para a variável "idade" em nossa distribuição principal:



Esse é um gráfico de colunas. Perceba que no eixo horizontal nós temos os valores da distribuição discreta, enquanto que no eixo vertical nós temos as suas respectivas frequências. Poderíamos ter distribuído as barras em linhas também, como abaixo:



Para que você consiga associar de forma correta, observe a tabela de frequência que fizemos para essa variável e compare-o com os gráficos de barras que acabamos de fazer:

x_i	f_i
16	2
17	6
18	2
19	3
20	7

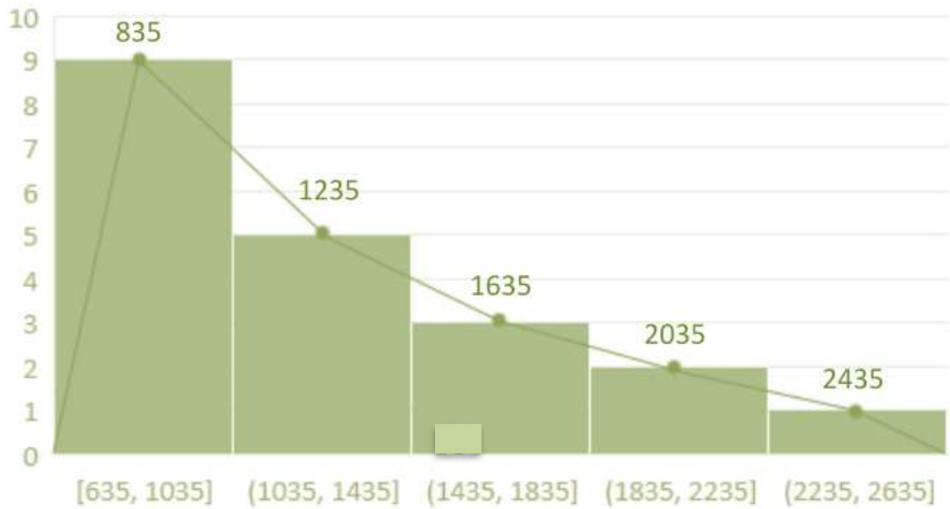
- **Histogramas**

Um histograma é um gráfico de barras aonde os dados estão agrupados em classes. Podemos ver, por exemplo, o gráfico abaixo que representa a distribuição de renda da tabela que apresentamos.

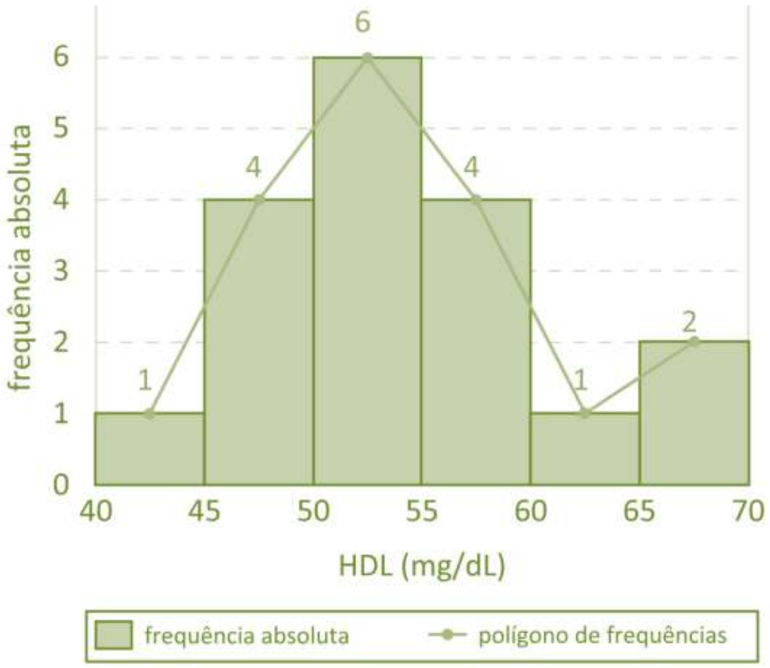
Podemos concluir com o gráfico acima, por exemplo, que no intervalo [635, 1035] existem 9 rendas dos entrevistados (isto é, trata-se de uma classe com frequência 9).

- **Polígonos de frequências**

Um polígono de frequências é um polígono formado com o eixo horizontal e com vértices nos pontos médios das bases superiores de um histograma. Vamos entender melhor, utilizando o histograma que acabamos de analisar. Observe o polígono de frequências associado a esse último histograma:



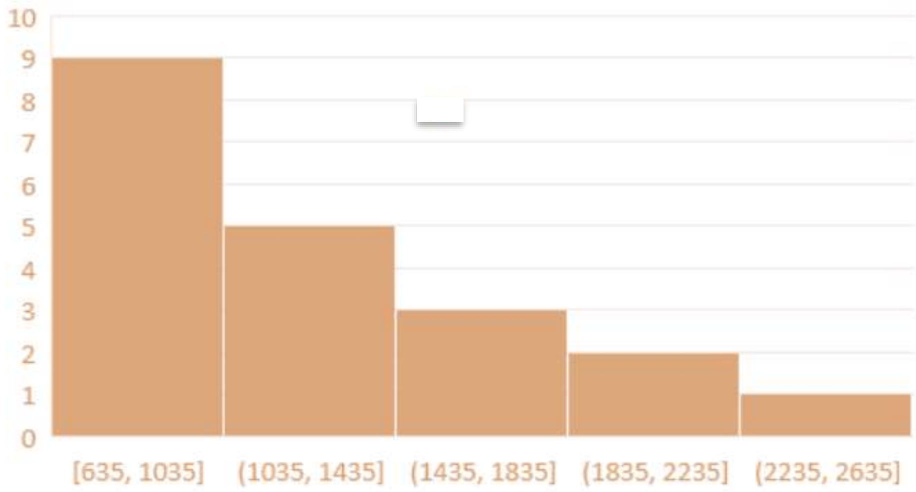
Perceba que o polígono começa e termina nas extremidades inferiores do histograma. Os vértices superiores são os exatamente os pontos médios das bases superiores. O polígono de frequência tem como abscissas, então, os **pontos médios das classes**. Observe mais abaixo um outro histograma com um polígono de frequência associado. Trata-se de um histograma de um grupo de 18 pacientes; a variável foi a coleta de HDL com 6 classes definidas e intervalos de 5 mg/dL:



Nesse último histograma demonstrei uma outra forma de criarmos o polígono de frequências: não conectarmos as extremidades do histograma ao restante do polígono. Muitas vezes, o gráfico será exposto nesse formato. Tudo certo até aqui? Bom, vamos lá então, continuando.

- **Ogiva**

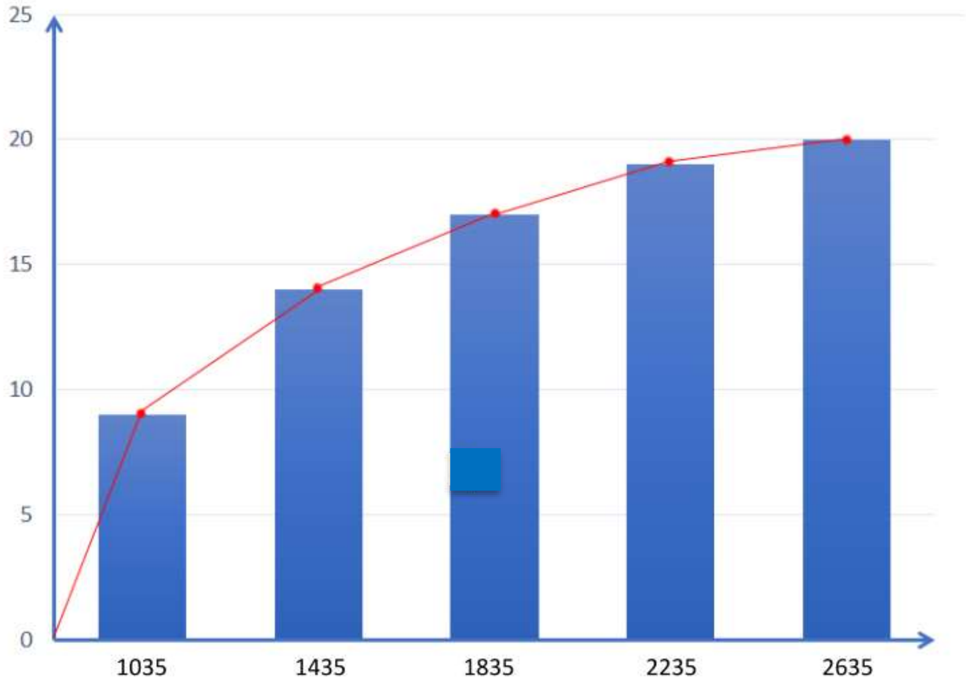
Observemos novamente o nosso histograma para as rendas entrevistadas:



Vamos montar a tabela de frequências para essa variável específica, até chegarmos à coluna da frequência acumulada:

Classe	f_i	f_{ac}
[635,1035]	9	9
(1035,1435]	5	14 (9+5)
(1435,1835]	3	17 (14+3)
(1835,2235]	2	19 (17+2)
(2235,2635]	1	20 (19+1)

Agora, crie um gráfico em que o eixo vertical continue sendo as frequências de cada classe, porém, a abscissa não mais será o ponto médio, mas sim, o **limite superior das classes**. Nesse formato, o nosso gráfico se torna:



Então, uma ogiva pode ser definida como um gráfico que representa a frequência acumulada em função dos limites superiores das classes.

- **Gráfico de Setores**

Vamos voltar para a distribuição de idades, ela será uma boa variável para que possamos entender a criação de um gráfico de setores. Temos, como já dito, a seguinte distribuição de frequências para o gráfico de setores:

x_i	f_i
16	2
17	6
18	2
19	3
20	7

Para construirmos um gráfico de setores, primeiro, precisamos descobrir qual o ângulo de abertura de cada setor. Para podermos calcular esse ângulo, basta que utilizemos uma regra de três simples:

$$N \rightarrow 360°$$
$$f_i \rightarrow \alpha$$

Vamos explicar como que podemos utilizar essa regra de três. Cada termo de nossa tabela terá um ângulo específico no gráfico de setores. Vejamos esse ângulo para o 16, por exemplo. O número total de entrevistados é 20. Então, 20 corresponderá a 360°. Daí, podemos montar:

$$20 \rightarrow 360°$$
$$2 \rightarrow \alpha$$

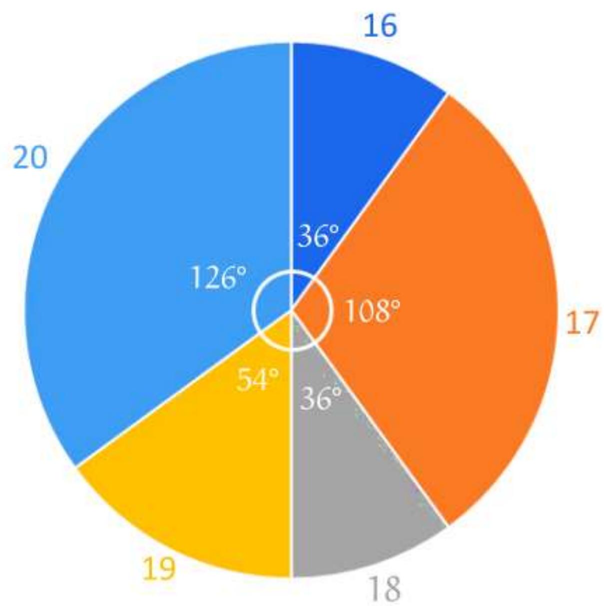
Multiplicando em cruz:

$$20\alpha = 360°.2$$
$$\alpha = 36°$$

Fazendo o mesmo para todos os outros valores, temos os seguintes ângulos:

x_i	f_i	α
16	2	36°
17	6	108°
18	2	36°
19	3	54°
20	7	126°

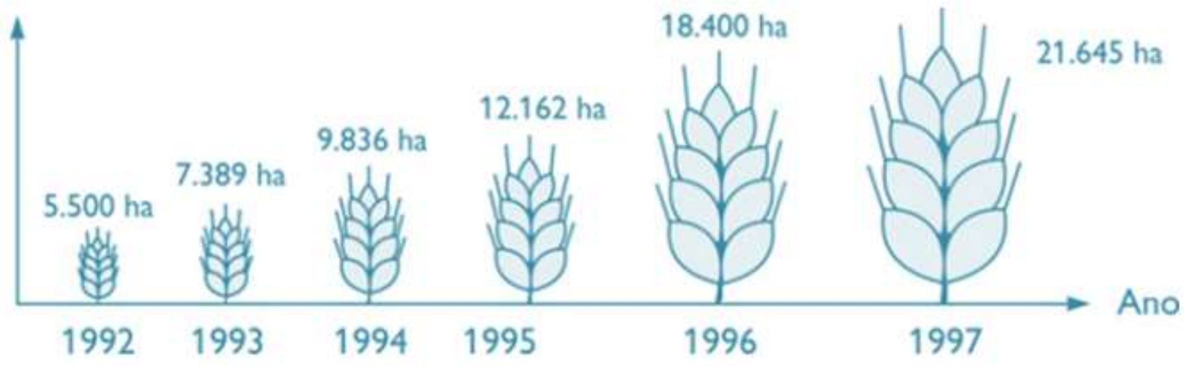
Por fim, distribua esses ângulos em setores de aberturas iguais a tais ângulos. Cada setor representará uma das classes que se analisa. Nesse caso, teremos apenas 6 setores, por serem apenas 6 classes. Vejamos como o gráfico ficou:



Vamos então ao nosso último tipo de gráfico, o pictograma.

➢ **Pictogramas**

Pictogramas são gráficos estatísticos que se utilizam de recursos visuais para enfatizarem os seus próprios significados. Por exemplo, observe o gráfico abaixo que ilustra o aumento, em ha, das plantações de trigo no Brasil nos anos de 1992 a 1997:



Veja que foram desenhados, ao invés de barras, trigos para podermos nos contextualizar melhor acerca da interpretação daquele gráfico específico.

3 – Médias

1 – Medidas de Centralidade

➢ **Média Aritmética**

É a soma de todos os valores de uma distribuição dividida pela quantidade de valores. Dada, então, uma distribuição$(x_1, x_2, \dots, x_n)$, podemos calcular a média aritmética $\bar{x}$ dessa distribuição como:

$$\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{\boldsymbol{n}}$$

Utilizando a notação de somatório:

$$\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{\sum \boldsymbol{x_k}}{\boldsymbol{n}}$$

Utiliza-se a média aritmética, por exemplo, para calcularmos a média anual de um estudante regular de ensino médio. Suponha que essas foram as suas médias em Matemática em um determinado ano:

1° bimestre	2° bimestre	3° bimestre	4° bimestre
7,0	9,5	4,5	10,0

A média desse aluno será:

$$\frac{\mathbf{7+9,5+4,5+10,0}}{\mathbf{4}}=\mathbf{7,75}$$

Existe a possibilidade de os dados estarem agrupados em frequência, como as idades dos entrevistados na tabela do capítulo anterior. Vejamos novamente aquela tabela de frequências:

x_i	f_i
16	2
17	6
18	2
19	3
20	7

Para calcularmos a média de idade desses estudantes, precisamos multiplicar cada termo pela sua frequência e dividir a soma pela soma das frequências, dessa forma:

$$\overline{\boldsymbol{x}}=\frac{\mathbf{16.2+17.6+18.2+19.3+20.7}}{\mathbf{2+6+2+3+7}}$$

$$=\frac{\mathbf{32+102+36+57+140}}{\mathbf{20}}$$

$$=\frac{\mathbf{367}}{\mathbf{20}}$$

$$=\mathbf{18,35}$$

Existe ainda a possibilidade de precisarmos calcular um tipo de média chamada de média aritmética ponderada. Isso acontece quando alguns termos têm importâncias desiguais em relação aos outros.

- **Média Geométrica**

É uma média pouco utilizada. É recomendada, porém, como medida de centralidade para aumentos percentuais sucessivos, por manter o padrão multiplicativo dos aumentos. Mas não precisamos nos aprofundar nisso, basta que saibamos calcular a média. Para um conjunto de termos $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, a média geométrica pode ser calculada por:

$$\boldsymbol{x_G = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . \ \dots \ . x_n}}$$

Então, se eu procuro calcular a média geométrica de, por exemplo, 6, 12 e 24, temos:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x_G} &= \boldsymbol{\sqrt[3]{12.6.24}} \\ &= \boldsymbol{\sqrt[3]{1728}} \\ &= \boldsymbol{12} \end{aligned}$$

- **Média Harmônica**

A média harmônica entre uma lista de valores $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, é a razão entre a quantidade de valores da distribuição e a soma dos inversos de cada termo da distribuição. Dessa forma:

$$\boldsymbol{x_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}}$$

Então, para calcular a média harmônica entre 3, 6 e 9, por exemplo, faríamos:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x_H} &= \boldsymbol{\frac{3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}}} \\ &= \boldsymbol{\frac{3}{\frac{6+3+2}{18}}} \\ &= \boldsymbol{\frac{3}{\frac{11}{18}}} \\ &= \boldsymbol{3.\frac{18}{11}} \\ &= \boldsymbol{\frac{54}{11}} \\ &\approx \boldsymbol{4,9} \end{aligned}$$

Desigualdade das Médias

Considere a lista de valores $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Considere também que X_A é a média aritmética dessa lista, X_G a geométrica e x_H a harmônica. Então, é sempre válido que:

$$\boldsymbol{x_H \leq x_G \leq x_A}$$

A igualdade entre as médias só ocorre quando os termos da lista são todos iguais, isto é, quando $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$. Caso contrário, serão todas diferentes entre si. Não efetuarei a demonstração aqui, pois foge ao conteúdo do curso.

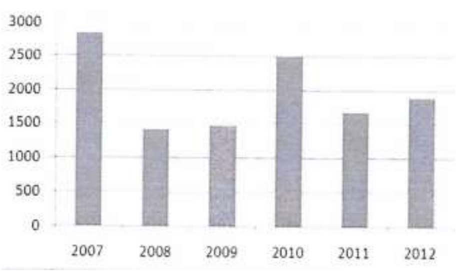
4 – Lista de Questões

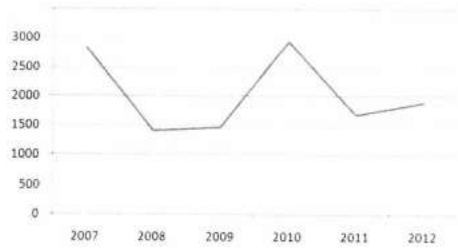
1. (CMBEL 2017)

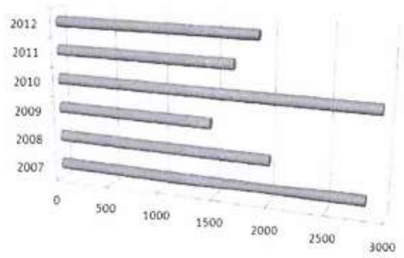
Transmitida pelo mosquito Aedes Aegypti, a dengue é uma doença viral que se espalha rapidamente pelo mundo. (...) É estimado que 50 milhões de infecções por dengue ocorram anualmente e que aproximadamente 2,5 bilhões de pessoas morem em países onde é dengue é endêmica.

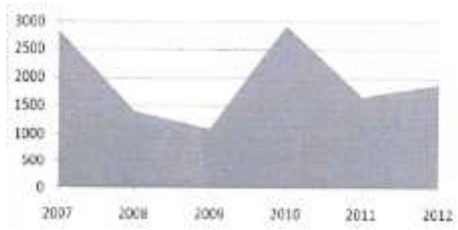
Notificações de dengue registradas nos anos de 2007-2012, em um das capitais do Brasil.						
Ano	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Quantidade de Notificações	2833	1409	1460	2938	1671	1891

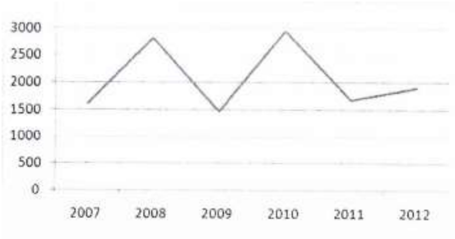
O gráfico que melhor representa os dados apresentados na tabela é o da letra:

a) 

b) 

c) 

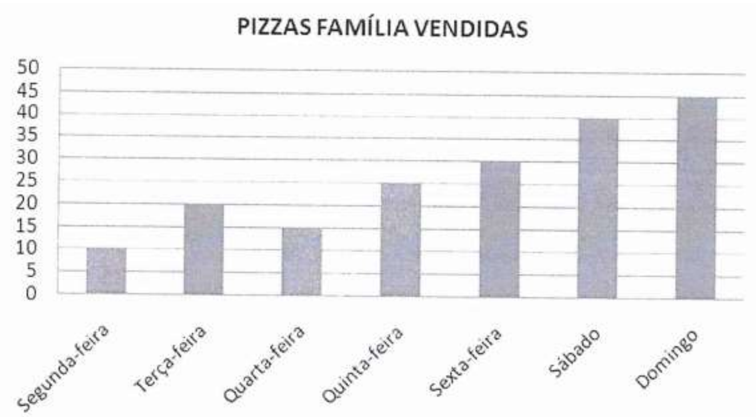
d) 

e) 

---

2. (CMBEL 2017)

A pizza tamanho “família” é bastante vendido por servir bem várias pessoas. O gráfico representado abaixo mostra a quantidade de pizzas tamanho “família” vendidas na pizzaria do Seu Mário, em uma determinada semana.



De segunda a quarta-feira, a pizza “família” é vendida ao preço promocional de R$ 15,50. De quinta a domingo, o preço da pizza é de R$ 20,00. De acordo com as informações do gráfico e os valores fornecidos, a quantidade de dinheiro arrecadado por Seu Mário, com a venda de pizzas, durante a semana foi:

a) R$ 3.497,50

b) R$ 2.567,50

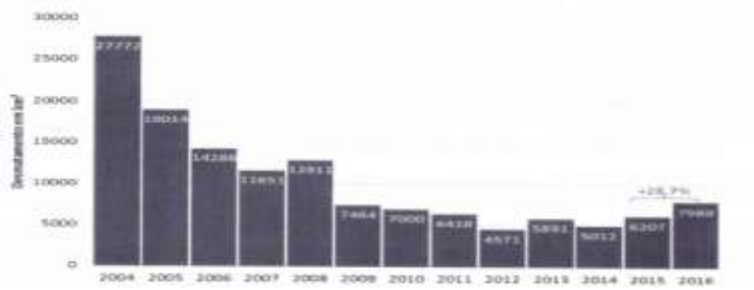
c) R$ 3.509,00

d) R$ 3.400,25

e) R$ 1.487,50

Leia o texto e resposta às próximas duas (2) questões.

Entre agosto de 2015 e julho de 2016, a Amazônia Legal perdeu 7.989 quilômetros quadrados (km²) de floresta, a maior taxa desde 2008. Os dados são do instituto de Pesquisa Ambiental da Amazônia (IPAM) que fez um levantamento utilizando os dados oficiais divulgados pelo governo no ano de 2017.



Dinâmica de desmatamento nos últimos 13 anos no bioma amazônico.
Elaboração: IPAM; fonte dos dados: Prodes/INPE

De acordo com pesquisas realizadas geograficamente, o desmatamento aumentou nos estados do Amazonas (54%), Acre (47%) e Pará (41%); em números absolutos, os estados que mais desmataram foram Pará (3025 km²), Mato Grosso (1508 km²) e Rondônia (1394 km²), correspondendo, juntos, a 75% de todo o desmatamento registrado em 2016.

3. (CMBEL 2018)

De acordo com o gráfico, o desmatamento entre os anos de 2009 e 2011 teve um (a):

a) aumento de 1.046 km².

b) redução de 1.046 km².

c) aumento de 13.882 km².

d) redução de 13.882 km².

e) aumento de 1.036 km².

---

4. (CMBEL 2018)

De acordo com o texto, os estados do Pará, Mato Grosso e Rondônia obtiveram juntos o maior índice de desmatamento no ano de 2016. É correto afirmar que:

a) o desmatamento dos três estados juntos foi menor que o desmatamento ocorrido no ano de 2013.

b) o desmatamento dos três estados juntos foi maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2011.

c) o desmatamento dos três estados juntos foi igual ao desmatamento ocorrido no ano de 2009.

d) o desmatamento dos três estados juntos foi maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2008.

e) o desmatamento dos três estados juntos foi maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2012.

Leia o texto e responda às próximas duas (2) questões.

A População brasileira está irregularmente distribuída no território, pois há regiões densamente povoadas e outras com baixa densidade demográfica. A população brasileira estabelece-se de forma concentrada na Região Sudeste, com 80.364.410 habitantes; o Nordeste abriga 53.081.950 habitantes; e o Sul acolhe cerca de 27,3 milhões. As regiões menos povoadas são: a Região Norte, com 15.864.454, e o Centro-Oeste, com pouco mais de 14 milhões de habitantes.

Nas tabelas a seguir, temos os dez estados mais populosos e os dez menos populosos do Brasil.

Estados brasileiros mais populosos			
POSIÇÃO	NOME	POPULAÇÃO	REGIÃO
1º	São Paulo	45.094.866	Sudeste
2º	Minas Gerais	21.119.536	Sudeste
3º	Rio de Janeiro	16.718.956	Sudeste
4º	Bahia	15.344.447	Nordeste
5º	Rio Grande do Sul	11.322.895	Sul
6º	Paraná	11.320.892	Sul
7º	Pernambuco	9.473.266	Nordeste
8º	Ceará	9.020.460	Nordeste
9º	Pará	8.366.628	Norte
10º	Maranhão	7.000.229	Nordeste

Tabela 1

Estados brasileiros menos populosos			
POSIÇÃO	NOME	POPULAÇÃO	REGIÃO
1º	Mato Grosso	3.344.544	Centro Oeste
2º	Piauí	3.219.257	Nordeste
3º	Distrito Federal	3.039.444	Centro Oeste
4º	Mato Grosso Sul	2.713.147	Centro Oeste
5º	Sergipe	2.288.116	Nordeste
6º	Rondônia	1.805.788	Norte
7º	Tocantins	1.550.194	Norte
8º	Acre	829.619	Norte
9º	Amapá	797.722	Norte
10º	Roraima	522.636	Norte

Tabela 2

5. (CMBEL 2018)

De acordo com os dados da tabela 1, a informação correta é:

a) A população da Região Sudeste ultrapassa a Região Sul em 40.830.435.

b) O total da população dos três últimos estados totalizam 23.382.420.

c) A diferença populacional entre São Paulo e Minas Gerais é de 23.975.330.

d) A população do estado do Pará é maior que a população do Rio de Janeiro.

e) A população do estado da Bahia ocupa a quinta posição na tabela.

---

6. (CMBEL 2018)

De acordo com os dados da tabela 2, marque a informação correta:

a) Dentre os dez estados menos populosos, temos um total de 4 estados da Região Norte.

b) O total de habitantes da Região Nordeste é Maior que o da Região Centro-Oeste.

c) O estado do Piauí ocupa a 1ª posição na tabela com uma população de 3.184.165 habitantes.

d) A diferença populacional entre os estados da Região Nordeste e os estados da Região Norte é de 1.494.

e) A população da Região Centro-Oeste ultrapassa a Região Norte em 3.591.176 habitantes.

---

7. (CMBH 2011)

Durante as obras do Mineirão, estão sendo utilizados vários sólidos geométricos, os chamados poliedros, que têm como elementos suas faces, vértices e arestas. Um engenheiro, ao montar uma tabela relacionando os poliedros à quantidade de seus elementos, deixou de preencher alguns números. Complete o quadro e assinale a alternativa correspondente, que determina a quantidade de arestas do cubo e a quantidade de faces da pirâmide de base quadrada, respectivamente:

Poliedro	Faces	Vértices	Arestas
Cubo	6	8	
Tetraedro	4	4	6
Prisma de Base Triangular	6	5	9
Pirâmide de Base Quadrada		5	8

a) 5 e 12

b) 14 e 3

c) 6 e 4

d) 3 e 14

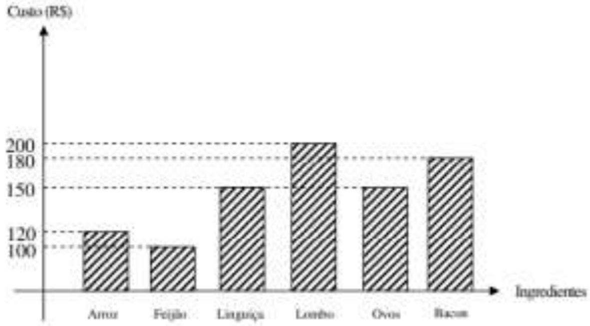
e) 12 e 5

---

8. (CMBH 2011)

Para comemorar o bom andamento das obras do Mineirão, o governo promoveu um almoço cujo prato único era o Feijão Tropeiro, atração principal dos restaurantes do estádio.

O gráfico abaixo mostra a relação entre ingredientes (arroz, feijão, linguiça, lombo, ovos e bacon) e custo, calculada para o evento com 300 (trezentas) pessoas. O custo da comida do almoço para 20 (vinte) pessoas é igual a:



a) R$ 900,00

b) R$ 750,00

c) R$ 60,00

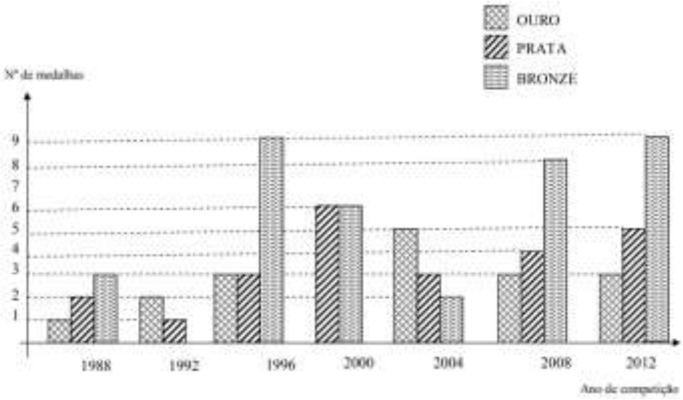
d) R$ 50,00

e) R$ 15,00

---

9. (CMBH 2012)

A primeira participação do Brasil em Olimpíadas foi em 1920, na cidade de Antuérpia, na Bélgica, em que o Brasil conquistou 3 medalhas. Nas edições subsequentes da competição, os atletas brasileiros conquistaram mais 105 medalhas. O gráfico abaixo representa o quadro de medalhas do Brasil em 7 Olimpíadas.



A fração que representa a razão entre as medalhas de prata conquistadas a partir de 1990 e o total de medalhas já conquistadas é:

a) $\frac{1}{22}$

b) $\frac{22}{105}$

c) $\frac{2}{9}$

d) $\frac{11}{54}$

e) $\frac{24}{105}$

10. (CMBH 2013)

Pedro, Paulo, Patrícia e Paloma responderam uma pesquisa sobre a quantidade de filmes nacionais e estrangeiros a que assistiram nas férias, resultando a seguinte tabela:

Pesquisado	Filmes Nacionais	Filmes Estrangeiros
Pedro	⧄ □	⧄ ⧄ □
Paulo	⧄	⧄ ⧄ |
Patrícia	□	⧄ ⧄ ⧄ |
Paloma	⧄ ⧄	⧄ ⧄ ∟

Identifique a alternativa que apresenta os nomes dos pesquisados que, respectivamente: mais assistiu a filmes estrangeiros; mais assistiu a filmes nacionais; menos assistiu aos filmes, em geral; e, mais assistiu aos filmes, em geral.

a) Patrícia, Paulo, Paloma e Pedro.

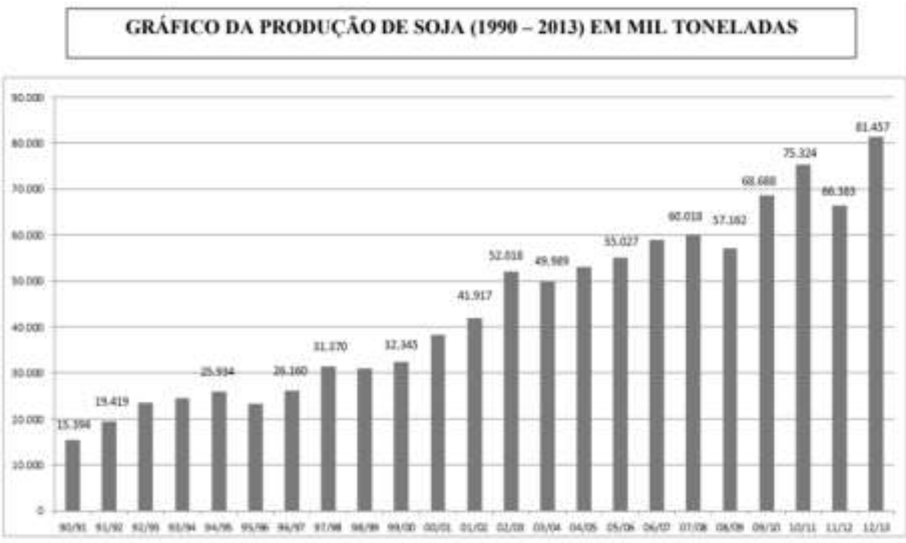
b) Patrícia, Pedro, Paulo e Paloma.

c) Pedro, Paloma, Patrícia e Paulo.

d) Patrícia, Paloma, Paulo e Pedro.

e) Paloma, Paulo, Pedro e Patrícia.

Para responder as próximas três (3) questões, utilize as informações do gráfico a seguir:



FONTE: Bradesco-DEPEC, em setembro de 2013.

Para lermos corretamente o gráfico anterior, vejamos dois exemplos de informações que podem ser obtidas a partir dele:

- Entre 1991 e 1992, a produção de soja foi de 19.419 toneladas.

- Entre 2005 e 2006, a produção de soja foi de 55.027 toneladas.

11. (CMBH 2014)

A partir da análise das informações contidas no gráfico, é possível afirmar:

a) Houve queda de produtividade entre 2011 e 2012, em relação ao biênio anterior.

b) A produtividade entre 1992 e 1993 foi igual a 25.934 toneladas.

c) Houve queda de produtividade entre 2003 e 2004, em relação ao biênio 01/02 (2001/2002).

d) A produtividade entre 2004 e 2005 foi igual a 55.100 toneladas.

e) Houve aumento de produtividade entre 2008 e 2009, em relação ao biênio anterior.

---

12. (CMBH 2014)

Considerando-se a produção obtida entre 1999 e 2000 e a que foi alcançada entre 2007 e 2008, a média desses dois valores é:

a) menor que a produção entre 2000 e 2001.

b) menor que a produção entre 2001 e 2002.

c) maior que a produção entre 2001 e 2002.

d) igual à produção entre 2002 e 2003.

e) igual à produção entre 2001 e 2002.

---

13. (CMBH 2014)

Sobre a produção de soja no Brasil, no período descrito no gráfico, é possível afirmar que houve superação do valor da safra imediatamente anterior, em relação aos biênios considerados:

a) 13 vezes.

b) 14 vezes.

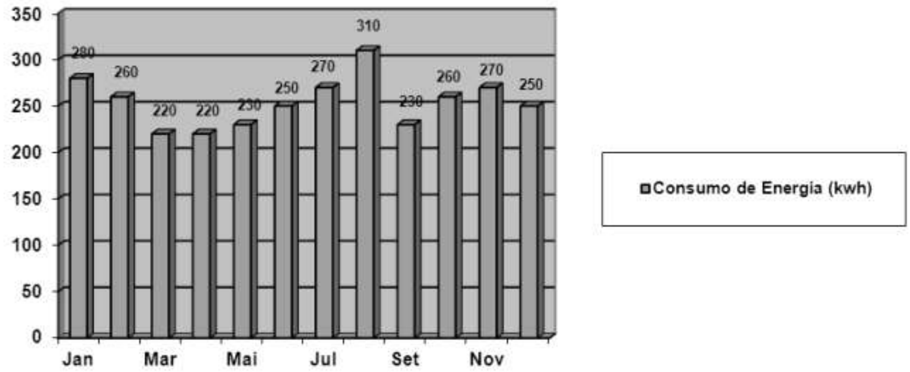
c) 15 vezes.

d) 16 vezes.

e) 17 vezes.

As próximas duas (2) questões referem-se aos dados abaixo:

Uma conta de luz de uma residência é dada pelo produto entre o consumo de energia em kWh (quilo-Watt hora) e o valor do kWh no período e, a esse valor são acrescidos os impostos. O gráfico mostra o consumo nos últimos 12 meses em uma residência e a tabela apresenta o valor do kWh em cada período.



Período	Valor do kWh
Setembro – Outubro – Novembro	R$ 0,80
Dezembro – Janeiro – Fevereiro	R$ 0,75
Março – Abril – Maio	R$ 0,85
Junho – Julho – Agosto	R$ 0,90

14. (CMBH 2015)

Dadas às informações acima, e desconsiderando os impostos, podemos afirmar que:

a) A conta de luz em fevereiro foi mais cara que a conta de luz em maio.

b) As contas de luz em julho e novembro tiveram o mesmo valor.

c) A conta de luz em agosto não foi a mais cara no período mencionado.

d) A conta de luz em maio foi a mais barata no período mencionado.

e) A conta de luz em janeiro foi mais barata que a conta de luz em junho.

---

15. (CMBH 2015)

O valor médio da conta de luz (sem impostos) nos meses de abril, maio e junho foi de:

a) R$ 198,33.

b) R$ 206,50.

c) R$ 202,50.

d) R$ 210,00.

e) R$ 233,33.

---

16. (CMBH 2016)

Com a popularização de um game gratuito de smartphones de realidade aumentada, o "Aliens GO", que exige movimentação real do jogador, Gilmar resolveu levar seu filho Pedrinho, no sábado, para o Parque Municipal de Belo Horizonte, por ser uma grande área arborizada localizada no coração da cidade, possibilitando andar e "caçar" as criaturas do jogo com maior tranquilidade e segurança. Gilmar verificou que o horário de funcionamento do Parque era de 6 h às 18 h. Tentando chegar cedo e aproveitar ao máximo o tempo, eles chegaram no horário da figura 1. Passando algum tempo andando e jogando, eles resolveram dar uma pausa e saíram do Parque no horário da figura 2. Eles retornaram para a "caçada" no horário da figura 3 e encerraram a aventura no horário da figura 4.

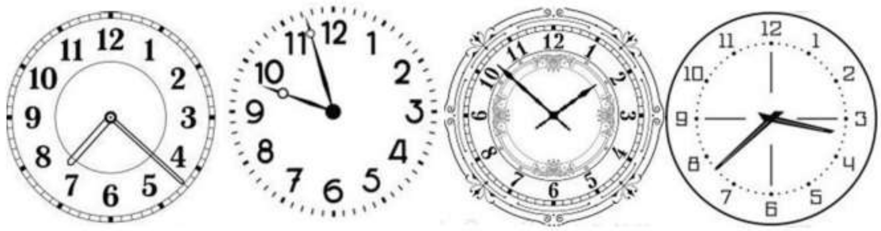


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

(Fonte: http://www.thinkstockphotos.com/image/stock-illustration-set-of-different-clock-faces/487392493/imagem adaptada)

Considerando apenas os ponteiros das horas e dos minutos nas imagens, o tempo de permanência de Gilmar e de Pedrinho, ao todo no Parque, foi de:

a) 4 horas e 22 minutos.

b) 4 horas e 42 minutos.

c) 4 horas e 21 minutos.

d) 4 horas e 24 minutos.

e) 5 horas e 21 minutos.

Leia o texto, observe a tabela e o gráfico, e responda às próximas duas (2) questões.

Você já andou de metrô em Belo Horizonte?

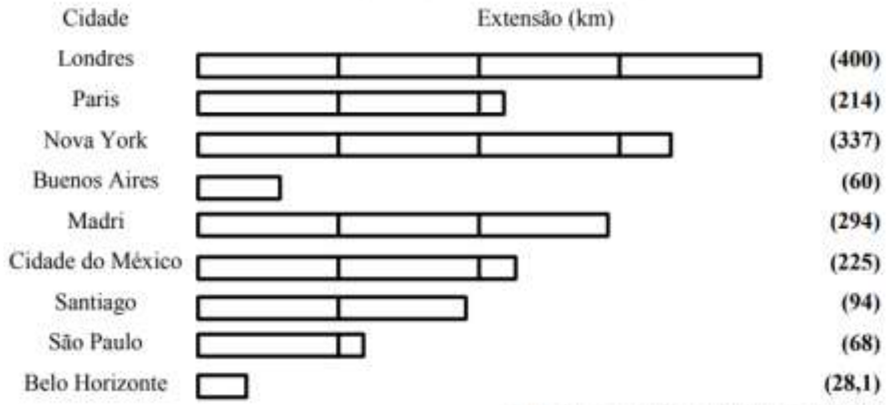
No dia 1º de agosto de 1986, foi feita a primeira viagem de metrô da Estação Eldorado, em Contagem, até a estação Lagoinha, em Belo Horizonte, perto da Rodoviária. O percurso tinha 10,8 quilômetros.

PRINCIPAIS LINHAS DE METRÔ

Cidade	País	Ano de Inauguração	Quantidade de Linhas
Londres	Inglaterra	**1893**	**11**
Paris	França	**1900**	**16**
Nova York	EUA	**1904**	**21**
Buenos Aires	Argentina	**1913**	**6**
Madri	Espanha	**1919**	**13**
Cidade do México	México	**1969**	**12**
Santiago	Chile	**1975**	**5**
São Paulo	Brasil	**1976**	**5**
Belo Horizonte	Brasil	**1986**	**1**

(Fonte: Reportagem Jornal O Tempo, 01/08/2016.)

PRINCIPAIS LINHAS DE METRÔ



(Fonte: Reportagem Jornal O Tempo, 01/08/2016.)

17. (CMBH 2016)

Analisando as informações dadas pela tabela, observamos que o metrô em Belo Horizonte completou 30 anos em 2016. Com isso, podemos concluir que o metrô nas outras cidades completou, em 2016:

a) 123 anos, em Londres.

b) 113 anos, em Nova York.

c) 96 anos, em Madri.

d) 40 anos, em Santiago.

e) 93 anos, em Buenos Aires.

---

18. (CMBH 2016)

Analisando as informações dadas pelo gráfico e pela tabela, calculamos que na cidade de Buenos Aires (Argentina) cada linha tem, em média, 10 quilômetros de distância. Com isso, podemos concluir que cada linha nas outras cidades tem, em média:

a) 14 km, em Belo Horizonte.

b) 12 km, em São Paulo.

c) 12 km, em Paris.

d) 20 km, em Cidade do México.

e) 16 km, em Nova York.

---

19. (CMBH 2017)

O relógio da figura está atrasado 45 minutos e 50 segundos. Qual é a hora correta:

a) 11 h 52 min 24 seg.

b) 10 h 28 min 31 seg.

c) 11 h 21 min.

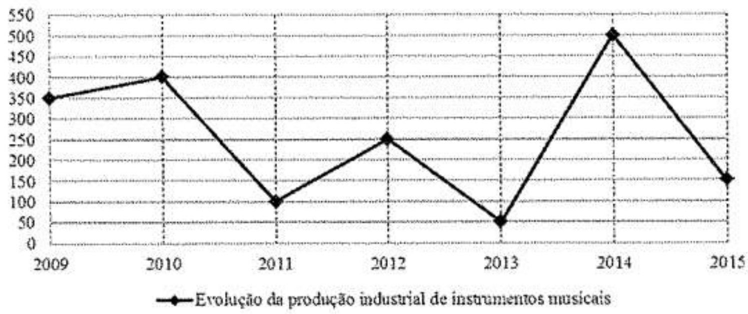
d) 10 h 03 min 09 seg.

e) 11 h 03 min 09 seg.

---

20. (CMBH 2017)

O gráfico abaixo mostra a evolução da produção de uma fábrica de instrumentos musicais no período de 2009 a 2015.



Com relação aos dados apresentados no gráfico, pode-se afirmar que:

a) em 2011 a produção foi maior do que a produção de 2013.

b) de 2009 para 2010, a produção da fábrica caiu.

c) a fábrica apresentou a menor produção em 2014.

d) a produção de 2015 foi igual à produção de 2012.

e) de 2014 para 2015, a produção da fábrica aumentou.

21. (CMBH 2018)

O detetive James 99 foi designado para resolver o crime da Casa das 12 janelas. Um dia, quando ele estava cortando o cabelo na barbearia, viu um dos suspeitos entrando no estabelecimento. Neste momento, viu as horas do relógio de parede refletidas no espelho a sua frente, conforme a figura 1. O suspeito trocou algumas palavras com um sujeito grisalho e logo após saiu para a rua. O detetive seguiu o homem que adentrou em uma igreja, cujo relógio marcava o horário da figura 2. Quando o homem saiu da igreja, o relógio marcava o horário apresentado na figura 3. O único momento em que o suspeito ficou longe dos olhos do detetive foi o período em que ficou na igreja. Depois, o homem caminhou por algumas ruas e, finalmente, seguiu por uma rua lamacenta até chegar a uma residência, da qual surgiu um garoto que veio recebê-lo de braços abertos. Neste momento, o detetive olhou o seu relógio e verificou as horas de acordo com a figura 4. James 99 franziu a testa e saiu pensando nos próximos passos a serem tomados após aqueles acontecimentos.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Considerando os relógios das imagens, qual o tempo em que o detetive ficou observando atentamente o suspeito?

a) 3 horas e 2 minutos.

b) 2 horas e 49 minutos.

c) 3 horas e 49 minutos.

d) 1 hora e 24 minutos.

e) 1 hora e 52 minutos.

22. (CMBH 2018)

O Governo Federal tem realizado diversas ações visando a redução do consumo de energia elétrica. Dentre essas ações foram estabelecidas as bandeiras tarifárias, que variam de acordo com as condições de geração de energia elétrica. A tabela abaixo consta os valores das tarifas de energia elétrica em reais por quilowatt hora (R$/kWh) no estado de Minas Gerais.

Valores de Tarifas de Consumo de Energia Elétrica

Baixa Tensão – Grupo Residencial Normal

Bandeira Tarifária	Verde	Amarela	Vermelha (Patamar 1)	Vermelha (Patamar 2)
Valor em R$ / kWh	**0,59**	**0,60**	**0,61**	**0,63**

(Fonte: Valores de tarifas e serviços da CEMIG (adaptada). Disponível em www.cemig.com.br – acesso em 30 de agosto de 2018)

João Batista, cidadão consciente e residente na cidade de Belo Horizonte, sabedor que a tarifa a ser aplicada no mês de novembro será a vermelha (Patamar 1), resolveu simular o cálculo do seu gasto de energia elétrica. Para isso ele fez o levantamento de todos os seus equipamentos que demandam energia elétrica e montou a tabela a seguir, usando dados fornecidos pela Companhia de energia elétrica disponíveis na internet.

TABELA DE CONSUMO DE ELETRODOMÉSTICOS (dados médios)

Equipamento (unidade)	Potência (Watts)	Dias estimados Uso/Mês	Média Utilização/Dia	Consumo Médio Mensal (kWh)
Aparelho de som 3 em 1	80	20	3 h	4,80
Ar condicionado tipo Split de 10.001 a 15.000 BTU	800	30	8 h	192,00
Aspirador de pó	100	30	20 min	10,00
Cafeteira elétrica	600	30	1 h	18,00
Chuveiro elétrico 5.000 W	5.000	30	80 min	200,00
Computador	100	30	8 h	24,00
Decodificador de TV a cabo stand-by	20	30	24 h	14,40
Exaustor fogão	170	30	4 h	20,40
Ferro elétrico automático	1.000	12	1 h	12,00
Fogão comum	60	30	5 min	0,15
Freezer vertical/horizontal	130			50,00
Fritadeira elétrica	1.000	15	30 min	7,50
Geladeira 1 porta – Frost free	80			30,00
Impressora	15	30	1 h	0,45
Lâmpada de LED 8 W	8	30	5 h	1,20
Lavadora de roupas	500	12	1 h	6,00
Liquidificador	300	15	15 min	1,10
Modem de internet – stand-by	5	30	24 h	3,60
Modem de internet	12	30	8 h	2,88
TV LED 42"	120	30	5 h	18
Ventilador de teto	120	30	8 h	28,8
Videogame	15	15	4 h	0,9

(Fonte: Cartilha Ei CEMIG (Energia Inteligente – Guia do Melhor Consumo: dicas de economia de energia e segurança com a rede elétrica. Disponível em: www.cemig.com.br - adaptada)

Sabendo que ele mora em um apartamento de um quarto, uma sala, um banheiro, uma cozinha e varanda e que em cada um desses cômodos há uma lâmpada de LED de 8W, ele calculou seu gasto mensal, em reais, usando a bandeira tarifária vermelha (Patamar 1). Não satisfeito com o resultado, ele resolveu assumir algumas atitudes visando à economia da energia elétrica: reduzir em $\frac{3}{4}$ o consumo do chuveiro elétrico, do aspirador de pó e da fritadeira elétrica, além de retirar uma lâmpada. João Batista refez os cálculos e verificou que o valor a ser economizado por ele, assumindo as medidas de economia, era aproximadamente igual a:

a) 182,59

b) 180,32

c) 224,3.

d) 226,77

e) 227,40

---

23. (CMBH 2018)

O concurso de admissão do 6º ano do Ensino Fundamental do CMBH é composto por duas etapas: na primeira etapa é realizada uma prova de Matemática e na segunda etapa, uma prova de Língua Portuguesa. Cada uma das etapas é avaliada em 10 pontos e a nota final (NF), obtida pelos candidatos, é igual a soma das notas obtidas nas duas provas, dividida por dois. No gráfico abaixo, o eixo horizontal representa as notas de Matemática e o eixo vertical as notas de Língua Portuguesa de 30 candidatos escolhidos, aleatoriamente, entre todos os candidatos presentes nas duas etapas.

Com base nas informações acima marque a alternativa correta.

a) 60% dos candidatos tiraram a nota de Matemática maior do que a nota de Língua Portuguesa.

b) $\frac{1}{10}$ dos candidatos obtiveram nota final (NF) igual a 5.

c) 5% dos candidatos obtiveram a mesma nota nas duas provas.

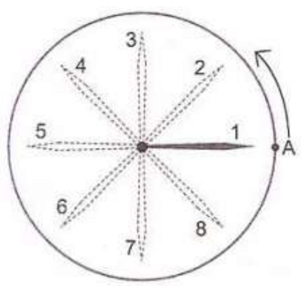
d) $\frac{2}{5}$ dos candidatos obtiveram nota final (NF) menor ou igual a 5.

e) 30% dos candidatos empataram com pelo menos um candidato na NF.

---

24. (CMB 2010)

A ponta do ponteiro do relógio de um registro indica o ponto A, quando ele começa a girar no sentido anti-horário, conforme mostra a flecha:



Considerando que os intervalos do relógio entre os números, na figura acima, são iguais, depois de dar exatamente $\frac{15}{4}$ voltas, o ponteiro indicará a posição de número:

a) 2

b) 3

c) 6

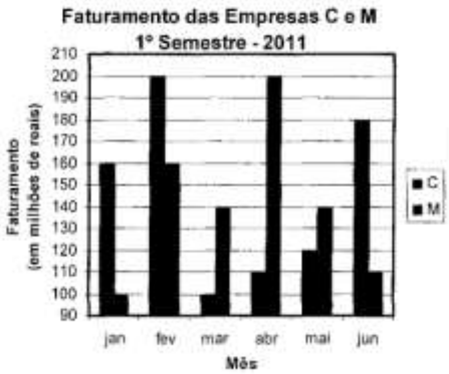
d) 7

e) 8

---

25. (CMB 2011)

O gráfico abaixo mostra o faturamento mensal das empresas C e M no primeiro semestre de 2011.



Com base nesse gráfico, pode-se afirmar que:

a) houve um mês em que o faturamento da empresa C foi o dobro do faturamento da empresa M, no mesmo mês.

b) no mês de janeiro, a diferença de faturamento entre as empresas C e M foi maior que nos demais meses.

c) a empresa M foi a que sofreu maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.

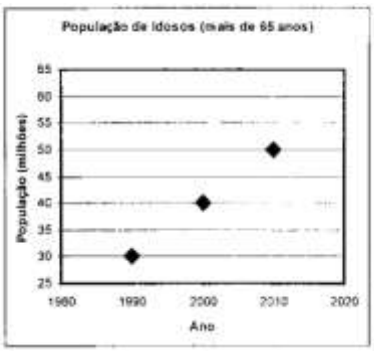
d) o faturamento total de C, no semestre, foi maior que o de M.

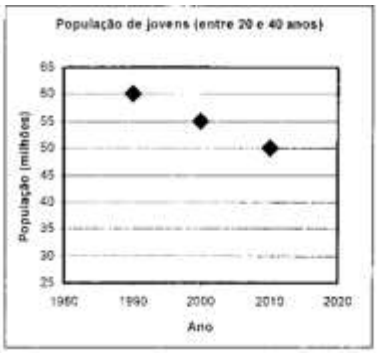
e) a diferença entre os faturamentos totais no semestre das empresas C e M excedeu 25 milhões de reais.

---

26. (CMB 2011)

Observe os gráficos abaixo para responder à questão que se segue:





Admitindo-se que a variação, em 2020, seguirá a tendência registrada nas últimas décadas, pode-se estimar que, em 2020,

a) o número de jovens permanecerá igual ao de idosos.

b) a população total de idosos e jovens será reduzida.

c) a população de idosos vai superar a de jovens.

d) serão registrados os mesmos dados que em 2000.

e) a população de jovens vai ultrapassar a de idosos.

---

27. (CMB 2012)

Sabemos que a água potável é um recurso cada vez mais escasso no planeta. O gráfico abaixo representa o consumo de água (em litros), registrado no hidrômetro de uma residência, no dia 1º do mês de julho até o dia 30 do mesmo mês.

Com base nos dados do gráfico, é correto afirmar que:

a) o consumo de água do dia 1º correspondeu ao quádruplo do consumo do dia 20.

b) no dia 20, o consumo de água correspondeu a $\frac{1}{5}$ do consumo do dia 30.

c) o consumo de água do dia 1º ao dia 15 foi sempre crescente.

d) o consumo de água do dia 10 foi igual ao triplo do consumo do dia 20.

e) o consumo de água do dia 20 ao dia 30 foi decrescente.

---

28. (CMB 2012)

Durante três meses, uma empresa virtual realizou uma pesquisa sobre o grau de escolaridade dos seus clientes. O gráfico abaixo mostra o resultado dessa pesquisa:

Sabendo que foram entrevistadas 1200 pessoas, podemos afirmar que o nível:

a) Superior Completo tem 340 pessoas a mais que o Ensino Médio.

b) Pós-Graduação Completa tem 70 pessoas a menos que o Superior Incompleto.

c) Ensino Médio tem 120 pessoas a menos que a Pós-Graduação Completa.

d) Superior Incompleto tem 118 pessoas a mais que a Pós-Graduação Incompleta.

e) Pós-Graduação Incompleta tem 60 pessoas a mais que o Ensino Médio.

---

29. (CMB 2013)

Uma escola fez uma pesquisa com 1200 alunos sobre o tipo de diversão que eles preferem. O gráfico abaixo mostra o resultado da pesquisa:

Após leitura do gráfico, pode-se afirmar que o número de alunos que preferem ouvir música,

a) excede, em exatas 120 pessoas, o número de alunos que preferem ver televisão.

b) é menor, em exatas 80 pessoas, que o número de alunos que preferem praticar esporte.

c) excede, em exatas 100 pessoas, o número de alunos que preferem ler.

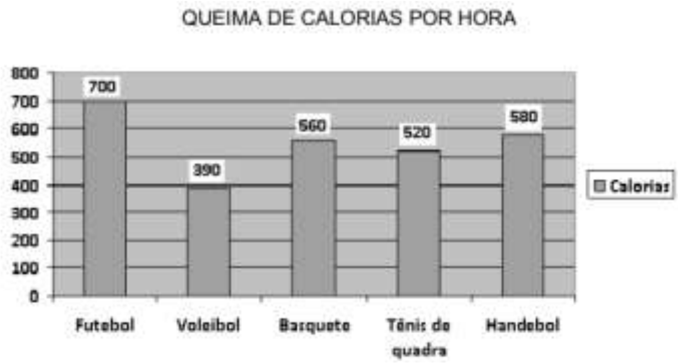
d) é menor, em exatas 60 pessoas, que o número de alunos que preferem praticar esporte.

e) excede, em exatas 160 pessoas, o número de alunos que preferem ver televisão.

---

30. (CMB 2013)

Todos os anos, os colégios estaduais de Bom Jesus da Lapa realizam um torneio chamado “Jogos Estudantis”. Algumas das modalidades disputadas nesses jogos são: Futebol, Voleibol, Basquete, Tênis de Quadra e Handebol. O gráfico abaixo indica a quantidade de calorias que são queimadas, por pessoa, na prática de cada um desses esportes durante 1 (uma) hora. Considere essa queima de calorias sempre constante, ou seja, igual para todas as pessoas em cada modalidade esportiva no tempo total de 1 hora ou fração de hora correspondente.



Parte da equipe do professor Hélio é formada por 5 (cinco) alunos: Flávio, Rodrigo, Gustavo, Pedro e Luís. Nos “Jogos Estudantis” de 2012, Flávio jogou 30 minutos de futebol e 15 minutos de Basquete; Rodrigo jogou 1 hora de Voleibol e 30 minutos de Handebol; Gustavo jogou 30 minutos de Tênis de Quadra e 30 minutos de Voleibol; Pedro jogou 15 minutos de Futebol e 1 hora de Handebol; Luís jogou 15 minutos de Basquete e 30 minutos de Tênis de Quadra. O professor Hélio, utilizando os dados do gráfico acima, calculou a quantidade de calorias queimadas por seus alunos com a realização das atividades mencionadas anteriormente e registrou os resultados na tabela abaixo.

NOME DO ALUNO	**CALORIAS QUEIMADAS**
Flávio	490 calorias
Gustavo	465 calorias
Luís	520 calorias
Pedro	755 calorias
Rodrigo	690 calorias

O professor Hélio fez os cálculos das calorias queimadas, mas um de seus alunos observou que alguns resultados estavam incorretos. Após essa conferência, pode-se afirmar que o professor calculou, corretamente, apenas as queimas de calorias dos alunos:

a) Flávio e Rodrigo.

b) Flávio e Pedro.

c) Rodrigo e Gustavo.

d) Luís e Pedro.

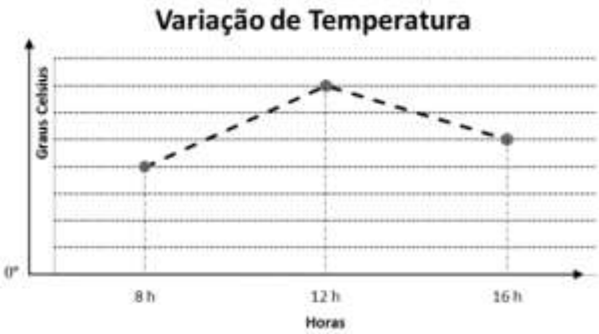
e) Luís e Gustavo.

---

31. (CMB 2014)

Alguns alunos da turma 604 do Colégio Militar de Brasília fazem parte do projeto “Estação Meteorológica”. Em uma quarta-feira, os alunos marcaram as temperaturas às 8h, 12h e 16h.

Em seguida, construíram um gráfico de linhas, conforme demonstrado abaixo, com as medidas coletadas exatamente naqueles horários.



Sabendo-se que o eixo vertical foi dividido em partes iguais durante a construção, e que o termômetro marcava, às 8 horas, exatamente, 18°C, podemos afirmar que a temperatura média entre as coletadas nos três horários desse dia foi de:

a) 18°C

b) 20°C

c) 22°C

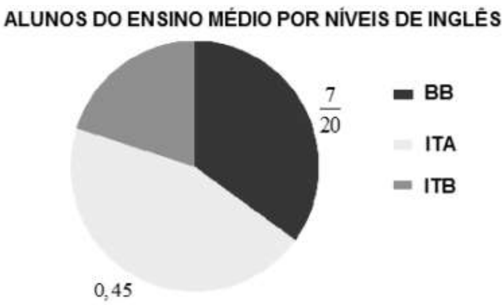
d) 24°C

e) 26°C

---

32. (CMB 2015)

O SEAN – Seção de Ensino-Aprendizagem por Níveis – coordena todas as aulas de Língua Inglesa do CMB e possui 1.020 alunos matriculados no Ensino Médio, os quais estão distribuídos nos níveis de conhecimento, BB, ITA e ITB, e não há aluno que faça dois níveis ao mesmo tempo. O gráfico de setores que apresenta a distribuição dos alunos nos níveis está representado a seguir, com fração e número decimal.



Com base no gráfico e nas informações fornecidas, selecione a opção correta.

a) 367 alunos estão no nível BB.

b) Mais de 20% dos alunos estão no nível ITB.

c) Menos de $\frac{4}{20}$ dos alunos estão no nível ITA.

d) Menos de 35% dos alunos estão no nível BB.

e) Exatamente $\frac{9}{20}$ dos alunos estão no nível ITA.

---

33. (CMB 2016)

Desde que o Futebol de 5, praticado por atletas com deficiência visual, foi incluído nos Jogos Paralímpicos, em 2004, a equipe brasileira foi a única a conquistar medalhas de ouro na modalidade.

A nutricionista da equipe prepara, diariamente, uma vitamina com frutas e verduras e recomenda o consumo, de acordo com a idade, para todos os paratletas da equipe, conforme tabela e gráfico abaixo:

Idades	Quantidade de vitamina consumida (em litro)
20 – 23	$\frac{3}{4}$
24 – 27	$\frac{3}{5}$
28 – 31	$\frac{1}{4}$
32 – 35	$\frac{1}{6}$

Se todos da equipe seguiram rigorosamente a recomendação da nutricionista, o consumo diário da vitamina preparada, em litros, será aproximadamente de:

a) 3,0 litros.

b) 3,2 litros.

c) 3,4 litros.

d) 3,6 litros.

e) 3,8 litros.

---

34. (CMB 2016)

A cerimônia de abertura dos Jogos Paralímpicos do Rio 2016 foi realizada no Estádio Mário Filho, mais conhecido como Maracanã – Rio de Janeiro, no dia 7 de setembro, às 18h15min - horário local. Como é considerado um evento mundial, ele foi transmitido para o mundo inteiro. Os relógios abaixo estão marcando as horas de algumas capitais ao redor do mundo, no momento exato do início da transmissão no Brasil:

Fonte: http://www.mathlove.co.kr/gsp/Picture%20Gallery/Transformation.htm - acessado em 08/09/2016

Considerando-se que o dia tem 24 horas, o horário marcado em cada relógio, nas capitais, respectivamente, são:

a) 5h 15min; 12h 15min; 18h 15min; 6h 15min.

b) 7h 15min; Oh 15min; 18h 15min; 6h 15min.

c) 17h 15min; 12h 15min; 18h 15min; 18h 15min.

d) 5h 15min; Oh 15min; 6h 15min; 18h 15min

e) 17h 15min; Oh 15min; 6h 15min; 18h 15min.

---

35. (CMB 2016)

A Arena carioca 1, no Centro Olímpico, que recebeu os Jogos de Basquete em Cadeira de Rodas, tem as suas cadeiras para os espectadores distribuídas em setores. Essa distribuição está representada no gráfico a seguir:

Utilizando os dados do gráfico, e sabendo que a Arena I tem a sua capacidade máxima para 16.000 espectadores, assinale a opção correta:

a) os setores A e B juntos têm menos de 8.000 cadeiras.

b) o setor C tem a mesma capacidade do setor D.

c) os setores A e C juntos têm mais de 8.000 cadeiras.

d) o setor D tem 1.800 cadeiras a mais que o setor B.

e) os setores D e B juntos têm a mesma capacidade dos setores A e C.

---

36. (CMB 2017)

A quantidade de ingressos de alguns filmes, vendidos por fim de semana, é mostrada no gráfico abaixo:

Com base nos dados do gráfico acima, podemos afirmar que a quantidade de ingressos vendidos para o filme:

a) "Logan", no 2º fim de semana, excedeu em 500.940 a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Guardiões da Galáxia" no mesmo período.

b) "Kong", no 4º fim de semana, foi 628.189 a menos que a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Logan" no 3º fim de semana.

c) "Guardiões da Galáxia", no 4º fim de semana, foi 115.480 maior que a quantidade de ingressos vendidos pelo mesmo filme no 3º fim de semana.

d) "Kong", somado com a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Guardiões da Galáxia", no 1º fim de semana, foi igual a 1.915.972.

e) "Logan", no 4º fim de semana, foi 171.364 a mais que a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Kong" no 3º fim de semana.

---

37. (CMB 2017)

O filme "A Bela e a Fera" foi um grande sucesso! O maravilhoso castelo da Fera possuía um cômodo de destaque, a charmosa biblioteca. Os 1.100 livros dispostos nas diversas prateleiras, eram todos verdadeiros, feitos sob medida para o filme.

Com base na leitura do gráfico e do texto acima, pode-se afirmar que a:

a) quantidade de livros de Aventura é igual ao produto de 10,55 por 20.

b) quantidade de livros de Literatura estrangeira são 11 unidades a menos que a quantidade de livros de Aventura.

c) quantidade de livros de Romance excede a quantidade de livros de Aventura em 88 unidades.

d) quantidade de livros de Filosofia é igual ao produto de 3,96 por 100.

e) soma das quantidades de livros de Literatura estrangeira e Romance, são 120 unidades a menos que a soma das quantidades de livros de Filosofia e Aventura.

---

38. (CMB 2017)

Gal Gadot, a atriz que interpretou a Mulher-Maravilha, para fazer o filme, antes das gravações, iniciou uma intensa rotina de treinos diários – que incluíam duas horas de musculação, duas de luta e outras duas de hipismo. Sabe-se que, em 2 horas de treino de hipismo, ela gasta de 294 a 360 calorias; em 2 horas de luta, gasta de 750 a 1.200 calorias; e, em 2 horas de musculação, gasta de 470 a 597 calorias. Gal Gadot construiu uma tabela com seus gastos calóricos diários de segunda a sexta, de acordo com o gasto mínimo e máximo de cada modalidade por duas horas de treino.

Atividade	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Hipismo	mínimo	mínimo	máximo	mínimo	máximo
Luta	máximo	máximo	mínimo	mínimo	mínimo
Musculação	máximo	mínimo	máximo	máximo	mínimo

Com base nas informações do texto e tabela acima, podemos afirmar que o total de calorias gastas por Gadot:

a) nas três modalidades, na quinta, foi de 1.461.

b) no hipismo, de segunda a quarta, foi de 849.

c) na luta, de terça a quinta, foi de 2.700.

d) nas três modalidade, terça e quarta, foi de 3.571.

e) na musculação, de segunda a sexta, foi de 5.100.

---

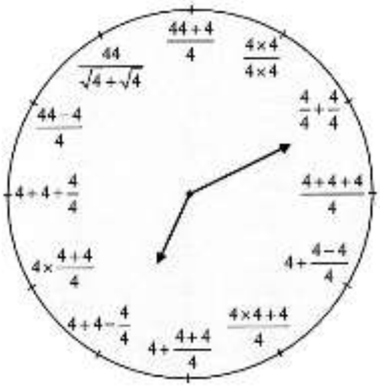
39. (CMB 2018)

Um dos mais famosos matemáticos brasileiros relacionados a recreações matemáticas foi Júlio César de Mello e Souza, conhecido pelo pseudônimo de Malba Tahan. Em uma de suas obras mais famosas, *O Homem que Calculava*. Malba Tahan conta as aventuras do calculista Beremiz Sarnir, conhecido por resolver problemas extremamente complicados de maneira mais simples.

Nesse contexto, foi proposto a Beremiz a resolução de um desafio matemático bastante conhecido, chamado Problema dos Quatro Quatros. De acordo com esse desafio, é possível escrever qualquer número inteiro de zero a 100 utilizando apenas quatro números quatro e com o auxílio de operações fundamentais, como a adição, a subtração, a multiplicação, divisão e raiz quadrada.

Por exemplo, o número zero pode ser obtido a partir da operação $4\times4-4\times4$, que emprega duas multiplicações e uma subtração.

A professora Marcela tentou aproveitar a ideia apresentada por Malba Tahan e construiu um relógio de ponteiros que apresentava os números escritos na forma de operações utilizando quatro quatros. A figura a seguir mostra tal relógio.



Marcela chegou à sala de aula exatamente às 14h30min. Após três aulas de 45 minutos, olhou para o relógio de ponteiros que construiu utilizando as ideias de Malba Tahan. O ponteiro dos minutos do relógio apontava, nesse momento, para a expressão:

a) $\frac{44-4}{4}$

b) $\frac{44+4}{4}$

c) $4+\frac{4+4}{4}$

d) $4+4+\frac{4}{4}$

e) $\frac{4\times4+4}{4}$

40. (CMB 2018)

O gráfico a seguir mostra o valor total arrecadado na venda de vários jogos eletrônicos no ano de 2017, em dólares, considerando o público mundial.

As siglas PS4 e NS referem-se, respectivamente, aos consoles Playstation 4 e Nintendo Switch.

É possível afirmar, com base no gráfico, que, entre os cinco jogos mais vendidos em 2017, aqueles produzidos para Playstation 4 foram, em conjunto, mais rentáveis que aqueles produzidos para Nintendo Switch. A diferença entre o valor total arrecadado com a venda de jogos para Playstation 4 e o valor total arrecadado com a venda de jogos para Nintendo Switch é igual a:

a) US$ 21.775.328,00.

b) US$ 17.057.290,00.

c) US$ 7.823.560,00.

d) US$ 1.625.994,00

e) US$ 1.357.780,00.

41.

Se x y e z são números reais positivos tais que $xyz(x+y+z)=1$, o menor valor da expressão $(x+y)(y+z)$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) 2

42.

Se $a, b\ e\ c$ são reais positivos cuja soma é 1, determine o valor mínimo de

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$

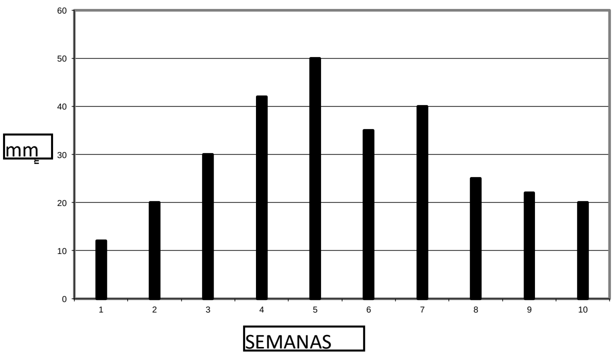
a) 9
b) 3
c) 1
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{9}$

43.

(IBGE 1988) Para votar, cinco eleitores demoraram, respectivamente, 3 min 38 seg, 3 min 18 seg, 2 min 46 seg, 2 min 57 seg e 3 min 26 seg. A média do tempo de votação desses eleitores foi:
a) 3 min
b) 2 min 58 seg
c) 3 min 13 seg
d) 3 min 17 seg
e) 3 min 05 seg

44.

(CEFET 1984) No gráfico, a chuva em milímetros está marcada para 10 semanas. A média da chuva semanal durante o período é, aproximadamente:



a) 30 milímetros
b) 20 milímetros
c) 10 milímetros
d) 40 milímetros
e) 50 milímetros

45.

(CEFET 1995) Uma micro empresa produziu 10.000 unidades de um certo produto, vendendo-o da seguinte forma:

- as primeiras 3.000 unidades, ao preço unitário de R$ 20,00;
- as 5.000 unidades seguintes, ao preço unitário de R$ 25,00;
- as últimas 2.000 unidades, ao preço unitário de R$ 32,00.

Qual foi o preço médio unitário?

a) R$24,60
b) R$ 24,90
c) R$ 32,00
d) R$ 32,90
e) R$ 33,50

46.

(EEAr 2004) A média de um conjunto de quatro valores é $4{,}25$. Se aumentarmos de 5 unidades o menor desses valores, e diminuirmos de 3 unidades o maior deles, a nova média será

a) 4,75
b) 5,25
c) 5
d) 5,5

47.

(EEAr 2006) A tabela mostra as idades dos alunos matriculados no Centro de Educação Infantil “X”, em 2005.

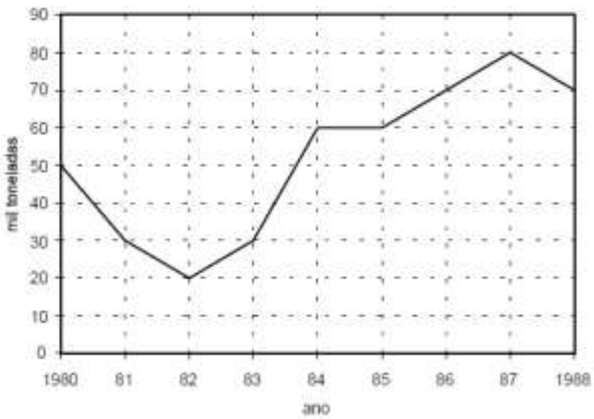
Idade (anos)	Número de alunos
2	3
3	3
4	5
5	14
6	25
Total	50

A média das idades dos alunos dessa escola, em anos, é, aproximadamente:

a) 4,1
b) 4,5
c) 5,1
d) 5,6

48.

(EEAr 2010) O gráfico representa a produção de arroz, em milhares de toneladas, em certo país, no período 1980-1988.



Pelo gráfico, pode-se concluir que, no período 1980-1988, nesse país, a produção média anual de arroz, em mil toneladas, é, aproximadamente,

a) 64.
b) 60.
c) 58.
d) 52.

49.

(EEAr 2011) Um teste de Matemática foi aplicado em duas turmas distintas de uma escola, a primeira com 40 alunos e a segunda com 20. As médias aritméticas das notas da primeira e da segunda turma forma, respectivamente, $6{,}0$ e $7{,}0$. Assim, a média aritmética das notas dos 60 alunos foi aproximadamente

a) 6,1
b) 6,3
c) 7,2
d) 7,5

50.

(CMRJ 2011) A soma de dez números naturais é igual a 143. Dentre esses números, existem exatamente quatro números primos distintos. Se retirarmos três números primos da soma, a média aritmética simples entre os números restantes será igual a 19. Dentre os números retirados, podemos afirmar que o menor vale

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 7

51.

(EPCAR 1988) Assinale o número correspondente à média proporcional entre 0,04 e 0,25
a) 0,1
b) 0,2
c) 0,3
d) 0,4
e) 0,5

52.

(EPCAR 1989) A média aritmética de um conjunto de 11 elementos é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes, em relação à primeira média, fica:
a) diminuída de 4
b) aumentada de 4
c) diminuída de 8
d) diminuída de 3,7
e) aumentada de 3,7

53.

(EPCAR 2001) Uma escola tem 18 professores. Um deles se aposenta e é substituído por um professor de 22 anos. Com isso, a média das idades dos professores diminui de 2 anos. A idade, em anos, do professor que se aposentou é
a) 52
b) 54
c) 56
d) 58

54.

(EPCAR 2004) A média aritmética de notas no 1º bimestre em matemática dos 100 alunos do CPCAR 2002 foi de 72,5. Retirando-se a nota de um desses alunos, encontrou-se a nova média aritmética 72,3. Sabendo que as notas variam entre 1 e 100 e que as cem notas obtidas não são todas iguais, pode-se afirmar que a nota retirada está no intervalo
a) [75, 80]
b) [85, 90[
c) [90, 95[
d) [95, 100]

55.

(UNICAMP 1997) A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é de 40 anos. Se a média aritmética das idades das mulheres é de 35 anos e a dos homens é de 50 anos, qual o número de pessoas de cada sexo, no grupo?

56.

(UNICAMP 1991) Numa escola é adotado o seguinte critério: a nota da primeira prova é multiplicada por 1, a nota da segunda prova é multiplicada por 2 e a da última prova é multiplicada por 3. Os resultados, após somados, são divididos por 6. Se a média obtida por este critério for maior ou igual a 6,5 o aluno é dispensado das atividades de recuperação. Suponha que um aluno tenha tirado 6,3 na primeira prova e 4,5 na segunda. Quanto precisará tirar na terceira para ser dispensado na recuperação?

57.

(UNICAMP 1998) O quadro abaixo representa as notas obtidas em uma questão pelos 32.000 candidatos presentes à primeira fase de uma prova de vestibular. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses candidatos tiveram nota 2 nessa questão

0	10%
1	20%
2	32%
3	16%
4	12%
5	10%

Pergunta-se:
a) Quantos candidatos tiveram nota 3?
b) É possível afirmar que a nota média, nessa questão, foi menor ou igual a 2? Justifique sua resposta.

58.

Dos primeiros 1993 inteiros positivos alguns inteiros são excluídos. A média aritmética dos inteiros excluídos é igual a média aritmética dos inteiros remanescentes. A soma dos números excluídos deve ser um múltiplo de
a) 2
b) 5
c) 1001
d) 997
e) 1993

59.

Para cada inteiro positivo n, a média dos n primeiros termos de uma sequência é n. Qual é o 2008° termo dessa sequência?
a) 2008
b) 4015
c) 4016
d) 4030056
e) 4032064

60.

De todos os empregados de uma empresa de navegação, 31% optaram por um plano de assistência odontológica. A firma tem a matriz na capital e somente duas filiais, uma em Macaé e a outra em Piraí. Sabe-se que 50% dos empregados trabalham na matriz, 20% dos empregados trabalham na filial Macaé, 30% dos empregados da capital optaram pelo plano de assistência odontológica e que 35% dos empregados da filial de Macaé também fizeram tal opção. Qual é, então, a porcentagem dos empregados da filial de Piraí que optaram pelo plano?
a) 40%
b) 35%
c) 30%
d) 25%
e) 15%

61.

(AFA 2013) As seis questões de uma prova eram tais, que as quatro primeiras valiam $1{,}5$ ponto cada, e as duas últimas valiam 2 pontos cada.
Cada questão, ao ser corrigida, era considerada certa ou errada. No caso de certa era atribuída a ela o total de pontos que valia e, no caso de errada, a nota 0 (zero).
Ao final da correção de todas as provas, foi divulgada a seguinte tabela:

Nº DA QUESTÃO	PERCENTUAL DE ACERTOS
1	40%
2	50%
3	10%
4	70%
5	5%
6	60%

A média aritmética das notas de todos os que realizaram tal prova é
a) $3{,}7$
b) $3{,}85$
c) 4
d) $4{,}15$

62. (DESAFIO)

O valor mínimo de $(1+a_1)(1+a_2)\ldots(1+a_{2011})$, dado que $a_1a_2\ldots a_{2011}=1$, onde $a_1,a_2,\ldots,a_{2011}$ são reais positivos é:

a) 2^{2008}
b) 2^{2009}
c) 2^{2009}
d) 2^{2010}
e) 2^{2011}

---

63. (DESAFIO)

Se $a_1,a_2,\ldots,a_{2011}$ são reais positivos, determine o valor mínimo de $E=\frac{a_1}{a_2}+\frac{a_2}{a_3}+\ldots+\frac{a_{2011}}{a_1}$.

a) 1
b) 1005
c) 1006
d) 2011
e) 4022

---

64. (DESAFIO)

O menor termo da sequência $\sqrt{\frac{7}{6}}+\sqrt{\frac{96}{7}},\sqrt{\frac{8}{6}}+\sqrt{\frac{96}{8}},\sqrt{\frac{9}{6}}+\sqrt{\frac{96}{9}},\ldots,\sqrt{\frac{95}{6}}+\sqrt{\frac{96}{95}}$ é

a) $\sqrt{\frac{7}{6}}+\sqrt{\frac{96}{7}}$
b) $\sqrt{\frac{95}{6}}+\sqrt{\frac{96}{95}}$
c) $\sqrt{\frac{50}{6}}+\sqrt{\frac{96}{50}}$
d) $\sqrt{\frac{51}{6}}+\sqrt{\frac{96}{51}}$
e) $\sqrt{\frac{24}{6}}+\sqrt{\frac{96}{24}}$

---

65. (DESAFIO)

(OBM F1 2007) No triângulo ABC, AD é a altura relativa ao lado BC. Se $AB=DC=1$, assinale a alternativa que corresponde à área máxima do triângulo ABC.

a) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{1}{2}$

---

66. (DESAFIO)

(EN 2006) Um recipiente cilíndrico que deve ter $1m^3$ de volume vai ser construído nas oficinas do Arsenal de Marinha, para atender a um dos navios da MB. Na lateral e na tampa, será utilizado um material cujo preço é de R\$1.000,00 por m^2 e, no fundo, um material cujo preço é de R\$2.000,00 por m^2. Que dimensões deve ter um recipiente, para que a MB tenha a menor despesa possível?

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}m$ e $\frac{1}{3\pi^2}m$
b) $\frac{1}{3\sqrt[3]{\pi}}m$ e $\frac{1}{9\pi\sqrt[3]{\pi^2}}m$
c) $\frac{1}{\pi\sqrt[3]{3}}m$ e $\frac{1}{\sqrt[3]{9\pi^2}}m$
d) $\frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}m$ e $\sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}m$
e) $\frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}m$ e $\frac{1}{\pi\sqrt[3]{9\pi^2}}m$

---

67. (DESAFIO)

(IME 2002)

(a) Sejam x, y e z números reais positivos. Prove que: $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{x \cdot y \cdot z}$. Em que condições se verifica a igualdade?

(b) Considere um paralelepípedo de lados a, b e c, e área total S_0. Determine o volume máximo desse paralelepípedo em função de S_0. Qual a relação entre a, b e c para que o volume seja máximo? Demonstre seu resultado.

---

68. (DESAFIO)

Encontre o valor mínimo de $\frac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^6-\left(x^6+\frac{1}{x^6}\right)-2}{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)}$ para $x>0$.

a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{1}{3}$
c) 1
d) 2
e) 6

69. (CN 1977) A soma da média aritmética com a média geométrica das raízes da equação: $ax^2 - 8x + a^3 = 0$, onde a é um número real positivo, dá:

a) $\frac{4 - a^2}{a}$

b) $\frac{-4 + a^2}{a}$

c) $\frac{8 + a^2}{a}$

d) $\frac{4 + a^2}{a}$

e) 5

70. (CN 1978) Se na equação $ax^2 + bx + c = 0$, a média harmônica das raízes é igual ao dobro da média aritmética destas raízes, podemos afirmar que:

a) $2b^2 = ac$

b) $b^2 = ac$

c) $b^2 = 2ac$

d) $b^2 = 4ac$

e) $b^2 = 8ac$

71. (CN 1981) Se h, g e a são, respectivamente, as médias: harmônica, geométrica e aritmética entre dois números, então:

a) $ah = 2g$

b) $ah = g$

c) $ah = 2g^2$

d) $ah = g^2$

e) $ah = 2\sqrt{g}$

72. (CN 1984) Associando-se os conceitos da coluna da esquerda com as fórmulas da coluna da direita, sendo a e b números inteiros positivos quaisquer, tem-se:

I – média harmônica dos números a e b	a) $\sqrt{a \cdot b}$
II – média ponderada dos números a e b	b) $\frac{a}{b}$
III – média proporcional entre os números a e b	c) $\frac{a \cdot b}{2}$

IV – o produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum de a e b

V – a média aritmética simples entre a e b

d) $\frac{2ab}{a+b}$

e) $a \cdot b$

a) (I; b); (II; c); (IV; e)
b) (II; c); (III; a); (IV; e)
c) (I; d); (II; c); (V; c)
d) (III; a); (IV; e); (V; b)
e) (I; d); (III; a); (IV; e)

---

73. (CN 1985) Sabendo-se que a média aritmética e a harmônica entre dois números naturais valem, respectivamente, 10 e $\frac{32}{5}$, pode-se dizer que a média geométrica entre esses números será igual a:

a) 3,6
b) 6
c) 6,4
d) 8
e) 9

---

74. (CN 1990) No Colégio Naval, a turma do 1^{o} Ano é distribuída em 5 salas. Num teste de Álgebra, as médias aritméticas das notas dos alunos, por sala, foram, respectivamente: $5{,}5$; $5{,}2$; $6{,}3$; $7{,}1$ e $5{,}9$. A média aritmética das notas da turma é:

(A) $5{,}9$
(B) $6{,}0$
(C) $6{,}15$
(D) $6{,}5$
(E) impossível calcular

---

75. (CN 1995) Sejam $M = \frac{x \cdot y}{x + y}$, onde x e y são reais positivos, logo M é:

(A) o quociente entre a média geométrica e a média aritmética de x e y.
(B) a metade do quociente entra média geométrica e a média aritmética de x e y.
(C) a média aritmética dos inversos de x e y.
(D) a média harmônica de x e y.
(E) a metade da média harmônica de x e y.

---

76. (CN 2001) Um aluno calculou a média aritmética entre os cem primeiros números inteiros positivos, encontrando $50\frac{1}{2}$. Retirando um desses números encontrou como nova média aritmética $50\frac{27}{99}$. O número retirado está entre:

Dado: A média aritmética de n números é igual à soma desses n números dividida por n.

(A) 30 e 40

(B) 40 e 50

(C) 50 e 60

(D) 60 e 70

(E) 70 e 80

---

77. (CN 2002) Se os números x, y e z são respectivamente, iguais às médias aritmética, geométrica e harmônica de dois números reais positivos, então:

(A) $xz = 1$

(B) $xz = y$

(C) $xz = y^2$

(D) $y^2 + z^2 = x^2$

(E) $(y+z)^2 = x^2$

---

78. (CN 2005) Um professor de matemática apresentou uma equação do 2° grau completa, com duas raízes reais positivas, e mandou calcular as médias: aritmética, geométrica, e harmônica entre essas raízes, sem determiná-las. Nessas condições:

(A) somente foi possível calcular a média aritmética.

(B) somente foi possível calcular as médias aritmética e geométrica.

(C) somente foi possível calcular as médias aritmética e harmônica.

(D) foi possível calcular as três médias pedidas.

(E) não foi possível calcular as três médias pedidas.

---

79. (CN 2007) Com a finalidade de se pesquisar a renda média em reais M da sua população, uma determinada região S foi dividida em quatro setores: X, Y, Z e W, com, respectivamente, 2550, 3500, 3750 e 4200 pessoas. Observou-se, então, que a renda média em reais de X é de $800{,}00$, a de Y é de $650{,}00$, a de Z é de $500{,}00$ e a de W é de $450{,}00$. Logo:

(A) $605{,}00 < M < 615{,}00$.

(B) $595{,}00 < M < 605{,}00$.

(C) $585{,}00 < M < 595{,}00$.

(D) $575{,}00 < M < 585{,}00$.

(E) $565{,}00 < M < 575{,}00$.

---

80. (CN 2011) Sejam p e q números reais positivos tais que $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{\sqrt{2010}}$. Qual o valor mínimo do produto pq?

(A) 8040
(B) 4020
(C) 2010
(D) 1005
(E) 105

---

81. Se x, y e z são números reais positivos tais que $xyz(x+y+z)=1$, o menor valor da expressão $(x+y)(y+z)$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{4}{3}$
d) $\frac{3}{2}$
e) 2

---

82. Se a, b e c são reais positivos cuja soma é 1, determine o valor mínimo de $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

a) 9
b) 3
c) 1
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{9}$

---

83. (EEAr 2004) A média de um conjunto de quatro valores é $4{,}25$. Se aumentarmos de 5 unidades o menor desses valores, e diminuirmos de 3 unidades o maior deles, a nova média será

a) 4,75
b) 5,25
c) 5
d) 5,5

---

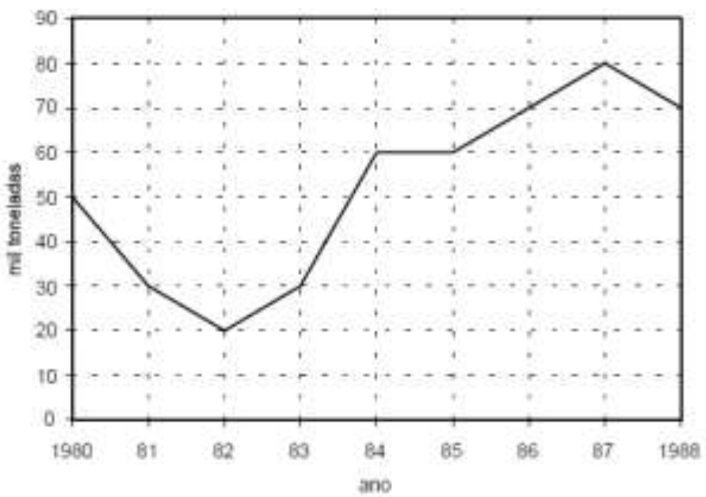
84. (EEAr 2006) A tabela mostra as idades dos alunos matriculados no Centro de Educação Infantil "X", em 2005.

Idade (anos)	Número de alunos
2	3
3	3
4	5
5	14
6	25
Total	50

A média das idades dos alunos dessa escola, em anos, é, aproximadamente:
a) 4,1
b) 4,5
c) 5,1
d) 5,6

---

85. (EEAr 2010) O gráfico representa a produção de arroz, em milhares de toneladas, em certo país, no período 1980-1988.



Pelo gráfico, pode-se concluir que, no período 1980-1988, nesse país, a produção média anual de arroz, em mil toneladas, é, aproximadamente,
a) 64.
b) 60.
c) 58.
d) 52.

---

86. (EEAr 2011) Um teste de Matemática foi aplicado em duas turmas distintas de uma escola, a primeira com 40 alunos e a segunda com 20. As médias aritméticas das notas da primeira e da

segunda turma forma, respectivamente, $6,0$ e $7,0$. Assim, a média aritmética das notas dos 60 alunos foi aproximadamente

a) 6,1
b) 6,3
c) 7,2
d) 7,5

---

87. (CMRJ 2011) A soma de dez números naturais é igual a 143. Dentre esses números, existem exatamente quatro números primos distintos. Se retirarmos três números primos da soma, a média aritmética simples entre os números restantes será igual a 19. Dentre os números retirados, podemos afirmar que o menor vale

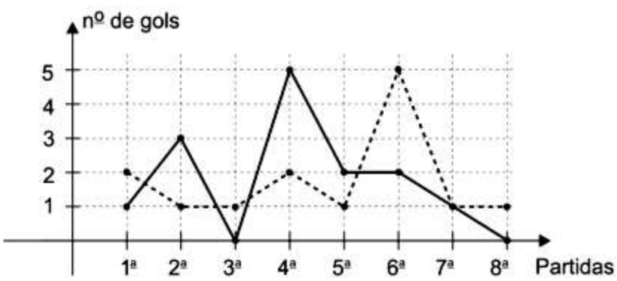
a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 7

---

5 – Lista de Questões - EPCAR

1. (EPCAr 2006)

No gráfico abaixo, os pontos que estão destacados sobre as linhas contínuas representam os gols marcados e os pontos que estão destacados sobre as linhas tracejadas representam os gols sofridos por uma equipe de futebol nas 8 primeiras partidas de um determinado campeonato.



Considerando que, neste campeonato, as equipes ganham 2 pontos para cada vitória, 1 ponto por empate e zero ponto em caso de derrota, até a oitava partida a equipe terá acumulado:

a) 5 pontos

b) 6 pontos

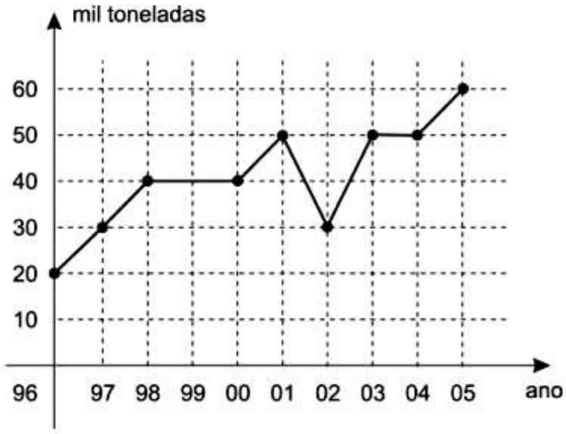
c) 7 pontos

d) 8 pontos

---

2. (EPCAr 2007)

O gráfico abaixo representa, em milhares de toneladas, a produção de grãos no Brasil entre os anos de 1996 a 2005.



Analisando o gráfico, observa-se que a produção:

a) foi crescente entre 1997 e 2000.

b) teve média de 40 toneladas ao ano.

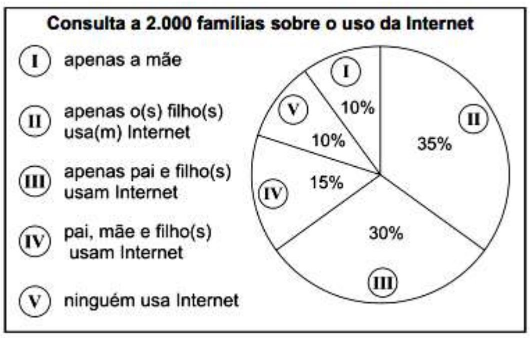
c) a partir de 2001 foi decrescente.

d) em 2001 teve acréscimo de 25% em relação ao ano anterior.

---

3. (EPCAr 2008)

O gráfico abaixo representa o resultado de uma pesquisa realizada com 2.000 famílias diferentes constituídas de pai, mãe e filho(s) a respeito do uso da Internet em suas respectivas residências.



Com base nos dados acima, é possível afirmar que o número de famílias em que:

a) os filhos usam Internet é menor que 700.

b) mãe e filho(s) usam Internet nunca é menor que 300.

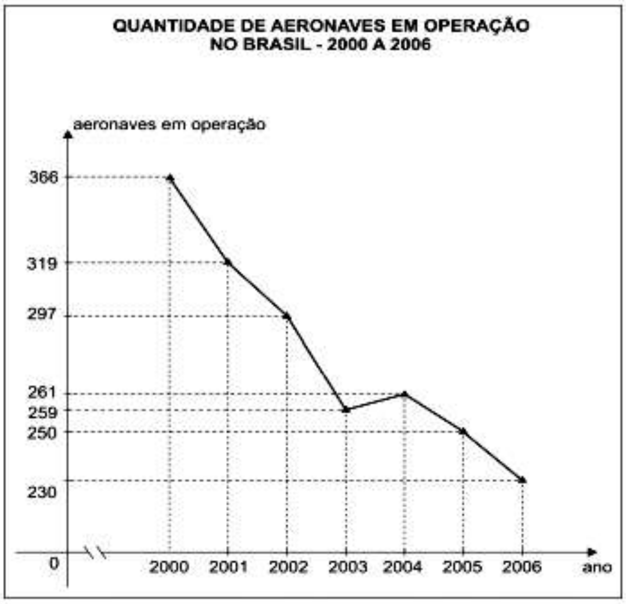
c) pai usa Internet é, no máximo, 600.

d) pai mãe e filho(s) usam Internet é a metade do número de famílias em que apenas filho(s) usa(m) Internet.

---

4. (EPCAr 2008)

"A aviação comercial cresceu 20% no Brasil desde o ano 2000. (...) Para suprir a demanda, as empresas aéreas passaram a operar no limite de sua capacidade. A política reduziu o conforto dos passageiros e se tornou uma das causas dos atrasos nos aeroportos." (Fonte: revista Veja – 14/03/2007)



Analisando o gráfico acima, pode-se afirmar que:

a) o número de aeronaves em operação sempre diminuiu de um ano para o outro.

b) do ano de 2000 ao ano de 2001 houve uma queda de menos de 12,8% de aeronaves em operação.

c) do ano de 2000 ao ano de 2004, o número de aeronaves que não parou de operar foi de mais de 70%, em relação ao ano de 2000.

d) do ano de 2000 ao ano de 2006 o número total de aeronaves reduziu-se em 138 aeronaves.

---

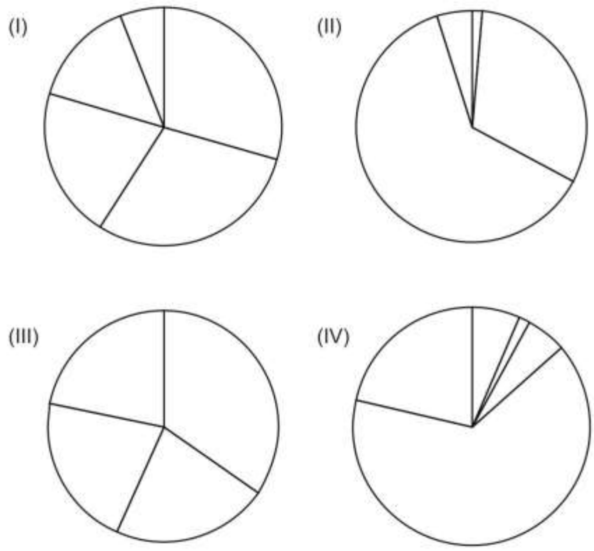
5. (EPCAr 2009)

A partir de dados extraídos do livro 1808, a respeito da população encontrada em terras brasileiras, detalhados pelo estudioso Luccock, quando da chegada da Família Real Portuguesa ao Rio de Janeiro, obtém-se a tabela a seguir:

	Classe
1600 estrangeiros	C
1000 pessoas relacionadas com a corte de D. João	A
1000 funcionários públicos	A
1000 que residiam na cidade tiravam seu sustento das terras vizinhas ou dos navios	C
700 padres	A
500 advogados	A
200 profissionais que praticavam a medicina	A
40 negociantes regulares	B
2000 retalhistas	B
4000 caixeiros, aprendizes e criados de lojas	B
1250 mecânicos	D
100 taberneiros, "vulgarmente chamados de vendeiros"	B
300 pescadores	D
1000 soldados de linha	C
1000 marinheiros do porto	C
1000 negros forros (libertos)	D
12000 escravos	D
4000 mulheres chefe de família	D

A população se completava com cerca de 29000 crianças, quase a metade do total.
(GOMES, Laurentino. 1808. SP/RJ: Planeta, 2007. Adaptado)

Excluindo-se as crianças, cada gráfico abaixo representa a população de uma das classes A, B, C ou D.



Relacione a população de cada classe A, B, C ou D aos gráficos e, a seguir, marque a alternativa que apresenta essa relação.

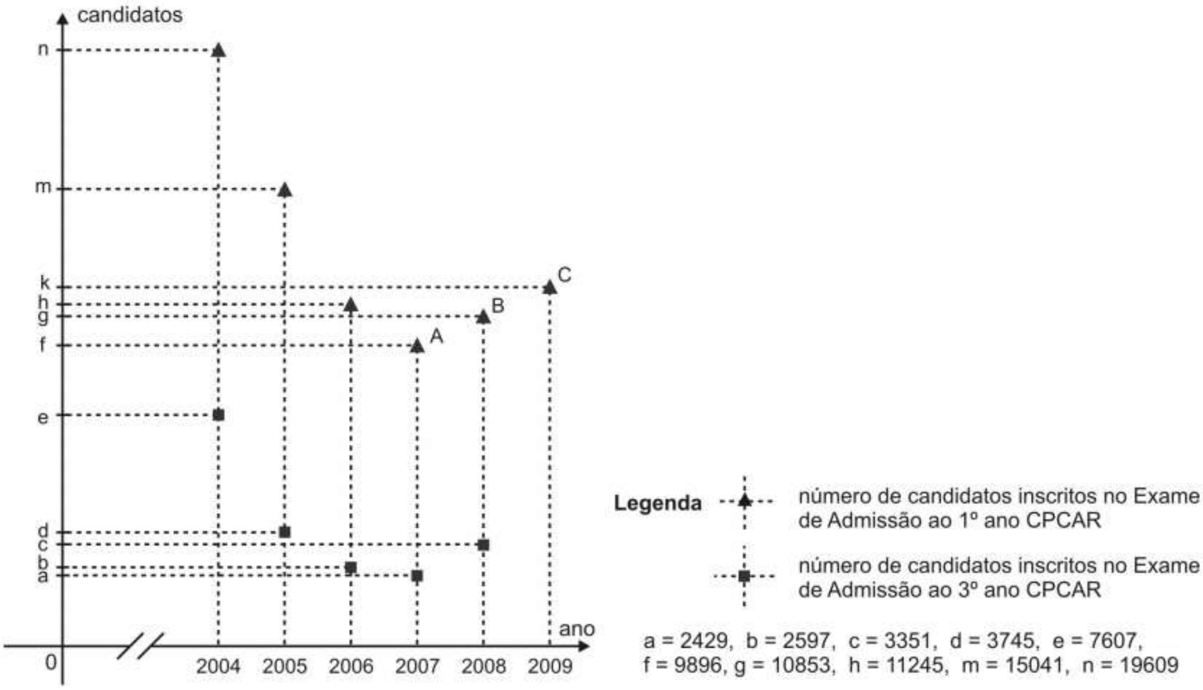
a) A – (IV), B – (III), C- (II), D – (I)

b) A – (I), B – (II), C- (III), D – (IV)

c) A – (I), B – (IV), C- (III), D – (II)

d) A – (III), B – (IV), C- (I), D – (II)

6. (EPCAr 2009)
Os dados do gráfico abaixo indicam o número de candidatos inscritos para as provas do Exame de Admissão ao 1º e 3º anos do CPCAR, no período de 2004 até o ano de 2008, e também a projeção efetuada pela Seção de Concursos da EPCAR para 2009.



Se forem comparados o número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 1º ano do CPCAR com o número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 3º ano CPCAR, é correto afirmar que:

a) no ano de 2004, a diferença entre tais valores é menor que g.

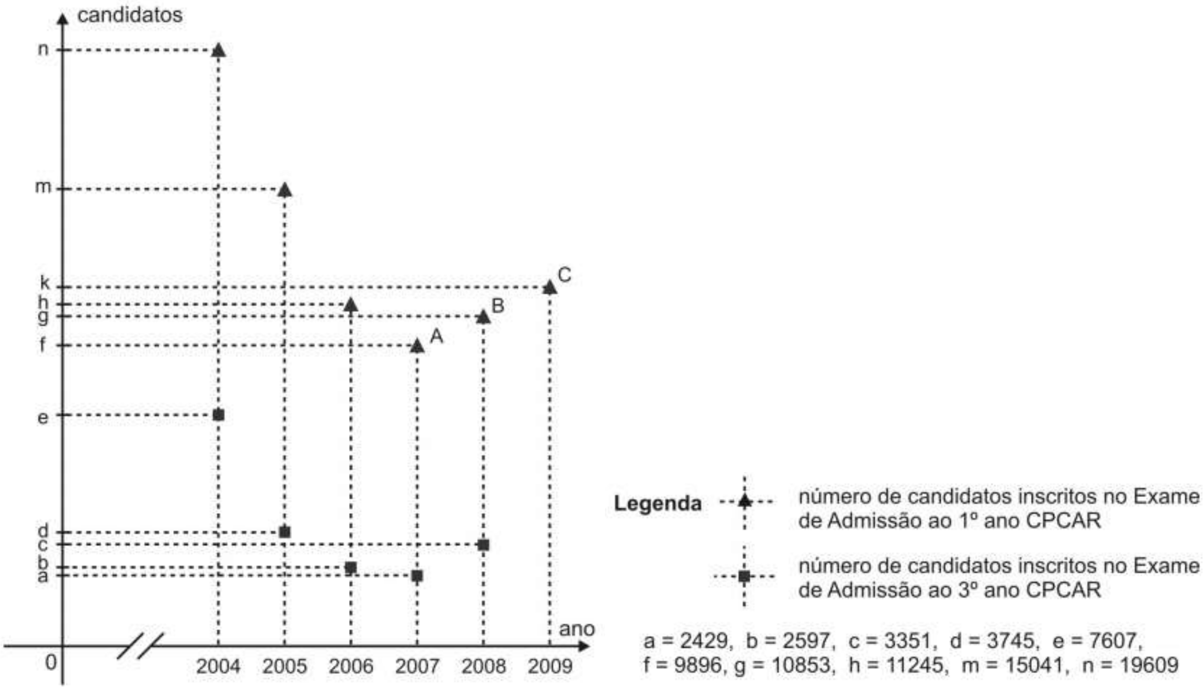
b) d é aproximadamente 30% de m.

c) a razão entre f e a é maior que 4.

d) h supera b num número cujo produto do algarismo das dezenas pelo algarismo das unidades é menor que 30.

---

7. (EPCAr 2009)
Os dados do gráfico abaixo indicam o número de candidatos inscritos para as provas do Exame de Admissão ao 1º e 3º anos do CPCAR, no período de 2004 até o ano de 2008, e também a projeção efetuada pela Seção de Concursos da EPCAR para 2009.



Considerando-se que os pontos A, B e C estão alinhados e que houve um aumento do número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 1º ano CPCAR 2009, é correto afirmar que k é tal que a soma de todos os seus algarismos é um número divisor de:

a) 91

b) 55

c) 27

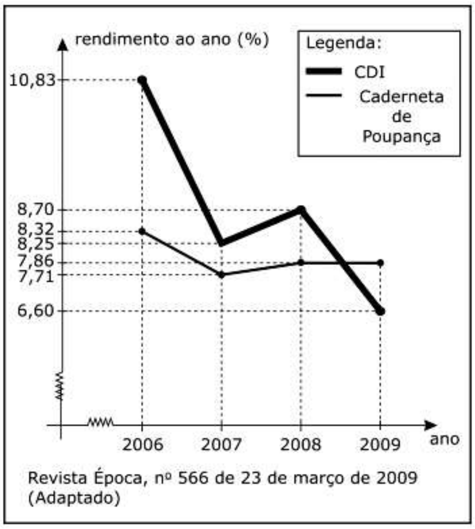
d) 16

---

8. (EPCAr 2010)

A revista Época publicou uma reportagem em março de 2009 sobre as possíveis mudanças na Caderneta de Poupança no Brasil. "...Antigo patinho feio das aplicações financeiras, a boa e velha Caderneta de Poupança voltou a despertar os olhares dos investidores ávidos por fazer o dinheiro render sem correr riscos,"

O gráfico abaixo mostra o rendimento de dois fundos de aplicação, CDI e Caderneta de Poupança, no período entre 1º de janeiro a 31 de dezembro de cada ano.



Analise o gráfico e classifique as proposições que seguem em (V) verdadeiras ou (F) falsas:

( ) Durante o ano de 2008, a Caderneta de Poupança teve rendimento percentual constante.

( ) A aplicação no CDI foi sempre mais vantajosa em qualquer período entre janeiro de 2006 e dezembro de 2008.

( ) No primeiro semestre de 2008, houve um momento em que era indiferente aplicar no CDI ou na Caderneta de Poupança.

Tem-se a sequência correta em:

a) V – V – F

b) V – F – F

c) V – F – F

d) F – V – F

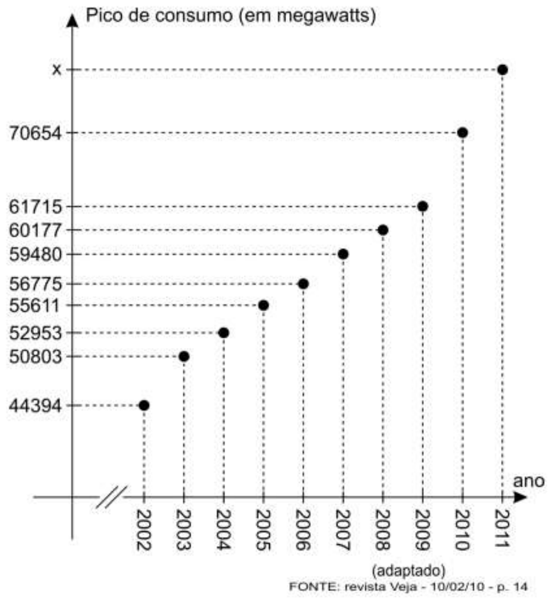
---

9. (EPCAr 2011)
"Demanda Crescente

O consumo de energia elétrica no Brasil nunca foi tão alto. Na quinta-feira passada, atingiu seu recorde histórico. O valor é muito superior ao registrado em anos anteriores"

(revista Veja – 10/02/10 – p. 71)

O gráfico abaixo indica o pico de consumo de energia (em megawatts) na primeira quinta-feira de fevereiro dos anos de 2002 a 2010.



Analisando-se o gráfico acima e supondo-se que em 2011, na primeira quinta-feira do mês de fevereiro, haverá um crescimento do pico de consumo de energia, proporcional ao crescimento ocorrido na primeira quinta-feira do mês de fevereiro do ano de 2009 ao ano de 2010, é correto afirmar que x é um número compreendido entre:

a) 76000 e 77000

b) 77000 e 78000

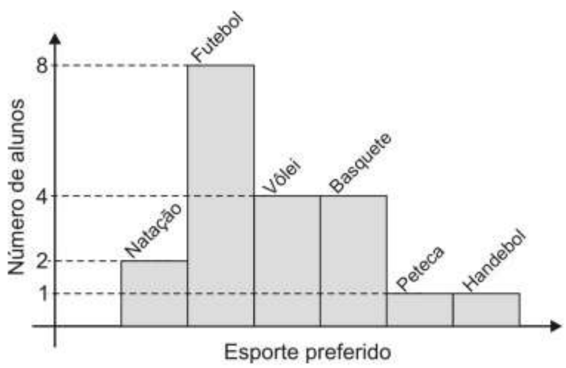
c) 78000 e 79000

d) 79000 e 80000

---

10. (EPCAr 2016)

Numa turma de x alunos, $\frac{2}{3}$ são atletas e suas preferências por modalidades esportivas estão expressas no gráfico abaixo.



Considerando que nenhum desses alunos pratica mais de um esporte, analise as afirmativas abaixo, classificando-as em V (verdadeira) ou F (falsa).

( ) Metade dos atletas gosta de vôlei ou de basquete.

( ) 40% dos atletas preferem futebol.

(   ) O número de alunos desta turma é menor que 25.

Tem-se a sequência correta em:

a) F – F – F

b) V – V – V

c) F – V – F

d) V – F – V

(EPCAr 2014) 31 – A tabela e os gráficos abaixo são referentes aos candidatos do Concurso CPCAR 2012.

Distribuição por região do Brasil

	Realizaram concurso		Aprovados no concurso	
	Nº de candidatos	%	Nº de candidatos	%
Norte	477	5,4	33	4,2
Nordeste	710	8,0	59	7,2
Centro-oeste	554	6,3	39	4,8
Sudeste	6605	74,8	659	80
Sul	482	5,5	31	3,8
Total	8828	100	821	100

Analisando as informações acima, afirma-se sobre o Concurso CPCAR 2012:

I. Os candidatos da região Sudeste, além do maior número na realização do concurso, também tiveram maior percentual entre os aprovados.

II. Dentre os aprovados que vieram de Escola Pública Estadual, é possível não haver nenhum da Região Sudeste.

III. Dentre os aprovados que não foram motivados pelo ensino oferecido, é possível que só haja candidatos vindos da Região Sudeste.

Julgue cada afirmativa em (V) verdadeira ou (F) falsa e marque a alternativa que contém a sequência correta.

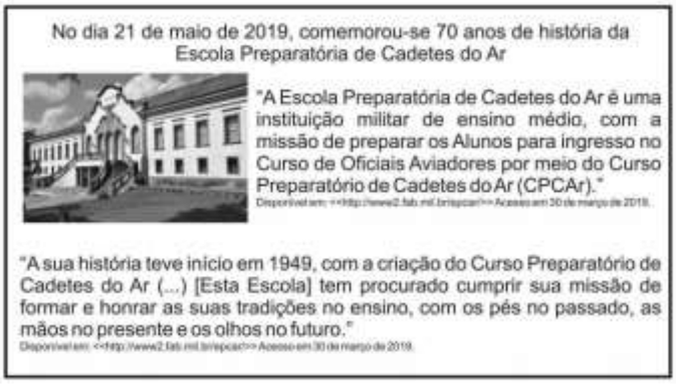
a) V-V-V

b) V-F-F

c) F-F-V

d) V-F-V

(EPCAr 2020) 17 – Depois das comemorações dos 70 anos da EPCAR, foi feita uma pesquisa de opinião com os seus alunos sobre as atividades que ocorreram durante as comemorações.


No dia 21 de maio de 2019, comemorou-se 70 anos de história da Escola Preparatória de Cadetes do Ar

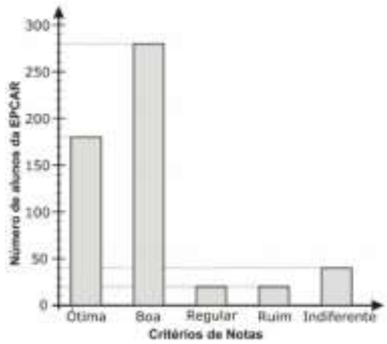
"A Escola Preparatória de Cadetes do Ar é uma instituição militar de ensino médio, com a missão de preparar os Alunos para ingresso no Curso de Oficiais Aviadores por meio do Curso Preparatório de Cadetes do Ar (CPCAr)."
Disponível em: <<http://www2.fab.mil.br/epcar/>> Acesso em 30 de março de 2019.

"A sua história teve início em 1949, com a criação do Curso Preparatório de Cadetes do Ar (...) [Esta Escola] tem procurado cumprir sua missão de formar e honrar as suas tradições no ensino, com os pés no passado, as mãos no presente e os olhos no futuro."
Disponível em: <<http://www2.fab.mil.br/epcar/>> Acesso em 30 de março de 2019.

Essas atividades foram avaliadas conforme critérios estabelecidos no seguinte quadro:

Nota	Critérios de Notas
5	ÓTIMA
4	BOA
3	REGULAR
2	RUIM
1	INDIFERENTE

Os resultados obtidos estão registrados no gráfico abaixo:



Se, nessa pesquisa, cada aluno opinou apenas uma vez, então, é INCORRETO afirmar que:

a) o número que representa a quantidade de alunos que participou dessa pesquisa possui mais de 20 divisores naturais.

b) a nota média atribuída pelos alunos foi BOA.

c) exatamente 30% dos alunos considerou a programação ÓTIMA.

d) mais de 10% dos alunos opinaram com INDIFERENTE ou REGULAR em relação à programação.

(EPCAr 2012) 09 – Um líquido L_1 de densidade 800 g/ℓ será misturado a um líquido L_2 de densidade 900 g/ℓ.

Tal mistura será homogênea e terá a proporção de 3 partes de L_1 para cada 5 partes de L_2.

A densidade da mistura final, em g/ℓ, será:

a) 861,5

b) 862

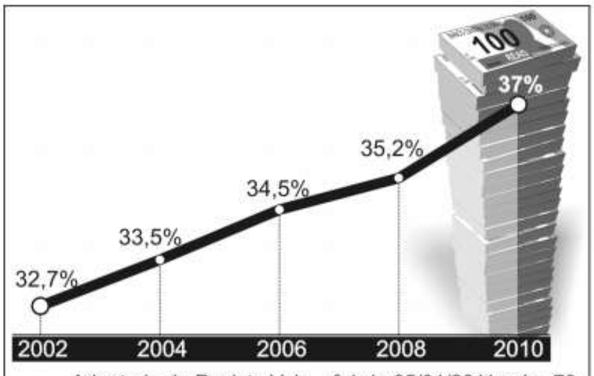
c) 862,5

d) 863

(EPCAr 2012) 18 – De 2002 a 2010 “a carga tributária saltou de 32,7% para 37% (...) O brasileiro médio tem de trabalhar 148 dias por ano para pagar seus impostos.”

(Fonte: Revista Veja de 05/01/2011, pág. 78)

O gráfico abaixo representa o volume de tributos (em percentual) cobrados pelo governo de 2002 a 2010.



Adaptado da Revista Veja, nº 1 de 05/01/2011, pág. 79

Com base nas informações do gráfico, marque a alternativa FALSA.

a) O crescimento do volume de tributos do ano de 2002 ao ano de 2004 foi maior que o do ano de 2006 ao ano de 2008.

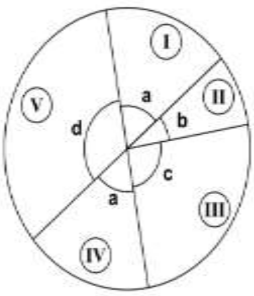
b) Se o volume de tributos do ano de 2010 é x% maior que o volume de tributos do ano de 2002, então $x > 12$.

c) O volume de tributos do ano de 2004 é maior que 0,9 do volume de tributos do ano de 2010.

d) Supondo que do ano de 2008 ao ano de 2011 o aumento anual do volume de tributos seja constante e que o volume de tributos do ano de 2011 seja p, então $p > 38\%$.

(EPCAr 2011) 44 – Para as eleições para a Presidência da República do Brasil foi feita uma pesquisa com 2400 pessoas sobre suas preferências em relação aos candidatos A, B e C.

Sabe-se que cada pessoa optou por um único candidato, ou votou em branco, ou votou nulo, e que o diagrama abaixo indica os resultados da pesquisa.



Dados:

Os ângulos a, b, c, e d são tais que:

$c = 90°$

$a + b = 90°$

$a = 2b$

Em cada região do diagrama tem-se:

(I) n° de pessoas que votou no candidato A.

(II) n° de pessoas que votou no candidato B.

(III) n° de pessoas que votou no candidato C.

(VI) n° de pessoas que votou em branco.

(V) n° de pessoas que votou nulo.

Sabe-se que a diferença entre o número de pessoas que votou nulo e o número de pessoas que votou em B é y. Então, y representa a/o:

a) quarta parte do total de entrevistados.

b) metade do total de entrevistados.

c) terça parte do total de entrevistados.

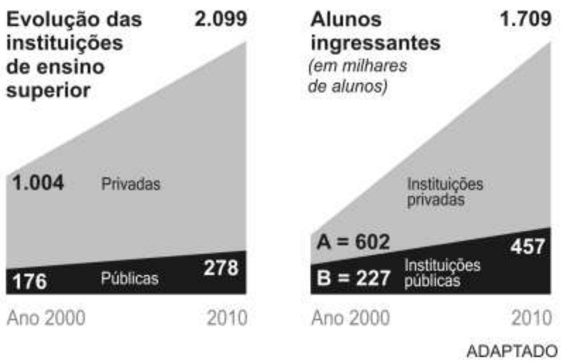
d) dobro do número de pessoas que votou em C.

(EPCAr 2013) 10 – “Ensino privatizado

– 78% dos alunos brasileiros estão matriculados em instituições de ensino superior privadas.

– Nos Estados Unidos, o percentual é de 22%.”

FONTE: ISTOÉ – 4/abril/12 – Ano 36, no 2212 – p.55



Sabendo-se que os gráficos acima se referem ao Brasil, analise as afirmativas abaixo e marque V (verdadeiro) ou F (falso).

(   ) O aumento do número de instituições de ensino superior privadas entre os anos 2000 e 2010 foi x%. O número x está compreendido entre 106 e 110.

(   ) No período de 2000 a 2010 o crescimento no número de instituições de ensino superior públicas representa mais que a décima parte do crescimento no número de instituições de ensino superior privadas.

( ) No ano de 2010, o número de alunos ingressantes no ensino superior privado representa mais de 360% do número de alunos ingressantes no superior público.

( ) $A - B$ representa mais de 65% de A.

A sequência correta é:

a) V – V – F – F

b) V – F – V – F

c) F – V – V – V

d) F – F – F – V

(EPCAr 2018) 32 – Uma consulta pública realizada pelo Instituto que organiza a aplicação do Exame Nacional do Ensino Médio, em fevereiro de 2017, visou conhecer a preferência sobre os possíveis modelos de aplicação do Exame:

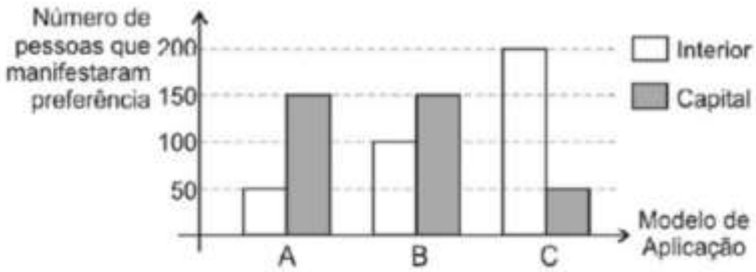
* Modelo A: Testes em apenas 1 dia

* Modelo B: Testes no sábado e no domingo

* Modelo C: Testes em dois domingos consecutivos

Suponha que tenham sido consultadas um total de x pessoas entre moradores da capital e do interior. Desse total, 40 pessoas do interior e 60 da capital não manifestaram preferência pelos Modelos A, B ou C.

O gráfico a seguir mostra os resultados dos que manifestaram sua preferência:



Baseado nestas informações, é correto afirmar que:

a) 20% das pessoas consultadas, exatamente, preferem a aplicação do Exame em um único dia.

b) o número total das pessoas consultadas no interior e na capital é o mesmo.

c) $\frac{5}{7}$ das pessoas que manifestaram preferência pelos Modelos optaram pela realização do Exame em dois dias.

d) exatamente 12% das pessoas consultadas não manifestaram opinião.

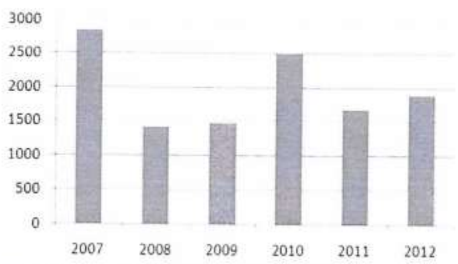
6 – Questões Comentadas

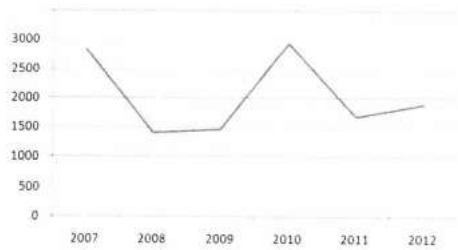
1. (CMBEL 2017)

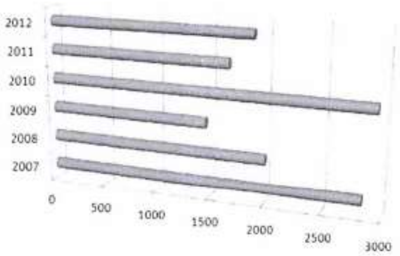
Transmitida pelo mosquito Aedes Aegypti, a dengue é uma doença viral que se espalha rapidamente pelo mundo. (...) É estimado que 50 milhões de infecções por dengue ocorram anualmente e que aproximadamente 2,5 bilhões de pessoas morem em países onde é dengue é endêmica.

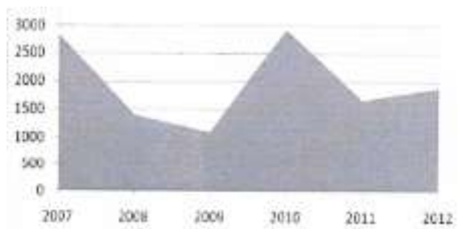
Notificações de dengue registradas nos anos de 2007-2012, em um das capitais do Brasil.						
Ano	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Quantidade de Notificações	2833	1409	1460	2938	1671	1891

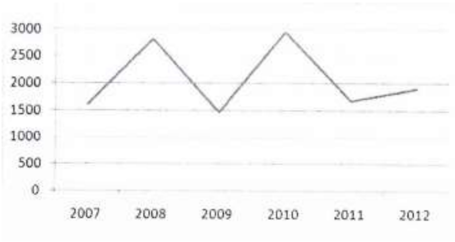
O gráfico que melhor representa os dados apresentados na tabela é o da letra:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Comentário:

Analisando as alternativas com base nos dados da tabela:

- Alternativa A está incorreta, pois a barra de 2010 não corresponde ao valor dos dados da tabela.

- Alternativa B está correta.

- Alternativa C está incorreta, pois a barra de 2008 não corresponde ao valor dos dados da tabela.

- Alternativa D está incorreta, pois o valor de 2009 não corresponde ao valor dos dados da tabela.

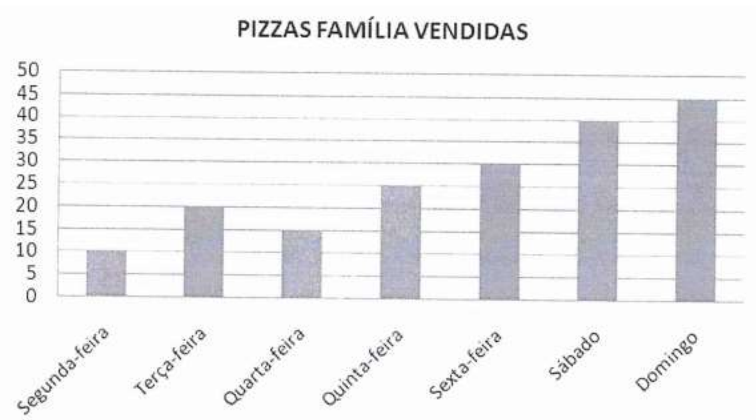
- Alternativa E está incorreta, pois os valores de 2007 e 2008 não correspondem ao valor dos dados da tabela.

Gabarito: B

---

2. (CMBEL 2017)

A pizza tamanho "família" é bastante vendido por servir bem várias pessoas. O gráfico representado abaixo mostra a quantidade de pizzas tamanho "família" vendidas na pizzaria do Seu Mário, em uma determinada semana.



De segunda a quarta-feira, a pizza "família" é vendida ao preço promocional de R$ 15,50. De quinta a domingo, o preço da pizza é de R$ 20,00. De acordo com as informações do gráfico e os valores fornecidos, a quantidade de dinheiro arrecadado por Seu Mário, com a venda de pizzas, durante a semana foi:

a) R$ 3.497,50

b) R$ 2.567,50

c) R$ 3.509,00

d) R$ 3.400,25

e) R$ 1.487,50

Comentário:

Calculando a quantidade de pizza pedido entre segunda e quarta:

$$a = 10 + 20 + 15$$

$$a = 45$$

Calculando a quantidade de pizza pedido entre quinta e domingo:

$$b = 25 + 30 + 40 + 45$$

$$b = 140$$

Com esses dois valores, já podemos calcular quando o Seu Mário arrecadou com a compra de pizzas. Dessa forma, temos que:

$$valor\ arrecadado = a\ .\ 15{,}50 + b\ .\ 20{,}00$$

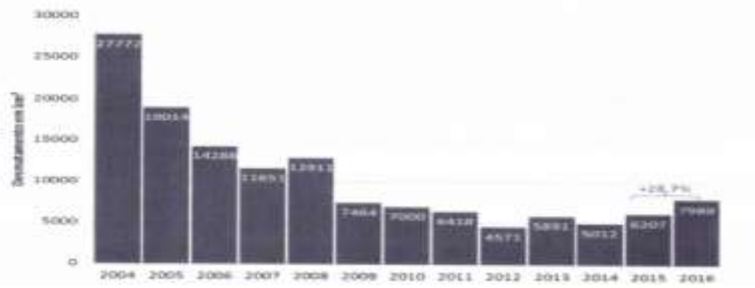
$$valor\ arrecadado = 45\ .\ 15{,}50 + 140\ .\ 20{,}00$$

$$valor\ arrecadado = 3497{,}50$$

Gabarito: A

Leia o texto e resposta às próximas duas (2) questões.

Entre agosto de 2015 e julho de 2016, a Amazônia Legal perdeu 7.989 quilômetros quadrados (km²) de floresta, a maior taxa desde 2008. Os dados são do instituto de Pesquisa Ambiental da Amazônia (IPAM) que fez um levantamento utilizando os dados oficiais divulgados pelo governo no ano de 2017.



Dinâmica de desmatamento nos últimos 13 anos no bioma amazônico.
Elaboração: IPAM: fonte dos dados: Prodes/INPE

De acordo com pesquisas realizadas geograficamente, o desmatamento aumentou nos estados do Amazonas (54%), Acre (47%) e Pará (41%); em números absolutos, os estados que mais desmataram foram Pará (3025 km²), Mato Grosso (1508 km²) e Rondônia (1394 km²), correspondendo, juntos, a 75% de todo o desmatamento registrado em 2016.

3. (CMBEL 2018)

De acordo com o gráfico, o desmatamento entre os anos de 2009 e 2011 teve um (a):

a) aumento de 1.046 km².

b) redução de 1.046 km².

c) aumento de 13.882 km².

d) redução de 13.882 km².

e) aumento de 1.036 km².

Comentário:

Do enunciado, podemos afirmar que queremos a diferença entre o desmatamento em 2011 e 2009. E com isso, temos:

$$diferença = 6418 - 7464$$

$$diferença = -1046\ km^2$$

Portanto, temos uma redução de 1.046 km².

Gabarito: B

---

4. (CMBEL 2018)

De acordo com o texto, os estados do Pará, Mato Grosso e Rondônia obtiveram juntos o maior índice de desmatamento no ano de 2016. É correto afirmar que:

a) o desmatamento dos três estados juntos foi menor que o desmatamento ocorrido no ano de 2013.

b) o desmatamento dos três estados juntos foi maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2011.

c) o desmatamento dos três estados juntos foi igual ao desmatamento ocorrido no ano de 2009.

d) o desmatamento dos três estados juntos foi maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2008.

e) o desmatamento dos três estados juntos foi maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2012.

Comentário:

Calculando a soma do desmatamento desses três estados:

$$soma = 3025 + 1508 + 1394$$

$$soma = 5927\ km^2$$

Agora, devemos analisar as alternativas:

- Alternativa A está incorreta, pois o valor somado é maior que o desmatamento ocorrido no ano de 2013.

- Alternativa B está incorreta, pois o valor somado é menor que o desmatamento ocorrido no ano de 2011.

- Alternativa C está incorreta, pois o valor somado foi menor que o desmatamento ocorrido no ano de 2009.

- Alternativa D está incorreta, pois o valor somado foi menor que o desmatamento ocorrido no ano de 2008.

- Alternativa E está correta.

Gabarito: E

Leia o texto e responda às próximas duas (2) questões.

A População brasileira está irregularmente distribuída no território, pois há regiões densamente povoadas e outras com baixa densidade demográfica. A população brasileira estabelece-se de forma concentrada na Região Sudeste, com 80.364.410 habitantes; o Nordeste abriga 53.081.950 habitantes; e o Sul acolhe cerca de 27,3 milhões. As regiões menos povoadas são: a Região Norte, com 15.864.454, e o Centro-Oeste, com pouco mais de 14 milhões de habitantes.

Nas tabelas a seguir, temos os dez estados mais populosos e os dez menos populosos do Brasil.

Estados brasileiros mais populosos			
POSIÇÃO	NOME	POPULAÇÃO	REGIÃO
1º	São Paulo	45.094.866	Sudeste
2º	Minas Gerais	21.119.536	Sudeste
3º	Rio de Janeiro	16.718.956	Sudeste
4º	Bahia	15.344.447	Nordeste
5º	Rio Grande do Sul	11.322.895	Sul
6º	Paraná	11.320.892	Sul
7º	Pernambuco	9.473.266	Nordeste
8º	Ceará	9.020.460	Nordeste
9º	Pará	8.366.628	Norte
10º	Maranhão	7.000.229	Nordeste

Tabela 1

Estados brasileiros menos populosos			
POSIÇÃO	NOME	POPULAÇÃO	REGIÃO
1º	Mato Grosso	3.344.544	Centro Oeste
2º	Piauí	3.219.257	Nordeste
3º	Distrito Federal	3.039.444	Centro Oeste
4º	Mato Grosso Sul	2.713.147	Centro Oeste
5º	Sergipe	2.288.116	Nordeste
6º	Rondônia	1.805.788	Norte
7º	Tocantins	1.550.194	Norte
8º	Acre	829.619	Norte
9º	Amapá	797.722	Norte
10º	Roraima	522.636	Norte

Tabela 2

5. (CMBEL 2018)

De acordo com os dados da tabela 1, a informação correta é:

a) A população da Região Sudeste ultrapassa a Região Sul em 40.830.435.

b) O total da população dos três últimos estados totalizam 23.382.420.

c) A diferença populacional entre São Paulo e Minas Gerais é de 23.975.330.

d) A população do estado do Pará é maior que a população do Rio de Janeiro.

e) A população do estado da Bahia ocupa a quinta posição na tabela.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A, devemos somar a população a população da região sudeste e a da região sul:

$$soma = sudeste + sul$$

$$soma = 80.364.410 + 27.300.000$$

$$soma = 107.664.410$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa B, devemos somar a população dos três últimos estados:

$$total = Roraima + Amapá + Acre$$

$$total = 522.636 + 797.722 + 829.619$$

$$total = 2.149.977$$

Com isso, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C, basta subtrairmos a população de São Paulo e de Minas Gerais:

$$diferença = 45.094.866 - 21.119.536$$

$$diferença = 23.975.330$$

Sendo assim, a alternativa está correta.

- Alternativa D, devemos analisar a tabela e ver que a população do Rio de Janeiro é maior que do Pará.

- Alternativa E, devemos analisar a tabela e observar que o estado da Bahia ocupa a quarta posição.

Gabarito: C

---

6. (CMBEL 2018)

De acordo com os dados da tabela 2, marque a informação correta:

a) Dentre os dez estados menos populosos, temos um total de 4 estados da Região Norte.

b) O total de habitantes da Região Nordeste é Maior que o da Região Centro-Oeste.

c) O estado do Piauí ocupa a 1ª posição na tabela com uma população de 3.184.165 habitantes.

d) A diferença populacional entre os estados da Região Nordeste e os estados da Região Norte é de 1.494.

e) A população da Região Centro-Oeste ultrapassa a Região Norte em 3.591.176 habitantes.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A está incorreta, pois observando a tabela dos dez estados menos populosos, temos 5 estados na Região Norte.

- Alternativa B está incorreta, pois o enunciado pede para analisarmos apenas os dados da tabela 2:

$$Nordeste = Piauí + Sergipe$$

$$Nordeste = 3.219.257 + 2.288.116$$

$$Nordeste = 5.507.373$$

$$Centro\ Oeste = Mato\ Grosso + Distrito\ Federal + Mato\ Grosso\ Sul$$

$$Centro\ Oeste = 3.344.544 + 3.039.444 + 2.713.147$$

$$Centro\ Oeste = 9.097.135$$

Com isso, o total do Centro-Oeste é maior que o do Nordeste e, portanto, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C está incorreta, pois da tabela temos que o Piauí ocupa a 2ª posição e a sua população é de 3.219.257.

- Alternativa D, devemos executar a diferença entre o número de pessoas da Região Nordeste e o da Região Norte:

$$diferença = Piauí + Sergipe - Rondônia - Tocantis - Acre - Amapá - Roraima$$

$$diferença = 3.219.257 + 2.288.116 - 1.805.788 - 1.550.194 - 829.619 - 797.722 - 522.636$$

$$diferença = 1.414$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa E, devemos calcular a diferença entre a região Centro-Oeste e a região Norte para sabermos em quanto a região Centro-Oeste ultrapassa a Região Norte:

$$ultrapassa = Mato\ Grosso + Distrito\ Federal + Mato\ Grosso\ Sul - Rondônia - Tocantins - Acre - Amapá - Roraima$$

$$ultrapassa = 3.344.544 + 3.039.444 + 2.713.147 - 1.805.788 - 1.550.194 - 829.619 - 797.722 - 522.636$$

$$ultrapassa = 3.591.176$$

Sendo assim, a alternativa E está correta.

Gabarito: E

---

7. (CMBH 2011)

Durante as obras do Mineirão, estão sendo utilizados vários sólidos geométricos, os chamados poliedros, que têm como elementos suas faces, vértices e arestas. Um engenheiro, ao montar uma tabela relacionando os poliedros à quantidade de seus elementos, deixou de preencher alguns números. Complete o quadro e assinale a alternativa correspondente, que determina a quantidade de arestas do cubo e a quantidade de faces da pirâmide de base quadrada, respectivamente:

Poliedro	Faces	Vértices	Arestas
Cubo	6	8	
Tetraedro	4	4	6
Prisma de Base Triangular	6	5	9
Pirâmide de Base Quadrada		5	8

a) 5 e 12

b) 14 e 3

c) 6 e 4

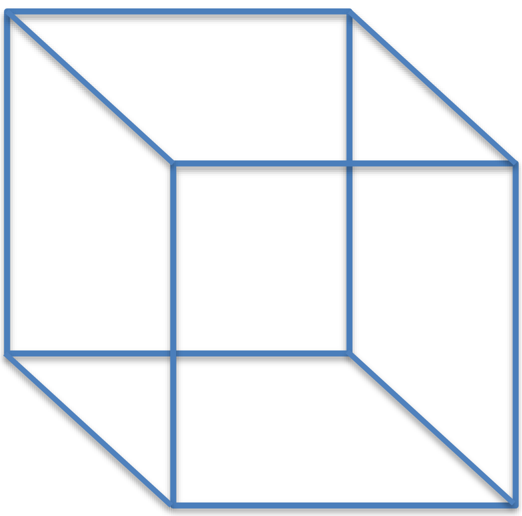
d) 3 e 14

e) 12 e 5

Comentário:

Analisando as figuras pedidas:

- Cubo



Sabendo que as arestas são essas linhas azuis, temos 12 arestas.

- Pirâmide de Base Quadrada

Contando a quantidade de faces, temos 1 quadrada na base e 4 triangulares ao redor. Logo, temos 5 fases.

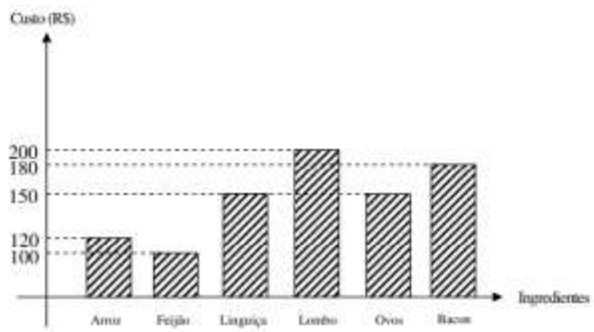
Gabarito: E

---

8. (CMBH 2011)

Para comemorar o bom andamento das obras do Mineirão, o governo promoveu um almoço cujo prato único era o Feijão Tropeiro, atração principal dos restaurantes do estádio.

O gráfico abaixo mostra a relação entre ingredientes (arroz, feijão, linguiça, lombo, ovos e bacon) e custo, calculada para o evento com 300 (trezentas) pessoas. O custo da comida do almoço para 20 (vinte) pessoas é igual a:



a) R$ 900,00

b) R$ 750,00

c) R$ 60,00

d) R$ 50,00

e) R$ 15,00

Comentário:

Calculando o custo total para 300 pessoas pelo gráfico dado no enunciado:

$$custo = Arroz + Feijão + Linguiça + Lombo + Ovos + Bacon$$

$$custo = 120 + 100 + 150 + 200 + 150 + 180$$

$$custo = 900\ reais$$

Fazendo uma regra de 3, temos que:

$$300\ pessoas - - - - -\ R\$\ 900{,}00$$
$$20\ pessoas - - - - -\ valor$$

$$300\ .\ valor = 900\ .\ 20$$

$$valor = \frac{900\ .\ 20}{300}$$

$$valor = \frac{18000}{300}$$

$$valor = 60$$

Com isso, temos que a resposta é:

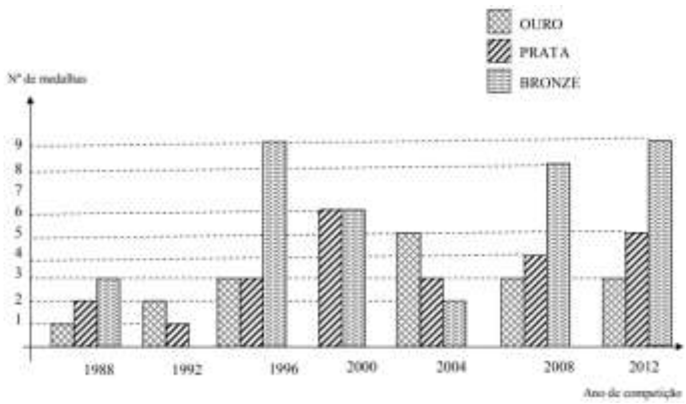
$$R\$\ 60{,}00$$

Gabarito: C

---

9. (CMBH 2012)

A primeira participação do Brasil em Olimpíadas foi em 1920, na cidade de Antuérpia, na Bélgica, em que o Brasil conquistou 3 medalhas. Nas edições subsequentes da competição, os atletas brasileiros conquistaram mais 105 medalhas. O gráfico abaixo representa o quadro de medalhas do Brasil em 7 Olimpíadas.



A fração que representa a razão entre as medalhas de prata conquistadas a partir de 1990 e o total de medalhas já conquistadas é:

a) $\frac{1}{22}$

b) $\frac{22}{105}$

c) $\frac{2}{9}$

d) $\frac{11}{54}$

e) $\frac{24}{105}$

Comentário:

Do enunciado, temos que o total de medalhas ganhas pelo brasil são:

$$total = 3 + 105$$

$$total = 108\ medalhas$$

Somando as medalhas de prata que o Brasil ganho depois do ano de 1990, temos:

$$prata = 1 + 3 + 6 + 3 + 4 + 5$$

$$prata = 22$$

Com isso, temos que a razão é:

$$Razão = \frac{22}{108}$$

$$Razão = \frac{11}{54}$$

Gabarito: D

---

10. (CMBH 2013)

Pedro, Paulo, Patrícia e Paloma responderam uma pesquisa sobre a quantidade de filmes nacionais e estrangeiros a que assistiram nas férias, resultando a seguinte tabela:

Pesquisado	Filmes Nacionais	Filmes Estrangeiros
Pedro	⧄ □	⧄ ⧄ □
Paulo	⧄	⧄ ⧄ |
Patrícia	□	⧄ ⧄ ⧄ |
Paloma	⧄ ⧄	⧄ ⧄ ∟

Identifique a alternativa que apresenta os nomes dos pesquisados que, respectivamente: mais assistiu a filmes estrangeiros; mais assistiu a filmes nacionais; menos assistiu aos filmes, em geral; e, mais assistiu aos filmes, em geral.

a) Patrícia, Paulo, Paloma e Pedro.

b) Patrícia, Pedro, Paulo e Paloma.

c) Pedro, Paloma, Patrícia e Paulo.

d) Patrícia, Paloma, Paulo e Pedro.

e) Paloma, Paulo, Pedro e Patrícia.

Comentário:

Refazendo a tabela dada:

Pesquisado	Filmes Nacionais	Filmes Estrangeiros	Total de filmes
Pedro	9	14	23
Paulo	5	11	16
Patrícia	4	16	20
Paloma	10	12	22

Com essa tabela, temos que:

- Quem mais assistiu a filmes estrangeiros foi a Patrícia.

- Quem mais assistiu a filmes nacionais foi a Paloma.

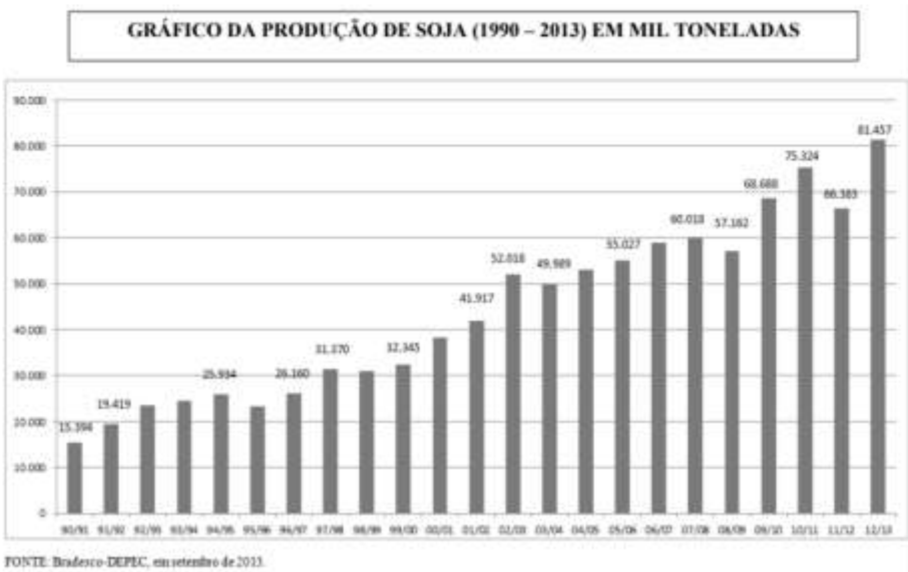
- Quem menos assistiu aos filmes em geral foi Paulo.

- Quem mais assistiu aos filmes em geral foi Pedro.

Dessa forma, a alternativa correta é a letra D.

Gabarito: D

Para responder as próximas três (3) questões, utilize as informações do gráfico a seguir:



Para lermos corretamente o gráfico anterior, vejamos dois exemplos de informações que podem ser obtidas a partir dele:

- Entre 1991 e 1992, a produção de soja foi de 19.419 toneladas.
- Entre 2005 e 2006, a produção de soja foi de 55.027 toneladas.

11. (CMBH 2014)

A partir da análise das informações contidas no gráfico, é possível afirmar:

a) Houve queda de produtividade entre 2011 e 2012, em relação ao biênio anterior.

b) A produtividade entre 1992 e 1993 foi igual a 25.934 toneladas.

c) Houve queda de produtividade entre 2003 e 2004, em relação ao biênio 01/02 (2001/2002).

d) A produtividade entre 2004 e 2005 foi igual a 55.100 toneladas.

e) Houve aumento de produtividade entre 2008 e 2009, em relação ao biênio anterior.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A está correta, pois observando o gráfico temos que em 10/11 a produção foi de 75.324 toneladas enquanto em 11/12 foi de 66.383. Dessa forma, temos uma queda de produtividade.

- Alternativa B está incorreta, pois do gráfico podemos observar que no biênio de 94/95 temos uma produção de 25.934 toneladas e que o biênio de 92/93 teve uma produção menor do que o de 94/95. Logo, a produção em 92/93 foi menor que 25.934 toneladas.

- Alternativa C está incorreta, pois do gráfico temos que a produção em 03/04 foi de 49.989 toneladas enquanto em 01/02 foi de 41.917 toneladas. Portanto, houve um aumento na produtividade.

- Alternativa D está incorreta, pois do gráfico podemos observar que no biênio de 05/06 temos uma produção de 55.027 toneladas e que o biênio de 04/05 teve uma produção menor do que o de 05/06. Logo, a produção em 04/05 foi menor que 55.027 toneladas.

- Alternativa E está incorreta, pois do gráfico temos que a produção em 07/08 foi de 60.018 toneladas enquanto em 08/09 foi de 57.162 toneladas. Portanto, houve uma redução na produtividade.

Gabarito: A

12. (CMBH 2014)

Considerando-se a produção obtida entre 1999 e 2000 e a que foi alcançada entre 2007 e 2008, a média desses dois valores é:

a) menor que a produção entre 2000 e 2001.

b) menor que a produção entre 2001 e 2002.

c) maior que a produção entre 2001 e 2002.

d) igual à produção entre 2002 e 2003.

e) igual à produção entre 2001 e 2002.

Comentário:

Calculando a média entre os dois valores do enunciado:

$$média = \frac{32.345 + 60.018}{2}$$

$$média = 46.181,5$$

Do gráfico, temos que a produtividade de 2000 e de 2001 está entre 32.345 e 40.000.

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A está incorreta, pois a média é maior que a produção de 00/01.

- Alternativa B está incorreta, pois a média é maior que a produção de 01/02.

- Alternativa C está correta.

- Alternativa D está incorreta, pois a média é menor que a produção de 02/03.

- Alternativa E está incorreta, pois a média é maior que a produção de 01/02.

Gabarito: C

---

13. (CMBH 2014)

Sobre a produção de soja no Brasil, no período descrito no gráfico, é possível afirmar que houve superação do valor da safra imediatamente anterior, em relação aos biênios considerados:

a) 13 vezes.

b) 14 vezes.

c) 15 vezes.

d) 16 vezes.

e) 17 vezes.

Comentário:

Analisando o gráfico temos superação do valor da safra imediatamente anterior, nos seguintes momentos:

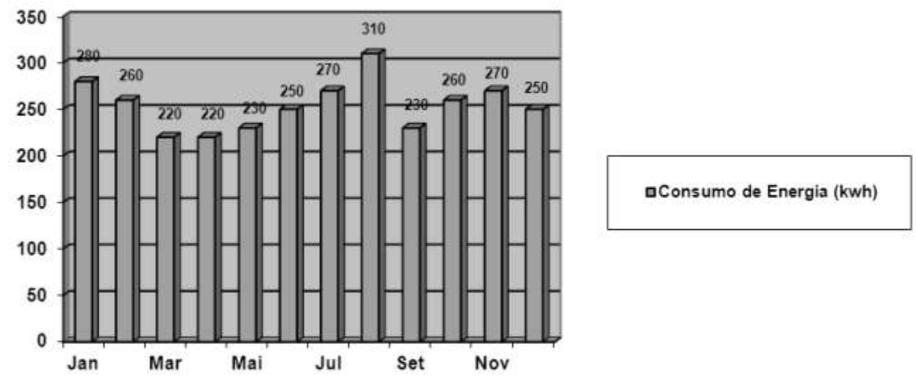
1. 90/91 → 91/92
2. 91/92 → 92/93
3. 92/93 → 93/94
4. 93/94 → 94/95
5. 95/96 → 96/97
6. 96/97 → 97/98
7. 98/99 → 99/00
8. 99/00 → 00/01
9. 00/01 → 01/02
10. 01/02 → 02/03
11. 03/04 → 04/05
12. 04/05 → 05/06
13. 05/06 → 06/07
14. 06/07 → 07/08
15. 08/09 → 09/10
16. 09/10 → 10/11
17. 11/12 → 12/13

Com isso, temos que ocorre 17 vezes.

Gabarito: E

As próximas duas (2) questões referem-se aos dados abaixo:

Uma conta de luz de uma residência é dada pelo produto entre o consumo de energia em kWh (quilo-Watt hora) e o valor do kWh no período e, a esse valor são acrescidos os impostos. O gráfico mostra o consumo nos últimos 12 meses em uma residência e a tabela apresenta o valor do kWh em cada período.



Período	**Valor do kWh**
Setembro – Outubro – Novembro	R$ 0,80
Dezembro – Janeiro – Fevereiro	R$ 0,75
Março – Abril – Maio	R$ 0,85
Junho – Julho – Agosto	R$ 0,90

14. (CMBH 2015)

Dadas às informações acima, e desconsiderando os impostos, podemos afirmar que:

a) A conta de luz em fevereiro foi mais cara que a conta de luz em maio.

b) As contas de luz em julho e novembro tiveram o mesmo valor.

c) A conta de luz em agosto não foi a mais cara no período mencionado.

d) A conta de luz em maio foi a mais barata no período mencionado.

e) A conta de luz em janeiro foi mais barata que a conta de luz em junho.

Comentário:

Calculando a conta para cada mês analisando o gráfico e a tabela:

Mês	Tarifa
Janeiro	$280\,.\,0{,}75 = 210\ reais$
Fevereiro	$260\,.\,0{,}75 = 195\ reais$
Março	$220\,.\,0{,}85 = 187\ reais$
Abril	$220\,.\,0{,}85 = 187\ reais$

Maio	$230 \,.\, 0{,}85 = 195{,}5 \; reais$
Junho	$250 \,.\, 0{,}90 = 225 \; reais$
Julho	$270 \,.\, 0{,}9 = 243 \; reais$
Agosto	$310 \,.\, 0{,}90 = 279 \; reais$
Setembro	$230 \,.\, 0{,}80 = 184 \; reais$
Outubro	$260 \,.\, 0{,}80 = 208 \; reais$
Novembro	$270 \,.\, 0{,}80 = 216 \; reais$
Dezembro	$250 \,.\, 0{,}75 = 187{,}5 \; reais$

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A está incorreta, pois a conta de luz em fevereiro foi mais barata que a conta de luz em maio.

- Alternativa B está incorreta, pois a conta de luz em julho foi maior que a conta de luz em novembro.

- Alternativa C está incorreta, pois a conta de luz em agosto foi a mais cara no período mencionado.

- Alternativa D está incorreta, pois a conta de luz em maio não foi a mais barata no período mencionado.

- Alternativa E está correta.

Gabarito: E

---

15. (CMBH 2015)

O valor médio da conta de luz (sem impostos) nos meses de abril, maio e junho foi de:

a) R$ 198,33.

b) R$ 206,50.

c) R$ 202,50.

d) R$ 210,00.

e) R$ 233,33.

Comentário:

Da tabela feita na questão anterior:

Mês	Tarifa
Janeiro	$280\,.\,0{,}75 = 210\ reais$
Fevereiro	$260\,.\,0{,}75 = 195\ reais$
Março	$220\,.\,0{,}85 = 187\ reais$
Abril	$220\,.\,0{,}85 = 187\ reais$
Maio	$230\,.\,0{,}85 = 195{,}5\ reais$
Junho	$250\,.\,0{,}90 = 225\ reais$
Julho	$270\,.\,0{,}9 = 243\ reais$
Agosto	$310\,.\,0{,}90 = 279\ reais$
Setembro	$230\,.\,0{,}80 = 184\ reais$
Outubro	$260\,.\,0{,}80 = 208\ reais$
Novembro	$270\,.\,0{,}80 = 216\ reais$
Dezembro	$250\,.\,0{,}75 = 187{,}5\ reais$

Calculando a média pedida no enunciado:

$$média = \frac{abril + maio + junho}{3}$$

$$média = \frac{187 + 195{,}5 + 225}{3}$$

$$média = \frac{607{,}5}{3}$$

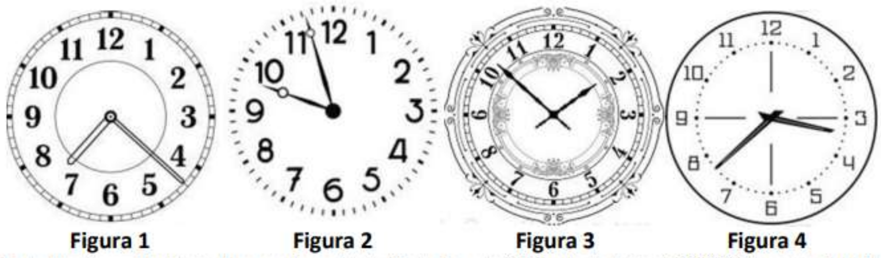
$$média = 202{,}5\ reais$$

Gabarito: C

---

16. (CMBH 2016)

Com a popularização de um game gratuito de smartphones de realidade aumentada, o “Aliens GO”, que exige movimentação real do jogador, Gilmar resolveu levar seu filho Pedrinho, no sábado, para o Parque Municipal de Belo Horizonte, por ser uma grande área arborizada localizada no coração da cidade, possibilitando andar e “caçar” as criaturas do jogo com maior tranquilidade e segurança. Gilmar verificou que o horário de funcionamento do Parque era de 6 h às 18 h. Tentando chegar cedo e aproveitar ao máximo o tempo, eles chegaram no horário da figura 1. Passando algum tempo andando e jogando, eles resolveram dar uma pausa e saíram do Parque no horário da figura 2. Eles retornaram para a “caçada” no horário da figura 3 e encerraram a aventura no horário da figura 4.



(Fonte: http://www.thinkstockphotos.com/image/stock-illustration-set-of-different-clock-faces/487392493/imagem adaptada)

Considerando apenas os ponteiros das horas e dos minutos nas imagens, o tempo de permanência de Gilmar e de Pedrinho, ao todo no Parque, foi de:

a) 4 horas e 22 minutos.

b) 4 horas e 42 minutos.

c) 4 horas e 21 minutos.

d) 4 horas e 24 minutos.

e) 5 horas e 21 minutos.

Comentário:

Analisando o primeiro intervalo:

- Entraram as 7:22.

- Saíram as 9:57.

Com isso, ficaram 2 horas e 35 minutos.

Analisando o segundo intervalo:

- Entraram as 1:52

- Saíram as 3:38

Sendo assim, ficaram 1 hora e 46 minutos

Somando esses intervalos, temos:

$$soma = 2h + 35 \min + 1h + 46\ min$$

$$soma = 3h + 81\,min$$

$$soma = 3h + 60\min + 21\,min$$

$$soma = 4h + 21\,min$$

Gabarito: C

Leia o texto, observe a tabela e o gráfico, e responda às próximas duas (2) questões.

Você já andou de metrô em Belo Horizonte?

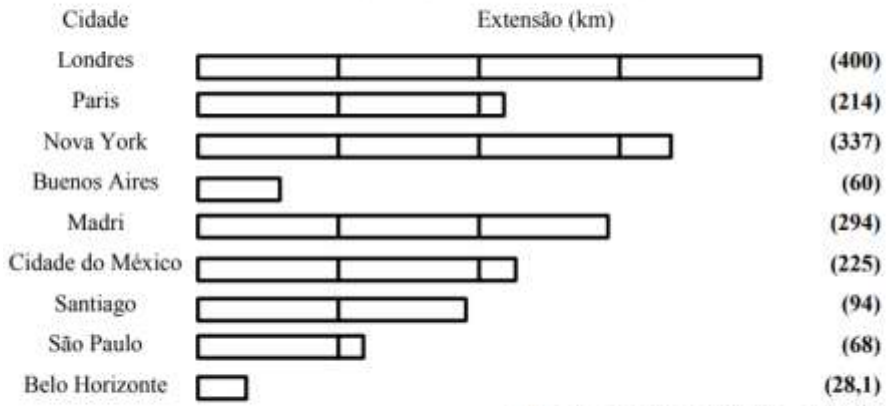
No dia 1º de agosto de 1986, foi feita a primeira viagem de metrô da Estação Eldorado, em Contagem, até a estação Lagoinha, em Belo Horizonte, perto da Rodoviária. O percurso tinha 10,8 quilômetros.

PRINCIPAIS LINHAS DE METRÔ

Cidade	País	Ano de Inauguração	Quantidade de Linhas
Londres	Inglaterra	**1893**	**11**
Paris	França	**1900**	**16**
Nova York	EUA	**1904**	**21**
Buenos Aires	Argentina	**1913**	**6**
Madri	Espanha	**1919**	**13**
Cidade do México	México	**1969**	**12**
Santiago	Chile	**1975**	**5**
São Paulo	Brasil	**1976**	**5**
Belo Horizonte	Brasil	**1986**	**1**

(Fonte: Reportagem Jornal O Tempo, 01/08/2016.)

PRINCIPAIS LINHAS DE METRÔ



(Fonte: Reportagem Jornal O Tempo, 01/08/2016.)

17. (CMBH 2016)

Analisando as informações dadas pela tabela, observamos que o metrô em Belo Horizonte completou 30 anos em 2016. Com isso, podemos concluir que o metrô nas outras cidades completou, em 2016:

a) 123 anos, em Londres.

b) 113 anos, em Nova York.

c) 96 anos, em Madri.

d) 40 anos, em Santiago.

e) 93 anos, em Buenos Aires.

Comentário:

Analisando quanto tempo cada metrô completou em 2016:

Cidade	Completou
Londres	123
Paris	116
Nova York	112
Buenos Aires	103
Madri	97
Cidade do México	47
Santiago	41
São Paulo	40
Belo Horizonte	30

Com isso, temos que o gabarito correto é letra A.

Gabarito: C

---

18. (CMBH 2016)

Analisando as informações dadas pelo gráfico e pela tabela, calculamos que na cidade de Buenos Aires (Argentina) cada linha tem, em média, 10 quilômetros de distância. Com isso, podemos concluir que cada linha nas outras cidades tem, em média:

a) 14 km, em Belo Horizonte.

b) 12 km, em São Paulo.

c) 12 km, em Paris.

d) 20 km, em Cidade do México.

e) 16 km, em Nova York.

Comentário:

Analisando a média de distância das linhas:

Cidade	Média
Londres	$\frac{400}{11} = 36,36$
Paris	$\frac{214}{16} = 13,375$
Nova York	$\frac{337}{21} = 16,048$
Buenos Aires	$\frac{60}{6} = 10$
Madri	$\frac{294}{13} = 22,615$
Cidade do México	$\frac{225}{12} = 18,75$
Santiago	$\frac{94}{5} = 18,8$
São Paulo	$\frac{68}{5} = 13,6$
Belo Horizonte	$\frac{28,1}{1} = 28,1$

Com isso, temos que o gabarito correto é letra E, pois, a cidade de Nova York tem aproximadamente 16 km em média.

Gabarito: C

19. (CMBH 2017)

O relógio da figura está atrasado 45 minutos e 50 segundos. Qual é a hora correta:

a) 11 h 52 min 24 seg.

b) 10 h 28 min 31 seg.

c) 11 h 21 min.

d) 10 h 03 min 09 seg.

e) 11 h 03 min 09 seg.

Comentário:

Analisando o relógio, temos que o horário marcado por ele é dado por:

$$10\ horas, 17\ minutos\ e\ 19\ segundos$$

Como o relógio está atrasado, devemos somar o atraso para encontrar o horário correto. Dessa forma:

$$10\ horas, 62\ minutos\ e\ 69\ segundos$$

Contudo, temos:

$$10\ horas, 63\ minutos\ e\ 9\ segundos$$

Analogamente:

$$11\ horas, 3\ minutos\ e\ 9\ segundos$$

Logo:

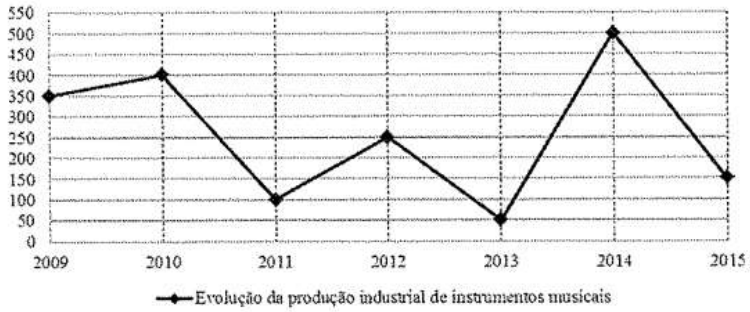
$$11\ h\ 3\ min\ 9\ seg$$

Gabarito: E

---

20. (CMBH 2017)

O gráfico abaixo mostra a evolução da produção de uma fábrica de instrumentos musicais no período de 2009 a 2015.



Com relação aos dados apresentados no gráfico, pode-se afirmar que:

a) em 2011 a produção foi maior do que a produção de 2013.

b) de 2009 para 2010, a produção da fábrica caiu.

c) a fábrica apresentou a menor produção em 2014.

d) a produção de 2015 foi igual à produção de 2012.

e) de 2014 para 2015, a produção da fábrica aumentou.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A está correta, pois a produção em 2011 foi, de fato, maior que em 2013.

- Alternativa B está incorreta, pois a produção de 2009 para 2010 aumentou.

- Alternativa C está incorreta, pois em 2014 houve a maior produção da fábrica.

- Alternativa D está incorreta, pois a produção em 2015 foi menor que em 2012.

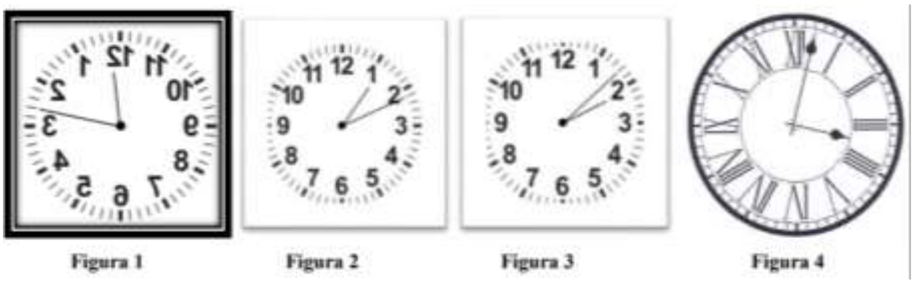
- Alternativa E está incorreta, pois a produção da fábrica diminuiu de 2014 para 2015.

Gabarito: A

---

21. (CMBH 2018)

O detetive James 99 foi designado para resolver o crime da Casa das 12 janelas. Um dia, quando ele estava cortando o cabelo na barbearia, viu um dos suspeitos entrando no estabelecimento. Neste momento, viu as horas do relógio de parede refletidas no espelho a sua frente, conforme a figura 1. O suspeito trocou algumas palavras com um sujeito grisalho e logo após saiu para a rua. O detetive seguiu o homem que adentrou em uma igreja, cujo relógio marcava o horário da figura 2. Quando o homem saiu da igreja, o relógio marcava o horário apresentado na figura 3. O único momento em que o suspeito ficou longe dos olhos do detetive foi o período em que ficou na igreja. Depois, o homem caminhou por algumas ruas e, finalmente, seguiu por uma rua lamacenta até chegar a uma residência, da qual surgiu um garoto que veio recebê-lo de braços abertos. Neste momento, o detetive olhou o seu relógio e verificou as horas de acordo com a figura 4. James 99 franziu a testa e saiu pensando nos próximos passos a serem tomados após aqueles acontecimentos.



Considerando os relógios das imagens, qual o tempo em que o detetive ficou observando atentamente o suspeito?

a) 3 horas e 2 minutos.

b) 2 horas e 49 minutos.

c) 3 horas e 49 minutos.

d) 1 hora e 24 minutos.

e) 1 hora e 52 minutos.

Comentário:

Analisando o primeiro intervalo:

- Entraram as 12:13.

- Saíram as 1:11.

Com isso, ficaram 58 minutos.

Analisando o segundo intervalo:

- Entraram as 2:08.

- Saíram as 3:02.

Sendo assim, ficaram 54 minutos

Somando esses intervalos, temos:

$$soma = 58 \text{ min} + 54\ min$$

$$soma = 112\ min$$

$$soma = 1h + 52\ min$$

Gabarito: E

---

22. (CMBH 2018)

O Governo Federal tem realizado diversas ações visando a redução do consumo de energia elétrica. Dentre essas ações foram estabelecidas as bandeiras tarifárias, que variam de acordo com as condições de geração de energia elétrica. A tabela abaixo consta os valores das tarifas de energia elétrica em reais por quilowatt hora (R$/kWh) no estado de Minas Gerais.

Valores de Tarifas de Consumo de Energia Elétrica
Baixa Tensão – Grupo Residencial Normal

Bandeira Tarifária	Verde	Amarela	Vermelha (Patamar 1)	Vermelha (Patamar 2)
Valor em R$ / kWh	**0,59**	**0,60**	**0,61**	**0,63**

(Fonte: Valores de tarifas e serviços da CEMIG (adaptada). Disponível em www.cemig.com.br - acesso em 30 de agosto de 2018)

João Batista, cidadão consciente e residente na cidade de Belo Horizonte, sabedor que a tarifa a ser aplicada no mês de novembro será a vermelha (Patamar 1), resolveu simular o cálculo do seu gasto de energia elétrica. Para isso ele fez o levantamento de todos os seus equipamentos que demandam energia elétrica e montou a tabela a seguir, usando dados fornecidos pela Companhia de energia elétrica disponíveis na internet.

TABELA DE CONSUMO DE ELETRODOMÉSTICOS (dados médios)

Equipamento (unidade)	Potência (Watts)	Dias estimados Uso/Mês	Média Utilização/Dia	Consumo Médio Mensal (kWh)
Aparelho de som 3 em 1	80	20	3 h	4,80
Ar condicionado tipo Split de 10.001 a 15.000 BTU	800	30	8 h	192,00
Aspirador de pó	100	30	20 min	10,00
Cafeteira elétrica	600	30	1 h	18,00
Chuveiro elétrico 5.000 W	5.000	30	80 min	200,00
Computador	100	30	8 h	24,00
Decodificador de TV a cabo stand-by	20	30	24 h	14,40
Exaustor fogão	170	30	4 h	20,40
Ferro elétrico automático	1.000	12	1 h	12,00
Fogão comum	60	30	5 min	0,15
Freezer vertical/horizontal	130			50,00
Fritadeira elétrica	1.000	15	30 min	7,50
Geladeira 1 porta – Frost free	80			30,00
Impressora	15	30	1 h	0,45
Lâmpada de LED 8 W	8	30	5 h	1,20
Lavadora de roupas	500	12	1 h	6,00
Liquidificador	300	15	15 min	1,10
Modem de internet – stand-by	5	30	24 h	3,60
Modem de internet	12	30	8 h	2,88
TV LED 42"	120	30	5 h	18
Ventilador de teto	120	30	8 h	28,8
Videogame	15	15	4 h	0,9

(Fonte: Cartilha Ei CEMIG (Energia Inteligente – Guia do Melhor Consumo: dicas de economia de energia e segurança com a rede elétrica. Disponível em: www.cemig.com.br - adaptada)

Sabendo que ele mora em um apartamento de um quarto, uma sala, um banheiro, uma cozinha e varanda e que em cada um desses cômodos há uma lâmpada de LED de 8W, ele calculou seu gasto mensal, em reais, usando a bandeira tarifária vermelha (Patamar 1). Não satisfeito com o resultado, ele resolveu assumir algumas atitudes visando à economia da energia elétrica: reduzir em $\frac{3}{4}$ o consumo do chuveiro elétrico, do aspirador de pó e da fritadeira elétrica, além de retirar uma lâmpada. João Batista refez os cálculos e verificou que o valor a ser economizado por ele, assumindo as medidas de economia, era aproximadamente igual a:

a) 182,59

b) 180,32

c) 224,3.

d) 226,77

e) 227,40

Comentário:

Como João Batista só irá diminuir o consumo em alguns aparelhos, devemos analisar apenas as reduções desses, pois, os demais terão o mesmo gasto. Portanto:

$$economia = 0{,}61\,.\,(Início - Alterações)$$

$$economia = 0{,}61\,.\,(5\,.\,1{,}2 + \frac{3}{4}\,.\,(200 + 10 + 7{,}5) - 1{,}2)$$

$$economia = 0{,}61\,.\,(\frac{3}{4}\,.\,217{,}5 + 4{,}8)$$

$$economia = 0{,}61\,.\,(167{,}93)$$

$$economia = 102{,}43\ reais$$

Gabarito: Sem Resposta

---

23. (CMBH 2018)

O concurso de admissão do 6º ano do Ensino Fundamental do CMBH é composto por duas etapas: na primeira etapa é realizada uma prova de Matemática e na segunda etapa, uma prova de Língua Portuguesa. Cada uma das etapas é avaliada em 10 pontos e a nota final (NF), obtida pelos candidatos, é igual a soma das notas obtidas nas duas provas, dividida por dois. No gráfico abaixo, o eixo horizontal representa as notas de Matemática e o eixo vertical as notas de Língua Portuguesa de 30 candidatos escolhidos, aleatoriamente, entre todos os candidatos presentes nas duas etapas.

Com base nas informações acima marque a alternativa correta.

a) 60% dos candidatos tiraram a nota de Matemática maior do que a nota de Língua Portuguesa.

b) $\frac{1}{10}$ dos candidatos obtiveram nota final (NF) igual a 5.

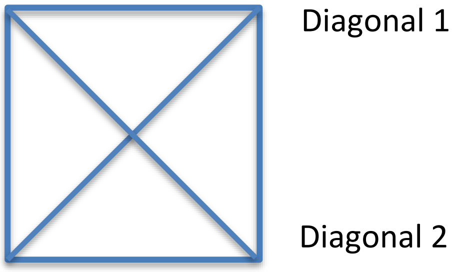
c) 5% dos candidatos obtiveram a mesma nota nas duas provas.

d) $\frac{2}{5}$ dos candidatos obtiveram nota final (NF) menor ou igual a 5.

e) 30% dos candidatos empataram com pelo menos um candidato na NF.

Comentário:

Do gráfico, chamamos:



Analisando cada alternativa, temos que:

- Alternativa A, devemos analisar a diagonal 1 da tabela, pois os valores nessa diagonal correspondem aos valores que a nota de matemática é igual a nota de português. Dessa forma, acima da diagonal 1 temos os valores que a nota de português é maior que as notas de matemática. Com isso, temos 15 alunos a baixo da diagonal, ou seja, com a nota de matemática maior que a nota de português. Sendo assim:

$$porcentagem\ letra\ A = \frac{15}{30}$$

$$porcentagem\ letra\ A = 50\%$$

Logo, está incorreta.

- Alternativa B, devemos contar os valores sobre a diagonal 2, pois assim encontraremos os valores cuja soma das duas notas é igual a 10. Com isso, temos 3 alunos nesse panorama. Sendo assim:

$$razão = \frac{3}{30}$$

$$razão = \frac{1}{10}$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa C, devemos analisar os alunos que estão sobre a diagonal 1 do quadrado. Nesse sentido, temos 2 alunos que obtiveram a mesma nota nas duas provas.

$$porcentagem\ letra\ C = \frac{2}{30}$$

$$porcentagem\ letra\ C = 6{,}66\%$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa D, devemos analisar os alunos que possuem uma somar de notas nas provas menores ou iguais a 10, ou seja, valores sobre ou anteriores a diagonal 2. Sendo assim, temos 11 alunos.

$$divisão = \frac{11}{30}$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa E, devemos analisar os alunos com a soma das notas iguais. Dessa forma, temos 26 alunos.

$$porcentagem\ letra\ E = \frac{26}{30}$$

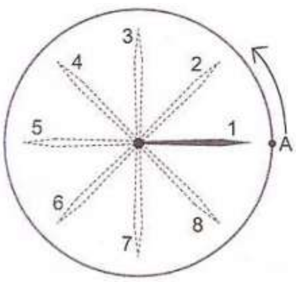
$$porcentagem\ letra\ E = 86{,}67\%$$

Gabarito: B

---

24. (CMB 2010)

A ponta do ponteiro do relógio de um registro indica o ponto A, quando ele começa a girar no sentido anti-horário, conforme mostra a flecha:



Considerando que os intervalos do relógio entre os números, na figura acima, são iguais, depois de dar exatamente $\frac{15}{4}$ voltas, o ponteiro indicará a posição de número:

a) 2

b) 3

c) 6

d) 7

e) 8

Comentário:

Do enunciado, temos que:

$$razão = \frac{15}{4}$$

$$razão = 3 + \frac{3}{4}$$

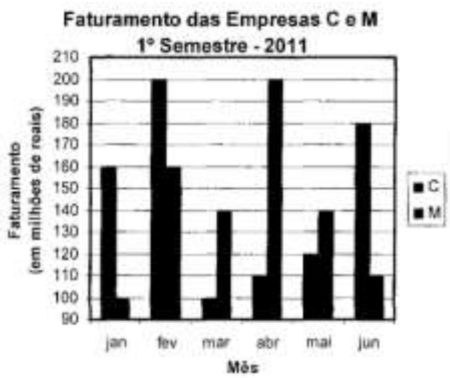
Dessa forma, temos 3 voltas inteiras e uma parte fracionada da volta. Como a volta foi dividida em 8 partes iguais, temos que o ponteiro percorreu 6 partes. Logo, está na posição de número 7.

Gabarito: D

---

25. (CMB 2011)

O gráfico abaixo mostra o faturamento mensal das empresas C e M no primeiro semestre de 2011.



Com base nesse gráfico, pode-se afirmar que:

a) houve um mês em que o faturamento da empresa C foi o dobro do faturamento da empresa M, no mesmo mês.

b) no mês de janeiro, a diferença de faturamento entre as empresas C e M foi maior que nos demais meses.

c) a empresa M foi a que sofreu maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.

d) o faturamento total de C, no semestre, foi maior que o de M.

e) a diferença entre os faturamentos totais no semestre das empresas C e M excedeu 25 milhões de reais.

Comentário:

Analisando as alternativas do problema:

- Alternativa A está incorreta, pois não possuímos nenhum mês no gráfico que o faturamento de C foi o dobre da empresa M no mesmo mês.

- Alternativa B está incorreta, pois no mês de abril temos a maior diferença de faturamento entre as empresas C e M.

- Alternativa C está incorreta, pois a empresa C sofreu a maior queda de faturamento entre os meses de fevereiro e março.

- Alternativa D, devemos somar os faturamentos das empresas:

$$Empresa\ C = 160 + 200 + 100 + 110 + 120 + 180$$

$$Empresa\ C = 870\ milhões\ de\ reais$$

$$Empresa\ M = 100 + 160 + 140 + 200 + 140 + 110$$

$$Empresa\ M = 850\ milhões\ de\ reais$$

Logo, o faturamento total de C, no semestre, foi maior que o de M. Sendo assim, a alternativa está correta.

- Alternativa E, diferença entre o total de faturamento no semestre:

$$Empresa\ C - Empresa\ M = 870 - 850$$

$$Empresa\ C - Empresa\ M = 20\ milhões\ de\ reais$$

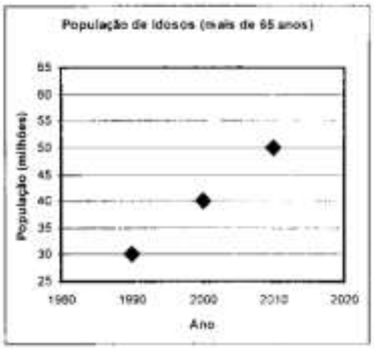
Logo, a alternativa está incorreta.

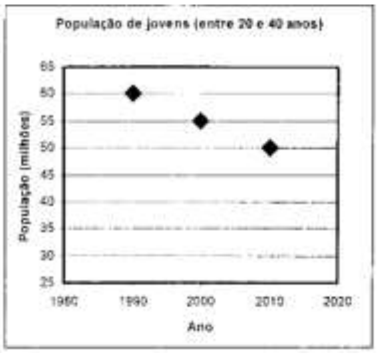
Gabarito: D

---

26. (CMB 2011)

Observe os gráficos abaixo para responder à questão que se segue:





Admitindo-se que a variação, em 2020, seguirá a tendência registrada nas últimas décadas, pode-se estimar que, em 2020,

a) o número de jovens permanecerá igual ao de idosos.

b) a população total de idosos e jovens será reduzida.

c) a população de idosos vai superar a de jovens.

d) serão registrados os mesmos dados que em 2000.

e) a população de jovens vai ultrapassar a de idosos.

Comentário:

Analisando os gráficos dados, teremos um aumento no número de idosos e um redução no número de jovens. E do padrão dos gráficos, temos que:

$$Jovens\ em\ 2020 = 45\ milhões$$

$$Idosos\ em\ 2020 = 60\ milhões$$

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A está incorreta, pois número de idosos será maior que o número de jovens.

- Alternativa B está incorreta, pois o número de jovens irá reduzir, mas o número de idosos irá aumentar.

- Alternativa C está correta.

- Alternativa D está incorreta, pois se mantivermos os mesmos dados de 2000 não manteríamos o padrão dos gráficos.

- Alternativa E está incorreta, pois o número de jovens será menor que o número de idosos.

Gabarito: C

---

27. (CMB 2012)

Sabemos que a água potável é um recurso cada vez mais escasso no planeta. O gráfico abaixo representa o consumo de água (em litros), registrado no hidrômetro de uma residência, no dia 1º do mês de julho até o dia 30 do mesmo mês.

Com base nos dados do gráfico, é correto afirmar que:

a) o consumo de água do dia 1º correspondeu ao quádruplo do consumo do dia 20.

b) no dia 20, o consumo de água correspondeu a $\frac{1}{5}$ do consumo do dia 30.

c) o consumo de água do dia 1º ao dia 15 foi sempre crescente.

d) o consumo de água do dia 10 foi igual ao triplo do consumo do dia 20.

e) o consumo de água do dia 20 ao dia 30 foi decrescente.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, sabendo do gráfico que:

$$consumo\ dia\ 1 = 1000$$

$$consumo\ dia\ 20 = 500$$

Dessa forma, temos:

$$consumo\ dia\ 1 = 2\ .\ consumo\ dia\ 20$$

Logo, alternativa está incorreta.

- Alternativa B, do gráfico:

$$consumo\ dia\ 20 = 500$$

$$consumo\ dia\ 30 = 2000$$

Dessa forma, temos:

$$consumo\ dia\ 20 = \frac{1}{4}\ .\ consumo\ dia\ 30$$

Logo, alternativa está incorreta.

- Alternativa C está incorreta, pois entre os dias 10 e 15 temos um período constante.

- Alternativa D, do gráfico:

$$consumo\ dia\ 10 = 1500$$

$$consumo\ dia\ 20 = 500$$

Dessa forma, temos:

$$consumo\ dia\ 10 = 3\ .\ consumo\ dia\ 20$$

Logo, alternativa está correta.

- Alternativa E está incorreta, pois o do dia 20 ao dia 30 temos um consumo crescente.

Gabarito: D

28. (CMB 2012)

Durante três meses, uma empresa virtual realizou uma pesquisa sobre o grau de escolaridade dos seus clientes. O gráfico abaixo mostra o resultado dessa pesquisa:

Sabendo que foram entrevistadas 1200 pessoas, podemos afirmar que o nível:

a) Superior Completo tem 340 pessoas a mais que o Ensino Médio.

b) Pós-Graduação Completa tem 70 pessoas a menos que o Superior Incompleto.

c) Ensino Médio tem 120 pessoas a menos que a Pós-Graduação Completa.

d) Superior Incompleto tem 118 pessoas a mais que a Pós-Graduação Incompleta.

e) Pós-Graduação Incompleta tem 60 pessoas a mais que o Ensino Médio.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, sabendo do gráfico que:

$$Superior\ Completo = 35\%\ de\ 1200 = \frac{35}{100}.1200 = 420$$

$$Ensino\ Médio = 6\%\ de\ 1200 = \frac{6}{100}.1200 = 72$$

Dessa forma, temos:

$$Superior\ Completo - Ensino\ Médio = 348$$

Logo, Superior Completo possui 348 pessoas a mais que Ensino Médio e, assim, a alternativa está incorreta.

- Alternativa B, do gráfico:

$$Superior\ Incompleto = 30\%\ de\ 1200 = \frac{30}{100}.1200 = 360$$

$$Pós\ Graduação\ Completa = 18\%\ de\ 1200 = \frac{18}{100}.1200 = 216$$

Dessa forma, temos:

$$Superior\ Incompleto - Pós\ Graduação\ Completa = 144$$

Logo, Superior Incompleto possui 144 pessoas a mais que Pós-Graduação Completa e, assim, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C, do gráfico:

$$Ensino\ Médio = 6\%\ de\ 1200 = \frac{6}{100}.1200 = 72$$

$$Pós\ Graduação\ Completa = 18\%\ de\ 1200 = \frac{18}{100}.1200 = 216$$

Dessa forma, temos:

$$Pós\ Graduação\ Completa - Ensino\ Médio = 144$$

Logo, Pós-Graduação Completa tem 144 pessoas a mais que Ensino Médio e, assim, alternativa está incorreta.

- Alternativa D, do gráfico:

$$Superior\ Incompleto = 30\%\ de\ 1200 = \frac{30}{100}.1200 = 360$$

$$Pós\ Graduação\ Incompleta = 11\%\ de\ 1200 = \frac{11}{100}.1200 = 132$$

Dessa forma, temos:

$$Superior\ Incompleto - Pós\ Graduação\ Incompleta = 228$$

Logo, Superior Incompleto tem 228 pessoas a mais que Pós-Graduação Incompleta e, assim, alternativa está incorreta.

- Alternativa E, do gráfico:

$$Ensino\ Médio = 6\%\ de\ 1200 = \frac{6}{100}\,.1200 = 72$$

$$Pós\ Graduação\ Incompleta = 11\%\ de\ 1200 = \frac{11}{100}\,.1200 = 132$$

Dessa forma, temos:

$$Pós\ Graduação\ Incompleta - Ensino\ Médio = 60$$

Logo, Pós-Graduação Incompleta tem 60 pessoas a mais que ensino médio e, assim, alternativa está correta.

Gabarito: E

---

29. (CMB 2013)

Uma escola fez uma pesquisa com 1200 alunos sobre o tipo de diversão que eles preferem. O gráfico abaixo mostra o resultado da pesquisa:

Após leitura do gráfico, pode-se afirmar que o número de alunos que preferem ouvir música,

a) excede, em exatas 120 pessoas, o número de alunos que preferem ver televisão.

b) é menor, em exatas 80 pessoas, que o número de alunos que preferem praticar esporte.

c) excede, em exatas 100 pessoas, o número de alunos que preferem ler.

d) é menor, em exatas 60 pessoas, que o número de alunos que preferem praticar esporte.

e) excede, em exatas 160 pessoas, o número de alunos que preferem ver televisão.

Comentário:

Calculando a porcentagem daqueles que preferem ouvir música:

$$\%Ouvir\ música = 100\% - 35\% - 20\% - 15\%$$

$$\%Ouvir\ música = 30\%$$

Calculando a quantidade de pessoas que preferem ouvir música:

$$Ouvir\ música = 30\%\ de\ 1200$$

$$Ouvir\ música = \frac{30}{100}\,.1200$$

$$Ouvir\ música = 360\ pessoas$$

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, sabendo do gráfico que:

$$Ver\ televisão = 15\%\ de\ 1200 = \frac{15}{100}\,.1200 = 180$$

Dessa forma, temos:

$$Ouvir\ Música - Ver\ televisão = 180$$

Logo, ouvir música excede em 180 pessoas o número de pessoas que preferem ver televisão e, assim, a alternativa está incorreta.

- Alternativa B, do gráfico:

$$Praticar\ esporte = 35\%\ de\ 1200 = \frac{35}{100}\,.1200 = 420$$

Dessa forma, temos:

$$Praticar\ esporte - Ouvir\ música = 60$$

Logo, ouvir música é menor que praticar esportes em 60 pessoas e, assim, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C, do gráfico:

$$Ler = 20\%\ de\ 1200 = \frac{20}{100}\,.1200 = 240$$

Dessa forma, temos:

$$Ouvir\ música - Ler = 120$$

Logo, ouvir música excede em 120 pessoas ler e, assim, alternativa está incorreta.

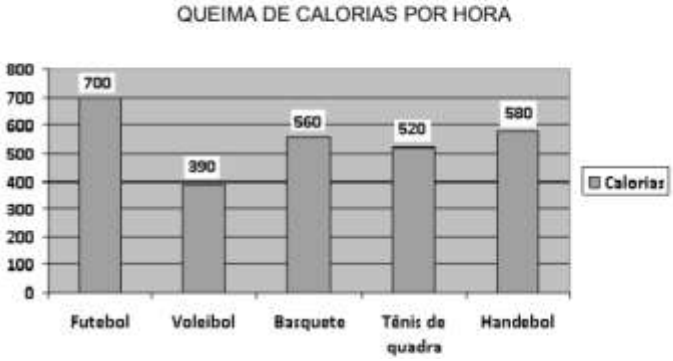
- Alternativa D, da conta da letra B, temos que a alternativa D está correta.

- Alternativa E, da conta da letra A, temos que a alternativa E está incorreta.

Gabarito: D

30. (CMB 2013)

Todos os anos, os colégios estaduais de Bom Jesus da Lapa realizam um torneio chamado “Jogos Estudantis”. Algumas das modalidades disputadas nesses jogos são: Futebol, Voleibol, Basquete, Tênis de Quadra e Handebol. O gráfico abaixo indica a quantidade de calorias que são queimadas, por pessoa, na prática de cada um desses esportes durante 1 (uma) hora. Considere essa queima de calorias sempre constante, ou seja, igual para todas as pessoas em cada modalidade esportiva no tempo total de 1 hora ou fração de hora correspondente.



Parte da equipe do professor Hélio é formada por 5 (cinco) alunos: Flávio, Rodrigo, Gustavo, Pedro e Luís. Nos “Jogos Estudantis” de 2012, Flávio jogou 30 minutos de futebol e 15 minutos de Basquete; Rodrigo jogou 1 hora de Voleibol e 30 minutos de Handebol; Gustavo jogou 30 minutos de Tênis de Quadra e 30 minutos de Voleibol; Pedro jogou 15 minutos de Futebol e 1 hora de Handebol; Luís jogou 15 minutos de Basquete e 30 minutos de Tênis de Quadra. O professor Hélio, utilizando os dados do gráfico acima, calculou a quantidade de calorias queimadas por seus alunos com a realização das atividades mencionadas anteriormente e registrou os resultados na tabela abaixo.

NOME DO ALUNO	**CALORIAS QUEIMADAS**
Flávio	490 calorias
Gustavo	465 calorias
Luís	520 calorias
Pedro	755 calorias
Rodrigo	690 calorias

O professor Hélio fez os cálculos das calorias queimadas, mas um de seus alunos observou que alguns resultados estavam incorretos. Após essa conferência, pode-se afirmar que o professor calculou, corretamente, apenas as queimas de calorias dos alunos:

a) Flávio e Rodrigo.

b) Flávio e Pedro.

c) Rodrigo e Gustavo.

d) Luís e Pedro.

e) Luís e Gustavo.

Comentário:

Calculando as calorias gastas por cada aluno:

- Flávio:

$$Flávio = 30\ minutos\ de\ Futebol + 15\ minutos\ de\ Basquete$$

$$Flávio = \frac{30}{60}.700 + \frac{15}{60}.560$$

$$Flávio = 490\ calorias$$

Logo, as calorias queimadas de Flávio foram calculadas corretamente.

- Rodrigo:

$$Rodrigo = 60\ minutos\ de\ Voleibol + 30\ minutos\ de\ Handebol$$

$$Rodrigo = \frac{60}{60}.390 + \frac{30}{60}.580$$

$$Rodrigo = 680\ calorias$$

Logo, as calorias queimadas de Rodrigo foram calculadas incorretamente.

- Gustavo:

$$Gustavo = 30\ minutos\ de\ Tênis\ de\ Quadra + 30\ minutos\ de\ Voleibol$$

$$Gustavo = \frac{30}{60}.520 + \frac{30}{60}.390$$

$$Gustavo = 455\ calorias$$

Logo, as calorias queimadas de Rodrigo foram calculadas incorretamente.

- Pedro:

$$Pedro = 15\ minutos\ de\ Futebol + 60\ minutos\ de\ Handebol$$

$$Pedro = \frac{15}{60}.700 + \frac{60}{60}.580$$

$$Pedro = 755\ calorias$$

Logo, as calorias queimadas de Rodrigo foram calculadas corretamente.

- Luís:

$$Luís = 15\ minutos\ de\ Basquete + 30\ minutos\ de\ Tênis\ de\ Quadra$$

$$Luís = \frac{15}{60}.560 + \frac{30}{60}.520$$

$$Gustavo = 400\ calorias$$

Logo, as calorias queimadas de Rodrigo foram calculadas incorretamente.

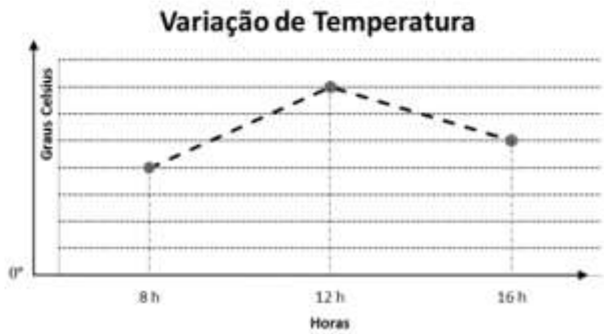
Com isso, foi calculado corretamente as calorias queimadas de Flávio e Pedro.

Gabarito: B

---

31. (CMB 2014)

Alguns alunos da turma 604 do Colégio Militar de Brasília fazem parte do projeto "Estação Meteorológica". Em uma quarta-feira, os alunos marcaram as temperaturas às 8h, 12h e 16h. Em seguida, construíram um gráfico de linhas, conforme demonstrado abaixo, com as medidas coletadas exatamente naqueles horários.



Sabendo-se que o eixo vertical foi dividido em partes iguais durante a construção, e que o termômetro marcava, às 8 horas, exatamente, 18°C, podemos afirmar que a temperatura média entre as coletadas nos três horários desse dia foi de:

a) 18°C

b) 20°C

c) 22°C

d) 24°C

e) 26°C

Comentário:

Como o eixo vertical foi dividido em partes iguais, podemos calcular a temperatura a 12 h e a 16 h. Calculando o valor de cada intervalo pelo valor do 8 h:

$$4\,.\,Intervalo = 18$$

$$Intervalo = 4{,}5\ °C$$

Com isso, podemos calcular a temperatura nos outros horários:

$$Temperatura\ as\ 12h = 7\,.\,Intervalo$$

$$Temperatura\ as\ 12h = 7\,.\,4{,}5$$

$$Temperatura\ as\ 12h = 31{,}5\ °C$$

$$Temperatura\ as\ 16h = 5\,.\,Intervalo$$

$$Temperatura\ as\ 16h = 5\,.\,4{,}5$$

$$Temperatura\ as\ 16h = 22{,}5\ °C$$

Tirando a média desses valores, temos:

$$média = \frac{Temperatura\ as\ 8h + Temperatura\ as\ 12h + Temperatura\ as\ 16h}{3}$$

$$média = \frac{18 + 31{,}5 + 22{,}5}{3}$$

$$média = \frac{72}{3}$$

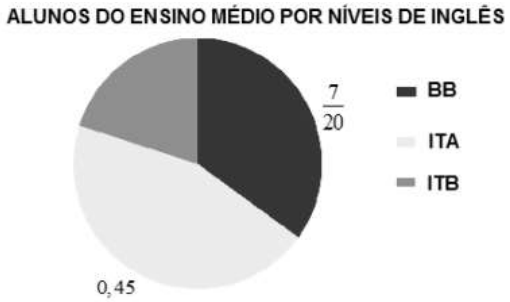
$$média = 24\ °C$$

Gabarito: D

---

32. (CMB 2015)

O SEAN – Seção de Ensino-Aprendizagem por Níveis – coordena todas as aulas de Língua Inglesa do CMB e possui 1.020 alunos matriculados no Ensino Médio, os quais estão distribuídos nos níveis de conhecimento, BB, ITA e ITB, e não há aluno que faça dois níveis ao mesmo tempo. O gráfico de setores que apresenta a distribuição dos alunos nos níveis está representado a seguir, com fração e número decimal.



Com base no gráfico e nas informações fornecidas, selecione a opção correta.

a) 367 alunos estão no nível BB.

b) Mais de 20% dos alunos estão no nível ITB.

c) Menos de $\frac{4}{20}$ dos alunos estão no nível ITA.

d) Menos de 35% dos alunos estão no nível BB.

e) Exatamente $\frac{9}{20}$ dos alunos estão no nível ITA.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, do gráfico temos:

$$Alunos\ BB = \frac{7}{20}\ de\ 1020 = \frac{7}{20} \, .1020$$

$$Alunos\ BB = 357$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa B, do gráfico temos:

Calculando a porcentagem nos grupos BB e ITA:

$$\%BB = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%\ e\ \%ITA = 0{,}45 = \frac{45}{100} = 45\%$$

$$\%ITB = 100\% - 45\% - 35\%$$

$$\%ITB = 20\%$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois exatamente 20% dos alunos estão no nível ITB.

- Alternativa C, sabendo que

$$\frac{4}{20} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois tem mais de 20% no nível ITA

- Alternativa D, sabendo que:

$$\%BB = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois exatamente 35% dos alunos estão no nível BB.

- Alternativa E, sabendo que:

$$\frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 45\%$$

Logo, a alternativa está correta.

Gabarito: E

---

33. (CMB 2016)

Desde que o Futebol de 5, praticado por atletas com deficiência visual, foi incluído nos Jogos Paralímpicos, em 2004, a equipe brasileira foi a única a conquistar medalhas de ouro na modalidade.

A nutricionista da equipe prepara, diariamente, uma vitamina com frutas e verduras e recomenda o consumo, de acordo com a idade, para todos os paratletas da equipe, conforme tabela e gráfico abaixo:

Idades	Quantidade de vitamina consumida (em litro)
20 – 23	$\frac{3}{4}$
24 – 27	$\frac{3}{5}$
28 – 31	$\frac{1}{4}$
32 – 35	$\frac{1}{6}$

Se todos da equipe seguiram rigorosamente a recomendação da nutricionista, o consumo diário da vitamina preparada, em litros, será aproximadamente de:

a) 3,0 litros.

b) 3,2 litros.

c) 3,4 litros.

d) 3,6 litros.

e) 3,8 litros.

Comentário:

Analisando a tabela e o gráfico dado, temos que:

$$Volume\ total = Volume\ .\ Quantidade\ para\ cada\ idade$$

$$Volume\ total = \frac{3}{4}\,.\,2 + \frac{3}{5}\,.\,1 + \frac{1}{4}\,.\,2 + \frac{1}{6}\,.\,5$$

$$Volume\ total = \frac{3}{2} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6}$$

Analisando essas frações, temos que o M.M.C. deles é 30. Sendo assim:

$$Volume\ total = \frac{3.15 + 3.6 + 1.15 + 5.5}{30} = \frac{45 + 18 + 15 + 25}{30} = \frac{103}{30}$$

$$Volume\ total = 3{,}4\ litros$$

Gabarito: C

---

34. (CMB 2016)

A cerimônia de abertura dos Jogos Paralímpicos do Rio 2016 foi realizada no Estádio Mário Filho, mais conhecido como Maracanã – Rio de Janeiro, no dia 7 de setembro, às 18h15min - horário local. Como é considerado um evento mundial, ele foi transmitido para o mundo inteiro. Os relógios abaixo estão marcando as horas de algumas capitais ao redor do mundo, no momento exato do início da transmissão no Brasil:

Fonte: http://www.mathlove.co.kr/esp/Picture%20Gallery/Transformation.htm - acessado em 08/09/2016

Considerando-se que o dia tem 24 horas, o horário marcado em cada relógio, nas capitais, respectivamente, são:

a) 5h 15min; 12h 15min; 18h 15min; 6h 15min.

b) 7h 15min; Oh 15min; 18h 15min; 6h 15min.

c) 17h 15min; 12h 15min; 18h 15min; 18h 15min.

d) 5h 15min; Oh 15min; 6h 15min; 18h 15min

e) 17h 15min; Oh 15min; 6h 15min; 18h 15min.

Comentário:

Analisando cada relógio, temos que:

- Ottawa:

O relógio marca 5 horas e 15 minutos. Como é depois do meio dia, temos a horário dado por 17h e 15min.

- Atenas:

O relógio marca 12 horas e 15 minutos. Como é antes do meio dia, temos a horário dado por 0h e 15min.

- Tókio:

O relógio marca 6 horas e 15 minutos. Como é antes do meio dia, temos a horário dado por 6h e 15min.

- Argentina:

O relógio marca 6 horas e 15 minutos. Como é depois do meio dia, temos a horário dado por 18h e 15min.

Com isso, a alternativa correta é a letra E.

Gabarito: E

---

35. (CMB 2016)

A Arena carioca 1, no Centro Olímpico, que recebeu os Jogos de Basquete em Cadeira de Rodas, tem as suas cadeiras para os espectadores distribuídas em setores. Essa distribuição está representada no gráfico a seguir:

Utilizando os dados do gráfico, e sabendo que a Arena I tem a sua capacidade máxima para 16.000 espectadores, assinale a opção correta:

a) os setores A e B juntos têm menos de 8.000 cadeiras.

b) o setor C tem a mesma capacidade do setor D.

c) os setores A e C juntos têm mais de 8.000 cadeiras.

d) o setor D tem 1.800 cadeiras a mais que o setor B.

e) os setores D e B juntos têm a mesma capacidade dos setores A e C.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, do gráfico temos:

$$Setor\ A = \frac{7}{20}\ de\ 16000 = \frac{7}{20}\ .16000$$

$$Setor\ A = 5600$$

$$Setor\ B = 0{,}18\ de\ 16000 = \frac{18}{100}\ .16000$$

$$Setor\ B = 2880$$

Sendo assim:

$$Setor\ A + Setor\ B = 5600 + 2880$$

$$Setor\ A + Setor\ B = 8480$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois os setores A e B juntos tem mais de 8000 cadeiras.

- Alternativa B, do gráfico temos:

Calculando a porcentagem nos setores A e B:

$$\%A = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\% \ e \ \%B = 0{,}18 = \frac{18}{100} = 18\%$$

Calculando a porcentagem do setor C:

$$\%C = 100\% - 18\% - 35\% - 25\%$$

$$\%C = 22\%$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois o setor C tem uma capacidade menor que o setor D.

- Alternativa C, sabendo da alternativa A que:

$$Setor\ A = 5600$$

Calculando a quantidade de cadeiras no Setor C:

$$Setor\ C = 22\%\ de\ 16000 = \frac{22}{100}\,.\,16000$$

$$Setor\ C = 3520$$

Sendo assim:

$$Setor\ A + Setor\ C = 5600 + 3520$$

$$Setor\ A + Setor\ C = 9120$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa D, sabendo da alternativa A que:

$$Setor\ B = 2880$$

Calculando o valor de cadeiras no Setor D, temos:

$$Setor\ D = 25\%\ de\ 16000 = \frac{25}{100}\,.\,16000$$

$$Setor\ D = 4000$$

Sendo assim:

$$Setor\ D - Setor\ B = 4000 - 2880$$

$$Setor\ D - Setor\ B = 1120$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois o setor D tem 1120 cadeiras a mais que o setor B.

- Alternativa E, sabendo que para que tenham a mesma capacidade, as porcentagens devem ser iguais. Com isso:

Porcentagem de D e de B:

$$25\% + 18\% = 43\%$$

Porcentagem de A e de C:

$$35\% + 22\% = 57\%$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois as porcentagens não são iguais.

Gabarito: C

---

36. (CMB 2017)

A quantidade de ingressos de alguns filmes, vendidos por fim de semana, é mostrada no gráfico abaixo:

Com base nos dados do gráfico acima, podemos afirmar que a quantidade de ingressos vendidos para o filme:

a) "Logan", no 2º fim de semana, excedeu em 500.940 a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Guardiões da Galáxia" no mesmo período.

b) "Kong", no 4º fim de semana, foi 628.189 a menos que a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Logan" no 3º fim de semana.

c) "Guardiões da Galáxia", no 4º fim de semana, foi 115.480 maior que a quantidade de ingressos vendidos pelo mesmo filme no 3º fim de semana.

d) "Kong", somado com a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Guardiões da Galáxia", no 1º fim de semana, foi igual a 1.915.972.

e) "Logan", no 4º fim de semana, foi 171.364 a mais que a quantidade de ingressos vendidos para o filme "Kong" no 3º fim de semana.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, do gráfico temos:

$$diferença\ letra\ A = Logan\ 2ª - Guardiões\ da\ Galáxia\ 2ª$$

$$diferença\ letra\ A = 1.186.078 - 676.138$$

$$diferença\ letra\ A = 509.940$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois “Logan”, no 2º fim de semana, excedeu em 509.940 a quantidade de ingressos vendidos para o filme “Guardiões da Galáxia” no mesmo período.

- Alternativa B, do gráfico temos:

$$diferença\ letra\ B = Logan\ 3ª - Kong\ 4ª$$

$$diferença\ letra\ B = 678.306 - 50.127$$

$$diferença\ letra\ B = 628.179$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois “Kong”, no 4º fim de semana, teve menos 628.179 ingressos vendidos comparado com a quantidade de ingressos vendidos para o filme “Logan” no 3º fim de semana.

- Alternativa C está incorreta, pois houve uma redução do 3º fim de semana para o 4º fim de semana.

- Alternativa D, do gráfico temos:

$$soma = Kong\ 1ª + Guardiões\ da\ Galáxia\ 1ª$$

$$soma = 1.638.817 + 1.193.995$$

$$soma = 2.832.812$$

Logo, a alternativa está incorreta, a soma dos ingressos vendidos para “Kong” e para “Guardiões da Galáxia” no 1º fim de semana foi de 2.832.812.

- Alternativa E, do gráfico temos:

$$diferença\ letra\ E = Logan\ 4ª - Kong\ 3ª$$

$$diferença\ letra\ E = 342.818 - 171.454$$

$$diferença\ letra\ E = 171.364$$

Logo, a alternativa está correta.

Gabarito: E

37. (CMB 2017)

O filme "A Bela e a Fera" foi um grande sucesso! O maravilhoso castelo da Fera possuía um cômodo de destaque, a charmosa biblioteca. Os 1.100 livros dispostos nas diversas prateleiras, eram todos verdadeiros, feitos sob medida para o filme.

Com base na leitura do gráfico e do texto acima, pode-se afirmar que a:

a) quantidade de livros de Aventura é igual ao produto de 10,55 por 20.

b) quantidade de livros de Literatura estrangeira são 11 unidades a menos que a quantidade de livros de Aventura.

c) quantidade de livros de Romance excede a quantidade de livros de Aventura em 88 unidades.

d) quantidade de livros de Filosofia é igual ao produto de 3,96 por 100.

e) soma das quantidades de livros de Literatura estrangeira e Romance, são 120 unidades a menos que a soma das quantidades de livros de Filosofia e Aventura.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, do gráfico temos:

$$Aventura = 0{,}19\ de\ 1100 = \frac{19}{100}\,.1100$$

$$Aventura = 209$$

Do produto:

$$10{,}55\,.20 = 211$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois os valores não são iguais.

- Alternativa B, do gráfico temos:

Calculando a porcentagem dos livros de aventura e de filosofia:

$$\%Filosofia = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 36\% \text{ e } \%Aventura = 0{,}19 = \frac{19}{100} = 19\%$$

Calculando a porcentagem de literatura estrangeira:

$$\%C = 100\% - 19\% - 36\% - 25\%$$

$$\%C = 20\%$$

Calculando a quantidade de literatura estrangeira:

$$Literatura\ Estrangeira = 20\%\ de\ 1100 = \frac{20}{100} . 1100$$

$$Literatura\ Estrangeira = 220$$

Da alternativa A, temos que:

$$Aventura = 209$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois há uma maior quantidade de livros de Literatura Estrangeira comparada com a quantidade de livros de Aventura.

- Alternativa C, sabendo da alternativa A que:

$$Aventura = 209$$

Calculando a quantidade de livros de Romance:

$$Romance = 25\%\ de\ 1100 = \frac{25}{100} . 1100$$

$$Romance = 275$$

Sendo assim:

$$Romance - Aventura = 275 - 209$$

$$Romance - Aventura = 66$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois a quantidade de livros de Romance excede a quantidade de livros de Aventura em 66.

- Alternativa D, do gráfico temos:

$$Filosofia = \frac{9}{25}\ de\ 1100 = \frac{9}{25} . 1100$$

$$Filosofia = 396$$

Do produto, temos:

$$3{,}96\,.\,100 = 396$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa E, sabendo das alternativas anteriores que:

$$Literatura\ Estrangeira = 220$$

$$Romance = 275$$

$$Filosofia = 396$$

$$Aventura = 209$$

Sendo assim:

$$Literatura\ Estrangeira + Romance - Filosofia - Aventura = 220 + 275 - 396 - 209$$

$$Literatura\ Estrangeira + Romance - Filosofia - Aventura = -110$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois a soma das quantidades de livros de Literatura estrangeira e Romance é 110 unidades a menos que a soma das quantidades de livros de Filosofia e Aventura.

Gabarito: D

---

38. (CMB 2017)

Gal Gadot, a atriz que interpretou a Mulher-Maravilha, para fazer o filme, antes das gravações, iniciou uma intensa rotina de treinos diários – que incluíam duas horas de musculação, duas de luta e outras duas de hipismo. Sabe-se que, em 2 horas de treino de hipismo, ela gasta de 294 a 360 calorias; em 2 horas de luta, gasta de 750 a 1.200 calorias; e, em 2 horas de musculação, gasta de 470 a 597 calorias. Gal Gadot construiu uma tabela com seus gastos calóricos diários de segunda a sexta, de acordo com o gasto mínimo e máximo de cada modalidade por duas horas de treino.

Atividade	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Hipismo	mínimo	mínimo	máximo	mínimo	máximo
Luta	máximo	máximo	mínimo	mínimo	mínimo
Musculação	máximo	mínimo	máximo	máximo	mínimo

Com base nas informações do texto e tabela acima, podemos afirmar que o total de calorias gastas por Gadot:

a) nas três modalidades, na quinta, foi de 1.461.

b) no hipismo, de segunda a quarta, foi de 849.

c) na luta, de terça a quinta, foi de 2.700.

d) nas três modalidade, terça e quarta, foi de 3.571.

e) na musculação, de segunda a sexta, foi de 5.100.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A, da tabela temos:

$$Quinta = minimo\ de\ Hipismo + minimo\ de\ Luta + máximo\ de\ Musculação$$

$$Quinta = 294 + 750 + 597$$

$$Quinta = 1641\ calorias$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois nas três modalidades, na quinta, foram gastas 1.641 calorias.

- Alternativa B, da tabela temos:

$$Hipismo\ Segunda\ a\ Quarta = minimo\ hipismo + minimo\ Hipismo + máximo\ Hipismo$$

$$Hipismo\ Segunda\ a\ Quarta = 294 + 294 + 369$$

$$Hipismo\ Segunda\ a\ Quarta = 957\ calorias$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois no hipismo, de segunda a quarta, foram gastas 957 calorias.

- Alternativa C, da tabela que:

$$Luta\ Terça\ a\ Quinta = máximo\ Luta + mínimo\ Luta + mínimo\ Luta$$

$$Luta\ Terça\ a\ Quinta = 1200 + 750 + 750$$

$$Luta\ Terça\ a\ Quinta = 2700\ calorias$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa D, da tabela temos:

$$Todas\ Terca\ Quarta$$
$$= mínimo\ Hipismo + máximo\ Hipismo + máximo\ Luta + mínimo\ Luta$$
$$+ mínimo\ Musculação + máximo\ \ Musculação$$

$$Todas\ Terca\ Quarta = 294 + 360 + 1200 + 750 + 470 + 597$$

$$Todas\ Terca\ Quarta = 3671\ calorias$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois nas três modalidades, terça e quarta, foram gastas 3.671 calorias.

- Alternativa E, da tabela temos:

$$Musculação\ Segunda\ Sexta$$
$$= máximo\ Musculação + mínimo\ Musculação + máximo\ Musculação$$
$$+ máximo\ Musculação + mínimo\ Musculação$$

$$Musculação\ Segunda\ Sexta = 597 + 470 + 597 + 597 + 470$$

$$Musculação\ Segunda\ Sexta = 2731\ calorias$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois na musculação, de segunda a sexta, foram gastas 2.731 calorias.

Gabarito: C

---

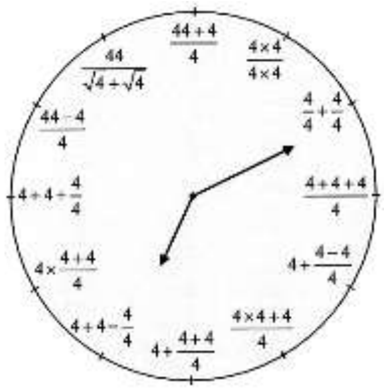
39. (CMB 2018)

Um dos mais famosos matemáticos brasileiros relacionados a recreações matemáticas foi Júlio César de Mello e Souza, conhecido pelo pseudônimo de Malba Tahan. Em uma de suas obras mais famosas, *O Homem que Calculava*. Malba Tahan conta as aventuras do calculista Beremiz Sarnir, conhecido por resolver problemas extremamente complicados de maneira mais simples.

Nesse contexto, foi proposto a Beremiz a resolução de um desafio matemático bastante conhecido, chamado Problema dos Quatro Quatros. De acordo com esse desafio, é possível escrever qualquer número inteiro de zero a 100 utilizando apenas quatro números quatro e com o auxílio de operações fundamentais, como a adição, a subtração, a multiplicação, divisão e raiz quadrada.

Por exemplo, o número zero pode ser obtido a partir da operação $4 \times 4 - 4 \times 4$, que emprega duas multiplicações e uma subtração.

A professora Marcela tentou aproveitar a ideia apresentada por Malba Tahan e construiu um relógio de ponteiros que apresentava os números escritos na forma de operações utilizando quatro quatros. A figura a seguir mostra tal relógio.



Marcela chegou à sala de aula exatamente às 14h30min. Após três aulas de 45 minutos, olhou para o relógio de ponteiros que construiu utilizando as ideias de Malba Tahan. O ponteiro dos minutos do relógio apontava, nesse momento, para a expressão:

a) $\frac{44-4}{4}$

b) $\frac{44+4}{4}$

c) $4+\frac{4+4}{4}$

d) $4+4+\frac{4}{4}$

e) $\frac{4\times4+4}{4}$

Comentário:

Calculando quanto tempo passou com três aulas de 45 minutos:

$$Tempo = 3.45 = 135\ minutos$$

$$Tempo = 2\ horas\ e\ 15\ minutos$$

Com isso, devemos somar esse tempo ao horário que iniciou a aula:

$$Horário = 14\ h + 30\ min + 2\ h + 15\ min$$

$$Horário = 16\ h + 45\ min$$

Logo, o relógio estará marcando 16h45min.

Portanto, temos que o ponteiro do relógio estará apontando para o número 9.

Analisando as alternativas:

- Alternativa A:

$$\frac{44-4}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa B:

$$\frac{44+4}{4}=\frac{48}{4}=12$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C:

$$4+\frac{4+4}{4}=4+\frac{8}{4}=4+2=6$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa D:

$$4+4+\frac{4}{4}=8+\ 1=9$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa E:

$$\frac{4\ x\ 4+4}{4}=\frac{16+4}{4}=\frac{20}{4}=5$$

Logo, a alternativa está incorreta.

Gabarito: D

---

40. (CMB 2018)

O gráfico a seguir mostra o valor total arrecadado na venda de vários jogos eletrônicos no ano de 2017, em dólares, considerando o público mundial.

As siglas PS4 e NS referem-se, respectivamente, aos consoles Playstation 4 e Nintendo Switch.

É possível afirmar, com base no gráfico, que, entre os cinco jogos mais vendidos em 2017, aqueles produzidos para Playstation 4 foram, em conjunto, mais rentáveis que aqueles produzidos para Nintendo Switch. A diferença entre o valor total arrecadado com a venda de jogos para Playstation 4 e o valor total arrecadado com a venda de jogos para Nintendo Switch é igual a:

a) US$ 21.775.328,00.

b) US$ 17.057.290,00.

c) US$ 7.823.560,00.

d) US$ 1.625.994,00

e) US$ 1.357.780,00.

Comentário:

Do gráfico dado no enunciado, temos que:

$$Diferença = Playstation\ 4 - Nintendo\ Switch$$

$$Diferença$$
$$= Call\ of\ Duty: WWII + FIFA\ 18 - Super\ Mario\ Odyssey - Mario\ Kart\ 8\ Deluxe$$
$$- The\ Legend\ of\ Zelda: Breath\ of\ th\ Wild$$

$$Diferença = 11.665.414 + 10.107.912 - 7.715.648 - 6.357.868 - 6.073.816$$

$$Diferença = 1.625.994$$

Logo, temos que a diferença é:

$$US\$\ 1.625.994{,}00$$

Gabarito: D

41.

Se x, y e z são números reais positivos tais que $xyz(x+y+z)=1$, o menor valor da expressão $(x+y)(y+z)$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) 2

Comentário:
Temos que:

$$xyz(x+y+z)=1 \therefore xzy^2+xz(x+z)y=1$$

Assim,

$$y^2+(x+z)y=\frac{1}{xz}$$

Queremos o menor valor de (x + y)(y + z) = y^2 + y(x + z) + xz

Pela relação obtida acima, podemos obter:

$$y2\ +\ y(x\ +\ z)\ +\ xz=\frac{1}{xz}+xz$$

Logo, queremos o menor valor de: $\frac{1}{xz}+xz$

Pela desigualdade das médias, temos que:

$$\frac{\frac{1}{xz}+xz}{2}\geq\sqrt[2]{1} \therefore \frac{1}{xz}+xz\geq 2$$

Gabarito: E

42.

Se a, b e c são reais positivos cuja soma é 1, determine o valor mínimo de $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

a) 9
b) 3
c) 1
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{9}$

Comentário:

Sabemos que: a + b + c = 1, então, pela desigualdade das médias, temos:

$$\frac{a+b+c}{3}\geq\sqrt[3]{a\cdot b\cdot c}$$

Ou seja,

$$\sqrt[3]{a\cdot b\cdot c}\leq\frac{1}{3} \therefore \frac{1}{\sqrt[3]{a\cdot b\cdot c}}\leq 3$$

Assim, o valor mínimo da expressão pedida é:

$$\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{1}{a\cdot b\cdot c}}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 3\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{a\cdot b\cdot c}} \geq 3\cdot 3 = 9$$

Ou seja,

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)_{min} = 9$$

O que ocorre quando:

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{b}=\frac{1}{c} \therefore a=b=c=\frac{1}{3}$$

Gabarito: D

43.

(IBGE 1988) Para votar, cinco eleitores demoraram, respectivamente, 3 min 38 seg, 3 min 18 seg, 2 min 46 seg, 2 min 57 seg e 3 min 26 seg. A média do tempo de votação desses eleitores foi:
a) 3 min
b) 2 min 58 seg
c) 3 min 13 seg
d) 3 min 17 seg
e) 3 min 05 seg

Comentário:

A média é dada por:

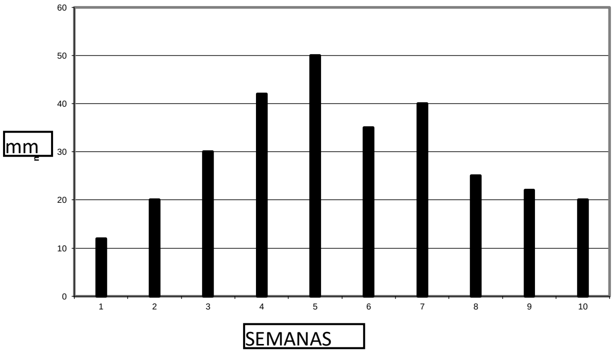
$$M = \frac{3min\ 38seg + 3 \text{ min } 18 \text{ seg} + 2 \text{ min } 46 \text{ seg} + 2 \text{ min } 57 \text{ seg} + 3 \text{ min } 26 \text{ seg}}{5}$$

$$M = \frac{16min\ 05seg}{5} = 3min\ 13seg$$

Gabarito: C

44.

(CEFET 1984) No gráfico, a chuva em milímetros está marcada para 10 semanas. A média da chuva semanal durante o período é, aproximadamente:



a) 30 milímetros
b) 20 milímetros
c) 10 milímetros
d) 40 milímetros
e) 50 milímetros

Comentário:
A média aproximada pode ser dada por:

$$M = \frac{12mm + 20mm + 30mm + 42mm + 50mm + 36mm + 40mm + 25mm + 22mm + 20mm}{10}$$

$$M = 29{,}7mm \approx 30mm$$

Gabarito: A

45.

(CEFET 1995) Uma micro empresa produziu 10.000 unidades de um certo produto, vendendo-o da seguinte forma:
- as primeiras 3.000 unidades, ao preço unitário de R$ 20,00;
- as 5.000 unidades seguintes, ao preço unitário de R$ 25,00;
- as últimas 2.000 unidades, ao preço unitário de R$ 32,00.
Qual foi o preço médio unitário?
a) R$24,60
b) R$ 24,90
c) R$ 32,00
d) R$ 32,90
e) R$ 33,50

Comentário:
Como a distribuição de vendas não foi igual, devemos utilizar a média ponderada.

$$M = \frac{3000 \cdot 20 + 5000 \cdot 25 + 2000 \cdot 32}{10000} = 24{,}9$$

Gabarito: B

46.

(EEAr 2004) A média de um conjunto de quatro valores é $4{,}25$. Se aumentarmos de 5 unidades o menor desses valores, e diminuirmos de 3 unidades o maior deles, a nova média será
a) 4,75
b) 5,25
c) 5
d) 5,5

Comentário:

Assuma que os quatros valores são: a, b, c e d. De forma que: a > b > c > d.

$$M = 4{,}25 = \frac{a+b+c+d}{4}$$

$$M' = \frac{(a-3)+b+c+(d+5)}{4} = \frac{a+b+c+d+2}{4} = \frac{4\cdot 4{,}25+2}{4} = 4{,}75.$$

Gabarito: A

47.

(EEAr 2006) A tabela mostra as idades dos alunos matriculados no Centro de Educação Infantil "X", em 2005.

Idade (anos)	Número de alunos
2 3 4 5 6	3 3 5 14 25
Total	50

A média das idades dos alunos dessa escola, em anos, é, aproximadamente:
a) 4,1
b) 4,5
c) 5,1
d) 5,6

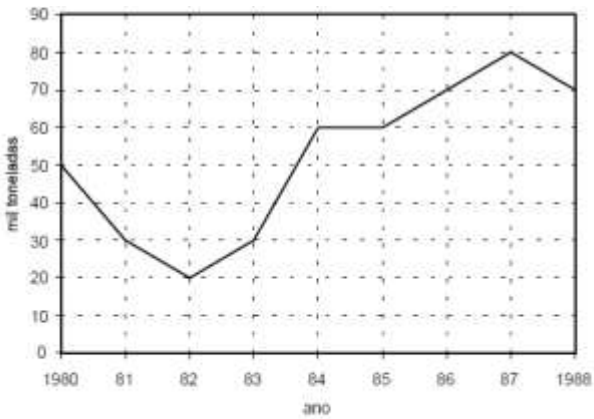
Comentário:
Como a distribuição de alunos não é igual, devemos utilizar a média ponderada.

$$M = \frac{3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 14 \cdot 5 + 25 \cdot 6}{50} = 5{,}1\ anos$$

Gabarito: C

48.

(EEAr 2010) O gráfico representa a produção de arroz, em milhares de toneladas, em certo país, no período 1980-1988.



Pelo gráfico, pode-se concluir que, no período 1980-1988, nesse país, a produção média anual de arroz, em mil toneladas, é, aproximadamente,
a) 64.
b) 60.
c) 58.
d) 52.

Comentário:
A média pode ser dada por:

$$M = \frac{50 + 30 + 20 + 30 + 60 + 60 + 70 + 80 + 70}{9} = 52{,}22 \ldots \cong 52$$

Gabarito: D

49.

(EEAr 2011) Um teste de Matemática foi aplicado em duas turmas distintas de uma escola, a primeira com 40 alunos e a segunda com 20. As médias aritméticas das notas da primeira e da segunda turma forma, respectivamente, 6,0 e 7,0. Assim, a média aritmética das notas dos 60 alunos foi aproximadamente

a) 6,1
b) 6,3
c) 7,2
d) 7,5

Comentário:

Como a quantidade de alunos em cada turma é diferente, devemos fazer média ponderada a fim de obter a média das notas:

$$M = \frac{40 \cdot 6{,}0 + 20 \cdot 7{,}0}{60} = 6{,}3 \ldots$$

Gabarito: B

50.

(CMRJ 2011) A soma de dez números naturais é igual a 143. Dentre esses números, existem exatamente quatro números primos distintos. Se retirarmos três números primos da soma, a média aritmética simples entre os números restantes será igual a 19. Dentre os números retirados, podemos afirmar que o menor vale

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 7

Comentário:

Temos que:

$$S = a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 143$$

Ainda, retirando os três números primos, temos que:

$$M' = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_7}{7} = 19$$

Ou seja,

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_7 = 133$$

Logo, a soma dos três números primos retirados é 10. Mas, os menores números primos são: 2, 3, 5, 7, 11. Então, a única possibilidade é que os três números sejam: 2, 3 e 5.

Assim, o menor dos números primos é: 2.

Gabarito: B

51.

(EPCAR 1988) Assinale o número correspondente à média proporcional entre 0,04 e 0,25

a) 0,1
b) 0,2
c) 0,3
d) 0,4
e) 0,5

Comentário:

Sabendo que a média proporcional é a média geométrica, então:

$$\boldsymbol{M = \sqrt[2]{(0,04)\cdot(0,25)} = 0,2\cdot 0,5 = 0,1}$$

Gabarito: A

52.

(EPCAR 1989) A média aritmética de um conjunto de 11 elementos é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes, em relação à primeira média, fica:

a) diminuída de 4
b) aumentada de 4
c) diminuída de 8
d) diminuída de 3,7
e) aumentada de 3,7

Comentário:

Temos que:

$$M = \frac{Soma\ dos\ 11\ elementos}{11} = 45$$

Ou seja, a soma dos 11 elementos vale 495.

Retirando o elemento 8, teremos:

$$M' = \frac{495 - 8}{10} = 48{,}7$$

Portanto, a média é aumentada de 3,7.

Gabarito: E

53.

(EPCAR 2001) Uma escola tem 18 professores. Um deles se aposenta e é substituído por um professor de 22 anos. Com isso, a média das idades dos professores diminui de 2 anos. A idade, em anos, do professor que se aposentou é

a) 52
b) 54
c) 56
d) 58

Comentário:

Seja "i" a idade do professor que se aposentou

Média inicial é:

$$M = \frac{Soma\ das\ idades\ inicial}{18}$$

Após a substituição (ou seja, a quantidade de professores não se altera), temos que:

$$M' = \frac{Soma\ das\ idades\ inicial - \ i + \ 22\ anos}{18}$$

Mas, a nova média é duas unidades menor que a anterior, ou seja:

$$\frac{Soma\ das\ idades\ inicial - \ i + \ 22\ anos}{18} = \frac{Soma\ das\ idades\ inicial}{18} - 2$$

Assim,

$$Soma\ das\ idades\ inicial - \ i + \ 22\ anos = Soma\ das\ idades\ inicial - 36$$

Portanto,

$$i = 58$$

Gabarito: D

54.

(EPCAR 2004) A média aritmética de notas no 1º bimestre em matemática dos 100 alunos do CPCAR 2002 foi de 72,5. Retirando-se a nota de um desses alunos, encontrou-se a nova média aritmética 72,3. Sabendo que as notas variam entre 1 e 100 e que as cem notas obtidas não são todas iguais, pode-se afirmar que a nota retirada está no intervalo

a) [75, 80]
b) [85, 90[
c) [90, 95[
d) [95, 100]

Comentário:

Inicialmente, temos que:

$$72,5 = \frac{\textit{Soma das notas}}{100}$$

Com a retirada de uma nota, teremos:

$$72,3 = \frac{\textit{Soma das notas} - N}{99}$$

Onde N é a nota retirada. Assim,

$$7250 = 7157,7 + N$$

N = 92,3

Gabarito: C

55.

(UNICAMP 1997) A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é de 40 anos. Se a média aritmética das idades das mulheres é de 35 anos e a dos homens é de 50 anos, qual o número de pessoas de cada sexo, no grupo?

Comentário:

Como temos uma distribuição desigual de homens e mulheres, temos que fazer média ponderada. Assim,

Seja m o número de mulheres, então, é 120 – m o número de homens.

$$40 = \frac{m \cdot 35 + (120 - m) \cdot 50}{120}$$

$$4800 = 35m + 6000 - 50m$$

$$15m = 1200$$

$$m = 80$$

Portanto, há 80 mulheres e 40 homens.

Gabarito: Há 80 mulheres e 40 homens no grupo.

56.

(UNICAMP 1991) Numa escola é adotado o seguinte critério: a nota da primeira prova é multiplicada por 1, a nota da segunda prova é multiplicada por 2 e a da última prova é multiplicada por 3. Os resultados, após somados, são divididos por 6. Se a média obtida por este critério for maior ou igual a 6,5 o aluno é dispensado das atividades de recuperação. Suponha que um aluno tenha tirado 6,3 na primeira prova e 4,5 na segunda. Quanto precisará tirar na terceira para ser dispensado na recuperação?

Comentário:
A média é calculada de forma ponderada. Então,

$$6{,}5 = \frac{1 \cdot 6{,}3 + 2 \cdot 4{,}5 + 3 \cdot N}{6}$$

$$N = 7{,}9$$

Portanto, o aluno precisa tirar, no mínimo, 7,9 para ser dispensado da recuperação.

Gabarito: 7,9

57.

(UNICAMP 1998) O quadro abaixo representa as notas obtidas em uma questão pelos 32.000 candidatos presentes à primeira fase de uma prova de vestibular. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses candidatos tiveram nota 2 nessa questão

0	10%
1	20%
2	32%

3	16%
4	12%
5	10%

Pergunta-se:
a) Quantos candidatos tiveram nota 3?
b) É possível afirmar que a nota média, nessa questão, foi menor ou igual a 2? Justifique sua resposta.

Comentário:

a) O número de alunos que obtiveram nota igual a 3 é 16% do total (32.000), ou seja, 5120 alunos.

b) Como há uma distribuição desigual de notas, a média é dada de forma ponderada. Ou seja,

$$M = 10\% \cdot 0 + 20\% \cdot 1 + 32\% \cdot 2 + 16\% \cdot 3 + 12\% \cdot 4 + 10\% \cdot 5 = 2{,}3$$

Portanto, a nota média é maior que 2. Ou seja, a afirmação é falsa.

Gabarito: a) 5120 alunos; b) Falso, a média é maior que 2 (2,3).

58.

Dos primeiros 1993 inteiros positivos alguns inteiros são excluídos. A média aritmética dos inteiros excluídos é igual a média aritmética dos inteiros remanescentes. A soma dos números excluídos deve ser um múltiplo de
a) 2
b) 5
c) 1001
d) 997
e) 1993

Comentário:

Soma dos 1993 primeiros números inteiros:

$$S = \frac{(1 + 1993) \cdot 1993}{2} = 1987021$$

Considerando que são excluídos N números, então:

Média aritmética dos remanescentes:

$$M_1 = \frac{Soma_1}{1993 - N}$$

Média aritmética dos excluídos:

$$M_2 = \frac{1987021 - Soma_1}{N}$$

Sabendo que as médias são iguais, então:

$$\frac{Soma_1}{1993 - N} = \frac{1987021 - Soma_1}{N}$$

$$N \cdot Soma_1 = 1993^2 \cdot 997 - 1993 \cdot Soma_1 - 1987021N + N \cdot Soma_1$$

$$1993 \cdot Soma_1 = 1993^2 \cdot 997 - 1993 \cdot 997 \cdot N$$

$$Soma_1 = 1993 \cdot 997 - 997 \cdot N$$

Como $Soma_1$ é a soma dos números remanescentes, temos que:

A soma dos números excluídos é:

$$1987021 - Soma_1 = 997 \cdot N$$

Ou seja, múltiplo de 997.

Gabarito: D

59.

Para cada inteiro positivo n, a média dos n primeiros termos de uma sequência é n. Qual é o 2008º termo dessa sequência?
a) 2008
b) 4015
c) 4016
d) 4030056
e) 4032064

Comentário:

Média dos n primeiros termos da sequência igual a n, então:

$$n = \frac{Soma\ dos\ termos}{n}$$

$$Soma\ dos\ termos = n^2$$

Para n = 2007, temos que:

A soma dos 2007 primeiros termos é igual a 2007^2

Para n = 2008, temos que:

A soma dos 2008 primeiros termos é igual a 2008^2

Assim,

O 2008° termo é a subtração da soma dos 2008 primeiros termos menos a soma dos 2007 primeiros termos.

Ou seja,

$a_{2008} = 2008^2 - 2007^2 = (2008 - 2007)(2008 + 2007) = 4015$

Gabarito: B

60.

De todos os empregados de uma empresa de navegação, 31% optaram por um plano de assistência odontológica. A firma tem a matriz na capital e somente duas filiais, uma em Macaé e a outra em Piraí. Sabe-se que 50% dos empregados trabalham na matriz, 20% dos empregados trabalham na filial Macaé, 30% dos empregados da capital optaram pelo plano de assistência odontológica e que 35% dos empregados da filial de Macaé também fizeram tal opção. Qual é, então, a porcentagem dos empregados da filial de Piraí que optaram pelo plano?

a) 40%
b) 35%
c) 30%
d) 25%
e) 15%

Comentário:

Como 30% dos empregados da capital optaram pelo plano odontológico, então: 30% dos 50% dos empregados da empresa (que responde a parcela da capital) optaram, ou seja, 15% dos empregados da empresa.

Como 35% dos empregados da filial de Macaé optaram pelo plano odontológico, então: 35% dos 20% dos empregados da empresa (que responde a parcela da filial de Macaé) optaram, ou seja, 7% dos empregados da empresa.

Assim, como o total de empregados da empresa que optaram pelo plano odontológico foi 31%, então, 31% - 15% - 7% = 9% dos empregados são da filial de Piraí e que optaram pelo plano.

b) Portanto, temos que:

Seja x a porcentagem dos empregados que optaram pelo plano dentro da filial de Piraí, então:

$$\frac{x}{100} \cdot 30\% = 9\% \therefore x = 30$$

Gabarito: C

61.

(AFA 2013) As seis questões de uma prova eram tais, que as quatro primeiras valiam 1,5 ponto cada, e as duas últimas valiam 2 pontos cada.
Cada questão, ao ser corrigida, era considerada certa ou errada. No caso de certa era atribuída a ela o total de pontos que valia e, no caso de errada, a nota 0 (zero).
Ao final da correção de todas as provas, foi divulgada a seguinte tabela:

Nº DA QUESTÃO	PERCENTUAL DE ACERTOS
1	40%
2	50%
3	10%
4	70%
5	5%
6	60%

A média aritmética das notas de todos os que realizaram tal prova é
a) 3,7
b) 3,85
c) 4
d) 4,15

Comentário:

Como as questões possuem valores diferentes, devemos calcular a média por meio de média ponderada.

$$M = 1{,}5 \cdot 40\% + 1{,}5 \cdot 50\% + 1{,}5 \cdot 10\% + 1{,}5 \cdot 70\% + 2 \cdot 5\% + 2 \cdot 60\%$$

M = 3,85

Gabarito: B

62.

O valor mínimo de $(1+a_1)(1+a_2)\ldots(1+a_{2011})$, dado que $a_1a_2\ldots a_{2011}=1$, onde $a_1,a_2,\ldots,a_{2011}$ são reais positivos é:
a) 2^{2008}
b) 2^{2009}
c) 2^{2009}

d) 2^{2010}
e) 2^{2011}

Comentário:
Pela desigualdade das médias, temos que:

$$\frac{1 + a_i}{2} \geq \sqrt{a_i}$$

Assim,

$$1 + a_i \geq 2\sqrt{a_i}$$

Logo,

$$(1 + a_1) \cdot (1 + a_2) \cdot \dots \cdot (1 + a_{2011}) \geq 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot \sqrt[2]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2011}} = 2^{2011} \cdot 1$$

Portanto, o valor mínimo da expressão é: 2^{2011}

Gabarito: E

63.

Se $a_1, a_2, \dots, a_{2011}$ são reais positivos, determine o valor mínimo de $E = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{2011}}{a_1}$.

a) 1
b) 1005
c) 1006
d) 2011
e) 4022

Comentário:

Pela desigualdade das médias, temos que:

$$\frac{\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{2011}}{a_1}}{2011} \geq \sqrt[2011]{\frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_2}{a_3} \dots \frac{a_{2011}}{a_1}} = 1$$

Então,

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{2011}}{a_1} \geq 2011$$

Gabarito: D

64.

O menor termo da sequência $\sqrt{\frac{7}{6}}+\sqrt{\frac{96}{7}},\sqrt{\frac{8}{6}}+\sqrt{\frac{96}{8}},\sqrt{\frac{9}{6}}+\sqrt{\frac{96}{9}},\dots,\sqrt{\frac{95}{6}}+\sqrt{\frac{96}{95}}$ é

a) $\sqrt{\frac{7}{6}}+\sqrt{\frac{96}{7}}$

b) $\sqrt{\frac{95}{6}}+\sqrt{\frac{96}{95}}$

c) $\sqrt{\frac{50}{6}}+\sqrt{\frac{96}{50}}$

d) $\sqrt{\frac{51}{6}}+\sqrt{\frac{96}{51}}$

e) $\sqrt{\frac{24}{6}}+\sqrt{\frac{96}{24}}$

Comentário:

Os termos da sequência tem o seguinte formato:

$$\sqrt{\frac{N}{6}}+\sqrt{\frac{96}{N}}$$

Pela desigualdade das médias, temos que:

$$\frac{\sqrt{\frac{N}{6}}+\sqrt{\frac{96}{N}}}{2} \geq \sqrt{\sqrt{\frac{N}{6}}\cdot\sqrt{\frac{96}{N}}} = \sqrt{\sqrt{\frac{96}{6}}} = 2$$

Logo,

$$\sqrt{\frac{N}{6}}+\sqrt{\frac{96}{N}} \geq 4$$

Com a igualdade ocorrendo quando:

$$\sqrt{\frac{N}{6}} = \sqrt{\frac{96}{N}} \therefore N^2 = 576 \therefore N = 24$$

Portanto, o menor termo da sequência é:

$$\sqrt{\frac{24}{6}}+\sqrt{\frac{96}{24}}$$

Gabarito: E

65.

(OBM F1 2007) No triângulo ABC, AD é a altura relativa ao lado BC. Se $AB = DC = 1$, assinale a alternativa que corresponde à área máxima do triângulo ABC.

a) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

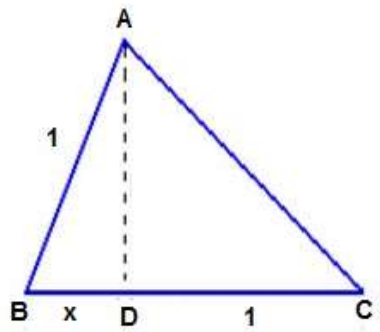
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{1}{2}$

Comentário:

Temos o triângulo a seguir:

Perceba que: $\overline{AD} = \sqrt{1^2 - x^2}$



A área do triângulo pode ser dada por:

$$S = \frac{(1+x)\cdot\sqrt{1-x^2}}{2}$$

Perceba que:

$$4S^2 = (1+x)^3(1-x)$$

Mas, pela desigualdade das médias, podemos calcular o valor mínimo da expressão buscada.

$$\frac{(1+x)+(1+x)+(1+x)+3(1-x)}{4} \geq \sqrt[4]{3(x+1)^3\cdot(1-x)}$$

$$\frac{6}{4} \geq \sqrt[4]{12S^2}$$

$$\frac{81}{16} \geq 12S^2$$

$$\frac{27}{64} \geq S^2$$

$$S \leq \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

Gabarito: A

66.

(EN 2006) Um recipiente cilíndrico que deve ter $1m^3$ de volume vai ser construído nas oficinas do Arsenal de Marinha, para atender a um dos navios da MB. Na lateral e na tampa, será utilizado um material cujo preço é de R$1.000,00 por m^2 e, no fundo, um material cujo preço é de R$2.000,00 por m^2. Que dimensões deve ter um recipiente, para que a MB tenha a menor despesa possível?

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\frac{1}{3\pi^2}$ m

b) $\frac{1}{3\sqrt[3]{\pi}}$ m e $\frac{1}{9\pi\sqrt[3]{\pi^2}}$ m

c) $\frac{1}{\pi\sqrt[3]{3}}$ m e $\frac{1}{\sqrt[3]{9\pi^2}}$ m

d) $\frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}$ m

e) $\frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\frac{1}{\pi\sqrt[3]{9\pi^2}}$ m

Comentário:

Seja h a altura do cilindro e R o raio da base. Então:

$$\pi R^2 h = 1$$

Ainda, temos que:

Área lateral: $2\pi Rh$

Área do fundo: πR^2

Área da tampa: πR^2

Assim, o custo será de:

$$C = 1000 \cdot 2\pi Rh + 1000 \cdot \pi R^2 + 2000 \cdot \pi R^2$$

Substituindo h, temos:

$$C = \frac{2000}{R} + 3000\pi R^2$$

Pela desigualdade das médias, temos:

$$\frac{\frac{1000}{R}+\frac{1000}{R}+3000\pi R^2}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{1000}{R}\cdot\frac{1000}{R}\cdot 3000\pi R^2} = 1000\cdot\sqrt[3]{3\pi}$$

Logo,

$$C \geq 3\cdot 1000\cdot\sqrt[3]{3\pi}$$

Com igualdade ocorrendo para:

$$\frac{1000}{R} = 3000\pi R^2$$

$$R^3 = \frac{1}{3\pi}$$

$$R = \frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}\,\text{m}$$

O que implica em:

$$h = \frac{1}{\pi R^2} = \frac{1}{\pi}\cdot\sqrt[3]{9\pi^2} = \sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}\,\text{m}$$

Gabarito: D

67.

(IME 2002) (a) Sejam x, y e z números reais positivos. Prove que: $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{x\cdot y\cdot z}$. Em que condições se verifica a igualdade?
(b) Considere um paralelepípedo de lados a, b e c, e área total S_0. Determine o volume máximo desse paralelepípedo em função de S_0. Qual a relação entre a, b e c para que o volume seja máximo? Demonstre seu resultado.

Comentário:

a) Queremos provar que:

$$\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{x\cdot y\cdot z}$$

Sabemos que:

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$$

Substituindo: $a=\sqrt[3]{x}, b=\sqrt[3]{y}, c=\sqrt[3]{z}$, temos:

$$x+y+z-3\sqrt[3]{xyz}=\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}}{2}\cdot\left[\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}\right)^2+\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{z}\right)^2+\left(\sqrt[3]{y}-\sqrt[3]{z}\right)^2\right]$$

Assim,

$$x+y+z-3\sqrt[3]{xyz}\geq 0$$

O que implica que:

$$\frac{x+y+z}{3}\geq\sqrt[3]{x\cdot y\cdot z}$$

A igualdade ocorre quando: x = y = z.

b) O volume é dado por: $V=abc$

A área total é dada por: $S_0=2ab+2bc+2ac$

Pela desigualdade das médias, temos que:

$$\frac{ab+bc+ac}{3}\geq\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{S_0}{6}\geq\sqrt[3]{V^2}$$

$$V\leq\sqrt{\frac{{S_0}^3}{216}}=\frac{S_0}{6}\sqrt{\frac{S_0}{6}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{V_{min}=\frac{S_0}{6}\sqrt{\frac{S_0}{6}}}$

68.

Encontre o valor mínimo de $\frac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^6-\left(x^6+\frac{1}{x^6}\right)-2}{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)}$ para $x>0$.

a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{1}{3}$
c) 1
d) 2
e) 6

Comentário:

Perceba que:

$$x^6+2+\frac{1}{x^6}=\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)^2$$

Então, o numerador fica:

$$\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3\right]^2-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)^2$$

Fatorando como o produto da soma pela diferença obtemos:

$$\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3\right]^2-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)^2=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]$$

Assim, a divisão se torna:

$$\frac{\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]}{\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]}=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]$$

$$\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]=x^3+\frac{1}{x^3}+3\left(x+\frac{1}{x}\right)-x^3+\frac{1}{x^3}=3\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

Pela desigualdade das médias, temos que:

$$\frac{x+\frac{1}{x}}{2}\geq\sqrt[2]{1}\therefore x+\frac{1}{x}\geq 2$$

Portanto, o valor mínimo da expressão é: $3\cdot 2=6$

Gabarito: E

---

69. (CN 1977) A soma da média aritmética com a média geométrica das raízes da equação: $ax^2-8x+a^3=0$, onde a é um número real positivo, dá:

a) $\frac{4-a^2}{a}$

b) $\frac{-4+a^2}{a}$

c) $\frac{8+a^2}{a}$

d) $\frac{4+a^2}{a}$

e) 5

Comentário:

Sejam r_1 e r_2 as raízes da equação $ax^2-8x+a^3=0$.
Pelas relações entre coeficientes e raízes concluímos que a soma das raízes da equação é $S=r_1+r_2=\frac{-(-8)}{a}=\frac{8}{a}$ e o produto das raízes é $P=r_1\cdot r_2=\frac{a^3}{a}=a^2$.
A média aritmética das raízes é dada por $MA=\frac{r_1+r_2}{2}=\frac{8/a}{2}=\frac{4}{a}$ e a sua média geométrica é $MG=\sqrt{r_1\cdot r_2}=\sqrt{a^2}=|a|=a$.
Portanto, a soma da média aritmética com a média geométrica das raízes é $MA+MG=\frac{4}{a}+a=\frac{4+a^2}{a}$.

Gabarito: D

---

70. (CN 1978) Se na equação $ax^2+bx+c=0$, a média harmônica das raízes é igual ao dobro da média aritmética destas raízes, podemos afirmar que:
a) $2b^2=ac$
b) $b^2=ac$
c) $b^2=2ac$
d) $b^2=4ac$
e) $b^2=8ac$

Comentário:

Sejam r_1 e r_2 as raízes da equação $ax^2+bx+c=0$, então, pelas relações entre coeficientes e raízes, a soma das raízes é $S=r_1+r_2=\frac{-b}{a}$ e o seu produto é $P=r_1\cdot r_2=\frac{c}{a}$.
A média harmônica das raízes é $MH=\frac{1}{\frac{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}{2}}=\frac{2r_1\cdot r_2}{r_1+r_2}=\frac{2\cdot\frac{c}{a}}{-\frac{b}{a}}=-\frac{2c}{b}$ e a média aritmética das raízes é $MA=\frac{r_1+r_2}{2}=\frac{-\frac{b}{a}}{2}=-\frac{b}{2a}$.
Como a média harmônica das raízes é igual ao dobro da sua média aritmética, então temos:
$MH=2\cdot MA\Rightarrow -\frac{2c}{b}=2\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right)\Leftrightarrow b^2=2ac$.

Gabarito: C

---

71. (CN 1981) Se h, g e a são, respectivamente, as médias: harmônica, geométrica e aritmética entre dois números, então:
a) $ah=2g$
b) $ah=g$
c) $ah=2g^2$
d) $ah=g^2$
e) $ah=2\sqrt{g}$

Comentário:

Sejam dois números positivos x e y, então sua média aritmética é $a=\frac{x+y}{2}$, sua média geométrica é $g=\sqrt{x\cdot y}$ e sua média harmônica é $h=\frac{1}{\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{2}}=\frac{2xy}{x+y}$.

Assim, temos $a=\frac{x+y}{2}\Leftrightarrow x+y=2a$ e $g=\sqrt{x\cdot y}\Leftrightarrow x\cdot y=g^2$.

Portanto, $h=\frac{2xy}{x+y}=\frac{2\cdot g^2}{2a}=\frac{g^2}{a}\Leftrightarrow a\cdot h=g^2$.

Gabarito: D

---

72. (CN 1984) Associando-se os conceitos da coluna da esquerda com as fórmulas da coluna da direita, sendo a e b números inteiros positivos quaisquer, tem-se:

I – média harmônica dos números a e b	a) $\sqrt{a\cdot b}$
II – média ponderada dos números a e b	b) $\frac{a}{b}$
III – média proporcional entre os números a e b	c) $\frac{a\cdot b}{2}$
IV – o produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum de a e b	d) $\frac{2ab}{a+b}$
V – a média aritmética simples entre a e b	e) $a\cdot b$

a) (I; b); (II; c); (IV; e)
b) (II; c); (III; a); (IV; e)
c) (I; d); (II; c); (V; c)
d) (III; a); (IV; e); (V; b)
e) (I; d); (III; a); (IV; e)

Comentário:

(I-d) $MH=\frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}}=\frac{2ab}{a+b}$

(II-) não faz sentido sem a apresentação dos pesos
(III – a) Observe que média proporcional é o mesmo que média geométrica.
(IV – e) O produto do MDC pelo MMC de dois números inteiros positivos é igual ao produto dos números.
(V –) A média aritmética simples entre a e b é $MA=\frac{a+b}{2}$ que não aparece na 2^a coluna.

Gabarito: E

---

73. (CN 1985) Sabendo-se que a média aritmética e a harmônica entre dois números naturais valem, respectivamente, 10 e $\frac{32}{5}$, pode-se dizer que a média geométrica entre esses números será igual a:

a) 3,6
b) 6
c) 6,4
d) 8
e) 9

Comentário:

Sejam $x, y \in \mathbb{N}$ os números do enunciado, então temos:

$$MA = \frac{x+y}{2} = 10 \Leftrightarrow x+y = 20$$

$$MH = \frac{2xy}{x+y} = \frac{32}{5} \Leftrightarrow \frac{2xy}{20} = \frac{32}{5} \Leftrightarrow xy = 64$$

$$MG = \sqrt{xy} = \sqrt{64} = 8$$

Gabarito: D

74. (CN 1990) No Colégio Naval, a turma do 1^{o} Ano é distribuída em 5 salas. Num teste de Álgebra, as médias aritméticas das notas dos alunos, por sala, foram, respectivamente: $5{,}5$; $5{,}2$; $6{,}3$; $7{,}1$ e $5{,}9$. A média aritmética das notas da turma é:

(A) $5{,}9$
(B) $6{,}0$
(C) $6{,}15$
(D) $6{,}5$
(E) impossível calcular

Comentário:

Para obter a média aritmética das notas da turma, teríamos que efetuar a média aritmética ponderada das médias de cada uma das 5 salas, tendo como pesos o número de alunos em cada sala. Como o número de alunos por sala não foi informado, é impossível calcular a média da turma. Podemos apenas afirmar que ela está entre $5{,}2$ (menor valor) e $7{,}1$ (maior valor).

Gabarito: E

75. (CN 1995) Sejam $M = \frac{x \cdot y}{x+y}$, onde x e y são reais positivos, logo M é:

(A) o quociente entre a média geométrica e a média aritmética de x e y.
(B) a metade do quociente entra média geométrica e a média aritmética de x e y.
(C) a média aritmética dos inversos de x e y.
(D) a média harmônica de x e y.
(E) a metade da média harmônica de x e y.

Comentário:

Observando que a média harmônica MH de dois números x e y é o inverso da média aritmética dos inversos desses dois números, então

$$MH=\frac{1}{\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{2}}=\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{2}{\frac{x+y}{xy}}=\frac{2xy}{x+y}=2M\Leftrightarrow M=\frac{1}{2}\cdot MH.$$

Logo, M é a metade da média harmônica de x e y.

Gabarito: E

---

76. (CN 2001) Um aluno calculou a média aritmética entre os cem primeiros números inteiros positivos, encontrando $50\frac{1}{2}$. Retirando um desses números encontrou como nova média aritmética $50\frac{27}{99}$. O número retirado está entre:

Dado: A média aritmética de n números é igual à soma desses n números dividida por n.

(A) 30 e 40
(B) 40 e 50
(C) 50 e 60
(D) 60 e 70
(E) 70 e 80

Comentário:

Seja S a soma dos 100 primeiros números inteiros positivos, então

$$\frac{S}{100}=50\frac{1}{2}\Leftrightarrow S=100\cdot\left(50+\frac{1}{2}\right)=5050.$$

Seja x o número retirado, temos

$$\frac{S-x}{99}=50\frac{27}{99}\Leftrightarrow 5050-x=99\cdot\left(50+\frac{27}{99}\right)$$
$$\Leftrightarrow 5050-x=4977\Leftrightarrow x=73$$

Portanto, o número retirado está entre 70 e 80.

Note que a soma dos n primeiros números inteiros positivos é dada por $S_n=\frac{(1+n)\cdot n}{2}$. No caso do problema, mesmo sem a informação do valor original da média aritmética, poderíamos ter calculado $S_{100}=\frac{(1+100)\cdot 100}{2}=5050$.

Gabarito: E

---

77. (CN 2002) Se os números x, y e z são respectivamente, iguais às médias aritmética, geométrica e harmônica de dois números reais positivos, então:

(A) $xz=1$
(B) $xz=y$

(C) $xz = y^2$
(D) $y^2 + z^2 = x^2$
(E) $(y+z)^2 = x^2$

Comentário:

Sejam $a,b \in \mathbb{R}_+^*$, então $x = \frac{a+b}{2}$, $y = \sqrt{a \cdot b}$ e $z = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}} = \frac{2ab}{a+b}$. Assim, temos:

$z = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2y^2}{2x} \Leftrightarrow y^2 = x \cdot z$.

Gabarito: C

---

78. (CN 2005) Um professor de matemática apresentou uma equação do 2° grau completa, com duas raízes reais positivas, e mandou calcular as médias: aritmética, geométrica, e harmônica entre essas raízes, sem determiná-las. Nessas condições:
(A) somente foi possível calcular a média aritmética.
(B) somente foi possível calcular as médias aritmética e geométrica.
(C) somente foi possível calcular as médias aritmética e harmônica.
(D) foi possível calcular as três médias pedidas.
(E) não foi possível calcular as três médias pedidas.

Comentário:

Seja a equação do 2° grau completa $ax^2 + bx + c = 0$ de raízes r_1 e r_2, então sabemos que $r_1 + r_2 = -\frac{b}{2}$ e $r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$.

A média aritmética das raízes é $MA = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}$, a média geométrica das raízes é $MG = \sqrt{r_1 \cdot r_2} = \sqrt{\frac{c}{a}}$ (observe que como as raízes são positivas a média geométrica é um número real) e a média harmônica das raízes é $MH = \frac{1}{\frac{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}{2}} = \frac{2r_1r_2}{r_1+r_2} = \frac{2 \cdot \frac{c}{a}}{-\frac{b}{a}} = -2\frac{c}{b}$.

Logo, é possível calcular as três médias sem determinar as raízes.

Gabarito: D

---

79. (CN 2007) Com a finalidade de se pesquisar a renda média em reais M da sua população, uma determinada região S foi dividida em quatro setores: X, Y, Z e W, com, respectivamente, 2550, 3500, 3750 e 4200 pessoas. Observou-se, então, que a renda média em reais de X é de $800{,}00$, a de Y é de $650{,}00$, a de Z é de $500{,}00$ e a de W é de $450{,}00$. Logo:
(A) $605{,}00 < M < 615{,}00$.
(B) $595{,}00 < M < 605{,}00$.

(C) $585,00 < M < 595,00$.
(D) $575,00 < M < 585,00$.
(E) $565,00 < M < 575,00$.

Comentário:

Sejam R_X, R_Y, R_Z e R_W a renda total de cada um dos setores de S, então:

$\frac{R_X}{2550} = 800,00 \Leftrightarrow R_X = 2.040.000,00$;

$\frac{R_Y}{3500} = 650,00 \Leftrightarrow R_Y = 2.275.000,00$;

$\frac{R_Z}{3750} = 500,00 \Leftrightarrow R_Z = 1.875.000,00$; e

$\frac{R_W}{4200} = 450,00 \Leftrightarrow R_W = 1.890.000,00$.

Assim, a quantidade de pessoas e a renda total de S são, respectivamente, $2550 + 3500 + 3750 + 4200 = 14000$ e $R_X + R_Y + R_Z + R_W = 2.040.000,00 + 2.275.000,00 + 1.875.000,00 + 1.890.000,00 = 8.080.000,00$

Portanto, a renda média da população de S é $M = \frac{8.080.000,00}{14000} = \frac{4.040}{7} \approx 577,14$, ou seja, $575,00 < M < 585,00$.

Esse problema poderia ser feito diretamente observando que M é a média aritmética ponderada das rendas dos setores tendo como pesos a quantidade de pessoas em cada setor.

$$M = \frac{2550 \cdot 800,00 + 3500 \cdot 650,00 + 3750 \cdot 500,00 + 4200 \cdot 450,00}{2550 + 3500 + 3750 + 4200}$$
$$= \frac{4.040,00}{7} \approx 577,14$$

Gabarito: D

---

80. (CN 2011) Sejam p e q números reais positivos tais que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{\sqrt{2010}}$. Qual o valor mínimo do produto pq?

(A) 8040
(B) 4020
(C) 2010
(D) 1005
(E) 105

Comentário:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{\sqrt{2010}}$$

Como a média aritmética de dois números positivos é maior ou igual à sua média geométrica, temos:

$$\frac{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{q}} \Leftrightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \geq \frac{2}{\sqrt{pq}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2010}} \geq \frac{2}{\sqrt{pq}} \Leftrightarrow \sqrt{pq} \geq 2\sqrt{2010} \Leftrightarrow pq \geq 8040$$

Logo, o valor mínimo do produto pq é 8040, que ocorre para $p=q=2\sqrt{2010}$.

Gabarito: A

81. Se x, y e z são números reais positivos tais que $xyz(x+y+z)=1$, o menor valor da expressão $(x+y)(y+z)$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) 2

Comentário:

$$xyz(x+y+z)=1$$
$$(x+y)(y+z)=xy+xz+y^2+yz=$$
$$=y(x+y+z)+xz=\frac{1}{xz}+xz\geq 2$$

Gabarito: E

82. Se a, b e c são reais positivos cuja soma é 1, determine o valor mínimo de $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

a) 9

b) 3

c) 1

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{9}$

Comentário:

Pela desigualdade entre as médias aritmética e harmônica, temos:

$$\frac{a+b+c}{3}\geq\frac{3}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\Leftrightarrow(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9$$
$$\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 9$$

Como para $a=b=c=\frac{1}{3}$ temos $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=9$, o valor mínimo é de fato 9.

Gabarito: A

83. (EEAr 2004) A média de um conjunto de quatro valores é $4{,}25$. Se aumentarmos de 5 unidades o menor desses valores, e diminuirmos de 3 unidades o maior deles, a nova média será

a) 4,75
b) 5,25
c) 5
d) 5,5

Comentário:

Sejam $x_1 \le x_2 \le x_3 \le x_4$ cuja média é $\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} = 4{,}25 \Leftrightarrow x_1+x_2+x_3+x_4 = 17$.

A nova média é dada por

$$\frac{(x_1+5)+x_2+x_3+(x_4-3)}{4} = \frac{(x_1+x_2+x_3+x_4)+2}{4}$$

$$= \frac{17+2}{4} = 4{,}75$$

Gabarito: A

---

84. (EEAr 2006) A tabela mostra as idades dos alunos matriculados no Centro de Educação Infantil "X", em 2005.

Idade (anos)	Número de alunos
2	3
3	3
4	5
5	14
6	25
Total	50

A média das idades dos alunos dessa escola, em anos, é, aproximadamente:

a) 4,1
b) 4,5
c) 5,1
d) 5,6

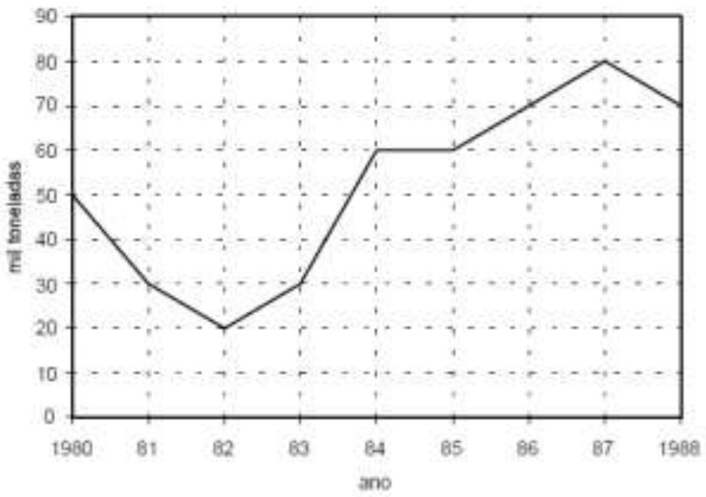
Comentário:

$$\overline{x} = \frac{2\cdot 3+3\cdot 3+4\cdot 5+5\cdot 14+6\cdot 25}{50} = 5{,}1$$

Gabarito: C

---

85. (EEAr 2010) O gráfico representa a produção de arroz, em milhares de toneladas, em certo país, no período 1980-1988.



Pelo gráfico, pode-se concluir que, no período 1980-1988, nesse país, a produção média anual de arroz, em mil toneladas, é, aproximadamente,

a) 64.
b) 60.
c) 58.
d) 52.

Comentário:

$$\overline{x} = \frac{50+30+20+30+60+60+70+80+70}{9} = \frac{470}{9} \approx 52$$

Gabarito: D

---

86. (EEAr 2011) Um teste de Matemática foi aplicado em duas turmas distintas de uma escola, a primeira com 40 alunos e a segunda com 20. As médias aritméticas das notas da primeira e da segunda turma forma, respectivamente, $6,0$ e $7,0$. Assim, a média aritmética das notas dos 60 alunos foi aproximadamente

a) 6,1
b) 6,3
c) 7,2
d) 7,5

Comentário:

$$\overline{x} = \frac{40\cdot 6,0 + 20\cdot 7,0}{40+20} = \frac{380}{60} \approx 6,3$$

Gabarito: B

87. (CMRJ 2011) A soma de dez números naturais é igual a 143. Dentre esses números, existem exatamente quatro números primos distintos. Se retirarmos três números primos da soma, a média aritmética simples entre os números restantes será igual a 19. Dentre os números retirados, podemos afirmar que o menor vale

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 7

Comentário:

Sejam p_1, p_2, p_3 e p_4 os quatro primos distintos dentre os dez naturais, então

$$\frac{143 - p_1 - p_2 - p_3}{7} = 19 \Leftrightarrow 143 - p_1 - p_2 - p_3 = 133$$

$$\Leftrightarrow p_1 + p_2 + p_3 = 10$$

Os números primos não maiores que 10 são: 2, 3, 5 e 7. Para que três números primos distintos tenham soma 10, então os primos devem ser 2, 3 e 5.

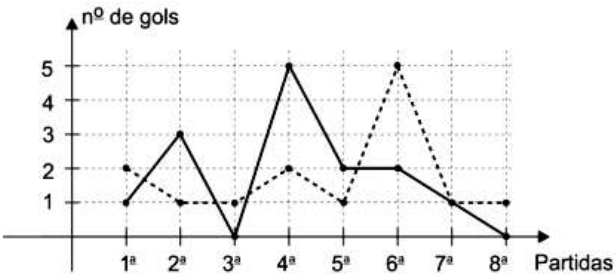
Logo, o menor número retirado é 2.

Gabarito: B

7 – Questões Comentadas – EPCAR

11. (EPCAr 2006)

No gráfico abaixo, os pontos que estão destacados sobre as linhas contínuas representam os gols marcados e os pontos que estão destacados sobre as linhas tracejadas representam os gols sofridos por uma equipe de futebol nas 8 primeiras partidas de um determinado campeonato.



Considerando que, neste campeonato, as equipes ganham 2 pontos para cada vitória, 1 ponto por empate e zero ponto em caso de derrota, até a oitava partida a equipe terá acumulado:

e) 5 pontos

f) 6 pontos

g) 7 pontos

h) 8 pontos

Comentário:

Veja que, para haver vitória, a quantidade de gols marcados deve ser maior que a quantidade de gols sofridos.

Dessa forma, há vitória nas partidas $2, 4\ e\ 5$. Para haver empate, a quantidade de gols marcados e sofridos deve ser igual. Dessa forma, há empates na partida 7.

Assim, a quantidade de pontos é

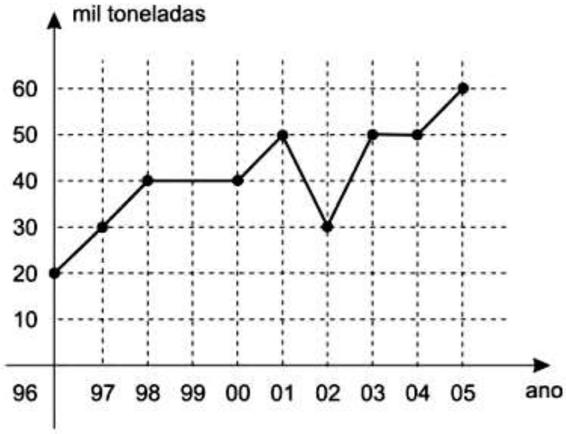
$$3 \cdot 2 + 1 = 7$$

Gabarito: C

---

12. (EPCAr 2007)

O gráfico abaixo representa, em milhares de toneladas, a produção de grãos no Brasil entre os anos de 1996 a 2005.



Analisando o gráfico, observa-se que a produção:

e) foi crescente entre 1997 e 2000.

f) teve média de 40 toneladas ao ano.

g) a partir de 2001 foi decrescente.

h) em 2001 teve acréscimo de 25% em relação ao ano anterior.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Veja que entre 1998 e 2000 a produção foi constante, ou seja, não foi crescente durante todo esse período.
b) (F) Veja que a média é

$$\frac{20+30+40+40+40+50+30+50+50+60}{10}=41$$

c) (F) Veja que entre 2002 e 2005 a produção foi não decrescente
d) (V) Em 2001 foram produzidas 50 toneladas e em 2000 foram produzidas 40. Assim, temos que

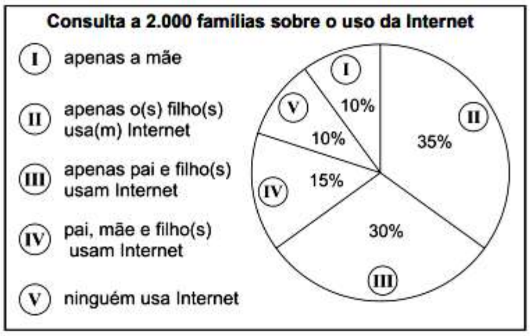
$$\frac{50}{40}=1{,}25=125\%$$

Ou seja, o aumento foi de 25%

Gabarito: D

---

13. (EPCAr 2008)
O gráfico abaixo representa o resultado de uma pesquisa realizada com 2.000 famílias diferentes constituídas de pai, mãe e filho(s) a respeito do uso da Internet em suas respectivas residências.



Com base nos dados acima, é possível afirmar que o número de famílias em que:

e) os filhos usam Internet é menor que 700.

f) mãe e filho(s) usam Internet nunca é menor que 300.

g) pai usa Internet é, no máximo, 600.

h) pai mãe e filho(s) usam Internet é a metade do número de famílias em que apenas filho(s) usa(m) Internet.

Comentário:

Multiplicando o total pelas porcentagens, temos que o número de famílias em que ninguém usa a internet é 200. O número de famílias em que pai, mãe e filhos usam a internet é 300. O número de famílias em que apenas pai e filhos usam internet é 600. O número de famílias em que apenas os filhos usam internet é 700. Já o número de famílias em que a mãe usa internet é 200.

Assim, analisando as alternativas:

a) (F) O número de famílias em que os filhos usam internet é

$$700+600+300=1600$$

b) (V) O número de famílias em que a mãe usa internet é

$$200 + 300 = 500$$

Já o número de famílias em que filhos usam internet é

$$700 + 600 + 300 = 1600$$

c) (F) O número de famílias em que o pai usa internet é

$$300 + 600 = 900$$

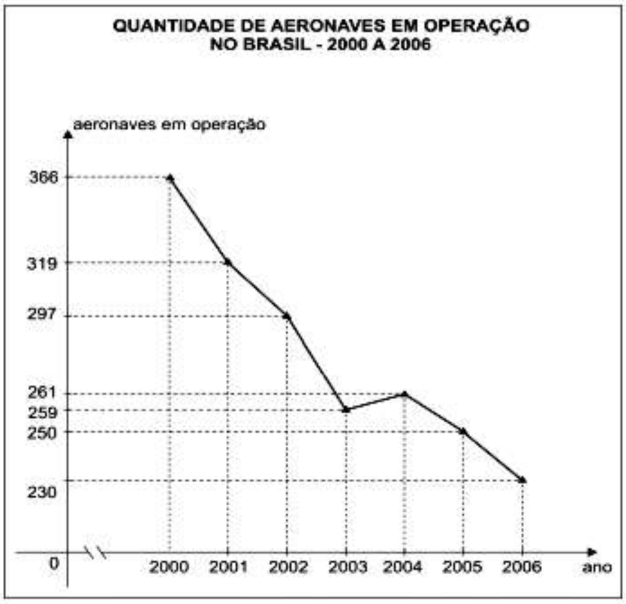
d) (F) O número de famílias que pai, mãe e filhos usam internet é 300, já o número de famílias em que apenas filhos usam internet é 700. Entretanto, a metade de 700 é

$$\frac{700}{2} = 350$$

Gabarito: B

---

14. (EPCAr 2008)
"A aviação comercial cresceu 20% no Brasil desde o ano 2000. (...) Para suprir a demanda, as empresas aéreas passaram a operar no limite de sua capacidade. A política reduziu o conforto dos passageiros e se tornou uma das causas dos atrasos nos aeroportos." (Fonte: revista Veja – 14/03/2007)



Analisando o gráfico acima, pode-se afirmar que:

e) o número de aeronaves em operação sempre diminuiu de um ano para o outro.

f) do ano de 2000 ao ano de 2001 houve uma queda de menos de 12,8% de aeronaves em operação.

g) do ano de 2000 ao ano de 2004, o número de aeronaves que não parou de operar foi de mais de 70%, em relação ao ano de 2000.

h) do ano de 2000 ao ano de 2006 o número total de aeronaves reduziu-se em 138 aeronaves.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Veja que de 2003 para 2004 o número de aeronaves em operação aumentou.
b) (F) Em 2000 havia 366 aeronaves em operação em em 2001 havia 319. Assim, a queda foi de

$$366 - 319 = 47$$

Dessa forma,

$$\frac{47}{366} \cdot 100\% \cong 12{,}84\% > 12{,}8\%$$

c) (V) Veja que de 2000 a 2001, 47 aeronaves pararam de operar.

De 2001 a 2002, 22 aeronaves pararam de operar.

De 2002 a 2003, 38 aeronaves pararam de operar.

De 2003 a 2004, 2 aeronaves passaram a operar.

Dessa forma,

$$47 + 22 + 38 - 2 = 105$$

Aeronaves pararam de operar nesse período e 261 não pararam, ou seja a porcentagem dos que continuaram em relação ao que tínhamos em 2000 é

$$\frac{261}{366} \cdot 100\% \cong 71{,}3\% > 70\%$$

d) (F) Veja que esse total se reduziu em 136 aeronaves.

Gabarito: C

---

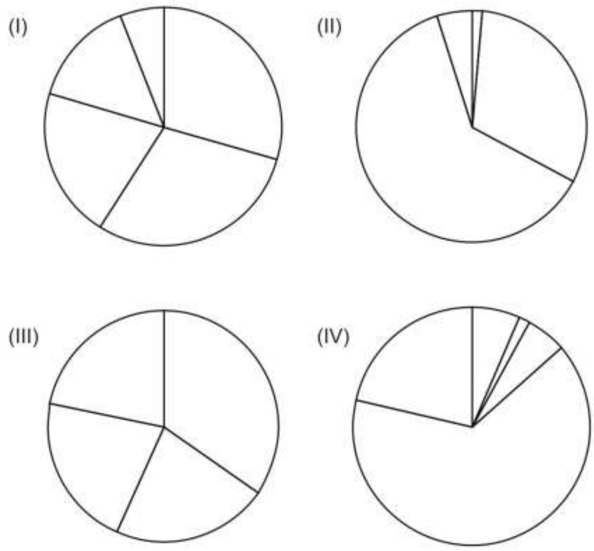
15. (EPCAr 2009)

A partir de dados extraídos do livro 1808, a respeito da população encontrada em terras brasileiras, detalhados pelo estudioso Luccock, quando da chegada da Família Real Portuguesa ao Rio de Janeiro, obtém-se a tabela a seguir:

	Classe
1600 estrangeiros	C
1000 pessoas relacionadas com a corte de D. João	A
1000 funcionários públicos	A
1000 que residiam na cidade tiravam seu sustento das terras vizinhas ou dos navios	C
700 padres	A
500 advogados	A
200 profissionais que praticavam a medicina	A
40 negociantes regulares	B
2000 retalhistas	B
4000 caixeiros, aprendizes e criados de lojas	B
1250 mecânicos	D
100 taberneiros, "vulgarmente chamados de vendeiros"	B
300 pescadores	D
1000 soldados de linha	C
1000 marinheiros do porto	C
1000 negros forros (libertos)	D
12000 escravos	D
4000 mulheres chefe de família	D

A população se completava com cerca de 29000 crianças, quase a metade do total.
(GOMES, Laurentino. 1808. SP/RJ: Planeta, 2007. Adaptado)

Excluindo-se as crianças, cada gráfico abaixo representa a população de uma das classes A, B, C ou D.



Relacione a população de cada classe A, B, C ou D aos gráficos e, a seguir, marque a alternativa que apresenta essa relação.

e) A – (IV), B – (III), C- (II), D – (I)

f) A – (I), B – (II), C- (III), D – (IV)

g) A – (I), B – (IV), C- (III), D – (II)

h) A – (III), B – (IV), C- (I), D – (II)

Comentário:

Na classe A, temos 1000 pessoas relacionadas com a corte de D. João, 1000 funcionários públicos, 700 padres, 500 advogados e 200 profissionais que praticam medicina. Dessa forma, o gráfico que pode ser relacionado com essa classe é o (I).

Na classe B, temos 40 negociantes regulares, 2000 retalhistas, 4000 caixeiros, aprendizes e criados de lojas e 100 taberneiros. Dessa forma, o gráfico que pode ser relacionado com essa classe é o (II).

Na classe C, temos 1600 estrangeiros, 1000 que residiam na cidade, 1000 soldados de linha e 1000 marinheiros de porto. Dessa forma, o gráfico que pode ser relacionado com essa classe é o (III).

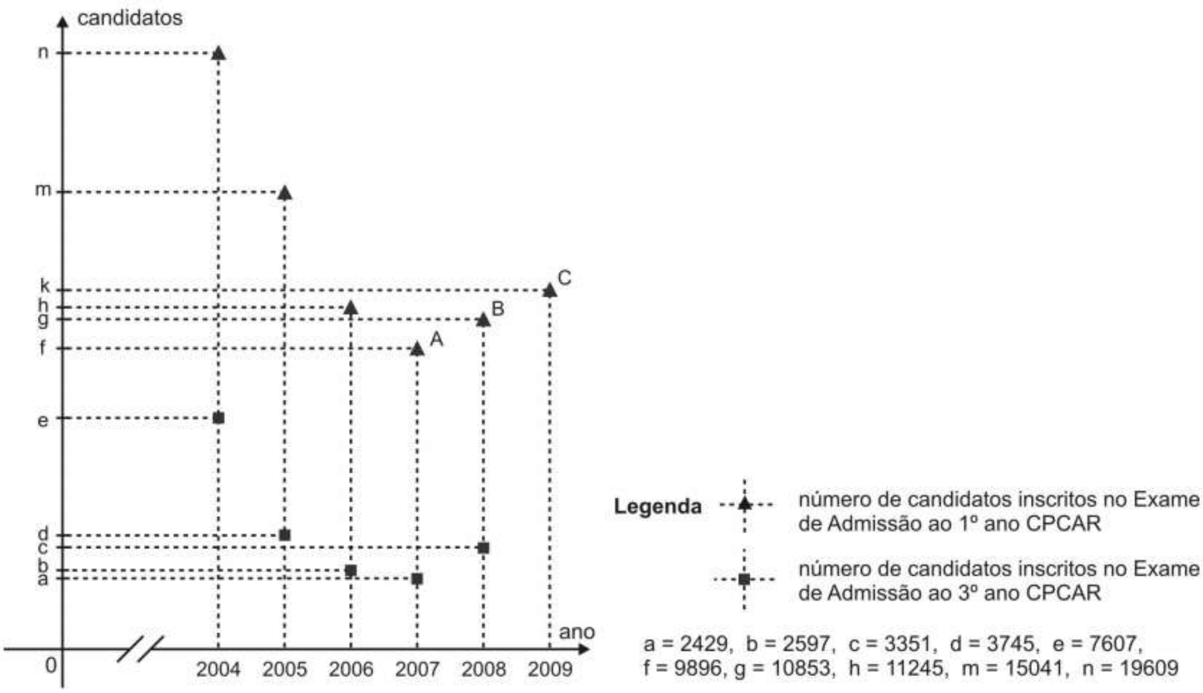
Na classe D, temos 1250 mecânicos, 300 pescadores, 1000 negros forros, 12000 escravos e 4000 mulheres de família. Dessa forma, o gráfico que pode ser relacionado com essa classe é o (IV).

Gabarito: B

---

16. (EPCAr 2009)

Os dados do gráfico abaixo indicam o número de candidatos inscritos para as provas do Exame de Admissão ao 1º e 3º anos do CPCAR, no período de 2004 até o ano de 2008, e também a projeção efetuada pela Seção de Concursos da EPCAR para 2009.



Se forem comparados o número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 1º ano do CPCAR com o número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 3º ano CPCAR, é correto afirmar que:

e) no ano de 2004, a diferença entre tais valores é menor que g.

f) d é aproximadamente 30% de m.

g) a razão entre f e a é maior que 4.

h) h supera b num número cujo produto do algarismo das dezenas pelo algarismo das unidades é menor que 30.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Veja que

$$g = 10853\,;\, n - e = 12002 > g$$

b) (F) Veja que $d = 3745$ e

$$30\% \cdot m = 4512{,}3$$

e tais valores não podem ser aproximados um pelo outro.

c) (V) Veja que a razão é

$$\frac{f}{a} = \frac{9896}{2429} > 4$$

d) (F) Veja que

$$h - b = 8648$$

Assim, o produto do algarismo das dezenas pelo algarismo das unidades é

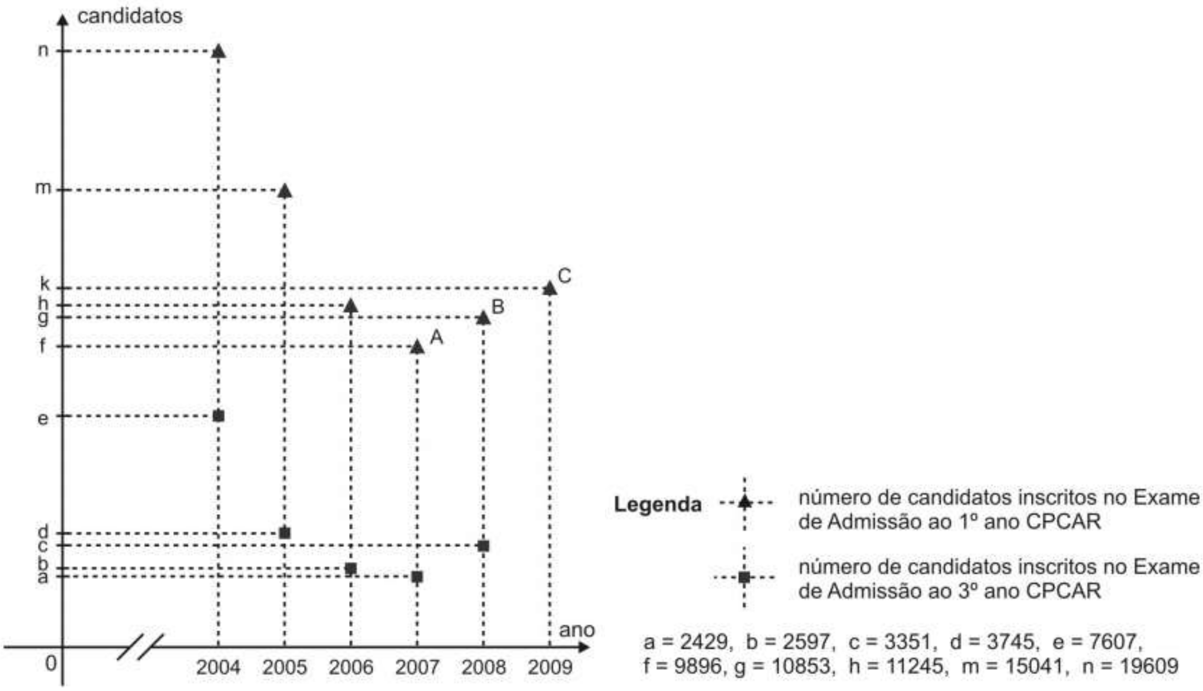
$$4 \cdot 8 = 32 > 30$$

Gabarito: C

---

17. (EPCAr 2009)

Os dados do gráfico abaixo indicam o número de candidatos inscritos para as provas do Exame de Admissão ao 1º e 3º anos do CPCAR, no período de 2004 até o ano de 2008, e também a projeção efetuada pela Seção de Concursos da EPCAR para 2009.



a = 2429, b = 2597, c = 3351, d = 3745, e = 7607,
f = 9896, g = 10853, h = 11245, m = 15041, n = 19609

Considerando-se que os pontos A, B e C estão alinhados e que houve um aumento do número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 1º ano CPCAR 2009, é correto afirmar que k é tal que a soma de todos os seus algarismos é um número divisor de:

e) 91

f) 55

g) 27

h) 16

Comentário:

Projetando B e C numa reta paralela ao eixo “ano”, temos dois triângulos retângulos e, usando semelhança de triângulos, concluímos que

$$2 = \frac{k - f}{g - f} = \frac{k - 9896}{10853 - 9896} \Rightarrow k = 11810$$

Assim, a soma dos algarismos é

$$1 + 1 + 8 + 1 + 0 = 11$$

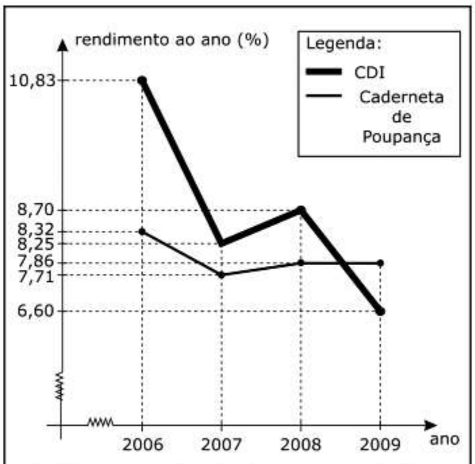
Que é um divisor de 55.

Gabarito: B

---

18. (EPCAr 2010)
A revista Época publicou uma reportagem em março de 2009 sobre as possíveis mudanças na Caderneta de Poupança no Brasil. "...Antigo patinho feio das aplicações financeiras, a boa e velha Caderneta de Poupança voltou a despertar os olhares dos investidores ávidos por fazer o dinheiro render sem correr riscos,"

O gráfico abaixo mostra o rendimento de dois fundos de aplicação, CDI e Caderneta de Poupança, no período entre 1º de janeiro a 31 de dezembro de cada ano.



Revista Época, nº 566 de 23 de março de 2009 (Adaptado)

Analise o gráfico e classifique as proposições que seguem em (V) verdadeiras ou (F) falsas:

( ) Durante o ano de 2008, a Caderneta de Poupança teve rendimento percentual constante.

( ) A aplicação no CDI foi sempre mais vantajosa em qualquer período entre janeiro de 2006 e dezembro de 2008.

( ) No primeiro semestre de 2008, houve um momento em que era indiferente aplicar no CDI ou na Caderneta de Poupança.

Tem-se a sequência correta em:

e) V – V – F

f) V – F – F

g) V – F – F

h) F – V – F

Comentário:

Analisando as alternativas:

I) (V) A reta se mantém constante

II) (F) A abscissa da função (rendimento anual) CDI se manteve sempre acima da CP

III) (V) As retas se cruzam, ou seja, houve um momento em que os rendimentos eram os mesmos.

Gabarito: B

---

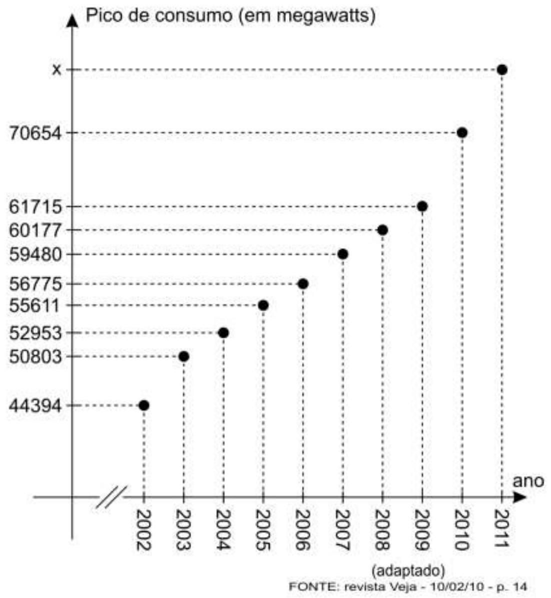
19. (EPCAr 2011)

"Demanda Crescente

O consumo de energia elétrica no Brasil nunca foi tão alto. Na quinta-feira passada, atingiu seu recorde histórico. O valor é muito superior ao registrado em anos anteriores"

(revista Veja – 10/02/10 – p. 71)

O gráfico abaixo indica o pico de consumo de energia (em megawatts) na primeira quinta-feira de fevereiro dos anos de 2002 a 2010.



Analisando-se o gráfico acima e supondo-se que em 2011, na primeira quinta-feira do mês de fevereiro, haverá um crescimento do pico de consumo de energia, proporcional ao crescimento ocorrido na primeira quinta-feira do mês de fevereiro do ano de 2009 ao ano de 2010, é correto afirmar que x é um número compreendido entre:

e) 76000 e 77000

f) 77000 e 78000

g) 78000 e 79000

h) 79000 e 80000

Comentário:

Perceba que

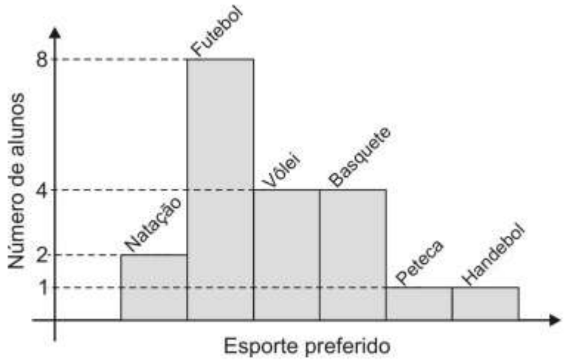
$$\frac{x - 61715}{2} = \frac{70654 - 61715}{1} \Rightarrow x = 79593$$

Gabarito: D

---

20. (EPCAr 2016)

Numa turma de x alunos, $\frac{2}{3}$ são atletas e suas preferências por modalidades esportivas estão expressas no gráfico abaixo.



Considerando que nenhum desses alunos pratica mais de um esporte, analise as afirmativas abaixo, classificando-as em V (verdadeira) ou F (falsa).

( ) Metade dos atletas gosta de vôlei ou de basquete.

( ) 40% dos atletas preferem futebol.

( ) O número de alunos desta turma é menor que 25.

Tem-se a sequência correta em:

e) F – F – F

f) V – V – V

g) F – V – F

h) V – F – V

Comentário:

Calculando a quantidade total de alunos:

$$\frac{2}{3}\ de\ x = 2 + 8 + 4 + 4 + 1 + 1$$

$$\frac{2}{3}\,.\,x = 20$$

$$x = 30\ alunos$$

Analisando as afirmativas:

I) Calculando a quantidade de pessoas que gostam de vôlei ou basquete:

$$y = 4 + 4$$

$$y = 8\ alunos$$

Calculando a razão:

$$\frac{y}{atletas} = \frac{8}{20} = 0{,}4$$

$$\frac{y}{atletas} = 40\%$$

Logo, não é metade dos atletas.

II) Calculando a razão pedida:

$$\frac{futebol}{atletas} = \frac{8}{20} = 0{,}4$$

$$\frac{futebol}{atletas} = 40\%$$

Logo, a afirmativa está correta.

III) Falso, pois tem 30 alunos.

Embora, encontramos resposta. Esta questão foi anulada no concurso.

Gabarito: ANULADA

(EPCAr 2014) 31 – A tabela e os gráficos abaixo são referentes aos candidatos do Concurso CPCAR 2012.

Distribuição por região do Brasil

	Realizaram concurso		Aprovados no concurso	
	Nº de candidatos	%	Nº de candidatos	%
Norte	477	5,4	33	4,2
Nordeste	710	8,0	59	7,2
Centro-oeste	554	6,3	39	4,8
Sudeste	6605	74,8	659	80
Sul	482	5,5	31	3,8
Total	8828	100	821	100

Analisando as informações acima, afirma-se sobre o Concurso CPCAR 2012:

I. Os candidatos da região Sudeste, além do maior número na realização do concurso, também tiveram maior percentual entre os aprovados.

II. Dentre os aprovados que vieram de Escola Pública Estadual, é possível não haver nenhum da Região Sudeste.

III. Dentre os aprovados que não foram motivados pelo ensino oferecido, é possível que só haja candidatos vindos da Região Sudeste.

Julgue cada afirmativa em (V) verdadeira ou (F) falsa e marque a alternativa que contém a sequência correta.

a) V-V-V

b) V-F-F

c) F-F-V

d) V-F-V

Comentário:

6605 é a maior quantidade de candidatos em uma região, e 80% e o maior percentual de aprovação.

Afirmação I verdadeira.

Se nenhum aprovado do sudeste for de Escola Pública Estadual, então 80% com certeza não são de Escola Pública Estadual e, então, 20% ou menos são de Escola Pública Estadual. Contudo, segundo o gráfico, 21% são de Escola Pública. 80% + 21% = 101% > 100%. Logo, deve haver aluno de Escola Pública Estadual na região sudeste.

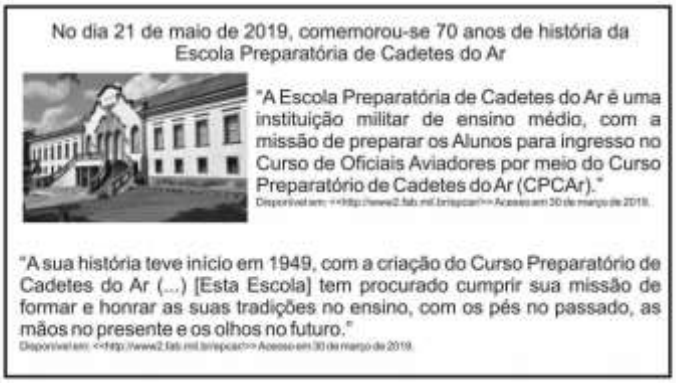
Afirmação II falsa.

Tem-se 50% + 20% + 18% = 88% dos candidatos aprovados que não foram motivados pelo Ensino Oferecido. Apenas 80% dos aprovados são da região sudeste – estes não conseguem compor 88% dos não motivados, pois 88% > 80%.

Afirmação III falsa.

Gabarito: B

(EPCAr 2020) 17 – Depois das comemorações dos 70 anos da EPCAR, foi feita uma pesquisa de opinião com os seus alunos sobre as atividades que ocorreram durante as comemorações.



No dia 21 de maio de 2019, comemorou-se 70 anos de história da Escola Preparatória de Cadetes do Ar

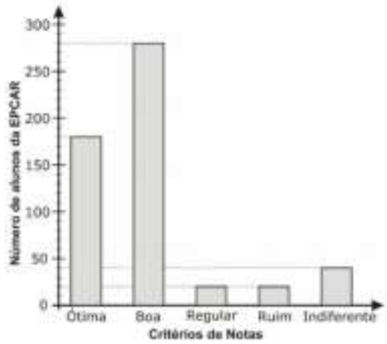
"A Escola Preparatória de Cadetes do Ar é uma instituição militar de ensino médio, com a missão de preparar os Alunos para ingresso no Curso de Oficiais Aviadores por meio do Curso Preparatório de Cadetes do Ar (CPCAr)."
Disponível em: <<http://www2.fab.mil.br/epcar/>> Acesso em 30 de março de 2019.

"A sua história teve início em 1949, com a criação do Curso Preparatório de Cadetes do Ar (...) [Esta Escola] tem procurado cumprir sua missão de formar e honrar as suas tradições no ensino, com os pés no passado, as mãos no presente e os olhos no futuro."
Disponível em: <<http://www2.fab.mil.br/epcar/>> Acesso em 30 de março de 2019.

Essas atividades foram avaliadas conforme critérios estabelecidos no seguinte quadro:

Nota	Critérios de Notas
5	ÓTIMA
4	BOA
3	REGULAR
2	RUIM
1	INDIFERENTE

Os resultados obtidos estão registrados no gráfico abaixo:



Se, nessa pesquisa, cada aluno opinou apenas uma vez, então, é INCORRETO afirmar que:

a) o número que representa a quantidade de alunos que participou dessa pesquisa possui mais de 20 divisores naturais.

b) a nota média atribuída pelos alunos foi BOA.

c) exatamente 30% dos alunos considerou a programação ÓTIMA.

d) mais de 10% dos alunos opinaram com INDIFERENTE ou REGULAR em relação à programação.

Comentário:

Analisando o gráfico, calculamos o número total de alunos que participaram da pesquisa:

$$Nota\ ÓTIMA: 180\ alunos$$

$$Nota\ BOA: 280\ alunos$$

$$Nota\ REGULAR: 20\ alunos$$

$$Nota\ RUIM: 20\ alunos$$

$$Nota\ INDIFERENTE: 40\ alunos$$

$$Total: 180 + 280 + 20 + 20 + 40 = \mathbf{540\ alunos}$$

Assim:

a) $540 = 2^2 3^3 5 \rightarrow (2+1)(3+1)(1+1) = 24$ divisores naturais. Correta.

b) Fazendo a média ponderada:

$$\frac{180.5 + 280.4 + 20.3 + 20.2 + 40.1}{540} = 4$$

Nota BOA. Correta.

c) 30% de 540 = 0,3.540 = 162 ≠ 180. Falsa.

d) 10% de 540 = 0,1.540 = 54 alunos.

Alunos REGULAR + INDIFERENTE = 40+20 = 60 > 54 – ou seja, mais de 10%. **Correta.**

Gabarito: C

(EPCAr 2012) 09 – Um líquido L_1 de densidade 800 g/ℓ será misturado a um líquido L_2 de densidade 900 g/ℓ.

Tal mistura será homogênea e terá a proporção de 3 partes de L_1 para cada 5 partes de L_2.

A densidade da mistura final, em g/ℓ, será:

a) 861,5

b) 862

c) 862,5

d) 863

Comentário:

Basta fazer uma média ponderada:

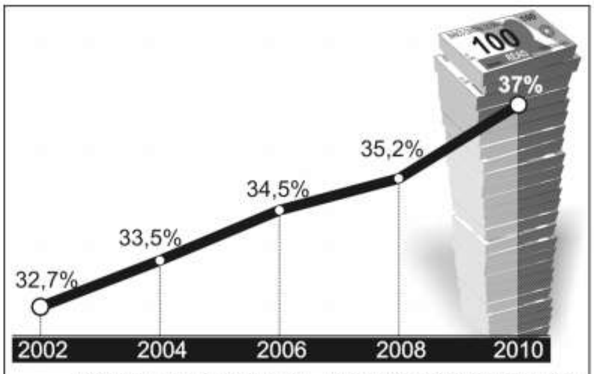
$$\frac{800 \times 3 + 900 \times 5}{3 + 5} = \mathbf{862,5 g/L}$$

Gabarito: C

(EPCAr 2012) 18 – De 2002 a 2010 "a carga tributária saltou de 32,7% para 37% (...) O brasileiro médio tem de trabalhar 148 dias por ano para pagar seus impostos."

(Fonte: Revista Veja de 05/01/2011, pág. 78)

O gráfico abaixo representa o volume de tributos (em percentual) cobrados pelo governo de 2002 a 2010.



Adaptado da Revista Veja, nº 1 de 05/01/2011, pág. 79

Com base nas informações do gráfico, marque a alternativa FALSA.

a) O crescimento do volume de tributos do ano de 2002 ao ano de 2004 foi maior que o do ano de 2006 ao ano de 2008.

b) Se o volume de tributos do ano de 2010 é x% maior que o volume de tributos do ano de 2002, então $x > 12$.

c) O volume de tributos do ano de 2004 é maior que 0,9 do volume de tributos do ano de 2010.

d) Supondo que do ano de 2008 ao ano de 2011 o aumento anual do volume de tributos seja constante e que o volume de tributos do ano de 2011 seja p, então $p > 38\%$.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (V) O crescimento de 2002 a 2004 é de

$$(33{,}5 - 32{,}7) = 0{,}8\%$$

O crescimento de 2006 a 2008 é de

$$(35{,}2 - 34{,}5) = 0{,}7\%$$

b) (V) Temos que

$$37{,}5\% = (1 + x\%) \cdot 32{,}7 \Rightarrow \boldsymbol{x = 14,67 > 12}$$

c) (V) A razão citada é

$$\frac{33{,}5\%}{37\%} \cong 0{,}9054 > 0{,}9$$

d) (F) Seja o aumento a, temos que entre 2 anos consecutivos, o aumento é de a. Assim, tomando os anos de 2008 e 2010 temos que

$$37\% - 35{,}2\% = 2a \Rightarrow a = 0{,}9\%$$

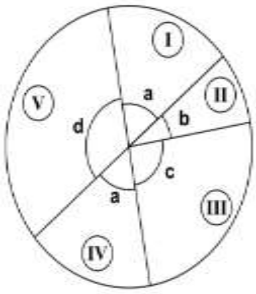
Logo,

$$p = 37\% + a \Rightarrow \boldsymbol{p = 37,9\% < 38\%}$$

Gabarito: D

(EPCAr 2011) 44 – Para as eleições para a Presidência da República do Brasil foi feita uma pesquisa com 2400 pessoas sobre suas preferências em relação aos candidatos A, B e C.

Sabe-se que cada pessoa optou por um único candidato, ou votou em branco, ou votou nulo, e que o diagrama abaixo indica os resultados da pesquisa.



Dados:

Os ângulos a, b, c, e d são tais que:

$c = 90°$

$a + b = 90°$

$a = 2b$

Em cada região do diagrama tem-se:

(I) n° de pessoas que votou no candidato A.

(II) n° de pessoas que votou no candidato B.

(III) n° de pessoas que votou no candidato C.

(VI) n° de pessoas que votou em branco.

(V) n° de pessoas que votou nulo.

Sabe-se que a diferença entre o número de pessoas que votou nulo e o número de pessoas que votou em B é y. Então, y representa a/o:

a) quarta parte do total de entrevistados.

b) metade do total de entrevistados.

c) terça parte do total de entrevistados.

d) dobro do número de pessoas que votou em C.

Comentário:

Dos dados do enunciado, concluímos que

$$\boldsymbol{a = 60°, b = 30°, c = 90°, \quad d = 120°}$$

Assim, por regra de 3, o número de pessoas que votou no candidato A é

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2400 = 400$$

O número de pessoas que votou no candidato B é

$$\frac{30^\circ}{360^\circ} \cdot 2400 = 200$$

O número de pessoas que votou no candidato C é

$$\frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2400 = 600$$

O número de pessoas que votou em branco é

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2400 = 400$$

E o número de pessoas que votou nulo é

$$2400 - 400 - 200 - 400 - 600 = 800$$

Assim,

$$\boldsymbol{y} = 800 - 200 = \mathbf{600}$$

Dessa maneira, y representa a quarta parte do total de entrevistados

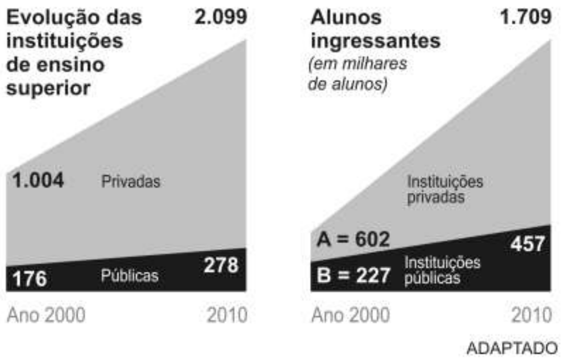
Gabarito: A

(EPCAr 2013) 10 – "Ensino privatizado

– 78% dos alunos brasileiros estão matriculados em instituições de ensino superior privadas.

– Nos Estados Unidos, o percentual é de 22%."

FONTE: ISTOÉ – 4/abril/12 – Ano 36, no 2212 – p.55



Sabendo-se que os gráficos acima se referem ao Brasil, analise as afirmativas abaixo e marque V (verdadeiro) ou F (falso).

( ) O aumento do número de instituições de ensino superior privadas entre os anos 2000 e 2010 foi x%. O número x está compreendido entre 106 e 110.

( ) No período de 2000 a 2010 o crescimento no número de instituições de ensino superior públicas representa mais que a décima parte do crescimento no número de instituições de ensino superior privadas.

(   ) No ano de 2010, o número de alunos ingressantes no ensino superior privado representa mais de 360% do número de alunos ingressantes no superior público.

(   ) $A - B$ representa mais de 65% de A.

A sequência correta é:

a) V – V – F – F

b) V – F – V – F

c) F – V – V – V

d) F – F – F – V

Comentário:

Iremos analisar cada uma das afirmativas separadamente.

I) (V) O aumento no número de instituições privadas foi igual a

$$y = 2099 - 1004 = 1095$$

Esse aumento em porcentagem é igual a

$$x = \frac{1095}{1004} \times 100 \cong \mathbf{109\%}$$

II) (F) Crescimento no número de instituições públicas:

$$278 - 176 = 102$$

Crescimento no número de instituições privadas: 1095 (valor calculado na alternativa anterior)

$$\frac{\text{Crescimento no número de instituições privadas}}{10} = 109{,}5$$

Veja que isso é maior que o crescimento no número de instituições públicas

III) (V) Para o ano de 2010, temos os seguintes dados:

$$\textit{Número de alunos ingressantes no ensino superior privado}: 1.709$$

$$\textit{Número de alunos ingressantes no ensino superior público}: 457$$

Veja que

$$457 \times 3{,}6 = 1645{,}2 < 1709$$

IV) (F) Veja que

$$A = 602; \ \ B = 227$$

$$\Rightarrow A - B = 375$$

$$65\% \cdot A = 391{,}3$$

$$0{,}65 \times A > 375$$

Com isso, tem-se que esse item é falso

Logo, a sequência correta é dada por: $\boldsymbol{V - F - V - F}$

Gabarito: B

(EPCAr 2018) 32 – Uma consulta pública realizada pelo Instituto que organiza a aplicação do Exame Nacional do Ensino Médio, em fevereiro de 2017, visou conhecer a preferência sobre os possíveis modelos de aplicação do Exame:

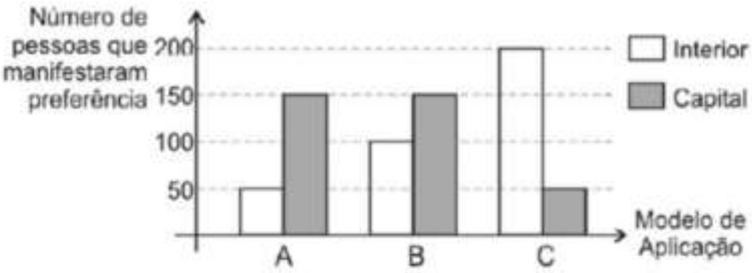
* Modelo A: Testes em apenas 1 dia

* Modelo B: Testes no sábado e no domingo

* Modelo C: Testes em dois domingos consecutivos

Suponha que tenham sido consultadas um total de x pessoas entre moradores da capital e do interior. Desse total, 40 pessoas do interior e 60 da capital não manifestaram preferência pelos Modelos A, B ou C.

O gráfico a seguir mostra os resultados dos que manifestaram sua preferência:



Baseado nestas informações, é correto afirmar que:

a) 20% das pessoas consultadas, exatamente, preferem a aplicação do Exame em um único dia.

b) o número total das pessoas consultadas no interior e na capital é o mesmo.

c) $\frac{5}{7}$ das pessoas que manifestaram preferência pelos Modelos optaram pela realização do Exame em dois dias.

d) exatamente 12% das pessoas consultadas não manifestaram opinião.

Comentário:

Do gráfico, temos que :

$$x = 40 + 60 + 200(Do\ A) + 250(Do\ B) + 250(Do\ C)$$

$$x = 800\ pessoas\ no\ total$$

Portanto, temos:

$$700\ pessoas\ optaram\ por\ algum\ modelo$$

$$B + C = Pessoas\ que\ optaram\ pelo\ exame\ em\ 2\ dias$$

$$\frac{250 + 250}{700} = \frac{500}{700} = \mathbf{\frac{5}{7}}$$

Gabarito: C

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 08. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!

@profismael_santos	***Ismael Santos***	***@IsmaelSantos***

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO SARGENTO!