ELSEVIER

FABRICIO MARIANO E
ANDERSON MENESES

Matemática Básica para Concursos

2ª Edição

SÉRIE PROVAS & CONCURSOS

Totalmente revisado e com novos capítulos sobre Funções, Matrizes, Números Complexos e Tópicos de Matemáticas Financeira

CAMPUS
CONCURSOS

FABRICIO MARIANO E
ANDERSON MENESES

Matemática Básica para Concursos

2ª Edição

SÉRIE PROVAS & CONCURSOS

ELSEVIER

CAMPUS CONCURSOS

Copidesque: Isis Batista Pinto *Revisão Gráfica*: Irênio Chaves *Editoração Eletrônica*: SBNigri Artes e Textos Ltda.
Epub: SBNigri Artes e Textos Ltda.

Coordenador da Série: Sylvio Motta
Elsevier Editora Ltda.
Conhecimento sem Fronteiras Rua Sete de Setembro, 111 – 16º andar 20050-006 – Centro – Rio de Janeiro – RJ – Brasil
Rua Quintana, 753 – 8º andar 04569-011 – Brooklin – São Paulo – SP – Brasil
Serviço de Atendimento ao Cliente 0800-0265340
atendimento1@elsevier.com
ISBN: 978-85-352-7448-6
ISBN (versão eletrônica): 978-85-352-7449-3

Nota: Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação, impressão ou dúvida conceitual. Em qualquer das hipóteses, solicitamos a comunicação ao nosso Serviço de Atendimento ao Cliente, para que possamos esclarecer ou encaminhar a questão.
Nem a editora nem o autor assumem qualquer responsabilidade por eventuais danos ou perdas a pessoas ou bens, originados do uso desta publicação.

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

Mariano, Fabrício
Matemática básica para concursos / Anderson Meneses, Fabrício Mariano. – 2. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.
24 cm. – (Provas e concursos)
M286m Inclui bibliografia
2. ed. '515 assertivas comentadas de macroeconomia, economia brasileira e microeconomia'
ISBN 978-85-352-7449-3

1. Matemática. 2. Matemática - Problemas, questões, exercícios. 3. Serviço público – Brasil – Concursos. I. Mariano, Fabrício. II. Título. III. Série.

13-04162.

CDD: 510
CDU: 51

Dedicatórias

Anderson Meneses

À minha esposa Heloísa e à minha filha Gabriela.

"Transportai um punhado de terra todos os dias e farás uma montanha."

C*onfúcio*

Fabrício Mariano

À minha namorada Marinéa, pelo amor, incentivo e presença. À minha irmã Cristiani, pelo amor, companheirismo e amizade que sempre me acompanham.

"O melhor aço tem que passar pelo fogo mais quente."

Richard Nixon

Agradecimentos Anderson Meneses

Agradeço ao amigo Fabrício Mariano pela oportunidade de estarmos juntos em mais este projeto. Agradeço à Marinéa pelo auxílio técnico, ao professor Sylvio Motta, Raquel Zanol e a todos os colaboradores da Editora Campus/Elsevier pela presteza e profissionalismo.

Fabrício Mariano

À minha namorada Marinéa pelo auxílio técnico. Ao amigo Anderson por mais esta parceria. Ao professor Sylvio Motta e a Raquel Zanol pelo fortalecimento da parceria ao lançarmos mais uma obra. Aos colaboradores da Editora Campus/Elsevier, por estarmos juntos mais uma vez e pela presteza e atenção dispensada.

Os Autores

Anderson Meneses

- Mestre e Doutor em Engenharia Nuclear pela Coppe/UFRJ e IDSIA, na Suíça.
- Mestre em Engenharia Nuclear pela Coppe/UFRJ.
- Especialista em Análise, Projeto e Gerência de Sistemas pela PUC-Rio.
- Graduado em Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ.
- Ex-aluno do Colégio Pedro II.
- Atua há mais de dez anos como professor, sete dos quais também dedicados ao ensino superior.
- Autor de publicações internacionais na área de Engenharia Nuclear.
- Palestrante em congressos no Brasil, Itália, Espanha, Alemanha e Estados Unidos.
- Coautor dos livros *Física para Concursos*, *Noções de Estatística para Concursos* e *Mercado Financeiro*, com Fabrício Mariano, publicados pela editora Campus/Elsevier.

Fabrício Mariano

- Mestrado em Economia pela Wisconsin International University.
- Pós-graduação em Finanças e Gestão Corporativa pela Ucam – Universidade Cândido Mendes.
- Graduação em Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ.

- Ensino Fundamental e Médio – Colégio Pedro II.
- Cursos de aperfeiçoamento nas áreas de:
    - Derivativos (Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro – Andima);
    - Finanças Empresariais (Fundação Getúlio Vargas – FGV);
    - Gestão do Serviço Público (Fundação Getúlio Vargas – FGV);
    - Atendimento ao Público (Interlegis);
    - Lei de Responsabilidade Fiscal (Unilegis);
    - Estatística I e II (Cecierj – Uerj);
    - Análise combinatória I e II (Cecierj – Uerj);
    - Educação Matemática (Instituto de Matemática – UFRJ);
    - Magnetismo Experimental (CBPF – Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas);
    - Física Moderna e Contemporânea (UFF – Universidade Federal Fluminense).
- Professor de diversos cursos preparatórios no Rio de Janeiro e Juiz de Fora, entre eles, Curso Reta de Chegada, Curso Iarj, Curso Multiplus, Academia do Concurso Público, Companhia dos Módulos, Curso Logos.

Apresentação

Conteúdos de Matemática são cada vez mais exigidos dos candidatos em concursos públicos. Ao elaborarmos este livro, tivemos a preocupação de trazer os tópicos fundamentais de Matemática mais cobrados, tais como Aritmética, Álgebra, Geometria, Progressões, Matrizes, Análise Combinatória, Probabilidades, Noções de Estatística, Números Complexos e Tópicos de Matemática Financeira, abrangendo uma ampla gama de assuntos.

As questões resolvidas e propostas, tanto as de aprendizagem como as de revisão, vão ajudar o candidato a se preparar com profundidade para o desafio das provas. As explicações teóricas em uma linguagem clara e acessível, bem como as questões selecionadas de concursos anteriores, também vão fortalecer o treinamento para os certames.

Desejamos bons estudos aos candidatos, com a certeza de que obterão sucesso em seus objetivos.

Sumário

Capítulo 1

Aritmética e Conjuntos Numéricos

A aritmética é um ramo da matemática que lida com as propriedades elementares de certas operações sobre numerais.

As operações aritméticas tradicionais são a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão, embora operações mais avançadas (tais como as manipulações de porcentagens, raiz quadrada, exponenciação e funções logarítmicas) também sejam por vezes incluídas neste ramo. A aritmética desenrola-se em obediência a uma ordem de operações.

O termo aritmética também é usado em referência à teoria dos números. Isso inclui as propriedades dos números inteiros relacionadas com a primalidade, a divisibilidade e a solução de equações em inteiros, bem como a pesquisa moderna que tem surgido desse estudo. É nesse contexto que se podem encontrar coisas como o teorema fundamental da aritmética e funções aritméticas.

Neste capítulo também se encontram os principais conceitos referentes a conjuntos numéricos, de fundamental importância para a resolução de questões e para a compreensão de outros assuntos.

1.1. Números Primos

No caso dos números naturais ($\mathbb{N}$), temos a seguinte definição: o número primo admite apenas dois divisores distintos.

Exemplos:

- 5 é um número primo, pois é divisível por 1 e 5;
- 1 não é um número primo, pois é divisível por 1, somente, ou seja, não tem dois divisores distintos.

1.1.1. Números primos entre si

Dois números são primos entre si quando admitem como divisor comum apenas a unidade.

Exemplo:

Determine se os números 16 e 25 são primos entre si.

- divisores de 16: $D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$;
- divisores de 25: $D(25) = \{1, 5, 25\}$.

Como o único divisor comum é o número 1, logo 16 e 25 são primos entre si (apesar de não serem números primos).

1.1.2. Decomposição em fatores primos

Decompor um número em fatores primos significa representá-lo sob a forma de um produto de números primos.

Exemplo:

Decomponha em fatores primos os números 30 e 100.

30	2	100	2
15	3	50	2
5	5	25	5
1	2.3.5	5	5
		1	$2^2.5^2$

1.1.3. Quantidade de divisores de um número

A quantidade de divisores inteiros e positivos de um número é obtida calculando-se o produto dos expoentes de seus fatores primos aumentados de uma unidade.

Em outras palavras, seja o número inteiro e postivo N, sendo que sua decomposição em fatores primos resulta em $N = A^a \cdot B^b \cdot C^c$. A quantidade Q de divisores de N será dada por $Q = (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$.

Exemplo:

Quantos divisores possui o número 240?

Solução:

A decomposição de 240 em fatores primos resulta em $2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^1$, logo, o total de divisores de 240 é $(4 + 1) \cdot (1 +1) \cdot (1 +1)$, que resulta em 20.

1.1.4. Critérios de divisibilidade

Abaixo, seguem os critérios de divisibilidade para números naturais.

Divisibilidade por 2

Um número natural será divisível por 2 quando terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8, ou seja, quando for par.

Exemplos:

a) 8436 é divisível por 2, pois termina em 6;

b) 539 não é divisível por 2, pois é ímpar.

Divisibilidade por 3

Um número será divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for também divisível por 3.

Exemplo:

a) 351 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos equivale a $3 + 5 + 1 = 9$. Já que 9 é divisível por 3, então 351 é também divisível por 3.

Divisibilidade por 4

Um número será divisível por 4 quando terminar em 00 ou quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos for também divisível por 4.

Exemplos:

a) 324 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4;
b) 700 é divisível por 4, já que termina em 00;
c) 1.071 não é divisível por 4, pois termina em 71, que não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5

Um número será divisível por 5 quando terminar em 0 ou 5.

Exemplos:

a) 85 é divisível por 5, pois termina em 5;
b) 110 é divisível por 5, pois termina em 0;
c) 113 não é divisível por 5, pois não termina nem em 0, nem em 5.

Divisibilidade por 6

Um número será divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3.

Exemplos:

a) 372 é divisível por 6, porque é divisível por 2 e por 3;
b) 813 não é divisível por 6, pois embora seja divisível por 3, não é divisível por 2.

Divisibilidade por 8

Um número será divisível por 8 quando terminar em 000 ou quando o número formado pelos seus três últimos algarismos for divisível por 8.

Exemplos:

a) 12000 é divisível por 8, pois termina em 000;
b) 6056 é divisível por 8, pois 056 (ou seja, 56) é divisível por 8;
c) 3116 não é divisível por 8, pois 116 não é divisível por 8.

Divisibilidade por 9

Um número será divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 9.

Exemplo:

a) 927 é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos equivale a $9 + 2 + 7 = 18$, que é divisível por 9.

Divisibilidade por 10

Um número natural será divisível por 10 quando ele terminar em 0.

Exemplo:

a) 7.820 é divisível por 10, pois termina em 0.

Divisibilidade por 11

Seja o algarismo das unidades de 1ª ordem, o das dezenas de 2ª ordem, o das centenas de 3ª ordem, e assim por diante.

Um número será divisível por 11 quando a diferença entre as somas dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar e a dos de ordem par for divisível por 11.

Exemplos:

a) Seja o número 275. O representaremos em função das ordens pares e ímpares:

2	7	5
Ordem ímpar (posição 3)	Ordem par (posição 2)	Ordem ímpar (posição 1)

A soma dos algarismos das ordens ímpares equivale a 5 + 2 = 7. Já a soma dos algarismos das ordens pares equivale a 7. A diferença entre as somas é 7 – 7 = 0. Como zero é divisível por 11, então, 275 é divisível por 11.

b) Seja o número 92.675. O representaremos em função das ordens pares e ímpares:

9	2	6	7	5
Ordem ímpar (posição 5)	Ordem par (posição 4)	Ordem ímpar (posição 3)	Ordem par (posição 2)	Ordem ímpar (posição 1)

A soma dos algarismos das ordens ímpares equivale a 9 + 6 + 5 = 20. Já a soma dos algarismos das ordens pares equivale a 2 + 7 = 9. A diferença entre as somas é 20 – 9 = 11. Já que 11 é divisível por 11, então, 92.675 é divisível por 11.

c) Seja o número 4.092. Vamos representá-lo em função das ordens pares e ímpares:

4	0	9	2
Ordem par (posição 4)	Ordem ímpar (posição 3)	Ordem par (posição 2)	Ordem ímpar (posição 1)

Nesse caso, a soma dos algarismos das ordens ímpares equivale a 0 + 2 = 2. Já a soma dos algarismos das ordens pares equivale a 4 + 9 = 13. Como a diferença não pode ser realizada *no domínio dos números naturais* (pois teríamos 2 – 13, ou seja, minuendo menor que o subtraendo) então acrescenta-se o menor múltiplo de 11 diferente de zero ao minuendo, ou seja, 2 + 11 = 13, e aí obtemos 13 – 13 = 0. Já que zero é divisível por 11, então, 4.092 é divisível por 11.

Divisibilidade por 12

Um número será divisível por 12 quando for divisível por 3 e por 4.

Exemplos:

a) 732 é divisível por 12, pois é divisível por 3 e por 4;

b) 812 não é divisível por 12, pois embora seja divisível por 4, não é divisível por 3.

Divisibilidade por 15

Um número será divisível por 15 quando for divisível por 3 e por 5.

Exemplos:

a) 225 é divisível por 15, pois é divisível por 3 e por 5;

b) 625 não é divisível por 15, pois embora seja divisível por 5, não é divisível por 3.

Divisibilidade por 25

Um número será divisível por 25 quando seus dois algarismos finais forem 00, 25, 50 ou 75.

Exemplo:

Os números 100, 425, 650 e 1.075 são divisíveis por 25.

1.1.5. Dízimas periódicas

Toda dízima periódica possui um período (parte que se repete), ou seja, toda dízima tem uma geratriz, que nada mais é do que a fração que a gerou.

Vejamos os exemplos abaixo:

Dízima	Geratriz
0,333...	$\frac{1}{3}$
0,4545...	$\frac{45}{99}$
0,345345...	$\frac{345}{999}$

As dízimas periódicas classificam-se em dízimas periódicas simples e dízimas periódicas compostas.

Exemplos:

$\frac{1}{3}$ = 0,333... (período simples: 3) $\frac{45}{99}$ = 0,4545... (período composto: 45) $\frac{345}{999}$ = 0,345345... (período composto: 345)

1.1.5.1. Geratriz de uma dízima

Objetivo: Dada uma dízima, obter a sua geratriz (a fração que a originou).

Regra geral: Andar com a vírgula até chegar à parte periódica (e contar o número de casas decimais) e depois andar com a vírgula até chegar à parte não periódica (e contar o número de casas decimais). E, finalmente, subtrair os resultados, obtendo a fração.

Exemplo 1:

0,455...

45,5... 100
<u>4,5... 10</u>
41 90
Geratriz: 41/90

Exemplo 2:

0,23434...

234,34... 1000
<u>2,34... 10</u>
232 990
Geratriz: 232/990

1.1.6. Frações

Fração é um modo de expressar uma quantidade a partir de um valor que é dividido por um determinado número de partes iguais entre si. A palavra vem do latim *fractus* e significa "partido", "quebrado"; ou seja, é uma "porção" de uma certa quantidade.

Problemas sobre distância percorrida

Exemplo:

Um indivíduo andou 2/5 do percurso, em km, e mais 900km, completando, assim, metade do percurso. Qual a distância total do percurso?

Solução algébrica

Seja *x* o percurso total. Logo, segundo os dados do problema, temos

$$\frac{2x}{5} + 900 = \frac{x}{2}$$
$$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{2x}{5} = 900$$
$$\Rightarrow x = 9000\ .$$

Solução aritmética

Vamos representar o percurso total pelo símbolo ◊. Se a metade do percurso é dada por $\left(\frac{2}{5}\ de\ \Diamond\right) + 900$, então o percurso total será o dobro da expressão acima, que corresponde a

$$\left(\frac{4}{5}\ de\ \Diamond\right)+1800\,.$$

Pode-se então observar que 1800 corresponde exatamente a $\frac{1}{5}$ de ◊, ou seja, $\frac{1}{5}$ do percurso total (pois para completar $\frac{5}{5}$ do percurso falta $\frac{1}{5}$). Logo, se $\frac{1}{5}$ do percurso vale 1800, então o percurso total vale $1800 \cdot 5 = 9000$.

1.2. Razão e Proporção

1.2.1. Razão

É a divisão de duas medidas. Na verdade, o que deve ficar bem claro é que uma razão compara duas medidas e informa o quanto uma é múltipla da outra ou parte dela.

Exemplo:

Sabendo que João tem 50 anos e que Pedro tem 10 anos, qual a razão entre as idades de João e Pedro?

Solução:

Seja J a idade de João e P, a idade de Pedro, a razão entre as idades será $\frac{J}{P}=\frac{50}{10}=5\,.$

Isso significa também dizer que a idade de João é 5 vezes a idade de Pedro.

1.2.2. Proporção

A proporção corresponde a duas razões com a mesma constante de proporcionalidade.

Exemplos:

1) Qual a constante de proporcionalidade entre as idades abaixo?

João: 50 anos
Pedro: 10 anos
Maria: 20 anos
Cássia: 100 anos

Solução:

Sejam J, P, M e C as idades de João, Pedro, Maria e Cássia, respectivamente. Assim, temos $\frac{J}{P}=\frac{50}{10}=5$ e $\frac{C}{M}=\frac{100}{20}=5\,.$

Generalizando, podemos dizer que as quatro idades, nessa ordem, são proporcionais. Ou seja, $\frac{J}{P}=\frac{C}{M}=5\,.$

Observa-se que as duas razões têm a mesma constante k de proporcionalidade, e neste caso, $k = 5$.

Resposta:

A constante de proporcionalidade entre as idades apresentadas é $k = 5$.

2) A soma de dois números é 80 e a razão entre o menor e o maior é 2/3. Ache o valor desses números.

Solução:

Sejam a o número menor e b o número maior, logo

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}, \text{ ou ainda, } \frac{b}{a} = \frac{3}{2}.$$

Podemos escrever ainda

$$\frac{a}{a} + \frac{b}{a} = 1 + \frac{3}{2}, \text{ ou seja,}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{2+3}{2}.$$

Substituindo $a + b = 80$, passamos a ter

$$\frac{80}{a} = \frac{5}{2}, \text{ que resulta em}$$

$$a = \frac{80 \times 2}{5} = 32.$$

Se o menor vale $a = 32$, o maior então será $b = 80 - 32 = 48$.

Resposta:

Os números são 32 e 48.

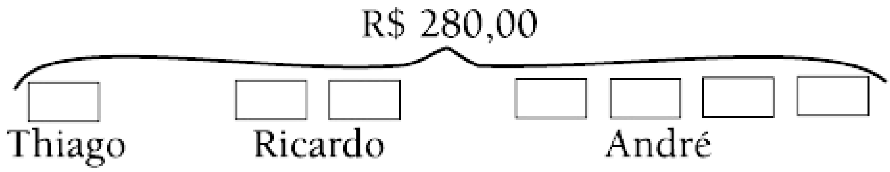
DICA

Blocos

Muitos exercícios de álgebra e aritmética podem ser feitos por meio de um esquema representativo da situação, constituído de blocos que nos levam a estabelecer relações importantes para a solução de problemas, como no exemplo abaixo.

3) André, Ricardo e Thiago têm juntos R$ 280,00. André possui o dobro do que possui Ricardo, que, por sua vez, possui o dobro do que possui Thiago. Quanto cada um possui?

Solução por blocos:



$$7 \times \square = 280$$
$$\Rightarrow \square = 40$$

Assim, podemos calcular a quantia que cada um possui:

Thiago possui $1 \times \square =$ R$ 40,00

Ricardo possui $2 \times \square =$ R$ 80,00

André possui $4 \times \square =$ R$ 160,00

Resposta:

As quantidades que Thiago, Ricardo e André possuem são respectivamente R$ 40,00, R$ 80,00 e R$ 160,00.

4) A soma da idade de João e Maria vale 50. Suas idades estão divididas na razão de 3 para 2 e nesta ordem. Quanto vale a idade de cada um?

Solução:

João = $\square\square\square$

Maria = $\square\square$

Soma = $5 \times \square = 50$

Logo, $1 \times \square = 10$

Resposta:

Idade de João: $3 \times \square = 3 \times 10 = 30$

Idade de Maria: $2 \times \square = 2 \times 10 = 20$

1.3. Proporcionalidade entre Grandezas

É todo valor que, ao ser relacionado a um outro, quando há a variação de um, como consequência o outro varia também. Por exemplo, a quantidade de trabalho a ser realizado em um determinado tempo depende do número de operários empregados e trabalhando diretamente na obra a ser concluída.

A relação de dependência entre duas grandezas, conforme a condição apresentada, pode ser classificada como **diretamente proporcional** ou **inversamente proporcional.**

1.3.1. Grandezas diretamente proporcionais

São definidas como grandezas diretamente proporcionais quando o aumento de uma delas implica também o aumento da outra, na mesma proporção. Da mesma forma, a diminuição de uma delas implica a dimininuição da outra, na mesma proporção.

Exemplo:

Se 1kg de carne custa R$ 9,00, então a pessoa que comprar 2kg de carne pagará R$ 18,00 (ou seja, aumentando-se a quantidade de carne, aumenta-se o valor a ser pago).

1.3.2. Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando a variação de uma implica necessariamente a variação da outra também na mesma proporção. Porém, quando uma aumenta a outra diminui, ou vice-versa.

Exemplo:

Se 5 pessoas levam 60 horas para terminar uma obra, então 10 pessoas levarão 30 horas (ou seja, aumentando-se o número de trabalhadores, o número de horas trabalhadas diminuirá).

1.4. Porcentagem

É uma referência em que um valor numérico é dividido por 100.

Podemos escrever: (k/100) = k%.

Do ponto de vista financeiro, subentende-se que, se você aplica R$ 1,00, à taxa relativa é de 0,25, o banco lhe remunera R$ 0,25. Ou seja, é uma referência para uma unidade de capital. No caso de R$ 100,00 aplicados, o banco lhe remunera R$ 25,00 no período.

Toda fração representa um percentual que, dividindo a fração, obtém-se a taxa percentual, como nos casos abaixo; $25\% = \frac{25}{100} = 0,25$

$$50\% = \frac{50}{100} = 0,50$$

$$75\% = \frac{75}{100} = 0,75$$

Exemplos

1) Uma pessoa tem renda de R$ 800,00. Ela decide tomar um empréstimo comprometendo 25% de sua renda. Qual o valor da prestação que ela deseja pagar?

Solução:

Prestação = 25% de 800,00

Esta operação pode ser feita de maneiras diferentes:

Solução 1: $P = \frac{25}{100} \times 800 = 200$

Solução 2: $P = 0,25 \times 800 = 200$

Solução 3: $P = \frac{1}{4} \times 800 = 200$

Resposta: O valor da prestação é R$ 200,00.

2) Um livro à vista custa R$ 600,00. Com desconto de 30% sairá por:
a) 400;
b) 410;
c) 420;
d) 430;
e) 440.

Solução:
Considerando que há um desconto de 30%, o valor pago será 70% de R$ 600,00:

$$0{,}7 \times 600 = 420$$

Gabarito: letra C

3) Em uma promoção do tipo “Leve 5 e pague 3” estamos dando um desconto de:
a) 20%;
b) 30%;
c) 40%;
d) 50%;
e) 60%.

Solução:

$$\begin{array}{c} 5 \text{ \_\_\_\_ } 100\% \\ 2 \text{ \_\_\_\_ } x \end{array}$$

Resolvendo a regra de três, obtemos

$$x = 40\%.$$

Gabarito: letra C

4) Em certo mês os preços aumentaram 30% e meu salário 56%. Em quanto aumentou meu poder de compra?
a) 26%.
b) 22%.
c) 20%.
d) 18%.
e) 16%.

Solução:

	Preço	**Salário**
Início	100	100

Fim	130	156

Ganho salarial: R$ 26,00.

130 ____ 100%

26 ____ x

$\Rightarrow x = 20\%$

Gabarito: letra C

5) Uma pessoa comprou uma geladeira para pagamento à vista, obtendo um desconto de 10%. Como o balconista não aceitou o cheque, ele pagou com 119.565 moedas de 1 centavo. O preço da geladeira, sem desconto, é: a) 1.284,20;
b) 1.284,50;
c) 1.328,25;
d) 1.328,50;
e) 1.385,25.

Solução:

Se o desconto é de 10%, então o valor pago será 90%.

$$0{,}9x = 1328{,}50$$
$$\Rightarrow x = 132850$$

Gabarito: letra D

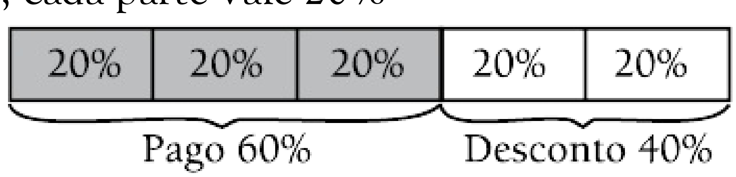
6) Em uma promoção do tipo "Leve 5 e pague 3" estamos oferecendo um desconto de:
a) 10%;
b) 20%;
c) 30%;
d) 40%;
e) 50%.

Solução tradicional:

5 – 100%
3 – x
x = 60% (pago), logo, desconto = 40%

Solução por blocos:

5 partes = 100%, logo, cada parte vale 20%



Resposta:

O desconto foi de 40% (2 blocos de 20% cada).

Gabarito: letra D

7) Em certo mês, os preços aumentaram 30% e o salário 56%. De quanto aumentou o poder de compra neste período?

a) 26%.
b) 24%.
c) 22%.
d) 20%.
e) 18%.

Solução tradicional:

Inicialmente, arbitrar um valor para salário e preço como referência (R$ 100,00).

Preços: de R$ 100,00 passa a R$ 130,00.

Salário: de R$ 100,00 passa a R$ 156,00.

Ganho real em dinheiro: R$ 26,00, mas o valor de compra será comparado com R$ 130,00, que é o novo preço com aumento.

R$ 130,00 ____ 100%

R$ 26,00 ____ x

x = 20%

Solução por blocos:

Inicialmente, consideramos o preço e o salário com o mesmo valor: R$ 100,00. Podemos então dizer que 10 blocos valem R$ 100,00, ou seja, cada bloco valerá R$ 10,00.

Como os preços aumentaram 30%, o valor do salário passaria então para R$ 130,00 e o salário para R$ 156,00.

Conclusão:

R$ 130,00 equivale a 10 blocos. Vejamos abaixo a representação da equivalência entre porcentagem e dinheiro: Houve um ganho salarial de R$ 26,00, equivalendo a 2 blocos de 10% cada um. Logo, o meu poder de compra aumentou em 20%.

10%

R$13,00

Gabarito: letra D

8) (TRF) Numa universidade são consumidos 2.000 litros de combustível por semana. Se o preço do combustível sofrer um aumento de 4% e a administração decidir gastar a

mesma quantia de antes do aumento, deverá então determinar uma redução no consumo semanal de aproximadamente: a) 77 litros;
b) 85 litros;
c) 103 litros;
d) 121litros;
e) 139 litros.

Solução por equação:

P = preço

$P \times 2000 = 1.04 \times P \times (2000 - X)$ Resolvendo a equação:

$X = 77$ litros (aproximadamente)

Gabarito: letra A

9) Em uma cidade, 25% das pessoas são amarelas, 35% são negras, 30% são brancas. Se temos 50 índios nessa cidade, então a população total tem .... habitantes.
a) 400.
b) 500.
c) 600.
d) 700.
e) 800.

Solução:

Relação entre percentual e valores numéricos:

Somando os percentuais temos: 90%

Logo, os índios equivalem a 10% da população

População: X habitantes

$$\frac{10X}{100} = 50$$

$$\Rightarrow X = \frac{50 \times 100}{10}$$

$$\Rightarrow X = 500$$

Gabarito: letra B

1.5. Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)

Os números naturais têm a sua origem na propriedade da soma, ou seja, quando somamos 1 mais 2, que é igual a 3, obtemos como resultado um número também positivo. Logo o número natural nada mais é do que o conjunto formado pela soma de números positivos.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)

Os números inteiros têm a sua origem na propriedade de soma e subtração, ou seja, quando somamos dois números positivos, o resultado continua sendo positivo, mas quando somamos 1 e –3, por exemplo, encontramos o resultado –2, ou seja, surge uma nova classe de números, cujo resultado são os números negativos. Podemos assim dizer que o conjunto dos inteiros é uma extensão do conjunto dos naturais, incluindo também o conjunto dos números negativos.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

Todo número natural é também inteiro, ou seja, $\mathbb{N}$ é um subconjunto de $\mathbb{Z}$.

Nas operações de multiplicação de números inteiros, para determinar os sinais dos resultados, obedece-se ao quadro abaixo.

$$(+) \cdot (+) = (+)$$

$$(+) \cdot (-) = (-)$$

$$(-) \cdot (+) = (-)$$

$$(-) \cdot (-) = (+)$$

Nas operações de divisão, também vale a mesma regra, ou seja:

- operações de **multiplicação** e **divisão** entre dois números de sinais **iguais** resultam em **um número positivo**; • operações de multiplicação e **divisão** entre dois números de sinais **opostos** resultam em **um número negativo**.

Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)

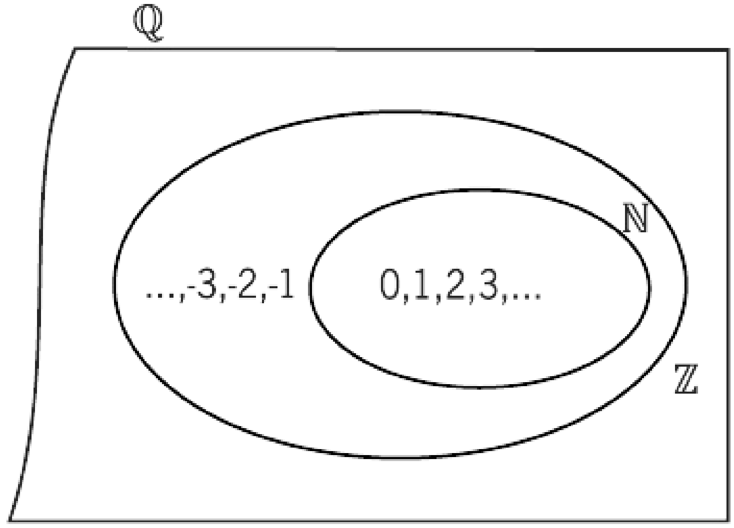
Todo número racional q pode ser representado por uma razão (ou quociente) entre dois números inteiros. Assim, de maneira geral, dados a e b pertencentes a $\mathbb{Z}$, os números racionais podem ser escritos sob a forma $q = \frac{a}{b}$, com $b \neq 0$.

Exemplos:

a) $+\frac{4}{5} = +0,8$

b) $-\frac{1}{3} = -0,333\ldots$

O diagrama abaixo mostra que $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ estão contidos em $\mathbb{Q}$.



Abaixo, temos representações de subconjuntos de $\mathbb{Q}$: • $\mathbb{Q}^*$ é o conjunto dos números racionais diferentes de zero; • $\mathbb{Q}_+$ é o conjunto dos números racionais positivos e o zero (não negativos); • $\mathbb{Q}_-$ é o conjunto dos números racionais negativos e o zero (não positivos); • $\mathbb{Q}_+^*$ é o conjunto dos números racionais e positivos; • $\mathbb{Q}_-^*$ é o conjunto dos números racionais negativos.

Alguns exemplos de operações matemáticas com os números racionais

a) Adição e subtração de frações (soma algébrica de frações)

Transformam-se a adição e a subtração de frações em somas algébricas, eliminando-se os parênteses, da mesma maneira que se faz com números inteiros.

Exemplo:

Calcule $\frac{5}{6}+\left(-\frac{4}{9}\right)$.

Solução:

$$\frac{5}{6}+\left(-\frac{4}{9}\right)=\underbrace{\frac{5}{6}-\frac{4}{9}}_{MMC=18}=\frac{3\times 5}{18}-\frac{2\times 4}{18}=\frac{15-8}{18}=\frac{7}{18}$$

b) Multiplicação de frações

Na multiplicação de frações, devemos multiplicar numerador por numerador, e denominador por denominador, como mostrado no exemplo abaixo.

Exemplo:

Calcule $\left(+\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)$.

Solução:

$$\left(+\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)=-\frac{7\times4}{3\times9}=-\frac{28}{27}$$

c) Divisão de frações

Na divisão de frações, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, como mostrado no exemplo abaixo.

Exemplo:

Calcule $\dfrac{+\frac{8}{9}}{-\frac{5}{3}}$.

Solução:

$$\frac{+\frac{8}{9}}{-\frac{5}{3}}=-\left(\frac{8}{9}\div\frac{5}{3}\right)=-\left(\frac{8}{\underbrace{9}_{\div3}}\times\frac{\overbrace{3}^{\div3}}{5}\right)=-\left(\frac{8}{3}\times\frac{1}{5}\right)=-\frac{8}{15}$$

d) Potenciação de frações

Quando elevamos uma base fracionária a um determinado expoente, estamos elevando o numerador e o denominador a esse expoente, conforme os exemplos abaixo. Os sinais são resolvidos da mesma maneira que se faz para os números inteiros.

Exemplo 1: Calcule $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$.

Solução: $\left(+\frac{2}{5}\right)^2=+\frac{4}{25}$

Exemplo 2: Calcule $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$.

Solução: $\left(-\frac{3}{2}\right)^3=-\left(\frac{3^3}{2^3}\right)=-\frac{27}{8}$

Conjunto dos números irracionais ($\mathbb{I}$)

Os números irracionais são aqueles que não podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$. São compostos basicamente por dízimas infinitas não periódicas.

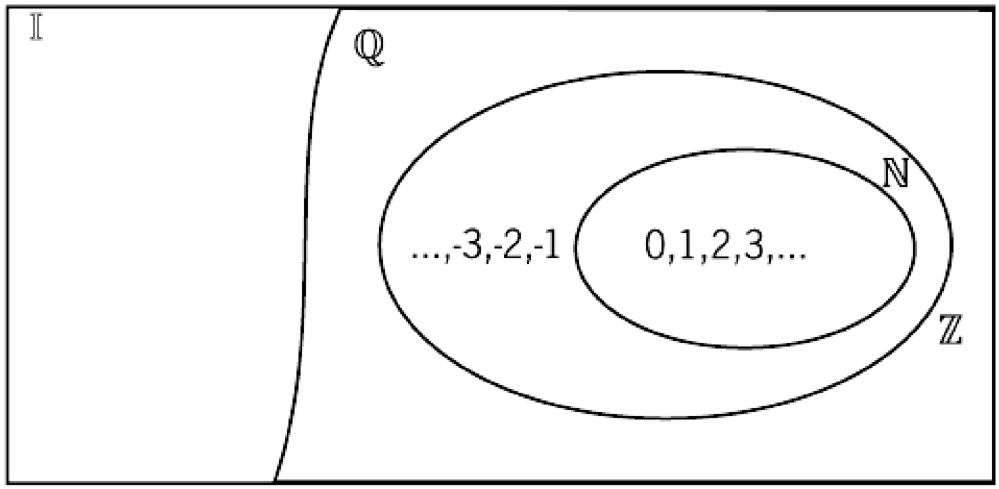
Exemplos:

$$\pi = 3{,}141592654...$$

$$\sqrt{3} = 1{,}73205...$$

Conjunto dos números reais

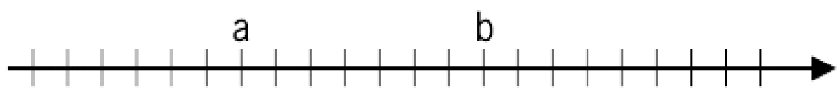
É a união do conjunto dos números irracionais $\mathbb{I}$ com o dos racionais $\mathbb{Q}$, conforme mostra a figura abaixo.



Intervalos

O intervalo pode ser entendido como um segmento da reta real dos números reais, representando um subconjunto de $\mathbb{R}$.

Sendo a e b dois números reais, com $a < b$, a região entre os pontos a e b pode ser representada por um intervalo, com a inclusão (ou não) dos extremos do intervalo. Para isso, usamos os termos "intervalo fechado" e "intervalo aberto", com colchetes nas representações, como nos exemplos abaixo.



Intervalo fechado nos extremos *a* e *b* (incluindo a e b)

$$[a,b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$$

Intervalo fechado em *a* e aberto em *b* (inclui a e exclui b)

$$[a,b[= \{x \in R \mid a \leq x < b\}$$

Intervalo aberto em *a* e fechado em *b* (exclui a e inclui b)

$$]a,b] = \{ x \in R \mid a < x \leq b\}$$

Intervalo aberto em *a* e *b* (exclui a e b)

$$]a,b[= \{ x \in R \mid a < x < b\}$$

Exemplos:

1) Represente os intervalos [2; 7] e [3; 10[na reta real.

Solução:

O intervalo [2; 7] está representado na reta dos números reais pela figura abaixo.

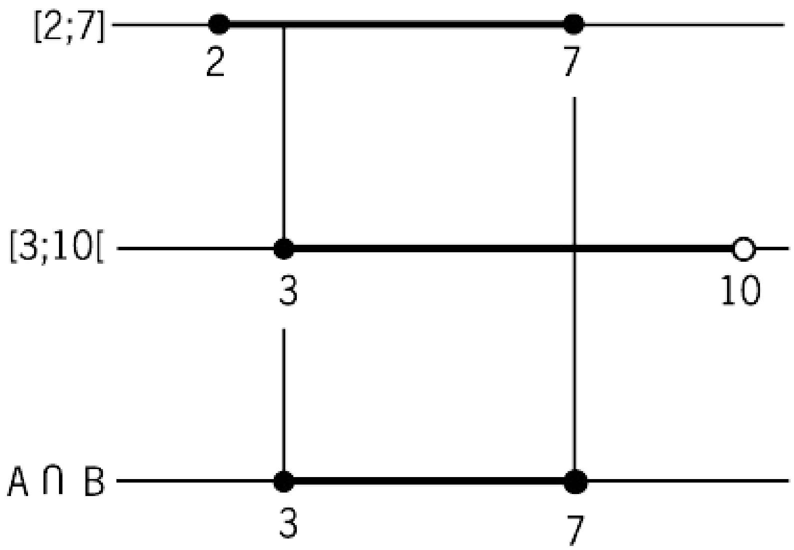
Observe que a linha mais grossa entre os extremos do intervalo significa que os números do intervalo se situam entre os extremos. As bolinhas pintadas significam que o intervalo é fechado em ambos os extremos.

Já a representação do intervalo [3; 10[na reta dos números reais é ilustrada pela figura abaixo. Observe que a bolinha não é pintada em 10, pois o intervalo é aberto neste extremo.

2) Sendo A=[2; 7] e B=[3; 10[, determine os conjuntos abaixo:

a) $A \cap B$

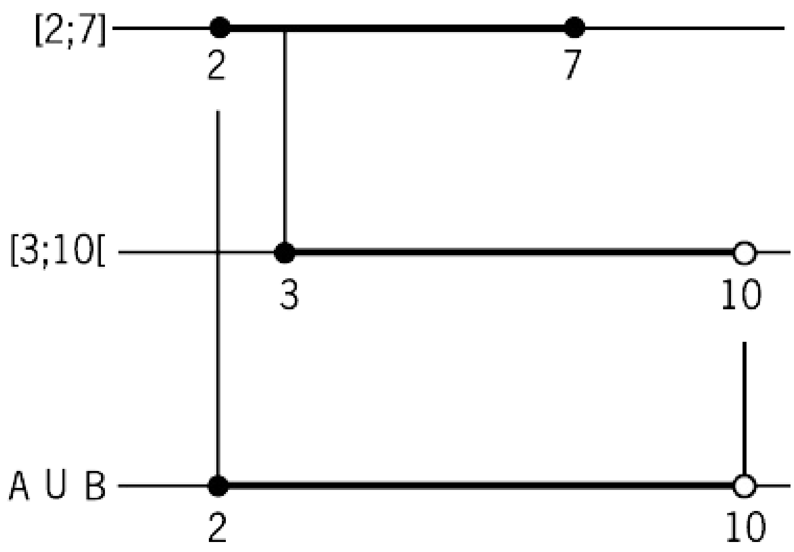
A intersecção de dois conjuntos (ou intervalos) vai representar todos os elementos que fazem parte dos dois conjuntos A e B. Observe a figura a seguir.



Só estão nos dois conjuntos A e B (ao mesmo tempo) os números compreendidos entre 3 e 7, incluindo os extremos, logo $A \cap B = [3;7]$.

b) $A \cup B$

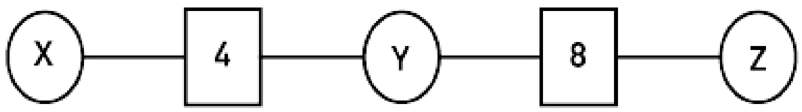
A união de dois conjuntos (ou intervalos) será formada por todos os elementos, de ambos os conjuntos. Observe a figura a seguir.



Observe que pertencerão à união de A e B todos os números de 2 a 10, incluindo o extremo 2 e excluindo o extremo 10, logo A∪B = [2; 10[, ou seja, ao conjunto união pertencerão todos os elementos de A e todos os elementos de B.

1.6. Questões Resolvidas

1. (Cesgranrio – IBGE – Agente Censitário de Informática – 2009) X, Y e Z são três números diferentes escolhidos no conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8}.



Os números que estão nos quadrados são a soma dos dois números que estão nos círculos vizinhos. É correto afirmar que Z pode valer: a) 7 ou 8;

b) 6 ou 7;
c) 5 ou 7;
d) 5 ou 6;
e) 4 ou 6.

Solução:

A partir do quadrado da esquerda, podemos observar que X somente poderá ser 1, 2 ou 3, pois sua soma com Y valerá 4 unidades (4, 5, 6, 7 ou 8 ficam excluídos, pois qualquer número do conjunto ao ser colocado em Y resultaria em um valor diferente).

O número 2 em X também fica excluído, pois, para o resultado do quadrado à esquerda ser 4, Y teria que ser também 2, e o problema pede que os números X, Y e Z sejam diferentes.

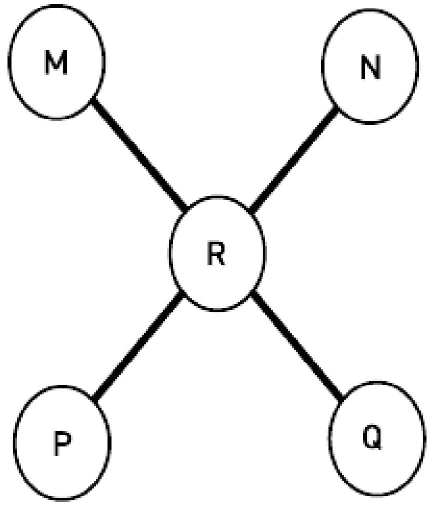
Assim, X só pode ser 1 ou 3, o que nos leva a uma das seguintes possibilidades:

- se X = 1, então Y = 3 (pois X + Y tem que ser 4). Se Y = 3, então Z = 5 (pois Y + Z = 8); *ou*
- se X = 3, então Y = 1 (pois X + Y tem que ser 4). Se Y = 1, então Z = 7 (pois Y + Z = 8).

Assim, ou Z = 5, ou Z = 7.

Gabarito: letra C

2. (Cesgranrio – IBGE – Agente Censitário de Informática – 2009) No diagrama abaixo, M, N, P, Q e R são números diferentes escolhidos no conjunto {1, 2, 3, 4, 5}.



Sabendo-se que em cada uma das diagonais a soma dos números é 8, conclui-se que R é igual a: a) 5;

b) 4;

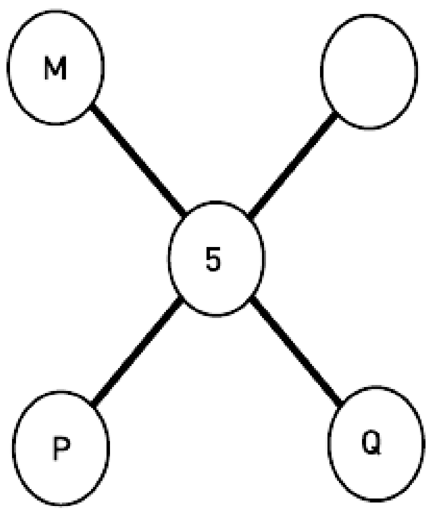
c) 3;

d) 2;

e) 1.

Solução:

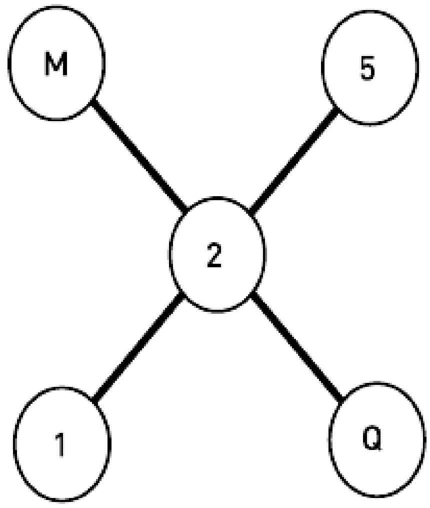
Se colocarmos os números 3, 4 ou 5 no lugar de R, será impossível obtermos o somatório 8. Vejamos o exemplo da figura abaixo.



Observe que, com o número 5 no lugar da letra R, quando substituirmos qualquer letra pelo número 4 (no exemplo, o lugar da letra N, em branco), o somatório da diagonal passará de 8, pois obrigatoriamente temos que substituir todas as letras por cada um dos números.

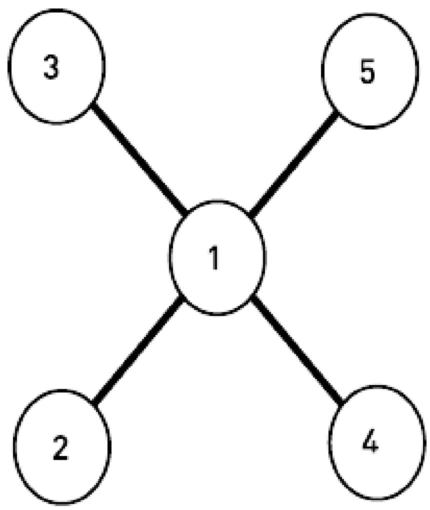
O mesmo aconteceria se começássemos substituindo 4 ou 3 no lugar de R, como mencionamos anteriormente, pois 3, 4 e 5 serão números altos e as somas das diagonais acabarão passando de 8.

Assim, ficamos com 1 ou 2 no lugar de R. Se colocarmos o número 2 no lugar de R, e, por exemplo, logo substituirmos N por 5, para que a soma dê 8, o valor de P seria obrigatoriamente 1, como mostra a figura abaixo.



Sobrariam, então, 3 e 4 para serem colocados no lugar de M e Q, e a soma dessa diagonal resultaria em 9. Logo, 2 não pode ocupar o lugar de R.

Com 1 no lugar de R, obtemos a figura abaixo, que resolve o problema.



Logo, R deve ser substituído por 1.

Gabarito: letra E

3. (Consulplan – IBGE – Agente Censitário – 2009) Um número N, ao ser dividido por 7, deixa resto 5. Dividindo-se N + 4 por 7, o resto obtido é: a) 2;

b) 3;

c) 5;

d) 7;

e) 9.

Solução:

Sabendo que N dividido por 7 possui resto 5, quando fazemos N + 4 dividido por 7, ao resto serão acrescentadas exatamente 4 unidades, o que resulta em um resto 9. No entanto, ao ser efetuada a nova divisão, 7 das 9 unidades desse resto resultarão na contabilização de mais uma unidade no quociente, sobrando duas unidades apenas no resto.

Por exemplo, se tivermos $19 \div 7$, o quociente será 2 e o resto será 5. Ao somarmos 4 unidades ao dividendo ($19 + 4 = 23$), teremos $23 \div 7$, cujo quociente será 3 (uma unidade a mais que o quociente anterior) e o resto será 2.

Logo, a alternativa a está correta.

Gabarito: letra A

4. (Cesgranrio – IBGE – Agente Censitário – 2009) Em um número N de três algarismos, o algarismo das unidades é uma unidade maior do que o algarismo das dezenas. Por sua vez, o algarismo das dezenas é uma unidade maior do que o algarismo das centenas. Se N é divisível por 12, a soma de seus algarismos é igual a: a) 12;

b) 15;

c) 18;

d) 21;

e) 24.

Solução:

Sejam C, *D* e *U* respectivamente os algarismos das centenas, dezenas e unidades do número N.

Como o algarismo das unidades é uma unidade maior do que o algarismo das dezenas ($U = D + 1$) e o algarismo das dezenas é uma unidade maior do que o algarismo das centenas ($D = C + 1$), então os três algarismos do número N estão em uma sequência do tipo 123, 234 etc.

Para que N seja divisível por 12, ele terá que ser divisível por 3 e por 4. A soma dos seus algarismos $C + D + U$ poderá ser reescrita como $C + (C + 1) + (C + 2)$ pois os três números estão em alguma sequência do tipo mencionado anteriormente.

Ora, o desenvolvimento da expressão da soma dos algarismos de N resulta em $3C + 3$.

Todas as alternativas indicam que N seria divisível por 3, pois todas as alternativas indicam múltiplos de 3. Analisando cada uma das alternativas com relação à divisibilidade por 4, segue que: • para a alternativa **a**, $3C + 3 = 12$, logo $C = 3$ e N seria 345, mas como os dois últimos algarismos (45) não formam um número divisível por 4, então a alternativa **a** está descartada.

- para a alternativa **b**, $3C + 3 = 15$, logo $C = 4$ e N seria 456, e como os dois últimos algarismos (56) formam um número divisível por 4, então 456 é divisível por 12 e esta alternativa está correta.

Gabarito: letra B

5. (NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Um número é formado por dois algarismos cuja soma é 8. Invertendo-se esses algarismos, obtém-se um novo número 36 unidades maior que o número original. A diferença entre os quadrados dos dois números é um número: a) ímpar;

b) múltiplo de 5;

c) divisível por 8 e por 9;

d) primo;

e) divisível por 13.

Solução:

Para satisfazer as condições do enunciado do problema (dois algarismos cuja soma é 8 e cuja inversão resulte em um número maior), o número só pode ser 44, 35, 26 ou 71. O número 44 está eliminado, pois a sua inversão não resulta em um número maior.

Ao inverter o número 35, temos como resultado 53, que é 18 unidades maior que 35 ($53 - 35 = 18$).

Ao inverter o número 26, temos como resultado 62, que é exatamente 36 unidades maior que 26.

Gabarito: letra C

6. **(Intelectus – Correios – Assistente Administrativo – 2006) Num canteiro há 500 pés de hortaliça que, em cada aguada, consomem 65 litros de água. Quantos litros de água consumiriam, nas mesmas condições, três canteiros, sendo que cada um tem apenas 300 pés de hortaliças?**
   a) 109.
   b) 117.
   c) 130.
   d) 195.
   e) 351.

Solução:

Trata-se de uma questão de regra de três simples e direta, na qual queremos saber o volume de água consumido para 900 pés de hortaliça (3 canteiros com 300 pés cada). Assim, temos 500 pés _____ 65 litros

900 pés _____ x

Multiplicando cruzado, obtemos

$$500x = 65 \cdot 900$$

$$x = \frac{65 \times 900}{500}$$

$$\Rightarrow x = 117$$

Gabarito: letra B

7. **(NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Um concurso público teve 1.440 inscrições. Para distribuir os candidatos nos quatro estabelecimentos credenciados para a realização deste concurso, o número de candidatos foi dividido proporcionalmente ao número de salas de cada local. O estabelecimento *A* tem 20 salas; o *B*, 18 salas; o *C*, 12 salas e o *D*, 10 salas. O total de candidatos que farão prova no estabelecimento *B* é um número: a) primo;**
   b) divisível por 9;
   c) menor que 400;

d) maior que 500;

e) divisível por 32.

Solução:

Essa questão trata da divisão de um número em partes diretamente proporcionais. Somaremos então o número de salas para cada estabelecimento, que resulta em 20 + 18 + 12 + 10 = 60 salas.

E assim podemos fazer a regra de três abaixo.

1440 candidatos _____ 60 salas

x _____ 18 salas

Assim, determinaremos o número x de candidatos que deverão ficar no estabelecimento *B*, que possui 18 salas. A solução da regra de três fornece $x = 432$, que, pelas regras de divisibilidade, é divisível por 9 (a soma de seus algarismos resulta em um número divisível por 9).

Gabarito: letra B

8. (Consulplan – IBGE – Agente Censitário – 2008) Uma lavadeira lava 8 trouxas de roupa em 1 dia. Quantas trouxas 4 lavadeiras lavam em 1 semana?

a) 212.

b) 224.

c) 216.

d) 236.

e) 252.

Solução:

Trata-se de uma questão de regra de três composta, que pode ser montada como mostrado abaixo: 1 lavadeira _____ 8 trouxas _____ 1 dia 4 lavadeiras _____ x _____ 7 dias Primeiro, observa-se que, com relação ao número de trouxas, ambos o número de lavadeiras e o número de dias são diretamente proporcionais (pois se aumentarmos o número de lavadeiras a trabalhar, então o número de trouxas lavadas será também aumentado; e se aumentarmos o número de dias a trabalhar, então o número de trouxas lavadas será também aumentado). Ou seja, não temos que fazer nenhuma inversão nesta regra de três composta.

Assim, imaginando-se dois retângulos, um deles passando horizontalmente pelo x destacando os valores que estiverem na mesma linha, e o outro retângulo destacando os valores acima ou abaixo de x, poderemos facilmente transformar a regra de três em uma equação, como mostrado abaixo.

1 lavadeira	_____	8 trouxas	_____	1 dia
4 lavadeiras	_____	x	_____	7 dias

Agora, temos a mesma regra de três com os valores em destaque.

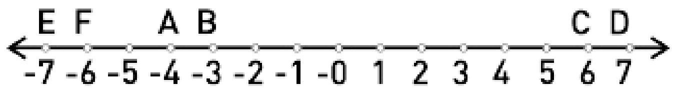
1 lavadeira	$\boxed{\text{8 trouxas}}$	1 dia
$\boxed{\text{4 lavadeiras}}$	$\boxed{x}$	$\boxed{\text{7 dias}}$

Colocando x no 1º membro da equação, os valores numéricos destacados no numerador do 2º membro e os não destacados 1 lavadeira e 1 dia no denominador do 2º membro, a equação para determinarmos x será $x = \frac{8 \times 4 \times 7}{1 \times 1}$, que resulta em

$$x = 224.$$

Gabarito: letra B

9. (NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) A figura abaixo representa a reta numérica real.



Se x é o número real correspondente ao ponto médio do segmento AB, y corresponde ao ponto médio do segmento CD e z corresponde à quarta parte do segmento EF mais próxima ao ponto E, o valor da expressão $\frac{x - z}{y}$ é, aproximadamente: a) -1,86;

b) -1,77;
c) -0,59;
d) 0,54;
e) 0,59.

Solução:

Pelos dados do problema e pela representação da reta real, podemos inferir que

$$x = -3{,}5,$$
$$y = +5{,}5 \text{ e}$$
$$z = -6{,}75.$$

Substituindo esses valores na expressão dada, passamos a ter

$$\frac{-3{,}5-(-6{,}75)}{+5{,}5} =$$

$$= 0{,}5909090\ldots,$$

cuja aproximação resulta no valor 0,59, mostrado na alternativa e.

Gabarito: letra E

1.7. Questões Propostas

1. (Furnas) A razão entre as idades de um pai e seu filho é de 5/2. Se o pai tinha 21 anos quando o filho nasceu, qual é a idade do filho?

a) 14.
b) 16.

c) 24.
d) 28.
e) 35.

2. (Esaf) Num galinheiro existem galinhas e galos na razão 3/17. Sabendo-se que o número de galinhas supera em 210 o número de galos, a quantidade de galos é de: a) 30;
b) 35;
c) 40;
d) 45;
e) 48.

3. Dos 343 funcionários de uma Unidade do Tribunal Regional Federal, sabe-se que o número de homens está para o de mulheres assim como 5 está para 2. Assim sendo, nessa Unidade, a diferença entre o número de homens e o de mulheres é: a) 245;
b) 147;
c) 125;
d) 109;
e) 98.

4. (Endemias) Num posto médico existem 120 frascos da vacina X e 200 frascos da vacina Y. A razão entre o número de frascos da vacina X e o número total de frascos é: a) 2/3;
b) 2/5;
c) 3/4;
d) 3/8.

5. (BB) Se dois capitais estão entre si na razão de 8 para 3 e o maior deles excede o menor em R$ 25.000,00 então a soma desses capitais é de: a) R$ 75.000,00;
b) R$ 40.000,00;
c) R$ 65.000,00;
d) R$ 60.000,00;
e) R$ 55.000,00.

6. (Esaf) A soma das idades de um pai, de um filho e de um neto é 105 anos. Sabendo-se que a idade do pai está para 8, assim como a idade do filho está para 5 e a do neto está para 2, a idade, em anos, de cada um é, respectivamente: a) 66, 29, 19;
b) 62, 31, 12;
c) 56, 37, 12;
d) 56, 35, 14;
e) 58, 38, 9.

7. (FCC) A razão entre as idades de duas pessoas é, atualmente, de 3/4. Há dez anos, essa razão era de 1/3. Pode-se afirmar que a diferença das idades é: a) 1 ano;

b) 3 anos;
c) 4 anos;
d) 6 anos;
e) 10 anos.

8. **(TRF-4a Região – FCC) Num dado momento, no Almoxarifado de certa empresa, havia dois tipos de impressos: A e B. Após a retirada de 80 unidades de A, observou-se que o número de impressos B estava para o de A na proporção de 9 para 5. Em seguida, foram retiradas 100 unidades de B e a proporção passou a ser de 7 de B para cada 5 de A. Inicialmente, o total de impressos dos dois tipos era: a) 780;**
b) 800;
c) 840;
d) 860;
e) 920.

9. **(FCC) Uma empresa resolveu aumentar seu quadro de funcionários. Numa 1a etapa contratou 20 mulheres, ficando o número de funcionários na razão de 4 homens para cada 3 mulheres. Numa 2a etapa, foram contratados 10 homens, ficando o número de funcionários na razão de 3 homens para cada 2 mulheres. Inicialmente, o total de funcionários dessa empresa era: a) 90;**
b) 120;
c) 150;
d) 180;
e) 200.

10. **(PGR) Uma peça de tecido foi dividida em 4 partes proporcionais aos números 10, 12, 16 e 20. Sabendo-se que a peça tinha 232 metros, o comprimento do menor corte foi de : a) 20 m;**
b) 40 m;
c) 30 m;
d) 48 m;
e) 64 m.

11. **(FCC – 2008) Na campanha de conscientização sobre o uso de energia elétrica, foi distribuída à população uma tabela que relaciona a espessura das paredes de uma geladeira e a perda térmica em geladeiras usadas, continuamente, durante um mês.**

Espessura (em cm)	Perda térmica mensal (em kWh)
10	65
6	35

4	25
2	15

Pode-se afirmar, de forma correta, que a espessura da parede de uma geladeira e a perda térmica mensal são grandezas: a) não proporcionais;

b) diretamente proporcionais;

c) inversamente proporcionais;

d) em que a primeira é diretamente proporcional ao quadrado da segunda;

e) em que a segunda é diretamente proporcional ao quadrado da primeira.

12. (Esaf) Um pai deixou para seus filhos uma herança no valor de R$ 5.500.000,00, para ser dividida entre eles na razão direta do número de dependentes de cada um. Sabendo-se que o primeiro herdeiro tem 2 dependentes, o segundo 3 e o terceiro 5, coube na partilha ao primeiro herdeiro a quantia de R$: a) 1.000.000,00;

b) 1.100.000,00;

c) 1.200.000,00;

d) 1.500.000,00;

e) 1.650.000,00.

13. (FCC – 2008) Foi solicitada, à Guarda Municipal, a distribuição de colaboradores que se responsabilizassem por ações que garantissem a preservação dos parques públicos de três municípios da região metropolitana de Salvador. Fez-se a opção de distribuir os 72 colaboradores, de forma diretamente proporcional à população de cada um dos municípios.

Tabela de valores aproximados de população

Município	População
Camaçari	180 000
Dias d'Ávila	50 000
Lauro de Freitas	130 000

(Dados de 1/7/2003 adaptados da SEI –
Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais da Bahia)

Qual é o número de colaboradores destinados ao município Lauro de Freitas?

a) 36.

b) 30.

c) 26.

d) 13.

e) 10.

14. (BB) Numa loja de automóveis, os vendedores recebem comissões proporcionais ao número de carros que vendem. Se, em uma semana, o gerente pagou o total de R$ 8.280,00 a quatro funcionários que venderam 3, 6, 7 e 9 carros, respectivamente, quanto ganhou o que menos carros vendeu?
a) R$ 993,60.
b) R$ 808,40.
c) R$ 679,30.
d) R$ 587,10.
e) R$ 500,40.

15. (FCC – 2008) O excesso de massa de um guarda pode prejudicar seu desempenho físico, como, por exemplo, em corridas. Uma forma de saber se uma determinada pessoa tem excesso de massa é calcular o índice de massa corpórea (IMC), resultado da divisão da massa (em kg) pelo quadrado da altura (em m). Um guarda municipal, com IMC 25 perde cerca de 1,5s do tempo esperado numa corrida. Supondo proporcionalidade direta entre tempo perdido e IMC, quantos segundos serão perdidos por outro guarda, com 1,80m de altura e 97,2kg de massa?
a) 1,0.
b) 1,8.
c) 2,0.
d) 2,7.
e) 3,0.

16. (BB) 165 balas foram distribuídas entre 3 irmãos, cujas idades, somadas, totalizavam 33 anos. Sabendo-se que a distribuição foi diretamente proporcional à idade de cada um, que o mais moço recebeu 40 balas e o do meio, 50, calcular suas idades.
a) 6, 13 e 14.
b) 7, 9 e 17.
c) 3, 12 e 18.
d) 6, 11 e 16.
e) 8, 10 e 15.

17. (CGU – 2008) As idades de três irmãos encontram-se na razão 4:6:8. Sabendo-se que a soma das idades é igual a 180 anos, então a idade do irmão mais velho, em anos, é igual a: a) 40;
b) 45;
c) 80;
d) 70;
e) 60.

Gabarito: 1. a; 2. c; 3. b; 4. d; 5. e; 6. d; 7. c; 8. a; 9. b; 10. b; 11. a; 12. b; 13. c; 14. a; 15. b; 16. e; 17. c.

Capítulo 2

Equações e Problemas de 1º e 2º Graus

2.1. Equações de 1º e 2º graus em $\mathbb{R}$

2.1.1. Equações de 1º grau

É possível reduzir as equações de 1º grau à forma $ax + b = 0$ com os coeficientes a e $b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Ainda podemos chegar à forma $ax = -b$ e assim obter o valor de x, de modo que

$$x = \frac{-b}{a}.$$

2.1.2. Equações de 2º grau

É possível reduzir as equações de 2º grau à forma $ax^2 + bx + c = 0$, com os coeficientes a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para a solução de uma equação de 2º grau completa (com b e c também diferentes de zero), utilizamos a fórmula de Bhaskara, que é dada por $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

Soma e produto das raízes de uma equação de 2o grau

A soma das raízes de uma equação de 2º grau é dada por $x' + x'' = \frac{-b}{a}$.

Já o produto das raízes é dado por

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a}.$$

2.2. Problemas do 1º Grau

A solução de problemas de 1º grau envolve converter o problema apresentado em palavras para uma equação ou sistema de 1º grau, ou seja, uma expressão matemática do problema apresentado.

Por exemplo, se o problema fala "a soma das idades dos dois irmãos é 15" e não sabemos as idades dos irmãos, representaremos as idades desconhecidas como x e y e passaremos para linguagem matemática escrevendo: x + y = 15.

Em um outro exemplo, se o problema fala: "André andou metade do percurso, depois mais 1/3, posteriormente mais 20km, percorrendo assim toda a trajetória." Representando matematicamente o percurso por x, temos: • metade do percurso = x/2;

- terça parte do percurso = x/3;
- percurso total = x.

Assim, a representação matemática do problema fica:

"André andou metade do percurso, depois mais 1/3, posteriormente mais 20km, percorrendo assim toda a trajetória"

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 20 = x$ Depois da representação do problema sob a forma da equação, vem a etapa da resolução propriamente dita, que será abordada nos exemplos a seguir.

Exemplos de resolução de problemas do 1º grau

a) A soma de dois números é 51 e a diferença entre eles é 9. Quais são estes números?

Solução:

Seja x o número maior e y o número menor. Assim, de acordo com o enunciado do problema podemos formar o sistema de equações $\begin{cases} x + y = 51 \\ x - y = 9 \end{cases}$

Pelo método da adição, somamos ambas as equações, eliminando a variável y.

$$x + x + y - y = 60$$
$$2x = 60$$
$$x = \frac{60}{2}$$
$$\Rightarrow x = 30$$

Substituindo $x = 30$ na 2ª equação do sistema $(x - y = 9)$, temos $30 - y = 9$

$$-y = 9 - 30$$
$$-y = -21 \cdot (-1)$$
$$\Rightarrow y = 21$$

Resposta:

Os números são $x = 30$ e $y = 21$.

b) A soma de dois números é 27 e a diferença entre eles é 3. Quais são estes números?

Solução:

Seja x o número maior e y o número menor. Assim, de acordo com o enunciado do problema podemos formar o sistema de equações $\begin{cases} x + y = 27 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Pelo método da adição, somamos ambas as equações com o intuito de eliminarmos a variável y e obtemos $x + x + y - y = 27 + 3$

$$\Rightarrow 2x = 30$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 15}.$$

Substituindo $x = 15$ na 2a equação do sistema $(x - y = 3)$, temos $15 - y = 3$

$$\Rightarrow -y = 3 - 15$$

$$-y = -12 \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 12}.$$

Resposta:

Os números são 15 e 12.

c) A idade de um pai é 6 vezes a idade do filho. A soma das idades é igual a 35 anos. Qual a idade de cada um?

Solução:

Sendo a idade do pai igual a x e a idade do filho igual a y: $\begin{cases} x = 6y & (I) \\ x + y = 35 & (II) \end{cases}$

Substituindo a equação (I) em (II) temos

$$6y + y = 35$$

$$7y = 35$$

$$y = \frac{35}{7}$$

$$\Rightarrow y = 5$$

Substituindo este resultado obtido na equação (I) podemos calcular o valor de x.

$$x = 6y$$

$$x = 6 \cdot 5$$

$$x = 30$$

Resposta:

A idade do pai é 30 anos e a do filho, 5 anos.

2.3. Problemas do 2º Grau

A solução de problemas de segundo grau também envolve converter o problema apresentado em palavras para uma equação ou sistema de segundo grau, ou seja, uma expressão matemática do problema apresentado, como veremos nos exemplos a seguir.

Exemplos de resolução de problemas do 2º grau

a) O pai de um menino tinha 35 anos quando ele nasceu. Fazendo-se o produto das idades que pai e filho possuem hoje, obtém-se como resultado $\frac{9}{2}$ do quadrado da idade atual do filho. Quais são as suas idades atualmente?

Solução:

Seja x a idade do filho. A idade do pai será $x + 35$. Assim, de acordo com o enunciado temos $x(x+35)=\frac{9}{2}x^2$, o que resulta na equação

$$\frac{7}{2}x^2-35x=0.$$

Como é uma equação do 2º grau incompleta, podemos resolvê-la colocando x em evidência, e passamos a ter $x\left(\frac{7}{2}x-35\right)=0$.

Com isso, ou $x = 0$, ou $\frac{7}{2}x-35=0$. Mas $x = 0$ não pode ser a idade atual do filho, como pedido no enunciado, e passamos então a resolver $\frac{7}{2}x-35=0$. Isolando $\frac{7}{2}x$ no 1º membro da equação (passando –35 para o 2º membro, ele se torna +35), temos $\frac{7}{2}x=35$

O denominador 2 passa a multiplicar 35, então

$$7x = 70.$$

Para isolarmos a incógnita x, 7 passa a ser denominador no 2º membro, então $x=\frac{70}{7}$

E daí obtemos

$$x = 10.$$

A idade atual do pai equivale então a $x + 35 = 10 + 35 = 45$.

Resposta:

As idades atuais de pai e filho são respectivamente 10 e 45 anos.

b) Um artesão produz copos, garrafas e outros artigos. Sabe-se que o número de copos produzidos diariamente é igual ao dobro do quadrado do número de garrafas. Em determinado dia, a soma do número de garrafas e copos produzidos foi igual a 21 unidades. Determine o número de copos e garrafas produzidas neste dia.

Solução:

Sejam y, o número de copos, e x, o número de garrafas produzidas no referido dia. O enunciado nos leva ao seguinte sistema de equações $\begin{cases} y = 2x^2 & (I) \\ x + y = 21 & (II) \end{cases}$

Substituindo-se $y = 2x^2$ na equação (II) tem-se $x + 2x^2 = 21$,
cuja manipulação algébrica fornece

$$2x^2 + x - 21 = 0,$$

onde $a = 2$, $b = 1$ e $c = -21$.

A fim de usar a fórmula de Bhaskara, vamos calcular $\Delta = b^2 - 4ac$, e passamos a ter $\Delta = 1^2 - 4(2)(-21) \Rightarrow \Delta = 169$

Assim, como $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, temos $x = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2 \times 2}$

cuja resolução fornece $x' = 3$ e $x'' = -3{,}5$. Como a produção não pode ser negativa, temos que o número de garrafas é $\boxed{x = 3}$. Substituindo tal resultado na equação (I), obtemos $y = 2 \cdot 3^2$

$$\Rightarrow \boxed{y = 18}.$$

Resposta:

Foram produzidas 3 garrafas e 18 copos.

c) Foi constatado que, por dia, quando em seu hábitat natural, um tigre se alimenta de duas vezes o quadrado da quantidade de carne que comeria caso estivesse em cativeiro. Sabendo que as quantidades de carne consumidas em cativeiro e em seu hábitat natural totalizam 36kg por dia, determine as duas quantidades.

Solução:

Sejam x a quantidade de carne consumida em cativeiro e y a quantidade de carne consumida pelo tigre na natureza. Pelos dados do enunciado, temos $\begin{cases} y = 2x^2 & (I) \\ x + y = 36 & (II) \end{cases}$

Substituindo a equação(I) em na equação (II) segue que

$$x + 2x^2 = 36,$$

que pode ser reescrita na forma

$$2x^2 + x - 36 = 0,$$

e daí tiramos que $a = 2$, $b = 1$ e $c = -36$. Sabendo que a fórmula de Bhaskara (Acharya Bhaskara, matemático e astrônomo indiano, 1114–1185, aproximadamente) é dada por $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$, podemos calcular o discriminante Δ, que será $\Delta = (1)^2 -$

4(2)(–36)

$$\Rightarrow \Delta = 289.$$

E o valor de x será dado por

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm 17}{4}$$

e daí obtemos os valores $x' = -4{,}5$ e $x'' = 4$. No entanto, o valor de x' deve ser descartado, pois uma quantidade de carne consumida não pode ser negativa. Logo, $x = 4$.

Para determinarmos o valor de y, podemos utilizar qualquer uma das equações do sistema. Usando a equação (I), temos $y = 2 \cdot (4)^2$

$$\Rightarrow y = 32.$$

Resposta:

A quantidade de carne comida pelo tigre por dia em cativeiro é 4kg e em seu hábitat natural é 32kg.

2.4. Questões Resolvidas

1. (Cesgranrio – IBGE – Agente Censitário de Informática – 2009) Seja n um número inteiro e par. É correto afirmar que, qualquer que seja n, a(o): a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2} + 1$; b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3(n+1)$; c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$; d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$; e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

Solução:

Sabemos que:

- o sucessor de um número é $n + 1$;
- o antecessor de um número é $n - 1$;
- o quadrado de um número é n^2;
- o dobro de um número é $2n$;
- a metade de um número é $\frac{n}{2}$.

Assim, analisando cada uma das alternativas, temos que:

a) a metade do sucessor de um número é $\frac{n+1}{2}$, logo a alternativa a está errada; b) o sucessor do triplo de um número é $3n + 1$ (que é diferente de $3(n + 1)$), logo a alternativa b está errada; c) o quadrado do dobro de um número é $(2n)^2$, logo a alternativa c está errada; d) o quadrado da metade de um número é $\frac{n+1}{2}$, logo a alternativa d está errada; e) esta é a alternativa correta, pois como foi visto anteriormente, o quadrado de um número é n^2 e para determinarmos seu antecessor, basta subtrairmos uma unidade, ou seja, $n^2 - 1$.

Gabarito: letra E

2. (Consulplan – IBGE – Agente Censitário – 2008) Mariana, Carlos e Paula são irmãos e cada um deles tem uma quantidade diferente de filhos. Carlos tem o dobro do número de filhos de Paula e Paula tem o triplo do número de filhos de Mariana. Qual das alternativas abaixo pode indicar o total de filhos desses irmãos?

a) 8.
b) 10.
c) 12.
d) 14.
e) 16.

Solução:

Sejam C, P e M os números de filhos de Carlos, Paula e Mariana, respectivamente. Pelo enunciado do problema, temos $C = 2P$ e

$$P = 3M.$$

Eliminando P entre as duas equações, pode-se também determinar C em função de M, pois temos $C = 2 \cdot (3M)$

$$\Rightarrow C = 6M.$$

O total de filhos desses três irmãos é indicado por

$$C + P + M,$$

que pode ser reescrito em função de M a partir de dados anteriores ($C = 2P$ e $P = 3M$), ou seja, $6M + 3M + M$,

que resulta em $10M$. Já que o número de filhos de qualquer dos irmãos será um número inteiro positivo então o total de filhos dado por $10M$ sempre será um múltiplo de 10, e a única alternativa possível é a letra b.

Gabarito: letra B

(Cespe – Petrobras – Auxiliar de Segurança Interna – 2007) Com relação ao conjunto dos números reais, julgue os itens 3 e 4.

3. Se x e y são números reais e $-1 < x < y < 0$ então $0 < x^2 < y^2 < 1$.

Solução:

Como exemplo, vamos considerar $x = -0,9$ e $y = -0,4$, que satisfazem a inequação $-1 < x < y < 0$. Elevando x e y ao quadrado, obtemos $x^2 = (-0,9) \cdot (-0,9) = 0,81$ e $y^2 = (-0,4) \cdot (-0,4) = 0,16$.

No entanto, neste e em outros casos, devido à multiplicação de sinais, $x^2 > y^2$, o que está em desacordo com a 2ª inequação dada $0 < x^2 < y^2 < 1$, logo, a afirmativa está errada.

Gabarito: item ERRADO

4. No conjunto dos números reais, apenas $x = \frac{3}{2}$ é solução da equação $\frac{2}{x^2 - 4} = \frac{1}{x - 2} + \frac{3}{x + 2}$

Solução:

Para resolvermos a equação dada, devemos calcular o MMC entre os denominadores. Podemos verificar que $x^2 - 4$ é um produto notável e pode ser reescrito, pois $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$. Logo, o MMC é $(x + 2)(x - 2)$. Dando sequência à resolução, multiplicamos os termos da equação pelo MMC dos denominadores já obtido, o que nos permite algumas simplificações (considerando $x \neq +2$ e $x \neq -2$, senão teríamos divisão por zero), de modo que $(x+2)(x-2)\frac{2}{(x+2)(x-2)} = (x+2)(x-2)\frac{1}{x-2} + (x+2)(x-2)\frac{3}{x+2}$, que, feitas as simplificações, resulta em

$$2 = (x + 2) + 3(x - 2),$$

o que por sua vez nos dá

$$2 = x + 2 + 3x - 6$$

$$\Rightarrow -4x - 6 \cdot (-1) \Rightarrow 4x = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Gabarito: item CORRETO

(Cespe – Petrobras – Auxiliar de Segurança Interna – 2007) Para presentear o chefe de departamento de uma empresa por ocasião de seu aniversário, os empregados desse departamento pesquisaram e decidiram comprar um televisor de R$ 480,00, que seriam divididos igualmente entre todos. No momento da cotização, 5 desses empregados argumentaram que se encontravam em dificuldades financeiras e que poderiam pagar apenas a metade da cota inicial de cada um. Dessa forma, coube a cada um dos outros empregados mais R$ 8,00, além da cota inicial.

Com referência à situação hipotética apresentada, e representando por x a quantidade de empregados desse departamento, julgue os itens 5 a 9.

5. A cota final que coube a cada um dos empregados do referido departamento que não

alegaram dificuldades financeiras é igual a $\frac{480}{x}$ reais.

Solução:

Conforme o enunciado, x é a quantidade de empregados. Assim, a *cota inicial* (antes de as cotas terem sido modificadas posteriormente) equivale a $\frac{480}{x}$ reais. Desse modo, como houve modificação posterior (funcionários em dificuldade pagando a metade da cota inicial e os outros pagando R\$ 8,00 a mais para compensar), podemos ver que o item está errado.

Gabarito: item ERRADO

6. A relação entre x e o valor do televisor pode ser expressa pela seguinte equação:

$$480 = \left(\frac{480}{2x} + 8\right)(x - 5) + \frac{1200}{x}.$$

Solução:

Devemos, então, calcular o valor final das cotas, depois das modificações. Ora, os 5 funcionários em dificuldade passaram a pagar a metade da cota inicial, logo, passam a pagar $\frac{\left(\frac{480}{x}\right)}{2}$, que resulta em

$$\frac{480}{x} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{240}{x}.$$

Já os outros funcionários (que equivalem a $x - 5$) passaram a pagar R\$ 8,00 a mais, ou seja $\frac{480}{x} + 8$.

Assim, obtemos a seguinte expressão para os R\$ 480,00 equivalentes ao preço da televisão $480 = 5 \times \frac{240}{x} + (x - 5) \times \left(\frac{480}{x} + 8\right)$, ou seja,

$480 = \frac{1200}{x} + (x - 5)\left(\frac{480}{x} + 8\right)$, que é diferente da equação dada no enunciado (observemos que o denominador na fração da expressão para os funcionários que não estão em dificuldades não possui o número 2). Logo, o item está errado.

Gabarito: item ERRADO

7. Considere que a relação entre x e o valor do televisor possa ser descrita por uma

equação do segundo grau da forma $Ax^2 + Bx + C = 0$, em que A, B e C sejam constantes reais e $A < 0$. Nesse caso, o ponto de máximo da função $f(x) = Ax^2 + Bx + C = 0$ será atingido quando $x = \frac{5}{2}$.

Solução:

Vamos reescrever a equação

$480 = \frac{1200}{x} + (x-5)\left(\frac{480}{x} + 8\right)$, que foi determinada anteriormente, sob a forma $Ax^2 + Bx + C = 0$. Efetuando o produto no 2º membro da equação obtemos

$480 = \frac{1200}{x} + 480 + 8x - \frac{2400}{x} - 40$, cujo desenvolvimento resulta em

$$+8x^2 - 40x - 1200 = 0,$$

mas como o problema pede que A seja menor que 0, então multiplicamos a equação por –1 e passamos a ter $-8x^2 + 40x + 1200 = 0$,

que pode ser simplificado dividindo-se todos os termos por 8, resultando em

$$-x^2 + 5x + 150 = 0$$

Ou seja, temos A = –1, B = +5 e C = +150. Desta forma, vamos aplicar a expressão para a abcissa x_v do vértice da parábola (v. item 3.2.3) $x_v = \frac{-B}{2A}$.

Substituindo-se os valores obtidos para A, B passamos a ter

$$x_v = \frac{-(5)}{2\times(-1)}$$

$$\Rightarrow x_v = \frac{5}{2}.$$

Gabarito: item CORRETO

8. O número de empregados desse departamento é superior a 12.

Solução:

Para determinar o número x de empregados, basta resolvermos a equação de 2º grau encontrada anteriormente $-x^2 + 5x + 150 = 0$,

ou seja, com A = –1, B = +5 e C = +150.

O valor de x é dado por

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}, \text{ onde } \Delta = B^2 - 4AC.$$

Substituindo os valores de A = –1, B = +5 e C = +150 na expressão para Δ, obtemos

$\Delta = 5^2 - 4(-1)(+150)$

$$\Delta = 25 + 600$$

$$\Rightarrow \Delta = 625.$$

e a expressão para x se torna

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{625}}{2(-1)}$$

$x = \dfrac{-5 \pm 25}{-2}$, que resulta em $x' = -10$ ou $x'' = 15$. Como o número de empregados não pode ser negativo, então x' deve ser desconsiderado, logo $x = 15$, e o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

9. A cota de cada um dos empregados em situação financeira difícil foi superior a R$ 15,00 e a cota de cada um dos demais foi inferior a R$ 45,00.

Solução:

Como determinado anteriormente, a cota de cada um dos empregados com dificuldades é $\dfrac{240}{x}$, que, com a substituição do valor de $x = 15$, resulta em $\dfrac{240}{15}$, que é igual a R$ 16,00 (superior aos R$ 15,00 mencionados no enunciado).

Já para os demais empregados, a cota equivale a

$$\frac{480}{x} + 8$$

que, com a substituição do valor de $x = 15$, resulta em $\dfrac{480}{15} + 8$, que é igual a R$ 40,00 (inferior aos R$ 45,00 mencionados no enunciado).

Gabarito: item CORRETO

(Cespe – Petrobras – Auxiliar de Segurança Interna – 2007) Julgue o item 10, acerca de polinômios.

10. É possível encontrar números reais m e n tais que as raízes do polinômio $q(x) = x^2 - 1$ sejam também raízes do polinômio $p(x) = x^4 + (2m + n + 1)x^3 + mx$.

Solução:

As raízes de um polinômio são obtidas igualando-o a zero e resolvendo a equação. Para calcularmos as raízes do polinômio $q(x)$ fazemos $q(x) = x^2 - 1 = 0$
e resolvemos a equação de 2º grau acima. Podemos então fazer $x^2 = 1$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{1}$$

$$\Rightarrow x = \pm 1.$$

Então as raízes do polinômio $q(x)$ são $+ 1$ e $- 1$.

Ora, para determinarmos m e n, utilizaremos o fato de que, para que as raízes de $q(x)$ sejam também as raízes de $p(x)$, as substituições de $+1$ e -1 no lugar de x, respectivamente, zeram o polinômio. Para a raiz $+1$, temos $P(+1) = (-1)^4 + (2m + n + 1)(+1)^3 + m(+1) = 0$

$$\Rightarrow 1 + 2m + n + 1 + m = 0$$

$$\Rightarrow 3m + n = -2.$$

Para a raiz -1, temos

$$P(-1) = (-1)^4 + (2m + n + 1)(-1)^3 + m(-1) = 0$$

$$\Rightarrow +1 - 2m - n - 1 - m = 0$$

$$\Rightarrow -3m - n = 0.$$

Assim, para determinarmos m e n, temos formado o sistema de equações de 1º grau $\begin{cases} 3m + n = -2 \\ -3m - n = 0 \end{cases}$, e sua solução pelo método da adição resultaria em

$$\Rightarrow 0 = -2 \text{ (\textit{proposição falsa})}.$$

Desse modo, o sistema formado é impossível e não há valores reais de m e n que satisfaçam as condições solicitadas no enunciado.

Gabarito: item ERRADO

11. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2005) Num jogo de conhecimentos gerais, cada jogador responde a 10 questões por rodada, recebendo 4 pontos por resposta certa e perdendo 2 pontos por resposta errada. Para que o total de pontos obtidos por um jogador em uma rodada seja positivo, qual o número mínimo de questões que ele deverá acertar?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Solução:

<u>1º Modo</u>

Seja x o número de questões que o jogador acerta na rodada. Já que o total de questões é 10, então o número de questões que ele errou é $10 - x$. Como em cada questão correta o candidato ganha 4 pontos positivos e em cada questão errada o candidato perde 2 pontos, então o total de pontos é dado por $4x - 2(10 - x)$.

Deseja-se saber qual o número mínimo de questões que o candidato deve acertar para que ele fique com o total de pontos positivo no final da rodada. Assim passamos a ter a inequação $4x - 2(10 - x) > 0$

Sua solução pode ser feita da seguinte forma

$$4x - 20 + 2x > 0$$

$$\Rightarrow 6x > 20$$

$$\Rightarrow x > \frac{20}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{x > 3{,}333\ldots}$$

Assim, o menor número de questões certas para que o candidato fique com um total de pontos positivo tem que ser 4, pois 3,333... não é inteiro.

<u>2º Modo</u>

O candidato pode também, se desejar, fazer as simulações do quadro abaixo. O 2º modo é um pouco mais direto, enquanto o primeiro modo generaliza a resolução.

Número de questões corretas	Número de questões erradas	Cálculo dos pontos	Total de pontos
1	9	$1 \cdot 4 - 9 \cdot 2$	–14
2	8	$2 \cdot 4 - 8 \cdot 2$	–8
3	7	$3 \cdot 4 - 7 \cdot 2$	–4
4	6	$4 \cdot 4 - 6 \cdot 2$	+4

De qualquer forma, chega-se ao resultado, que é um total de 4 questões a serem acertadas pelo candidato.

Gabarito: letra D

12. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Em três meses, certa empresa fez 2.670 conversões de veículos para o uso de GNV (Gás Natural Veicular). O número de conversões realizadas no segundo mês superou em 210 o número de conversões realizadas no primeiro mês. No terceiro mês, foram feitas 90 conversões a menos que no segundo mês. Quantas conversões essa empresa realizou no primeiro mês?

a) 990
b) 900
c) 870
d) 810
e) 780

Solução:

Seja o número de conversões realizada no primeiro mês igual a x. Pelo enunciado, o número de conversões realizadas no segundo mês será igual a $x + 210$.

Já o número de conversões realizadas no terceito mês será igual a

$$(x + 210) - 90,$$

que resulta em

$$x + 120.$$

Já que os três meses totalizam 2670 conversões, temos

$$x + (x + 210) + (x + 120) = 2670$$
$$\Rightarrow 3x + 330 = 2670$$
$$\Rightarrow 3x = 2670 - 330$$
$$\Rightarrow x = \frac{2340}{3}$$
$$\Rightarrow \boxed{x = 780}.$$

Gabarito: letra E

13. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Em uma caixa há, ao todo, 130 bolas, sendo algumas brancas e as demais, pretas. Se 10 bolas pretas forem retiradas da caixa e 15 bolas brancas forem colocadas, o número de bolas pretas dentro da caixa excederá o de bolas brancas em 5 unidades. Quantas bolas brancas há dentro dessa caixa?

a) 40
b) 50
c) 60
d) 70
e) 80

Solução:

Sejam x o número de bolas pretas e y o número de bolas brancas contidas inicialmente na caixa. Já que há ao todo 130 bolas na caixa, chegamos à equação $x + y = 130$. Se retirarmos 10 bolas pretas obtemos a nova quantidade $x - 10$ de bolas pretas; se acrescentarmos 15 bolas brancas chegamos à nova quantidade $y + 10$ de bolas brancas. Sabendo que a nova quantidade de bolas pretas supera a nova quantidade de bolas brancas em 5 unidades, chegamos à equação $x - 10 = (y + 15) + 5$. Assim, podemos montar o sistema $\begin{cases} x + y = 130 \\ x - 10 = (y + 15) + 5 \end{cases}$.

Este sistema pode ser resolvido de diversas maneiras. Uma delas é isolar x na primeira equação, que nos dá $x = 130 - y$
e substituir o resultado na segunda equação, e assim obter

$$(130 - y) - 10 = (y + 15) + 5$$
$$\Rightarrow 120 - y = y + 20$$

$$\Rightarrow -y - y = -120 + 20$$

$$\Rightarrow -2y = -100 \cdot (-1) \Rightarrow 2y = 100$$

$$\Rightarrow y = \frac{100}{2}$$

$$\Rightarrow y = 50,$$

que é o número de bolas brancas contidas na caixa.

Gabarito: letra B

14. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011) João tem 100 moedas, umas de 10 centavos, e outras de 25 centavos, perfazendo um total de R$ 20,20. O número de moedas de 25 centavos que João possui é: a) 32;

b) 56;

c) 64;

d) 68;

e) 72.

Solução:

Seja x a quantidade de moedas de R$ 0,10. Seja y a quantidade de moedas de R$ 0,25. A soma das quantidades x e y totalizam 100 moedas, o que nos leva à equação $x + y = 100$.

Por outro lado, o total em reais equivalente às moedas de R$ 0,10 é dado por $0{,}10x$, enquanto o total em reais equivalente às moedas de R$ 0,25 é dado por $0{,}25y$. Sendo assim, sabendo que o total geral em reais é R$ 20,20, então chegamos à equação $0{,}10x + 0{,}25y = 20{,}20$.

Podemos desta forma montar o sistema de equações dado por

$\begin{cases} x + y = 100 \\ 0{,}10x + 0{,}25y = 20{,}20 \end{cases}$, que pode ser resolvido de diferentes maneiras. Uma delas é isolar x na primeira equação, o que nos dá $x = 100 - y$, e substituir tal resultado na segunda equação, para então obter $0{,}10(100 - y) + 0{,}25y = 20{,}20$,

cuja solução resulta em

$$10 - 0{,}10y + 0{,}25y = 20{,}20$$

$$\Rightarrow 0{,}15y = 10{,}20$$

$$\Rightarrow y = \frac{10{,}20}{0{,}15}$$

$\Rightarrow \boxed{y = 68}$, que corresponde à quantidade de moedas de R$ 0,25 e é a solução do problema.

Gabarito: letra D

15. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2010) Segundo a ANP, Espírito Santo e Rio Grande do Norte estão entre os estados brasileiros que mais produzem petróleo, atrás apenas do Rio de Janeiro. Juntos, esses dois estados produzem, anualmente, 64.573 mil barris. Se a produção anual do Rio Grande do Norte dobrasse, superaria a do Espírito Santo em 2.423 mil barris. Sendo assim, quantos milhares de barris de petróleo são produzidos anualmente no Espírito Santo?

a) 20.716
b) 22.332
c) 31.075
d) 36.086
e) 42.241

Solução:

Seja x o número de barris produzidos anualmente pelo estado do Espírito Santo e y o número de barris produzidos pelo estado potiguar. Pelo enunciado, a soma da produção dos dois estados é equivalente a 64573, o que nos leva à equação $x + y = 64573$. Por outro lado, já que o dobro da produção do Rio Grande do Norte ($2y$) superaria a produção capixaba (x) em 2423 barris, chegamos à equação $2y = x + 2423$. Logo, podemos formar o sistema $\begin{cases} x + y = 64573 \\ 2y = x + 2423 \end{cases}$, que pode ser resolvido de diversas maneiras.

Uma delas é isolar x na primeira equação, o que nos leva a $x = 64573 - y$
e substituir o resultado na segunda equação, obtendo-se assim

$$2y = (64573 - y) + 2423,$$

cuja resolução fornece

$$3y = 66996$$

$$\Rightarrow y = 22332 \text{ (produção anual do RN).}$$

E assim podemos obter a produção anual do ES. Já que $x + y = 64573$, então $x + 22332 = 64573$

$$\Rightarrow x = 64573 - 22332$$

$$\Rightarrow \textit{(produção anual do ES)}.$$

Gabarito: letra E

16. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Na lanchonete de seu João, vende-se "suco" de uva e "refresco" de uva, ambos preparados com água e um concentrado da fruta, mas em diferentes proporções. O "suco" é preparado com três partes de concentrado e duas partes de água, enquanto o "refresco" é obtido misturando-se uma parte de concentrado a três de água. Certa manhã, utilizando 19 litros de concentrado e 22 litros de água, seu João preparou *x* litros de "suco" e *y* litros de "refresco" de uva. A diferença entre essas quantidades, em litros, correspondeu a: a) 9;

b) 10;
c) 11;
d) 12;
e) 13.

Solução:

Vamos elaborar o quadro abaixo, com quantidades dadas no problema.

	suco	refresco	Total
concentrado			19 ℓ
água			22 ℓ
Total	x	y	

Vamos chamar de p uma parte de suco. De acordo com o enunciado, passamos a completar a coluna "suco" (lembre-se de que "o 'suco' é preparado com três partes de concentrado e duas partes de água").

	suco	refresco	Total
concentrado	$3p$		19 ℓ
água	$2p$		22 ℓ
Total	x	y	

Sendo q uma parte de refresco, finalmente completamos a coluna "refresco" (lembre-se de que "o 'refresco' é obtido misturando-se uma parte de concentrado a três de água").

	suco	refresco	Total
concentrado	$3p$	$1q$	19 ℓ
água	$2p$	$3q$	22 ℓ
Total	x	y	

Assim, chegamos ao sistema dado por

$\begin{cases} 3p + 1q = 19 \\ 2p + 3q = 22 \end{cases}$, que pode ser resolvido de diversas formas. Em particular, podemos resolvê-lo multiplicando a primeira equação por 3 e o sistema se torna $\begin{cases} 9p + 3q = 57 \\ 2p + 3q = 22 \end{cases}$.

Agora, fazemos a primeira equação menos a segunda (ou seja, subtraímos termo a termo) e conseguimos cancelar os termos em q, obtendo $(9p - 2p) = (57 - 22)$, logo

$$7p = 35 \Rightarrow p = \frac{35}{7} \Rightarrow \boxed{p = 5}.$$

Assim, substituindo o valor descoberto de p em qualquer uma das equações do sistema original e resolvendo-a, obtém-se o valor de q. Podemos tomar a primeira delas $3p + 1q = 19$, e obtém-se $3 \cdot 5 + 1q = 19 \Rightarrow \boxed{q = 4}$.

Voltando ao quadro, podemos determinar os valores de x e y. Efetuando as multiplicações, obtemos o quadro abaixo.

	suco	refresco	Total
concentrado	15	4	19 ℓ
água	10	12	22 ℓ
total	x	y	

Assim, os valores de x e y são dados por = 15 + 10 = 25 e $y = 4 + 12 = 16$, logo a subtração pedida é $x - y = 25 - 16 \Rightarrow \boxed{x - y = 9}$.

Gabarito: letra A

2.5. Questões Propostas

1. **(NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Suponha que o salário de um trabalhador vem sendo desvalorizado em 15% a cada ano que passa. Se o salário hoje tem como valor *x*, daqui a dois anos o salário do trabalhador será: a) 0,1275*x*;**
   b) 0,225 x;
   c) 0,30 x;
   d) 0,7225 x;
   e) 0,85 x.

2. **(NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) A soma de três múltiplos consecutivos de sete é 84. O maior deles é múltiplo de: a) 3;**
   b) 5;
   c) 11;
   d) 13;
   e) 17.

3. **(NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Num triângulo isósceles, o lado maior é o triplo do lado menor, e o perímetro é igual a 35cm. A diferença entre o lado maior e o menor, em centímetros, é igual a: a) 10;**
   b) 11;
   c) 12;

d) 13;
e) 14.

4. (NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Gastei R$ 9,00 comprando canetas azuis e vermelhas para o meu escritório. Sabendo que comprei mais canetas azuis do que canetas vermelhas, e que as canetas azuis custam, cada uma, R$ 0,60 e as vermelhas custam, cada uma, R$ 0,50, o total de canetas compradas por mim é igual a: a) 16;
b) 17;
c) 18;
d) 19;
e) 20.

5. (NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Ao somarmos, membro a membro, a equação $x^2 + bx + c = 0$, cujas raízes são 2 e −7, com a equação $x + d = 0$, cuja raiz é 13, encontramos uma equação cuja soma das raízes é: a) – 18;
b) – 6;
c) – 5;
d) 0;
e) 8.

6. (Consulplan – Correios – Atendente Comercial – 2008) Numa pesquisa feita sobre um projeto de lei que proíbe a circulação de cães ferozes nas ruas, foram ouvidos 80 moradores de um bairro na cidade de Petrolina-PE. Os resultados encontram-se no quadro abaixo:

moradores	contra	a favor
Homens	20	y
Mulheres	X	40

Sabe-se que a razão entre o número de pessoas favoráveis ao projeto e o número de pessoas contrárias a ele é 13/7. Qual é o valor de x e y que completa o quadro?
a) x = 8 e y = 12.
b) x = 52 e y = 28.
c) x = 48 e y = 92.
d) x = 12 e y = 28.
e) x = 8 e y = 13.

7. (ESPP – Correios – Atendente Comercial – 2008) O valor de x da equação $7x + \frac{x}{3} - 4 \times (x + 1) = 16$ é: a) 2;
b) 4;

c) 6;
d) 8.

8. (Consulplan – Correios – Atendente Comercial – 2008) Sabe-se que as expressões $\frac{x}{2}$ e $\frac{-4}{2x-5}$, com $x \neq 5/2$, são iguais. Quais são os valores reais de x que verificam essa situação?
a) 7;
b) 0 e 7;
c) Não existem valores reais de x;
d) – 1/2 e 3;
e) 6 e – 1.

9. (Persona – Correios – Técnico Administrativo – 2008) Dada a equação $2x^2 + x - 1 = 0$, encontre o valor da expressão $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$, sabendo que os números a e b, com $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $a > b$, correspondem às raízes das equações dadas: a) 3;
b) 5;
c) 7;
d) 9;
e) 11.

10. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) No Brasil, a maior parte dos poços produtores de petróleo e gás natural localiza-se no mar. São, ao todo, 8.539 poços, e o número de poços localizados no mar corresponde a nove vezes o número de poços localizados em terra, mais 749. Quantos são os poços produtores de petróleo e gás natural localizados em terra?
a) 779
b) 787
c) 821
d) 911
e) 932

11. (Assistente Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) Numa distribuidora de combustível há dois turnos de trabalho, A e B, totalizando 80 funcionários. Se quatro funcionários do turno B passassem para o turno A, os dois turnos passariam a ter o mesmo número de funcionários. Quantos funcionários há no turno B?
a) 36
b) 38
c) 40
d) 42
e) 44

12. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2005) Em certa papelaria, duas borrachas e dois lápis custam R$2,20. João foi a essa papelaria e comprou um lápis, um caderno e uma borracha e gastou R$4,00. Quanto custou, em reais, o caderno que João comprou?

a) 1,50
b) 1,80
c) 2,20
d) 2,80
e) 2,90

13. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Um botijão de 13 kg de gás de cozinha (GLP) é vendido por R$ 30,58. Esse preço é composto de três partes: distribuição e revenda, tributos e preço de custo. Se o valor de distribuição e revenda supera em R$ 1,77 o preço de custo, e o preço de custo supera em R$ 5,09 a parte correspondente aos tributos, qual é, em reais, o preço de custo de um botijão de 13 kg?

a) 11,30
b) 11,54
c) 12,36
d) 12,49
e) 13,07

14. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2009) No final de 2009, o diretor de certa empresa fez a seguinte declaração: "A partir de 2010, nossa meta é a abertura de quatro novos pontos de venda por ano. Assim, terminaremos 2015 com 43 pontos de venda em todo o país". Considerando essa declaração, quantos pontos de venda essa empresa possuía em 2009?

a) 17
b) 19
c) 21
d) 23
e) 25

15. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) O Centro de Pesquisas da Petrobras (Cenpes), que está sendo ampliado, passará a ter 23 prédios de laboratórios. Se a quantidade atual de prédios de laboratórios do Cenpes supera em 5 unidades a quantidade de prédios de laboratórios que ocuparão a parte nova, quantos prédios de laboratórios há atualmente?

a) 8
b) 9
c) 12
d) 13
e) 14

(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2005) Leia o texto abaixo para responder às duas questões seguintes.

"A expectativa de vida do brasileiro aumentou (...), seguindo uma tendência mundial. (...) Para os brasileiros nascidos em 2004, a expectativa de vida é de 71,7 anos. (...) O aumento reflete melhorias nos serviços de saúde pública e de saneamento (...). Em 1980, a expectativa de vida no Brasil era de 62,6 anos. (...) Os dados regionais mais uma vez confirmam as desigualdades entre as unidades da federação. Enquanto no primeiro colocado, o Distrito Federal, um bebê nascido em 2004 terá esperança de viver 74,6 anos, um bebê nascido em Alagoas, no mesmo ano, terá uma esperança bem abaixo da média nacional: 65,5 anos."

O Globo, 02 dez. 2005

16. Se, de 1980 a 2004, a expectativa de vida dos brasileiros tivesse aumentado linearmente, um brasileiro nascido em 1990 teria uma expectativa de vida, em anos, de, aproximadamente: a) 65,9
   b) 66,4
   c) 67,1
   d) 67,3
   e) 68,1

17. A diferença, em anos, entre a expectativa de vida no Distrito Federal e em Alagoas, em 2004, era de: a) 14,2
   b) 11,1
   c) 9,1
   d) 8,9
   e) 6,2

18. (Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 2010) Pesquisadores descobriram que o uso do fundo preto nas páginas de busca da internet produz um consumo menor de energia em relação à tela branca. Se todas as buscas fossem feitas com tela preta, a economia total em um tempo médio de 10 segundos seria equivalente à energia gasta por 77 milhões de geladeiras ligadas ininterruptamente durante 1 hora. Nessas condições, a economia total em um tempo médio de buscas de 30 minutos seria equivalente à energia gasta por essas geladeiras ligadas ininterruptamente durante: a) 2 dias e meio;
   b) 3 dias;
   c) 5 dias;
   d) 7 dias e meio;
   e) 8 dias.

19. (Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 2010) Suponha que, para a divulgação de produtos oferecidos pelo Banco do Brasil no primeiro trimestre deste ano, 1 295

folhetos foram entregues aos clientes em janeiro e que o total entregue nos dois meses seguintes foi o dobro desse valor. Se o número de folhetos entregues em março ultrapassou o de fevereiro em 572 unidades, a soma dos números de folhetos entregues em janeiro e fevereiro foi: a) 2.018;
b) 2.294;
c) 2.304;
d) 2.590;
e) 2.876.

20. (Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 2010) Segundo a Associação Brasileira de Franchising, o faturamento de franquias ligadas aos setores de saúde e bem estar quase dobrou de 2004 a 2009, pois neste período a receita total das empresas passou de 5 bilhões para 9,8 bilhões de reais. Se esse crescimento tivesse ocorrido de forma linear, a receita total das empresas desse setor, em bilhões de reais, teria sido de: a) 5,34 em 2005;
b) 6,92 em 2006;
c) 7,44 em 2007;
d) 8,22 em 2008;
e) 8,46 em 2008.

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2007) Um grupo de amigos saiu para assistir a um filme no cinema do bairro. Lá chegando, constataram que o preço das entradas para todos, refrigerantes e pipoca era de R$ 585,00. Esse valor deveria ser dividido inicialmente entre todos do grupo, mas, por delicadeza, os integrantes do grupo que moravam nesse bairro revolveram dividir entre eles o valor correspondente ao que cabia aos 4 integrantes que não moravam no bairro, o que acrescentou à despesa de cada um dos primeiros a quantia de R$ 20,00. Com base nessa situação hipotética, julgue os dois itens seguintes.

21. Indicando por x a quantidade de pessoas do grupo de amigos e por y a quantia que cada um deles deveria inicialmente desembolsar, é correto afirmar que x e y são tais que $x \cdot y = 585$ e $20x - 4y = 80$.

22. No grupo de amigos havia menos de 8 moradores do bairro onde fica o cinema e a cada um deles coube uma despesa superior a R$ 70,00.

23. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2011) Maria comprou 30 balas e 18 chocolates para distribuir entre seus três filhos, mas não os distribuiu igualmente. O filho mais velho recebeu igual número de balas e chocolates, enquanto que o filho do meio ganhou 5 balas a mais do que chocolates. O número de balas que o filho caçula ganhou correspondeu ao dobro do número de chocolates. Sabendo-se que os dois filhos mais novos de Maria ganharam a mesma quantidade de chocolates, quantas balas couberam ao filho mais velho?

a) 4
b) 7
c) 8
d) 11
e) 12

24. (Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 1998) As raízes que satisfazem a equação $2x^2 + 3x - 2 = 0$ são: a) +1; –2
b) +½; +2
c) + ½; –2
d) –½; +2
e) –½; –2

25. (Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 1998)

$$\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - y + z = 8 \end{cases}$$

Dado o sistema de equações acima, os valores das incógnitas x, y e z são, respectivamente:
a) 3, –2 e 1
b) 1, –2 e 3
c) 1, –2 e –3
d) –1, 2 e –3
e) –1, –2 e 3

26. (Agente de Pesquisa – IBGE – NCE/UFRJ – 2001) Ao somarmos, membro a membro, a equação $x^2 + bx + c = 0$, cujas raízes são 2 e –7, com a equação $x + d = 0$, cuja raiz é 13, encontramos uma equação cuja soma das raízes é: a) – 18
b) – 6
c) – 5
d) 0
e) 8

Gabarito: 1. d; 2. b; 3. a; 4. a; 5. b; 6. a; 7. c; 8. c; 9. b; 10. a; 11. e; 12. e; 13. a; 14. b; 15. e; 16. b; 17. c; 18. d; 19. c; 20. b; 21. c; 22. e; 23. a; 24. c; 25. b; 26. b.

Capítulo 3

Funções

3.1. Funções do 1º Grau

3.1.1. Forma geral de uma função do 1º grau

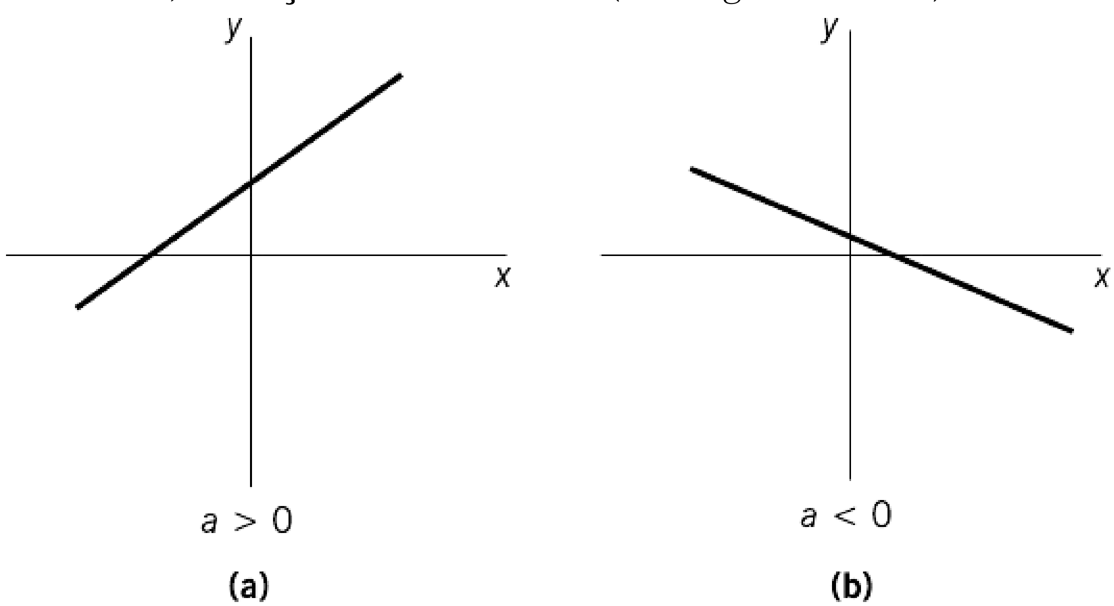
A forma geral de uma função do 1º grau é

,

onde a e b são coeficientes constantes, que são chamados respectivamente de *coeficiente angular* e *coeficiente linear* (v. item 3.1.2, a seguir).

3.1.2. Representação gráfica de uma função do 1º grau

A representação gráfica de uma função de 1º grau é uma reta. Para $a > 0$, a função é crescente; já para $a < 0$, a função é decrescente (v. a figura abaixo).



Representação de funções de 1º grau: (a) função de 1º grau crescente, ou seja, com $a > 0$ e (b) função de 1º grau decrescente, ou seja, com $a < 0$.

3.2. Funções do 2º grau

3.2.1. Forma geral da função do 2º grau

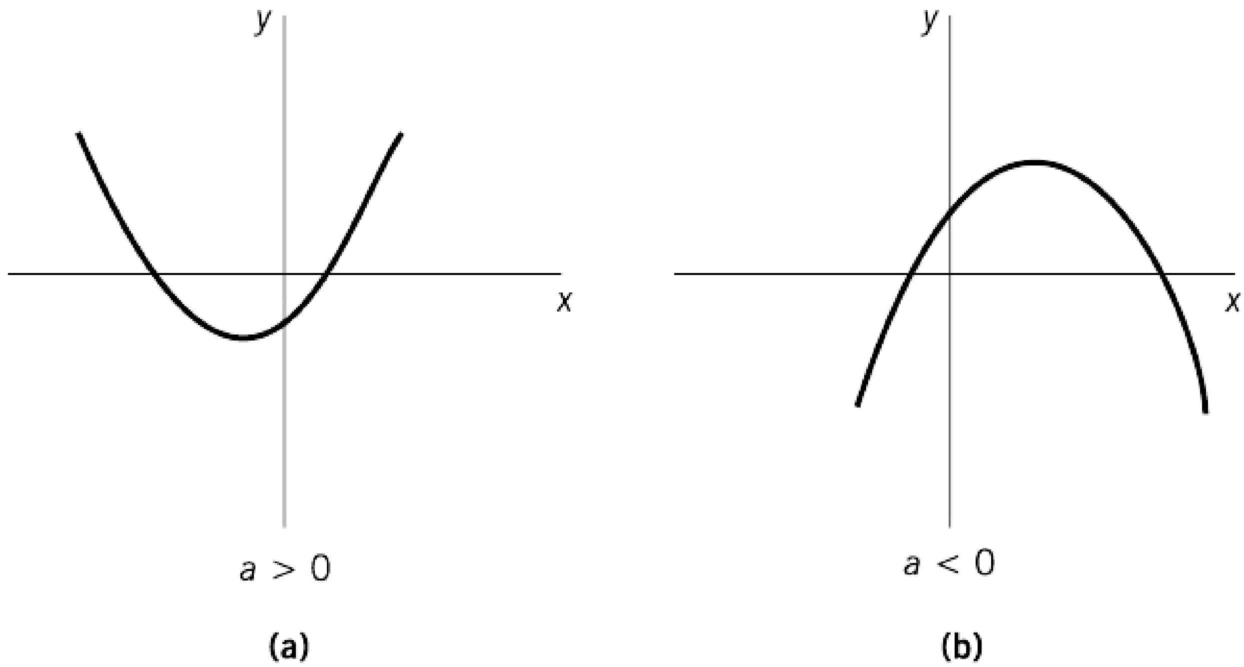
A forma geral de uma função do 2º grau é

,

onde a, b e c são coeficientes constantes.

3.2.2. Representação gráfica de uma função do 2º grau

A representação gráfica de uma função do 2º grau é uma parábola, como é mostrado na figura abaixo. Se a função apresenta $a > 0$, a parábola vai apresentar concavidade voltada para cima. Já se a função apresenta $a < 0$, a parábola vai apresentar sua concavidade voltada para baixo.



Representação de funções de 2º grau: (a) parábola com a concavidade voltada para cima, ou seja, a representação de uma função de 2º grau com $a > 0$ e (b) parábola com a concavidade voltada para baixo, ou seja, a representação de uma função de 2º grau com $a < 0$.

3.2.3. Coordenadas do vértice de uma parábola (máximos ou mínimos da parábola)

Uma parábola é a curva correspondente à representação gráfica de uma função do 2º grau. Saber a expressão para as coordenadas do vértice de uma parábola pode ser muito útil para a solução de questões envolvendo máximos ou mínimos de uma função quadrática. Se a concavidade está voltada para cima, o vértice representa um ponto de mínimo da função quadrática. Já se a concavidade está voltada para baixo, o vértice representa um ponto de máximo da função quadrática.

Uma função do 2º grau dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c constantes e $a \neq 0$ terá a abcissa x_v do vértice dada por $x_v = \frac{-b}{2a}$.

Vale notar que, se a função possuir duas raízes reais, a abcissa x_v do vértice pode ser calculada pela média aritmética simples das raízes, ou seja, $x_v = \frac{x' + x''}{2}$ (veja o exemplo abaixo, de uma questão de concurso). Também vale ressaltar que a parábola é simétrica em relação à reta vertical que passa pela abcissa de valor x_v.

Já a ordenada y_v do vértice será

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}, \text{ onde } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Exemplo:

(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011) O valor máximo da função de variável real $f(x) = 4(1 + x)(6 - x)$ é:

a) 44
b) 46
c) 48
d) 49
e) 50

Solução:

A função $f(x) = 4(1 + x)(6 - x)$ é uma função do 2º grau. Quando a função é dada nessa forma, podemos obter diretamente os valores das raízes, pois serão os valores de x que anulam os valores entre os parênteses. Neste caso, as raízes são $x' = -1$ e $x'' = 6$. Logo, o valor da abcissa do vértice é $x_v = \frac{6+(-1)}{2} = 2,5$ e, substituindo-se este valor na função para determinar y_v, obtém-se $f(2,5) = 4 \cdot (1 + 2,5) \cdot (6 - 2,5) \Rightarrow f(2,5) = 4 \cdot (3,5) \cdot (3,5) \Rightarrow$.

Gabarito: letra D

3.3. Funções exponenciais

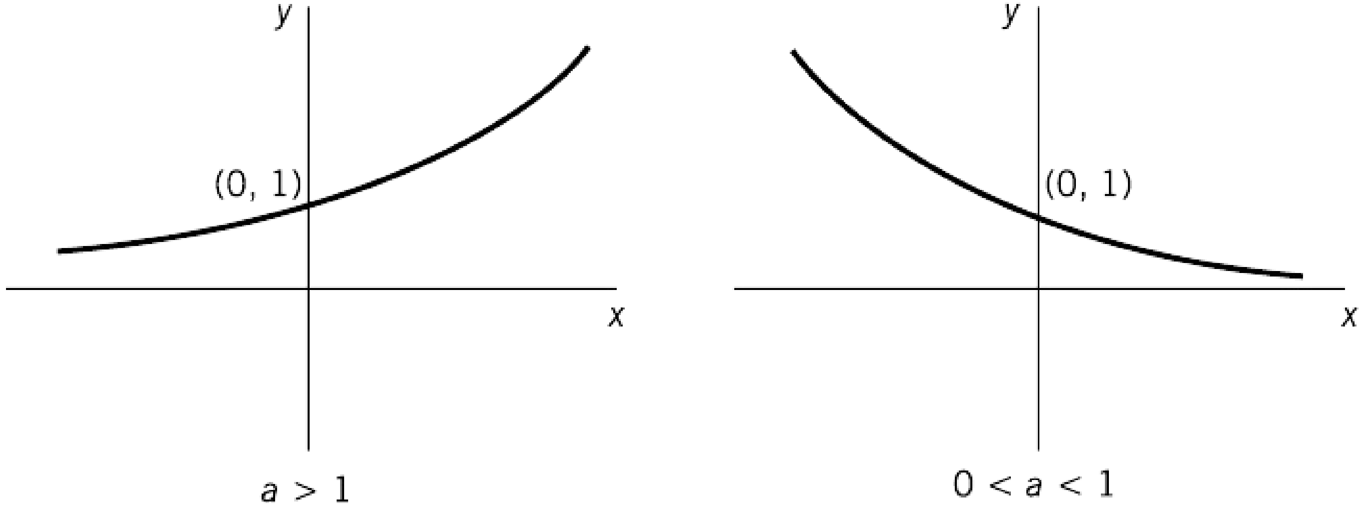
Funções exponenciais são aquelas que podem ser reduzidas a

$$f(x) = a^x,$$

em que $a \in$
, com $a > 0$ e $a \neq 1$. O domínio da função exponencial é o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$
) e a imagem é $\mathbb{R}_+^*$, ou seja, o conjunto dos números reais positivos.

3.3.1. Representação gráfica de uma função exponencial

Se a função exponencial apresentar $a > 1$, a função será crescente. Já se a função apresenta $0 < a < 1$, então a função será decrescente, conforme mostrado na figura a seguir.



(a) **(b)**

Representação de funções exponenciais: (a) função exponencial crescente, ou seja, com $a > 1$ e (b) função exponencial decrescente, ou seja, com $0 < a < 1$.

3.4. Funções logarítmicas

3.4.1. O logaritmo de um número

O logaritmo de um número em uma determinada base corresponde ao expoente a que a base deve ser elevada para obter-se o referido número como resultado. Na fórmula $\log_a b = x$,
que é lida "o logaritmo de *b* na base *a* é igual a *x*", o valor de *x* é o expoente procurado para que *a* elevado a *x* resulte em *b*. Assim, podemos representar a fórmula acima em sua equivalente exponencial, e temos $\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b}$.

As condições de existência do logaritmo são a, b e $x \in \mathbb{R}$, com $b > 0$, $a > 0$ e $a \neq 1$.

Por exemplo, se quisermos calcular x na equação $\log_3 243 = x$, fazemos $3^x = 243$, e, como sabemos que $243 = 3^5$, temos $3^x = 3^5$. Já que, nesta equação, as bases são iguais, então os expoentes também serão iguais e finalmente $x = 5$.

Vale a pena lembrar que, se a base for omitida, esta equivale à base 10. Por exemplo, escrever a expressão $\log 1000 = x$ é equivalente a escrever $\log_{10} 1000 = x$.

Vale ressaltar também que o termo *logaritmo natural* refere-se ao logaritmo na base *e*, sendo $e = 2{,}718281828459045...$ (também é comum a referência a este logaritmo como *neperiano*).

Exemplo:

(Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 1998) Dado log3 = 0,477, podemos afirmar que o log 9.000 é:

a) 3,459
b) 3,594
c) 3,954

d) 5,493

e) 5,943

Solução:

Para aplicar algumas propriedades dos logaritmos, fazemos

$$\log 9000 = \log(3^2 \cdot 1000).$$

Como o *logaritmo do produto* é igual à *soma dos logaritmos*, obtemos

$$\log 9000 = \log(3^2 \cdot 1000) = \log 3^2 + \log 1000.$$

Aplicamos a propriedade $\log a^b = b.\log a$ e achamos $\log 3^2 = 2.\log 3$. Lembramos que $10^3 = 1000$, então $\log 1000 = \log 10^3$, o que dá $\log 1000 = 3$, pois a base do logaritmo deste problema é 10. Assim, substituindo tais resultados, temos $\log 9000 = 2.\log 3 + 3$, e usando o dado do problema $\log 3 = 0{,}477$,

$$\log 9000 = 2 \cdot 0{,}477 + 3,$$

que resulta em

$$\boxed{\log 9000 = 3{,}954}.$$

Gabarito: letra C

3.4.2. A função logarítmica

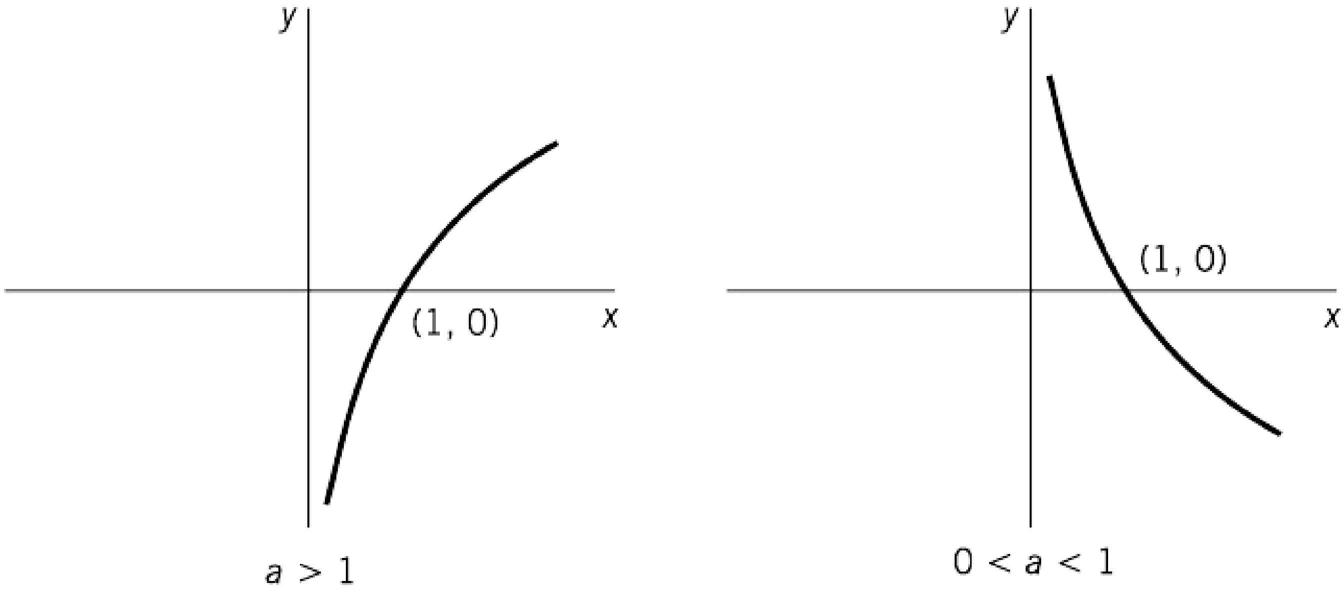
Uma função logarítmica é definida por

,

com domínio $\mathbb{R}_+^*$ e imagem $\mathbb{R}$.

3.4.3. Representação gráfica de uma função logarítmica

Se a função logarítmica apresentar $a > 1$, a função será crescente. Já se a função apresenta $0 < a < 1$, então a função será decrescente, conforme mostrado na figura a seguir. Os gráficos de $f(x) = \log_a x$ interceptam o eixo horizontal no ponto $(1, 0)$.



(a) (b)

Representação de funções logarítmicas: (a) função logarítmica crescente, ou seja, com $a > 1$ e (b) função logarítmica decrescente, ou seja, com $0 < a < 1$.

3.5. Questões Resolvidas

1. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2010) "O Brasil é o país onde mais caem raios no mundo. Na última década, a cada três dias, em média, uma pessoa foi fulminada por um raio"

Revista *Veja*, 10 fev. 2010.

Seja $f(x)$ uma função polinomial que represente o número de pessoas fulminadas por um raio no Brasil ao longo da última década, onde x representa o número de dias. Considerando as informações apresentadas na reportagem acima, conclui-se que: a) $f(x) = 3x$ b) $f(x) = x + 3$

c) $f(x) = x - 3$

d) $f(x) = \frac{x}{3}$

e) $f(x) = \frac{3 - x}{3}$

Solução:

Considerando os dados do enunciado e a proporcionalidade em relação ao número de dias, podemos fazer a regra de três $f(x)$ ——————— x

$$1 \text{ ——————— } 3$$

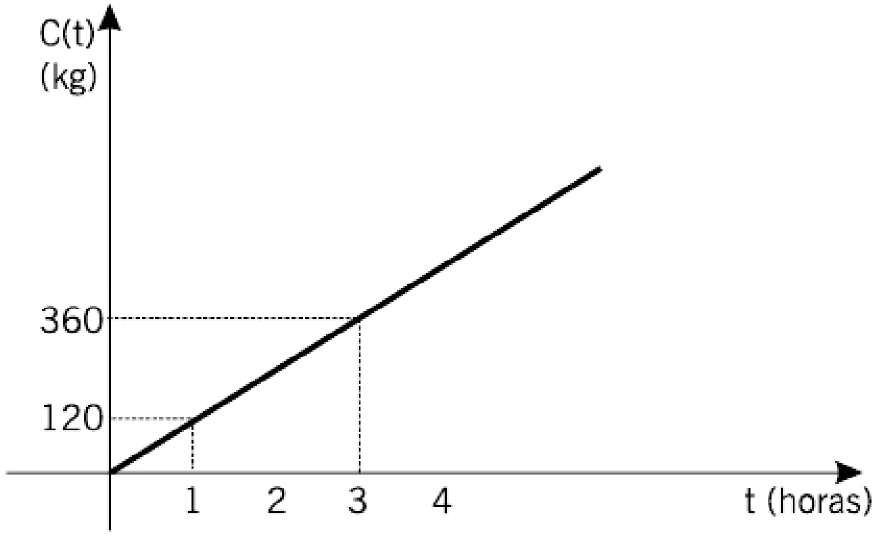
que resulta em

$$3.f(x) = 1.x$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{x}{3}}.$$

Gabarito: letra D

2. (Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) O gráfico abaixo apresenta a capacidade de processamento de oleaginosas de uma máquina extratora de óleos vegetais, em função do tempo t.



Em quanto tempo essa máquina processa 800 kg de oleaginosas?

a) 6 horas e 20 minutos.
b) 6 horas e 30 minutos.
c) 6 horas e 40 minutos.
d) 7 horas e 20 minutos.
e) 7 horas e 40 minutos.

Solução:

Podemos montar a função a partir da sua forma geral $y = ax + b$. A partir do gráfico podemos obter o coeficiente angular a, que é o valor da tangente $a = \frac{cat\ op}{cat\ adj}$

$$\Rightarrow a = \frac{360}{3}$$

$$\Rightarrow$$

O coeficiente linear b é facilmente obtido, pois a reta corta o eixo vertical em $y = 0$, logo $b = 0$.

Assim, a função correspondente ao gráfico será

$$y = 120x,$$

e para $y = 800$ passamos a ter

$$800 = 120x$$

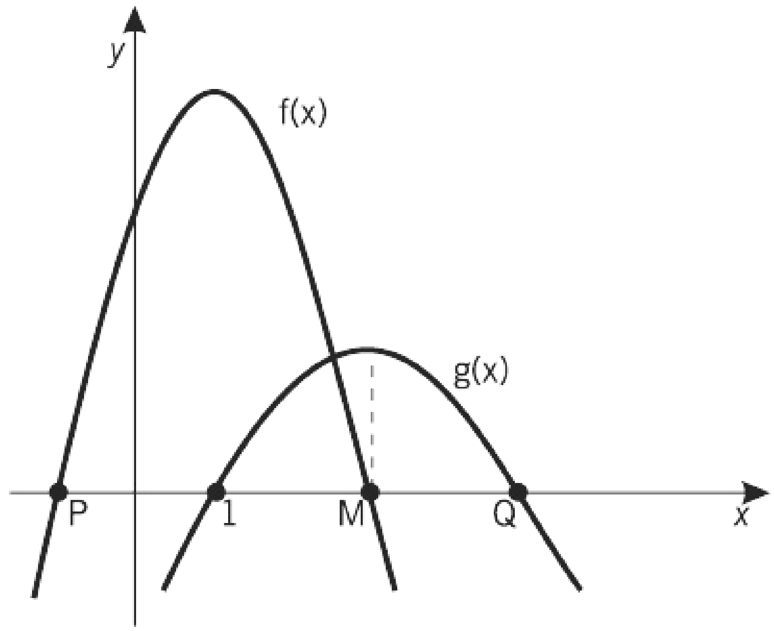
$$\Rightarrow x = \frac{800}{120} = \frac{80}{12}$$

$$\Rightarrow \; x = 6\,\frac{2}{3} \text{ (tempo em horas).}$$

Ora, como $\frac{2}{3}$ de uma hora correspondem a 40 minutos, temos o tempo total de 6 horas e 40 minutos.

Gabarito: letra C

3. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012)



Sejam $f(x) = -2x^2 + 4x + 16$ e $g(x) = ax^2 + bx + c$ funções quadráticas de domínio real, cujos gráficos estão representados acima. A função $f(x)$ intercepta o eixo das abscissas nos pontos $P(x_p, 0)$, $M(x_M, 0)$ e $g(x)$, nos pontos $(1, 0)$ e $Q(x_Q, 0)$. Se $g(x)$ assume valor máximo quando $x = x_M$, conclui-se que x_Q é igual a: a) 3

b) 7

c) 9

d) 11

e) 13

Solução:

Igualamos $f(x)$ a zero para resolver inicialmente as raízes da função $f(x)$ e obtemos $f(x) = -2x^2 + 4x + 16 = 0$

ou ainda, simplificando, passamos a ter

$$-x^2 + 2x + 8 = 0.$$

Resolvendo então esta equação do 2º grau, temos $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Rightarrow \Delta = 2^2 - 4(-1)(8) \Rightarrow \Delta = 36,$$

e as raízes serão dadas por

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

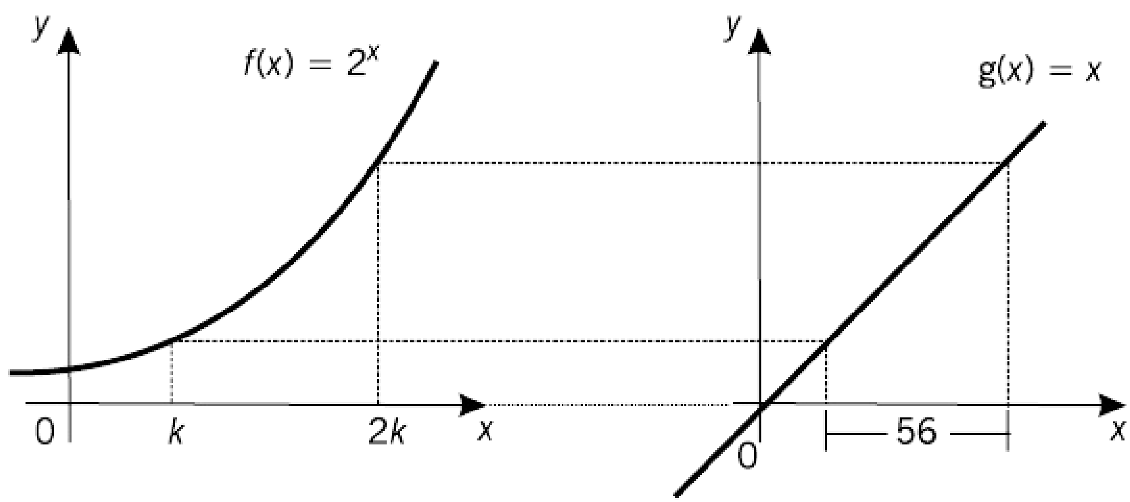
$$\Rightarrow \; x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2(-1)} \Rightarrow x' = -2 \text{ e } x'' = 4\text{, logo, pelo gráfico}$$

$$x_P = -2 \text{ e } x_M = 4.$$

Também sabemos pelo enunciado que x_M é a abcissa do vértice. Logo, a parábola referente a $g(x)$ é simétrica em relação à reta vertical que passa por x_M. Ou seja, a distância que vai da abcissa de valor 1 à abcissa de valor $x_M = 4$ (ou seja, 3 unidades de comprimento) é igual à distância que vai da abcissa de valor $x_M = 4$ a x_Q. Assim, .

Gabarito: letra B

4. (Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008)

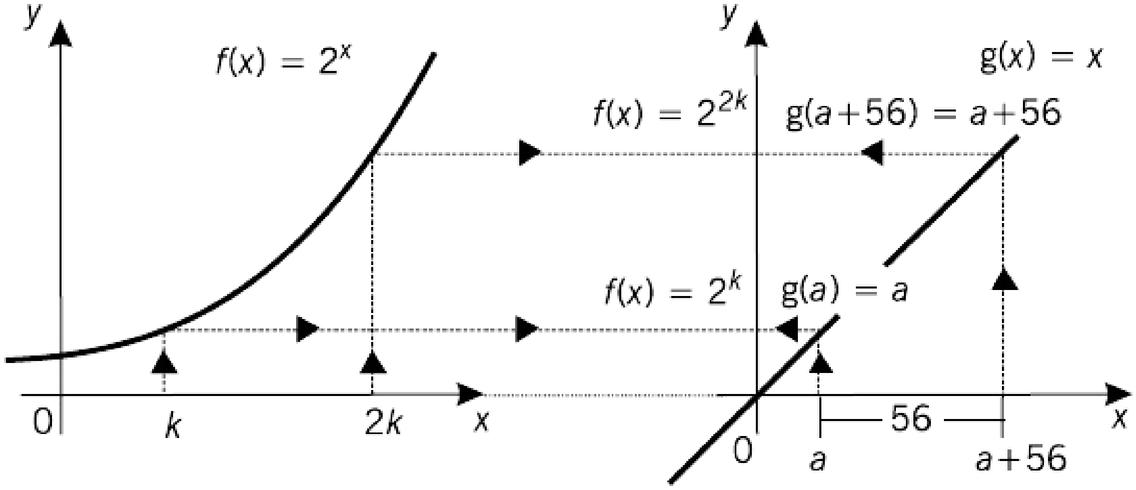


A figura acima ilustra duas cópias do sistema cartesiano xOy, em que, no eixo Ox de cada um desses sistemas, foi utilizada a mesma unidade de medida. No sistema da esquerda, está representado o gráfico da função $f(x) = 2^x$, no qual estão marcados os pontos de abcissas $x = k$ e $x = 2k$. No sistema da direita, está representado o gráfico da função $g(x) = x$ e os pontos que têm as mesmas ordenadas daqueles marcados no gráfico do sistema da esquerda. Sabe-se que a distância entre as abcissas dos pontos marcados no gráfico à direita é igual a 56. Considerando essas informações, julgue o item abaixo.

Na situação apresentada, o valor do número real k é tal que $30 < k^3 + k + 1 < 32$.

Solução:

Considere a figura abaixo.



Pelo gráfico de $f(x)$ (gráfico da esquerda), o valor das ordenadas são $f(k) = 2^k$ e $f(k) = 2^{2k}$.

Já pelo gráfico de $g(x)$ (gráfico da direita), se chamarmos a abscissa à esquerda a, as ordenadas serão $g(a) = a$ e $g(a + 56) = a + 56$.

Assim, podemos montar o sistema

$\begin{cases} 2^k = a \\ 2^{2k} = a + 56 \end{cases}$, que pode ser resolvido por substituição de $a = 2^k$ na 2ª equação, e obtemos

$$2^{2k} = 2^k + 56.$$

Passando todos os termos para o 1º membro, temos $2^{2k} - 2^k - 56 = 0$, e reescrevendo o primeiro termo, temos

$(2^k)^2 - 2^k - 56 = 0$, e fazendo $2^k = x$ passamos a ter a equação de 2º grau $x^2 - x - 56 = 0$.

Sua solução fornece

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(-56) \Rightarrow \Delta = 225.$$

Logo,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{225}}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x' = \frac{16}{2} = 8 \text{ e } x'' = \frac{-14}{2} = -7.$$

No entanto, pelo gráfico, x é positivo então $x = 8$.

Mas lembre-se de que procuramos k para verificarmos a inequação dada no enunciado $30 < k^3 + k + 1 < 32$.

Já que $2^k = x$ passamos a ter

$$2^k = 8$$
$$\Rightarrow 2^k = 2^3$$
$$\Rightarrow \boxed{k = 3}.$$

E, substituindo tal valor na expressão $k^3 + k + 1$, temos $3^3 + 3 + 1 = 31$, que de fato verifica $30 < k^3 + k + 1 < 32$, ou seja, $30 < 31 < 32$. Logo, o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

(Técnico – Petrobras – Cespe – 2004) Pesquisas científicas indicam que, para indivíduos com 72 kg em média e que estão sem ingerir alimentos há 2 horas, o risco de acidentes automobilísticos cresce exponencialmente com a quantidade de bebida alcoólica ingerida. A tabela abaixo apresenta alguns resultados observados com relação à ingestão de vinho.

cálices de vinho	risco de acidentes (%)
0	1
8,5	7,3
12	20
14,5	35
15	48,5

Observando-se a tabela, é possível determinar uma função exponencial $R(x) = 0{,}95 \cdot e^{0{,}25x}$, em que e é a base dos logaritmos neperianos, como modelo para o risco de acidentes (R) em função da quantidade de cálices de vinho (x) ingerida. Considerando ln4,21 = 1,44 e as informações acima, julgue os itens que se seguem.

5. De acordo com o modelo estabelecido, um indivíduo que se encontre nas condições da pesquisa e cujo risco de sofrer acidente automobilístico seja igual ou superior a 4% deve ter ingerido mais de 5 cálices de vinho.

Solução:

Pelo enunciado, $R(x) = 0{,}95 \cdot e^{0{,}25x}$. Vamos então substituir $R(x) = 4$ para determinarmos o número x de cálices correspondente. Assim, $4 = 0{,}95 \cdot e^{0{,}25x}$ $\Rightarrow \dfrac{4}{0{,}95} = e^{0{,}25x}$.

Como $\dfrac{4}{0{,}95} \cong 4{,}21$ passamos a ter $4{,}21 = e^{0{,}25x}$.

Aplicando o logaritmo neperiano (v. item 3.4.1) em ambos os membros da equação, chegamos a $\ln 4{,}21 = \ln e^{0{,}25x}$.

Dado que $\ln 4{,}21 = 1{,}44$ e usando a propriedade dos logaritmos que diz que $\ln e^a = a$, temos $1{,}44 = 0{,}25x$

$$\Rightarrow\ x = \frac{1{,}44}{0{,}25}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 5{,}76}.$$

Desta forma, com risco $R = 4\%$, o número de cálices de vinho correspondente é $x = 5{,}76$, que corresponde a mais de 5 cálices de vinho.

Gabarito: item CORRETO

6. Suponha que o teor de álcool no sangue cresça proporcionalmente ao número de cálices de vinho ingeridos. Nessa situação, se, para um indivíduo que ingere 15 cálices de vinho, o teor de álcool no seu sangue é de 0,17%, então, para um indivíduo que ingerir 18 cálices de vinho, o teor alcoólico será inferior a 0,19%.

Solução:

Como é considerado que o teor de álcool cresce proporcionalmente, podemos usar uma regra de três para fazer o cálculo. Podemos fazer 15 *cálices* ——————— 0,17%

18 *cálices* ——————— x

$$\Rightarrow\ x = \frac{18 \times 0{,}17}{15}$$

$\Rightarrow \boxed{x = 0{,}204\%}$, que é superior a 0,19%.

Gabarito: item ERRADO

(Auxiliar de Segurança Interna/Técnico – Petrobras – Cespe – 2007) Considere que a produção de óleo cru, em milhares de barris por dia, de uma bacia petrolífera possa ser descrita por uma função da forma $Q(t) = Ae^{-kt}$, em que A e k são constantes positivas, t é o tempo, em anos, a partir do ano $t = 0$, que corresponde ao ano de maior produtividade da bacia. Com base nessas informações, julgue os itens 1 e 2 a seguir.

7. Considere que a maior produtividade da bacia tenha sido de 1.200.000 barris de óleo cru por dia e, 10 anos depois, a produtividade caiu para 800.000 barris por dia. Nessa situação, depois de 20 anos, a produção caiu para menos de 500.000 barris por dia.

Solução:

Vamos começar analisando a função $Q(t) = Ae^{-kt}$ para $t = 10$ anos. Assim, temos $Q(10) = 1.200.000 \cdot e^{-10k}$ No entanto, segundo o problema, $Q(10) = 800.000$, então

$800.000 = 1.200.000 \cdot e^{-10k}$, o que resulta em

$$\boxed{e^{-10k} = \frac{2}{3}}.$$

Ora, para t = 20 anos a função $Q(t)$ se torna

$$Q(20) = 1.200.000 \cdot e^{-20k}.$$

No entanto, não é difícil observar que $e^{-20k} = (e^{-10k})^2$, e que a expressão acima pode ser reescrita como $Q(20) = 1.200.000 \cdot (e^{-10k})^2$.

Finalmente, substituindo o valor de e^{-10k} já encontrado, temos $Q(20) = 1.200.000 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

que resulta em

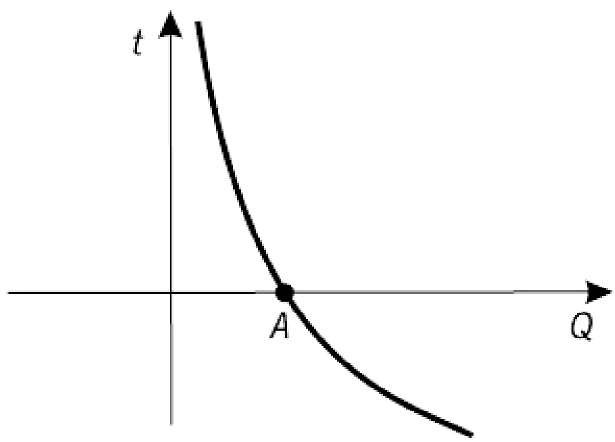
$$Q(20) = 1.200.000 \times \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q(20) \cong 533.333}.$$

Então o valor da produção no ano t = 20 corresponde a mais de 500.000 barris.

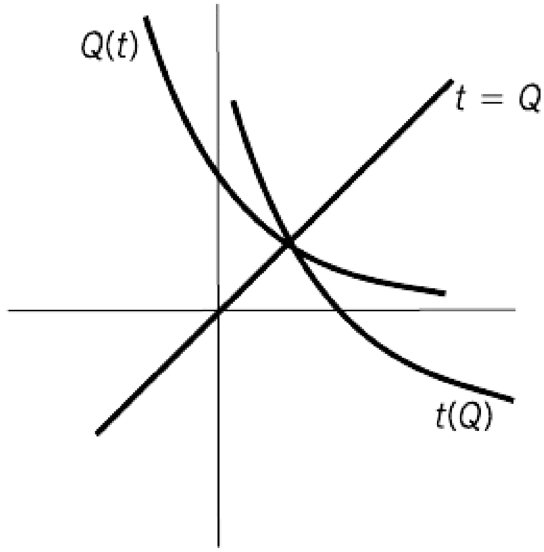
Gabarito: item ERRADO

8. Considerando a função $Q(t)$ referida no texto como definida para todo t real, é correto afirmar que o gráfico de sua inversa, $t = t(Q)$, tem o aspecto indicado na figura abaixo.



Solução:

A inversa da função $Q(t) = Ae^{-kt}$ definida para todo t real é uma função logarítmica. Como $Q(t)$ é decrescente (pois apresenta o expoente negativo), então tomando o gráfico da função inversa pela primeira bissetriz (a reta $t = Q$), sua inversão também resulta em uma função decrescente e a questão está resolvida (v. gráfico abaixo). Assim, há consistência com o esboço do gráfico da função apresentada e o item está correto.



Comentários

A fim de analisarmos a questão, mostraremos que a inversão de $Q(t)$ resultará em uma função decrescente.

Podemos determinar, após alguma manipulação algébrica, inicialmente fazendo

$\frac{Q}{A} = e^{-kt}$, para em seguida podermos aplicar o logaritmo neperiano em ambos os membros

da equação, resultando em $\ln\left(\frac{Q}{A}\right) = \ln\left(e^{-kt}\right)$

$-kt = \ln\left(\frac{Q}{A}\right)$, e finalmente isolando t, obtemos

$t = -\frac{1}{k}\ln\left(\frac{Q}{A}\right)$, ou seja,

$$\boxed{t(Q) = -\frac{1}{k}\ln\left(\frac{Q}{A}\right)}.$$

É fato que a função $t(Q)$ acima poderia ser reescrita de algumas outras formas, mas para nossa análise, esse formato é suficiente. Observe que, quando $Q = A$, obtemos $t(A) = -\frac{1}{k}\ln\left(\frac{A}{A}\right)$

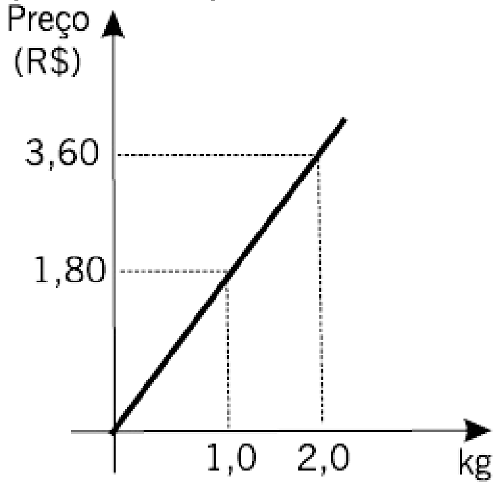
$\Rightarrow t(A) = -\frac{1}{k}\ln(1)$, mas como $\ln 1 = 0$, então $t(A) = 0$, ou seja, o gráfico desta função interceptará o eixo x, de maneira consistente com o gráfico apresentado.

Observe também que, para valores cada vez menores de Q, o valor de t tende a zero, o que também está coerente com o gráfico da questão.

Gabarito: item CORRETO

3.6. Questões Propostas

1. (Auxiliar Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) O gráfico abaixo apresenta o preço de custo de determinado tipo de biscoito produzido por uma pequena fábrica, em função da quantidade produzida.



Se o preço final de cada pacote equivale a $\frac{8}{5}$ do preço de custo, um pacote de 0,5kg é vendido, em reais, por: a) 0,90

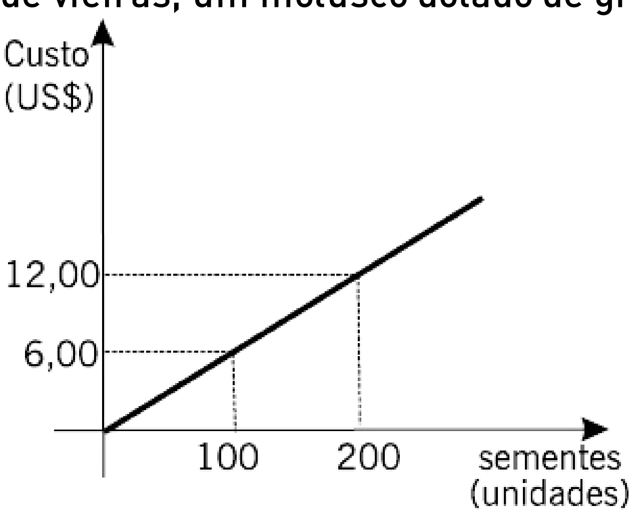
b) 1,20

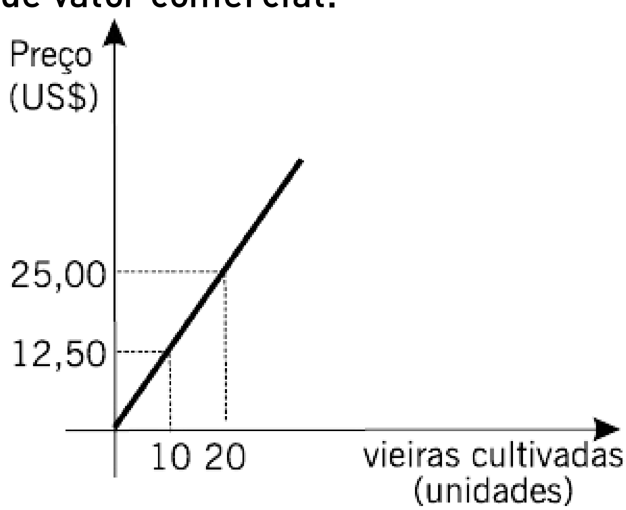
c) 1,24

d) 1,36

e) 1,44

2. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) O Programa de Fazendas Marinhas da Ilha Grande oferece treinamento para o cultivo de moluscos no litoral sul do Rio de Janeiro. Os gráficos abaixo apresentam o custo da semente e o preço de venda, depois do cultivo, de vieiras, um molusco dotado de grande valor comercial.





Um fazendeiro investiu U$50.000,00 na montagem de uma fazenda marinha, mais U$9.000,00 em sementes de vieira. Se todas as vieiras cultivadas forem vendidas, todos os custos serão cobertos e o fazendeiro lucrará, em dólares: a) 40.250,00

b) 82.250,00

c) 97.500,00

d) 128.500,00
e) 137.500,00

3. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) A função $g(x) = 84x$ representa o gasto médio, em reais, com a compra de água mineral de uma família de 4 pessoas em x meses. Essa família pretende deixar de comprar água mineral e instalar em sua residência um purificador de água que custa R$ 299,90. Com o dinheiro economizado ao deixar de comprar água mineral, o tempo para recuperar o valor investido na compra do purificador ficará entre: a) dois e três meses;
b) três e quatro meses;
c) quatro e cinco meses;
d) cinco e seis meses;
e) seis e sete meses.

4. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Se $f(x)=\begin{cases} 2x-p, \text{ se } x \le 1 \\ mx-1, \text{ se } 1<x<6 \\ \dfrac{7x+4}{2}, \text{ se } x \ge 6 \end{cases}$ é uma função contínua, de domínio real, então, $m - p$ é igual a: a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

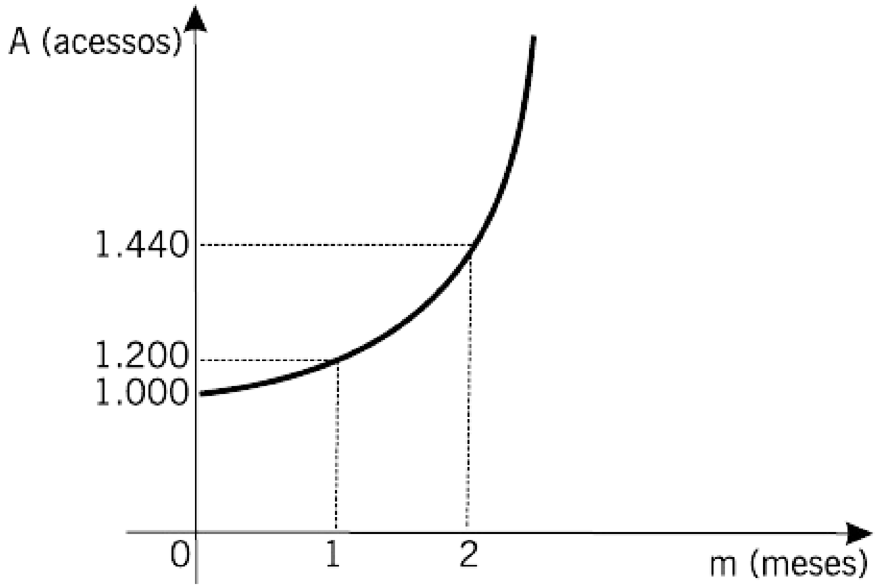
(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008) Considere que o tamanho da população mundial feminina possa ser expresso, em bilhões de habitantes, pela função $P(T) = 6(1 - e^{-0,02T}) + 3$ em que T = 0 representa o ano de 2008, $T = 1$, o ano de 2009, e assim por diante. Com base nesse modelo, julgue os itens seguintes.

5. Considerando que o tamanho da população masculina mundial seja sempre inferior ao da feminina, tem-se que a população mundial será sempre inferior a 18 bilhões de habitantes.

6. Tomando 1,7 como valor aproximado para ln 6, é correto afirmar que em 2093 a população mundial feminina será igual a 8 bilhões de habitantes.

7. Em 2058, a população feminina mundial será superior a 7 bilhões de habitantes.

8. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2009) O número de acessos a determinado *site* vem aumentando exponencialmente, de acordo com a função $A = k.b^m$, onde k e b são constantes reais não nulas, como mostra o gráfico abaixo.



A primeira medição (1.000 acessos) foi feita em janeiro. Considerando-se que o aumento exponencial observado tenha sido mantido ao longo dos meses, quantos foram os acessos a esse *site* em abril?

a) 1.600
b) 1.680
c) 1.728
d) 1.980
e) 2.073

9. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Em um laboratório de pesquisas científicas, um cientista observou que a população de certa colônia de bactérias dobrava a cada hora. Se, após *t* horas, essa população de bactérias correspondia a dez vezes a população inicial, pode-se afirmar que *t* é um número que pertence ao intervalo: a)] 1; 2 [

b)] 2; 3 [
c)] 3; 4 [
d)] 4; 5 [
e)] 5; 6 [

10. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Um estudo em laboratório constatou que, depois de se administrar certo medicamento a um indivíduo, a concentração $C(t)$ da substância ativa do medicamento no organismo reduz em função do tempo t, em horas, de acordo com a função $C(t) = C_i \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{0,25t}$, onde C_i representa a concentração inicial de tal substância no organismo do indivíduo ao receber a medicação. De acordo com essas informações, após quantas horas a concentração dessa substância no organismo de um indivíduo equivalerá à oitava parte da concentração inicial (C_i)?

a) 4
b) 8

c) 10
d) 12
e) 16

11. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Considere as funções $g(x) = \log_2 x$ e $h(x) = \log_b x$, ambas de domínio $\mathbb{R}+^*$. Se $h(5) = \frac{1}{2}$, então $g(b + 9)$ é um número real compreendido entre: a) 5 e 6;
b) 4 e 5;
c) 3 e 4;
d) 2 e 3;
e) 1 e 2.

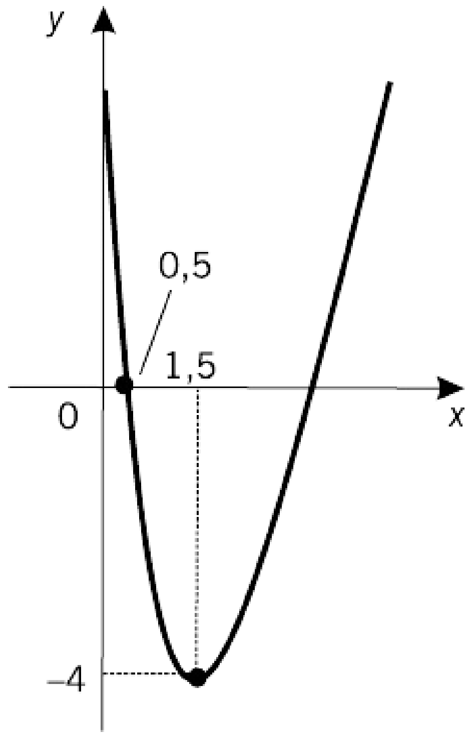
12. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Em calculadoras científicas, a tecla *log* serve para calcular logaritmos de base 10. Por exemplo, se digitamos 100 e, em seguida, apertamos a tecla *log*, o resultado obtido é 2. A tabela a seguir apresenta alguns resultados, com aproximação de três casas decimais, obtidos por Pedro ao utilizar a tecla *log* de sua calculadora científica.

Número digitado	Resultado obtido após apertar a tecla *log*
2	0,301
3	0,477
7	0,845

Utilizando-se os valores anotados por Pedro na tabela acima, a solução da equação $\log 6 + x = \log 28$ é: a) 0,563
b) 0,669
c) 0,966
d) 1,623
e) 2,402

13. (Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Quando os alunos perguntaram ao professor qual era a sua idade, ele respondeu: “Se considerarmos as funções $f(x) = 1 + \log_3 x$ e $g(x) = \log_2 x$, e a igualdade $g(i) = f(243)$, i corresponderá à minha idade, em anos.” Quantos anos tem o professor?
a) 32
b) 48
c) 56
d) 60
e) 64

14. (Atendente Comercial – Correios – Consulplan – 2008) Qual é a lei da função representada pelo gráfico abaixo?



a) $y = x^2 - 2,5x + 5$
b) $y = -4x^2 - 2x + 10$
c) $y = 4x^2 - 12x + 5$
d) $y = 2x^2 - 12x + 5$
e) $y = x^2 - 0,5x + 5$

Gabarito: 1. e; 2. d; 3. b; 4. c; 5. c; 6. c; 7. e; 8. c; 9. c; 10. d; 11. a; 12. b; 13. e; 14. c.

Capítulo 4
Geometria

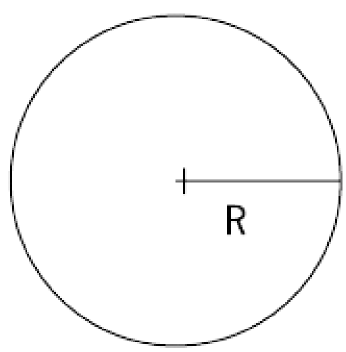
A geometria é um ramo da matemática que estuda as formas, planas e espaciais, com as suas propriedades.

4.1. Geometria Plana

Na matemática, **geometria euclidiana** é a geometria sobre planos ou em três dimensões baseados nos postulados de **Euclides de Alexandria**. O texto de "Os Elementos" foi a primeira discussão sistemática sobre a geometria e o primeiro texto a falar sobre teoria dos números. Foi também um dos livros mais influentes na história, tanto pelo seu método quanto pelo seu conteúdo matemático. O método consiste em assumir um pequeno conjunto de axiomas intuitivos, e então provar várias outras proposições (teoremas) a partir desses axiomas. Muitos dos resultados de Euclides já haviam sido afirmados por matemáticos gregos anteriores, porém ele foi o primeiro a demonstrar como essas proposições poderiam ser reunidas em um abrangente sistema dedutivo.

4.1.1. Circunferência

É o lugar geométrico dos pontos do plano que equidistam de um ponto fixo, ou seja, a distância do centro a qualquer ponto da circunferência é o raio R. O diâmetro D é equivalente a duas vezes o valor do raio, isto é, $D = 2R$.



O comprimento da circunferência

O comprimento da circunferência C é obtido através da expressão

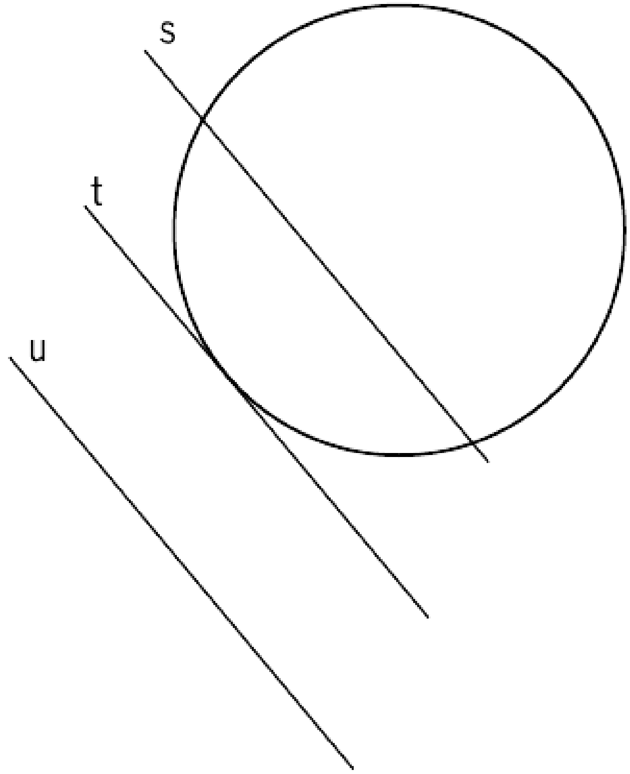
$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

ou ainda,

$$C = \pi \cdot D$$

Posições relativas entre retas e uma circunferência

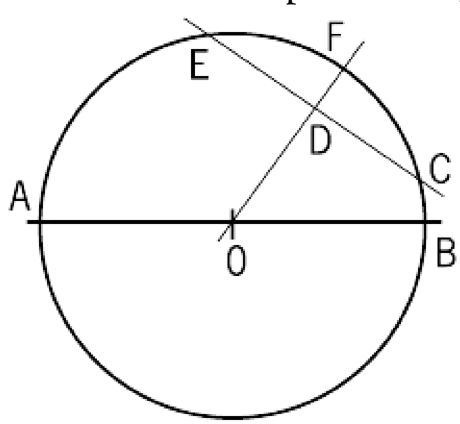
Na figura abaixo podemos observar uma circunferência e as retas s, t e u.



- A reta **s** é *secante* à circunferência da figura (intercepta a circunferência em dois pontos).
- A reta **t** é *tangente* à circunferência da figura (intercepta a circunferência em apenas um ponto).
- A reta **u** é *externa* à circunferência da figura (não intercepta a circunferência).

Elementos de uma circunferência

Na figura abaixo encontram-se destacados os pontos O, A, B, C, D, E e F .

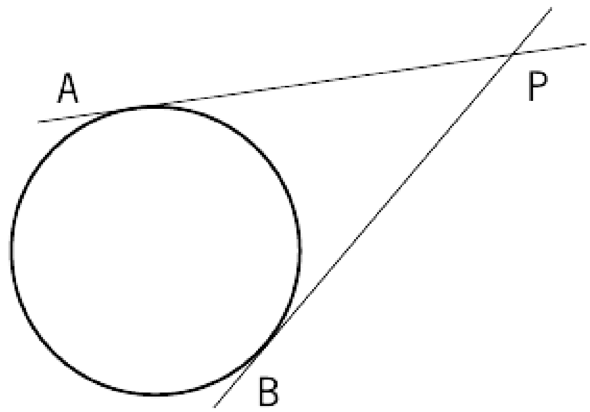


- O segmento de reta *AB* é um dos *diâmetros* da circunferência.
- Os segmentos de reta *OA*, *OB* e *OF* são *raios* da circunferência.
- O segmento de reta *CE* é uma corda da circunferência. A maior corda possível da circunferência é a que passa pelo centro dela, ou seja, equivale ao seu diâmetro.
- O segmento *DF* é uma flecha.
- *CFE* (ou *CE*) é um arco desta circunferência.

Uma propriedade dos segmentos de reta tangentes a uma circunferência

Quando, de um ponto exterior, traçamos duas retas tangentes a uma circunferência, os segmentos compreendidos entre o tal ponto e os pontos de tangência são congruentes.

Na figura abaixo, sejam *PA* e *PB* tangentes à circunferência (*A* e *B* são os pontos de tangência).



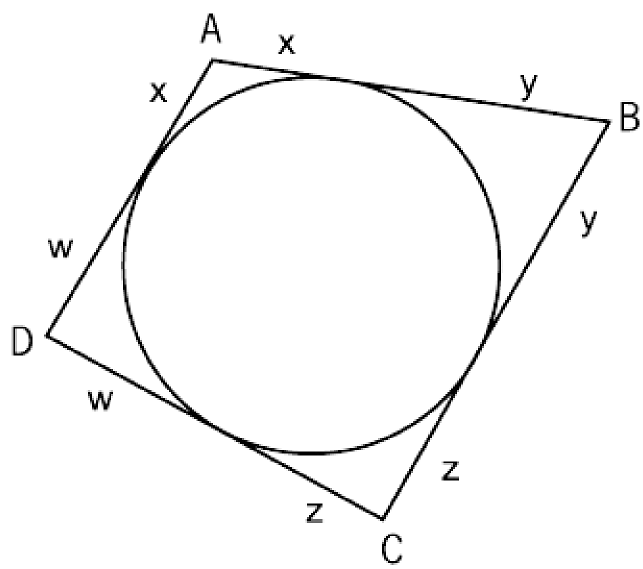
Assim (usando *med* para representar a medida de um segmento),

$$\text{med}(PA) = \text{med}(PB).$$

Teorema de Pitot

Como consequência da propriedade descrita anteriormente, podemos enunciar o Teorema de Pitot (Henri Pitot, engenheiro francês, 1695-1771). Segundo o teorema, se um quadrilátero é circunscritível a uma circunferência, então as somas das medidas de lados opostos são iguais.

Observemos a figura abaixo.



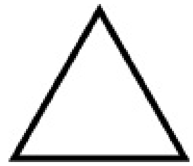
As distâncias x, y, z e w vão respectivamente dos pontos *A*, *B*, *C* e *D* aos pontos de tangência dos segmento de reta da figura. Vamos considerar os lados opostos *AB* e *CD*. A soma das medidas de tais lados corresponde a $med(AB) + med(CD) = x + y + w + z$

Vamos considerar agora os segmentos opostos *BC* e *DA*. A soma das medidas destes lados é $med(BC) + med(DA) = y + z + w + x$

Ora, $x + y + w + z = y + z + w + x$, e se duas quantidades são iguais a uma terceira, logo são iguais entre si, assim $med(AB) + med(CD) = med(BC) + med(DA)$, ou seja, as somas das medidas dos lados opostos são iguais.

4.1.2. Triângulo

É a figura geométrica plana representada por uma linha poligonal fechada de três segmentos.



Quanto à medida de seus lados, os triângulos são classificados em *equiláteros* (três lados iguais), *isósceles* (dois lados iguais e um diferente) e *escalenos* (três lados diferentes).

Quanto aos ângulos, são classificados em *acutângulos* (três ângulos agudos), *retângulos* (um ângulo reto) e *obtusângulo* (um ângulo obtuso).

Condição de existência de um triângulo

O maior lado de um triângulo está compreendido entre a soma e a diferença dos dois menores. Caso isto não aconteça, não é possível formar um triângulo e teremos uma linha poligonal aberta.

Exemplo 1:

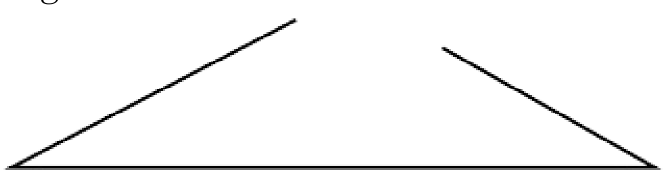
Podemos formar um triângulo de lados $a = 10cm$, $b = 4cm$ e $c = 3cm$?

Solução:

Vamos verificar se a medida do maior dos lados está compreendida entre a diferença (4 – 3) e a soma (4 + 3) dos outros dois lados. Podemos então formular a sentença matemática $4 - 3 < 10 < 4 + 3$,
que resulta em

$$1 < 10 < 7 \ (\textit{Falso}),$$

que é uma proposição FALSA. Logo, não é possível formar um triângulo com os lados dados. É como se faltasse ainda "completar" um segmento para terminar a construção da figura, como é mostrado a seguir.



Exemplo 2:

Podemos formar um triângulo de lados $a = 3cm$, $b = 4cm$ e $c = 5cm$?

Solução:

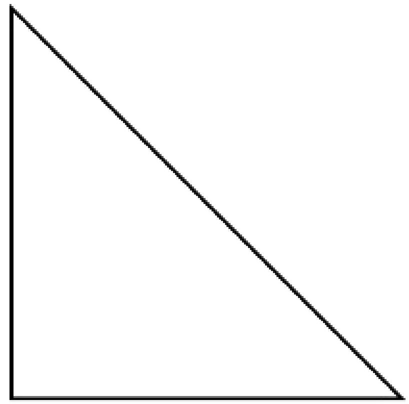
Neste caso, podemos então formular a sentença

$$4 - 3 < 5 < 4 + 3,$$

que resulta em

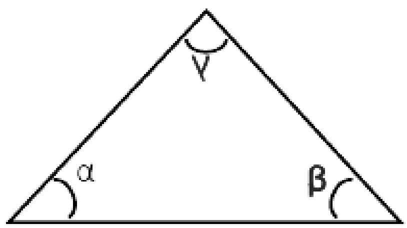
$$1 < 5 < 7 \ (\textit{Verdadeiro}),$$

que é uma sentença verdadeira, o que significa que o triângulo pode ser formado. Além disso, este triângulo (muitas vezes chamado de 3 – 4 –5) é um caso particular de um triângulo retângulo, obedecendo ao Teorema de Pitágoras, que será visto adiante.



Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer

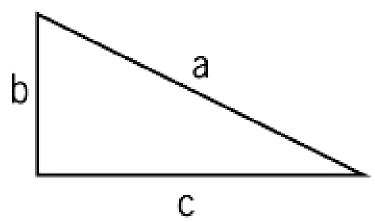
A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180º.



$$\boxed{\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ}$$

O Teorema de Pitágoras

Sejam a hipotenusa *a* e os catetos *b* e *c* de um triângulo retângulo qualquer. O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Cevianas

São segmentos que ligam um vértice de um triângulo a um ponto do lado oposto (ou de seu prolongamento).

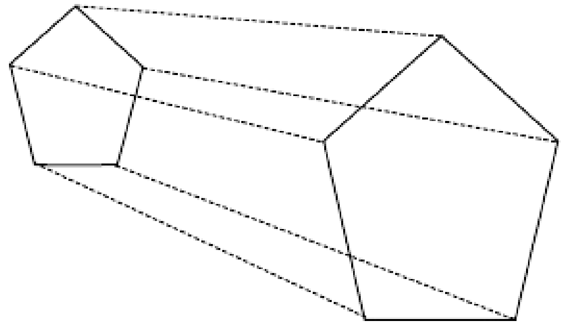
Altura: é a ceviana perpendicular ao lado oposto.

Mediana: é a ceviana que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto.

Bissetrizes: são as bissetrizes do ângulo interno e externo.

Semelhança de Polígonos

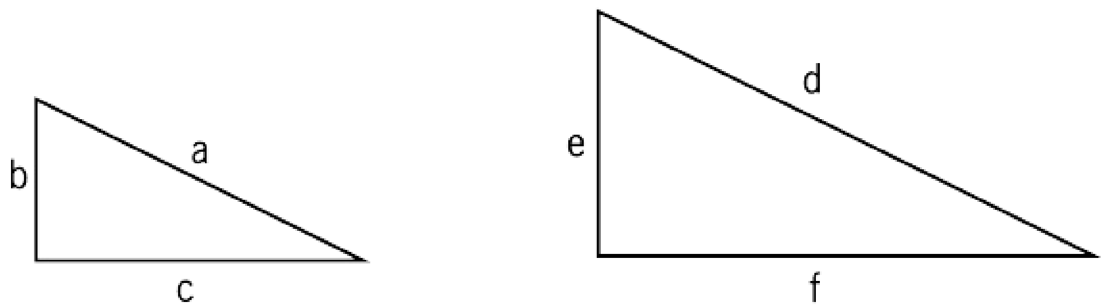
De maneira geral, polígonos são semelhantes quando têm todos os ângulos internos respectivamente congruentes (de mesma medida) e os lados respectivamente proporcionais. Na figura abaixo, dois pentágonos semelhantes são mostrados.



Semelhança de Triângulos

Com relação a triângulos, dois triângulos são semelhantes quando têm os três ângulos internos congruentes e podemos aplicar algumas regras de proporcionalidade.

Observemos a figura abaixo.

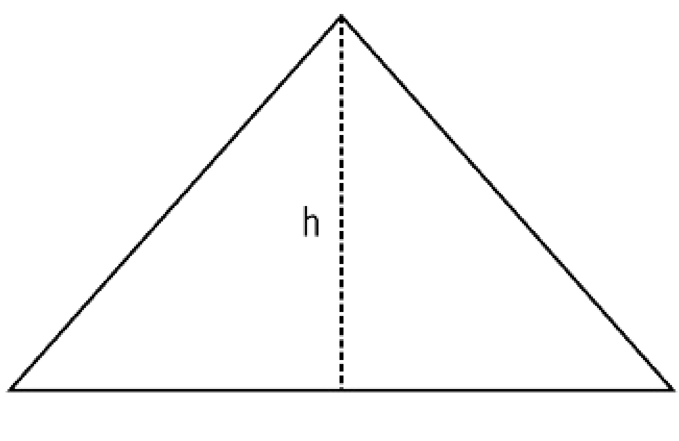


Sabendo que os triângulos mostrados são semelhantes, podemos, por exemplo, estabelecer a proporção $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$.

4.1.3. Áreas de algumas figuras geométricas planas

Área de um triângulo qualquer

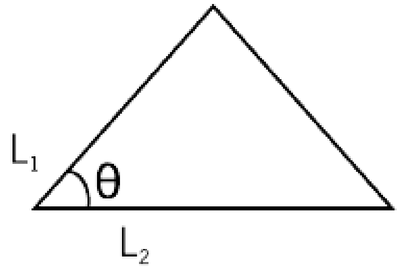
Sejam b a base e h a altura de um triângulo qualquer, conforme mostrado na figura a seguir.



A área de um triângulo qualquer é dada por

$$A = \frac{b \times h}{2}.$$

Utilizando a relação trigonométrica seno (que será vista adiante), se forem conhecidos dois lados de um triângulo e o ângulo formado por esses lados, também podemos obter a sua área. Vejamos a figura abaixo.



A área do triângulo pode ser determinada através da fórmula

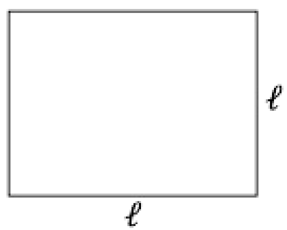
$$A = L_1 \times L_2 \times \frac{sen\theta}{2}$$

Essa fórmula será particularmente importante para o cálculo da área do segmento circular, que será visto adiante.

Área do quadrado

A área do quadrado é dada por

$$A = \ell^2, \text{ onde } \ell \text{ é o lado do quadrado.}$$

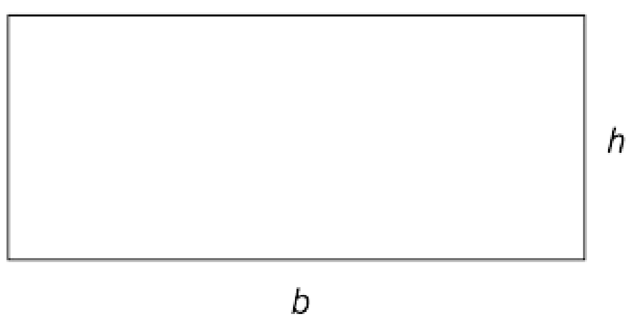


Área do retângulo

A área do retângulo é dada por

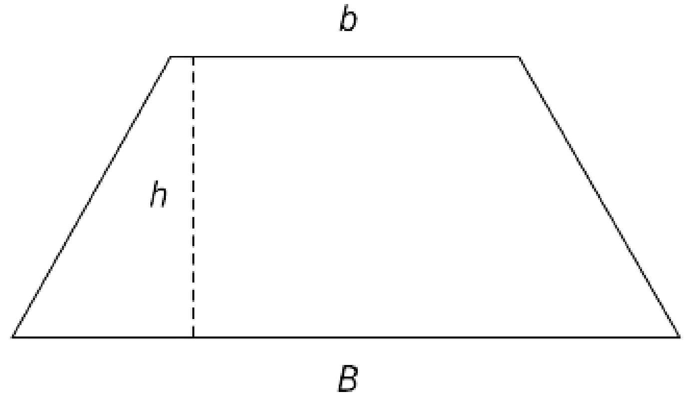
$$A = b \cdot h,$$

onde b é a base e h é a altura do retângulo.



Área do trapézio

A área do trapézio é de base maior B, base menor b e altura h é dada por $A_{trapézio} = \frac{(B+b)}{2}.h$.

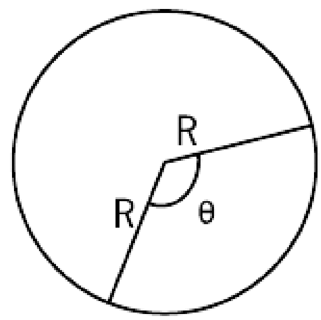


Área do círculo

O círculo é a figura plana geométrica formada por todos os pontos internos a uma circunferência. A área do círculo $A_{círc}$ é dada por $A_{círc} = \pi \cdot R^2$

Área do setor circular

O setor circular é a figura formada por uma parte do círculo em função do ângulo formado por esta parte.



Podemos utilizar a regra de três abaixo para determinar sua área A.

$$360º \text{ \_\_\_\_ } \pi \cdot R^2$$
$$\theta \text{ \_\_\_\_ } A$$

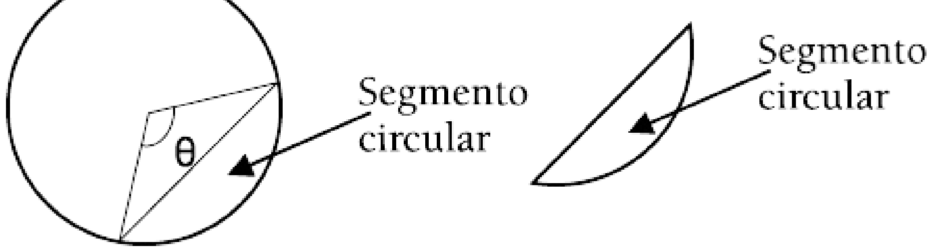
Ou seja,

$$A = \frac{\theta}{360^o} \times \pi . R^2$$

Área do segmento circular

É a área do setor subtraído da área do triângulo formado.

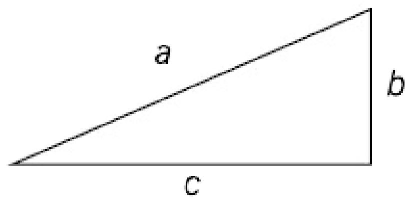
$$\boxed{S = \frac{\pi R^2 \theta}{360^\circ} - L_1 \times L_2 \times \frac{\text{sen}\theta}{2}}$$



4.2. Trigonometria

O *Teorema de Pitágoras*

De acordo com o teorema de Pitágoras, o quadrado da hipotenusa a é igual à soma dos quadrados dos catetos b e c de um triângulo retângulo.

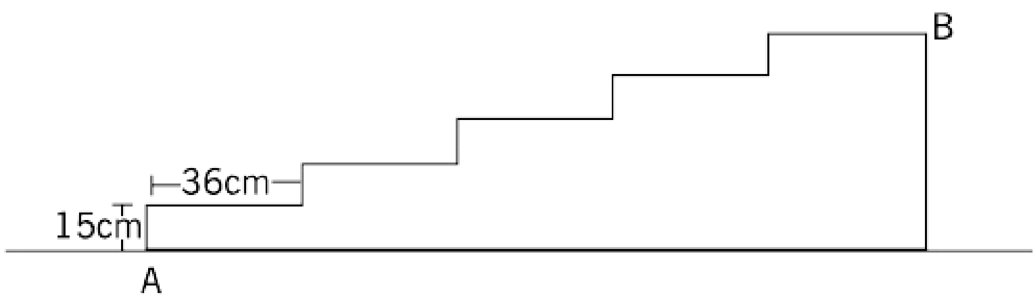


Desta forma,

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}.$$

Exemplo:

(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2005)



A figura acima representa a planta de uma escada de cinco degraus, construída na portaria de um prédio. A distância, em metros, entre os pontos A e B, marcados na figura, é:

a) 0,75
b) 1,44
c) 1,69
d) 1,80
e) 1,95

Solução:

Como a escada acima possui cinco degraus idênticos, basta usarmos o teorema de Pitágoras para o primeiro degrau e depois multiplicar o resultado por 5, com os catetos equivalentes a 15cm e 36cm. Sendo assim, temos $a^2 = 15^2 + 36^2$

$$\Rightarrow a^2 = 1521$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{1521}$$

$$\Rightarrow a = 39cm = 0{,}39m.$$

E como mencionado anteriormente, fazemos

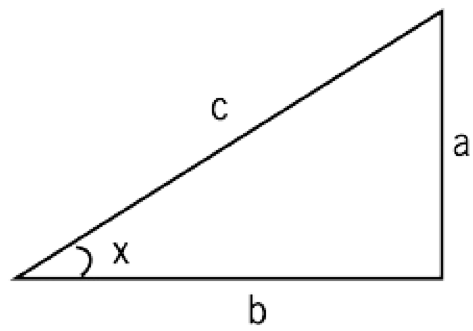
$$d_{AB} = 5 \cdot a = 5 \cdot 0{,}39m$$

$$\Rightarrow .$$

Gabarito: letra E

Relações trigonométricas em um triângulo retângulo

Seja um triângulo retângulo conforme a figura abaixo.



Podemos estabelecer as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente para o ângulo x.

Seno

$$sen\ x = \frac{cat\,op}{hip} = \frac{a}{c}$$

Cosseno

$$\cos x = \frac{cat\,adj}{hip} = \frac{b}{c}$$

Tangente

$$tg\ x = \frac{cat\,op}{cat\,adj} = \frac{a}{b}$$

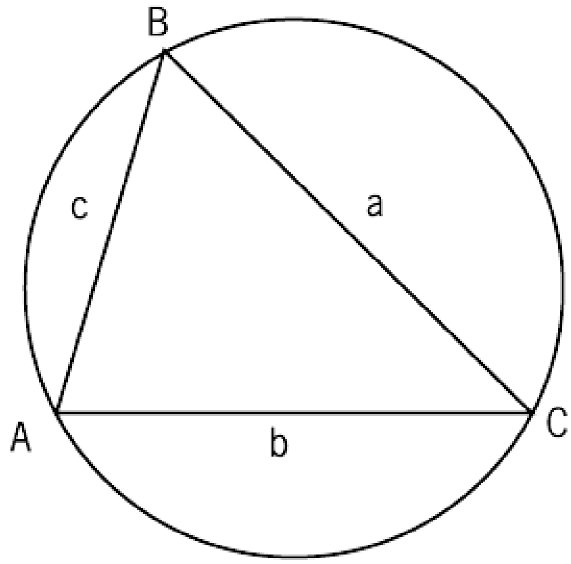
Valores de seno, cosseno e tangente de arcos notáveis

	30º	**45º**	**60º**
sen x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	**1**	$\sqrt{3}$

Lei dos senos

Em qualquer triângulo, a razão entre um lado e o seno do ângulo oposto é constante e igual ao diâmetro do círculo que circunscreve o triângulo (duas vezes o valor do raio R).

Vejamos a figura abaixo.

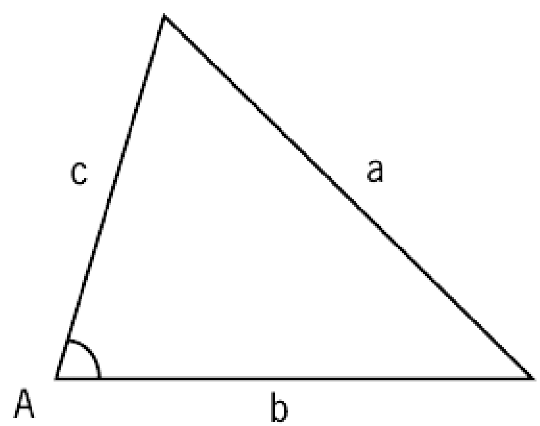


A lei dos senos é dada por

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}} = 2R$$

Lei dos cossenos

Em qualquer triângulo, o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados menos o duplo produto destes lados pelo cosseno do ângulo entre eles.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\hat{A}$$

Seno da soma de dois ângulos

$$sen\,(x + y) = sen\,x\cos y + sen\,y\cos x$$

Cosseno da soma de dois ângulos

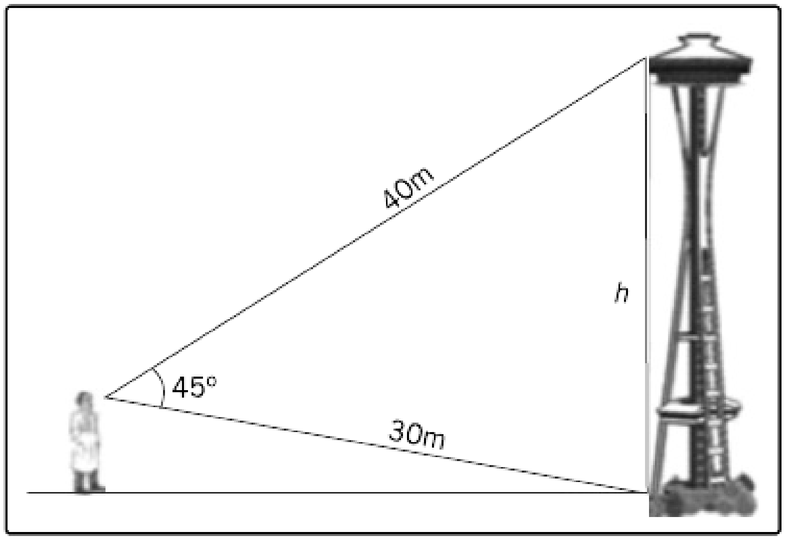
$$\cos\,(x + y) = \cos x\cos y - sen\,x\,sen\,y$$

Exemplo resolvido:

(Técnico – Petrobras – Cespe – 2004) Julgue o item seguinte.

Considere que um indivíduo enxerga uma torre com um ângulo de visão de 45º, isto é, o ângulo entre o segmento de reta ℓ, que liga seus olhos ao topo da torre, e o segmento de reta t, que liga seus olhos à base da torre, é igual a 45º, conforme ilustra

a figura abaixo. Nessa situação, se o comprimento de ℓ é igual a 40 m e o comprimento de *t* é igual a 30 m, então a altura *h* da torre é superior a 30 m.



Solução:

Para resolver este problema, vamos utilizar a lei dos cossenos. Temos, então, considerando $a = 30$, $b = 40$ e $\theta = 45º$ e considerando o valor procurado $S = h$, $S^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos 45º$

$$\Rightarrow h^2 = 30^2 + 40^2 - 2 \times 30 \times 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Aproximando $\sqrt{2} = 1,4$ e calculando a expressão acima temos $h^2 = 820$

$$\Rightarrow \boxed{h = \sqrt{820}}.$$

Voltando ao enunciado do item, desejamos saber se h é maior que $30m$. Como $\sqrt{820} < \sqrt{900}$, ou seja $\sqrt{820} < 30$, então h é menor que $30m$ e o item está errado.

Gabarito: item ERRADO

4.3. Geometria Espacial

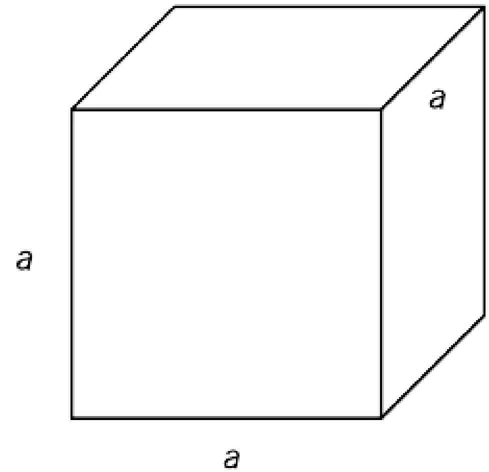
4.3.1. Cubo

Volume

Um cubo de aresta a possui volume V dado por $V = a^3$.

Área Total

Um cubo de aresta a possui área total A_T dada por $A_T = 6.a^2$.

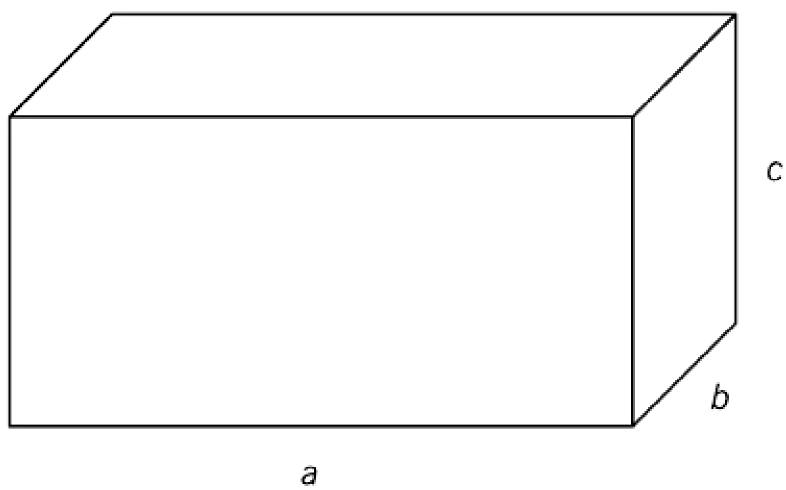


Diagonal

Um cubo de aresta *a* possui diagonal *D* dada por $D = a\sqrt{3}$.

4.3.2. Paralelepípedo retângulo

O paralelepípedo retângulo é um sólido geométrico que pertence à categoria dos *prismas*.



Volume

O volume de um paralelepípedo retângulo de arestas de comprimento *a*, *b* e *c* é dado por $V = a \cdot b \cdot c$.

Área Total

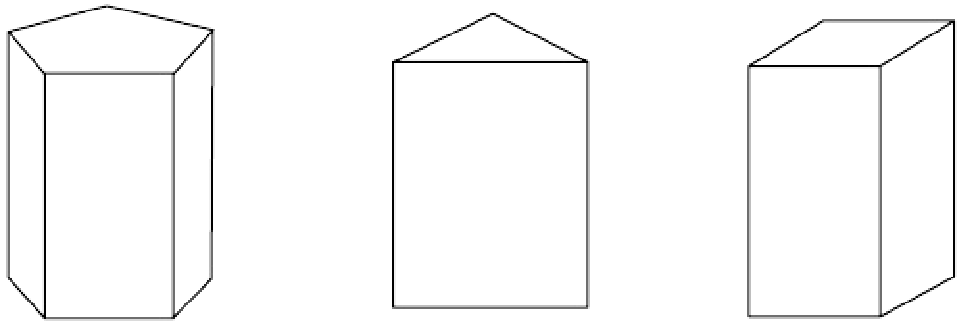
A área total é dada por $A_t = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$.

Diagonal

A diagonal *D* do paralelepípedo retângulo é dada por $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

4.3.3. Prisma reto

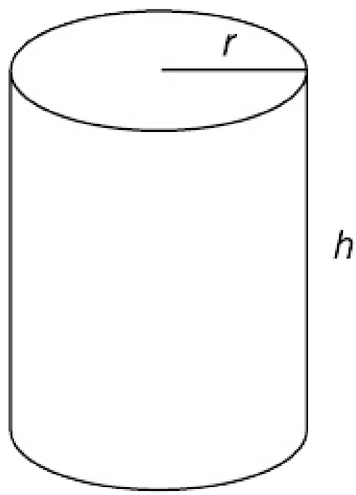
Em prismas retos, todas as faces laterais são retângulos e as bases são polígonos congruentes e paralelos. Se as bases forem polígonos regulares, o prisma é dito regular.



Em um prisma reto com área da base A_b e altura h, o volume V é dado por $V = A_b \cdot h$.

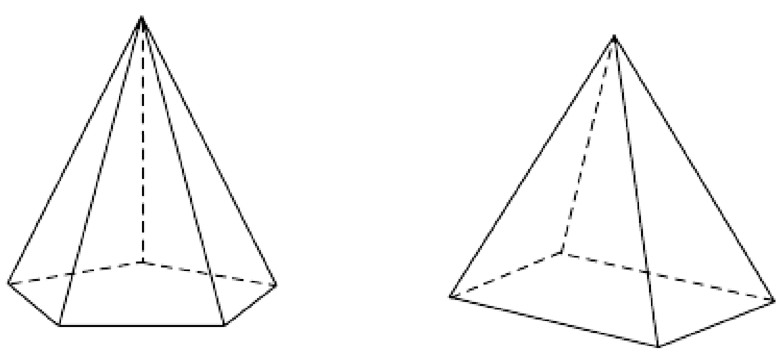
4.3.4. Cilindro Reto

Em um cilindro de raio da base r, a área da base A_b é dada por $A_b = \pi \cdot r^2$. Já o volume V é dado por $V = A_b \cdot h$, sendo h a altura. A área lateral, por sua vez é dada por $A_l = 2\pi\, r\, h$. A área total A_t é $A_t = 2 \cdot A_b + A_l$.



4.3.5. Pirâmide

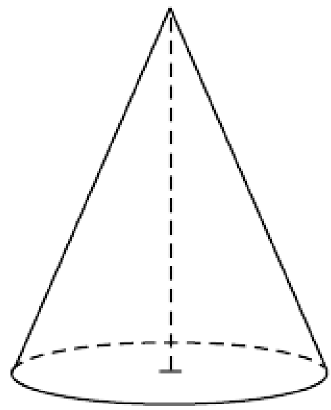
As pirâmides possuem as faces laterais em forma de triângulo e a base é formada por um polígono. Pirâmides retas possuem todas as suas arestas laterais congruentes. Se o polígono da base de uma pirâmide reta for regular, a pirâmide é dita regular.



O volume V de uma pirâmide regular de área da base A_b e altura h é dada por $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$.

4.3.6. Cone Circular Reto

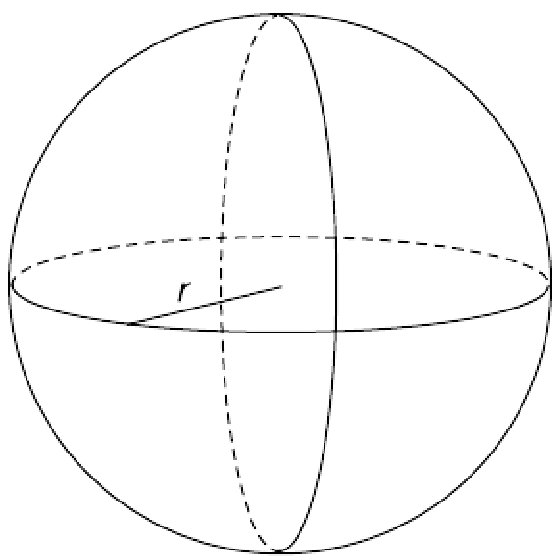
Cone circular reto é aquele em que a projeção ortogonal do vértice sobre o plano que contém a base recai sobre o centro da base.



A área da base A_b corresponde à área do círculo da base, ou seja, $A_b = \pi \cdot r^2$. Já o volume V do cone circular reto é dado por $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$

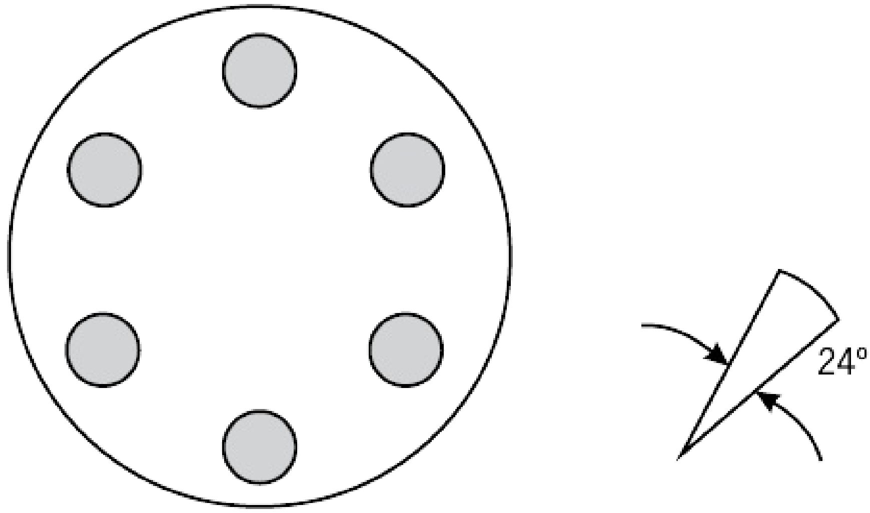
4.3.7. Esfera

O volume V da esfera de raio r é dado por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Já a superfície total da esfera é dada por $A = 4\pi r^2$.



4.4. Questões Resolvidas

1. (Cesgranrio – IBGE – Agente Censitário de Informática – 2009) Uma pizza em formato circular deve ser dividida em fatias iguais, correspondentes a setores de 24^{o}.



Dessa forma, a quantidade total de fatias obtidas será de:

a) 20;
b) 18;
c) 16;
d) 15;
e) 12.

Solução:

Uma circunferência possui 360º. Logo, obtemos

$$360^\circ \,\big|\, 24^\circ = 15.$$

Então, a alternativa d está correta.

Gabarito: letra D

2. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2009) Uma folha de papel retangular, com 30cm de comprimento e 21cm de largura, será cortada em quatro partes iguais. Qual será, em cm^2, a área de cada parte?

a) 157,5
b) 212,5
c) 310,0
d) 415,5
e) 630,0

Solução:

A área total da folha retangular é

$$A_{folha} = b \cdot h$$

$$\Rightarrow A_{folha} = 30 \cdot 21$$

$$\Rightarrow A_{folha} = 630cm^2.$$

Como a folha será dividida em quatro partes iguais, basta dividirmos o resultado acima por 4.

$$A_{parte} = A_{folha} / 4$$

$$\Rightarrow A_{parte} = 630 / 4$$

$$\Rightarrow .$$

Gabarito: letra A

3. **(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Certo livro de bolso de 12cm de largura e 18cm de comprimento tem 95 páginas, mais a capa e a contracapa. A gramatura do papel utilizado para fazer as folhas desse livro é 75g/m2 e a do utilizado para fazer a capa e a contracapa, 180g/m^2. Considerando-se esses dados, qual é, em gramas, a massa aproximada desse livro?**
   a) 162
   b) 184
   c) 226
   d) 278
   e) 319

Observação: Vale a pena notar que em cada folha de um livro pode abrigar uma ou duas páginas, ou seja, uma página na frente da folha e outra no verso. Se existem duas páginas a cada folha (segundo o enunciado "certo livro de bolso (...) tem 95 páginas"), então, neste caso, poderíamos ter aproximadamente 48 folhas. No entanto, isso causaria certa imprecisão na resolução e se resolvêssemos desta forma, não haveria alternativa com a solução correta. Assim, vamos considerar que a uma página corresponde a uma folha.

Solução:

A área de cada página (bem como capa e contracapa) é equivalente à área do retângulo, ou seja, $A_{ret} = b \cdot h$

$$\Rightarrow A_{ret} = 12 \cdot 18$$

$$\Rightarrow A_{ret} = 216cm^2.$$

Como o livro tem 95 páginas, então para saber a área equivalente a todas as páginas faz-se $A_{páginas} = 95 \cdot 216 = 20520cm^2$, que em m^2 corresponde a

$$A_{páginas} = 2,0520m^2$$

(lembre-se de que $1\ m^2 = 10000\ cm^2$).

Já a área equivalente a capa e contracapa é dada por

$$A_{capa\ e\ contracapa} = 2 \cdot 216 = 432cm^2$$

que em m^2 corresponde a

$$A_{capa\ e\ contracapa} = 0{,}0432m^2.$$

Agora, vamos calcular a massa em gramas relativa às páginas $m_{páginas}$ usando a gramatura $75g/m^2$

$$m_{páginas} = 2{,}0520 \cdot 75$$

$\Rightarrow m_{páginas} = 153{,}9g$, e calcular a massa em gramas relativa à capa e contracapa $m_{capa\ e\ contracapa}$ usando a gramatura $180g/m^2$

$$m_{capa\ e\ contracapa} = 0{,}0432 \cdot 180$$

$$\Rightarrow m_{capa\ e\ contracapa} = 7{,}776g.$$

A massa total do livro m será dada por

$$m = m_{capa\ e\ contracapa} + m_{páginas} \Rightarrow m = 7{,}776 + 153{,}9$$

$$\Rightarrow m = 161{,}676g,$$

que é aproximadamente igual a 162g.

Gabarito: letra A

4. (Auxiliar Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) De uma peça quadrada de madeira de 2,2 m de lado, um marceneiro recortou um tampo de mesa perfeitamente redondo, com o maior diâmetro possível. Qual a área aproximada, em m^2, desse tampo de madeira?

a) 15,2

b) 13,8

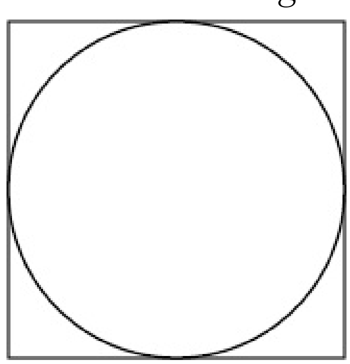
c) 9,6

d) 6,9

e) 3,8

Solução:

O maior diâmetro possível para recortar o tampo circular é obtido quando o círculo encontra-se inscrito ao quadrado como mostra a figura abaixo.



Assim, o diâmetro vai ser igual ao lado do quadrado, logo o raio R é igual a 1,1 m. A área do tampo de madeira será dada pela área do círculo $A_c = \pi.R^2$.

E com $\pi \cong 3{,}14$, temos

$$A_c = 3{,}14 \cdot (1{,}1)^2$$

$$\Rightarrow A_c = 3{,}7994$$

$$\Rightarrow \boxed{A_c \cong 3{,}8}.$$

Gabarito: letra E

(Cespe – Petrobras – Auxiliar de Segurança Interna – 2007) Considerando a função polinomial quadrática $f(x) = y = -x^2 - 2x + 15$ no sistema de coordenadas xOy, julgue os itens 2, 3 e 4 subsequentes.

5. Sabe-se, desde a Antiguidade, que a área de um triângulo isósceles inscrito em uma parábola de modo que o vértice da parábola coincida com o vértice do triângulo oposto à base e os vértices da base do triângulo estejam sobre a parábola é igual a $\frac{3}{4}$ da área da região plana limitada pela parábola e pelo segmento que é a base do triângulo. Nessa situação, a área da região limitada pelo gráfico da função *f* e pelo eixo de coordenadas Ox é superior a 85 unidades de área.

Solução:

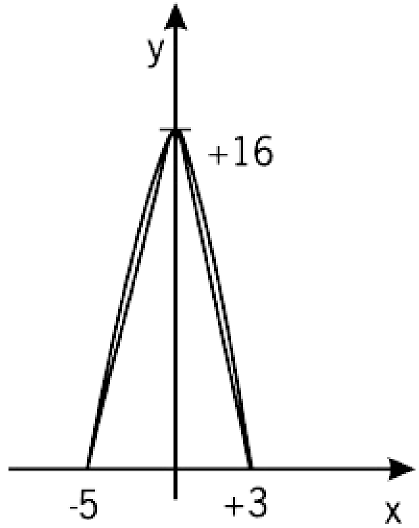
Para determinarmos o esboço desta parábola, vamos aplicar os conhecimentos do Capítulo 2, sobre álgebra. A visualização do problema fica melhor se fizermos um esboço do gráfico da função $f(x)$. Já sabemos que a parábola referente à função do enunciado tem sua concavidade voltada para baixo, pois $a = -1 < 0$. Resta agora determinarmos os pontos onde a parábola corta o eixo coordenado Ox, que pode ser obtido igualando a função a zero e resolvendo a equação resultante, ou seja, $y = -x^2 - 2x + 15 = 0$

E neste caso $\Delta = b^2 - 4ac = 64$, o que implica $\sqrt{\Delta} = 8$. Assim, utilizando a fórmula de Bhaskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

passamos a ter

$$x = \frac{2 \pm 8}{-2}, \text{ que resulta em } x' = -5 \text{ e } x'' = 3.$$

Podemos agora determinar as coordenadas do vértice da parábola de duas formas. Na primeira, tiramos a média aritmética entre x' e x'' para acharmos x_v, que resulta em $x_v = (-5 + 3)/2 = -1$ e substituímos este valor em $y = -x^2 - 2x + 15$, que resulta em $y_v = -(-1)^2 - 2(-1) + 15 = 16$. Ou então, da segunda forma, com as fórmulas $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, que levam ao mesmo resultado $(x_v, y_v) = (-1, +16)$. O esboço do gráfico pode ser visto na figura abaixo.



Sabemos que $A_{triâng} = \frac{b \times h}{2}$, ou seja $A_{triâng} = \frac{8 \times 16}{2} = 64$. Segundo o enunciado, $A_{triâng} = \frac{3}{4} A_{paráb}$, então, substituindo-se o valor correspondente à área do triângulo,

$$64 = \frac{3}{4} A_{paráb}$$

passamos a ter $\Rightarrow A_{paráb} = \frac{4 \times 64}{3}$, que é superior às 85 unidades de área mencionada

$$\Rightarrow A_{paráb} = 85,333\ldots$$

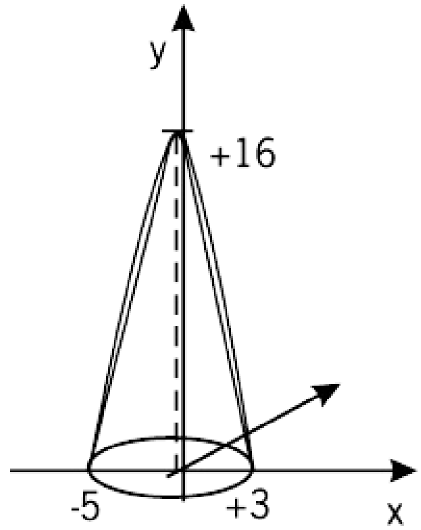
anteriormente no enunciado. Logo, o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

6. Considere o triângulo isósceles que tem a base sobre o eixo Ox, e os vértices estão sobre o gráfico da função *f*. Nesse caso, o volume do cone obtido ao se girar a região triangular, de 360^{o}, em torno da reta $x = -1$ é superior a 256 unidades de volume.

Solução:

O cone obtido através do giro (ou revolução) da figura em 360º (em torno de seu eixo imaginário de simetria) pode ser visto na figura abaixo (onde está representado mais um eixo coordenado, perpendicular aos eixos Ox e Oy).



O volume do cone V_{cone} é dado por

$V_{cone} = \frac{1}{3} A_{base} . h$, onde h é a altura do cone e $A_{base} = \pi \cdot R^2$ é a área da base, com $R = 4$ (pois o eixo de simetria passa por $x_v = -1$; v. questão anterior).

Assim, temos

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \pi \times R^2 \times h$$

$$\Rightarrow V_{cone} = \frac{\pi}{3} \times 4^2 \times 16$$

$$\Rightarrow V_{cone} = \frac{\pi}{3} \times 256$$

Como $\pi \cong 3{,}14$, então $\frac{\pi}{3} > 1$. Logo, ao multiplicarmos 256 por um número maior que 1, o resultado será maior que 256 e o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

7. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Considere as funções $f(x) = 2 \cos x$ e $g(x) = 1 + 4 \cos x$, ambas de domínio real. No intervalo $[0; 2\pi]$, um dos valores de x que satisfaz a igualdade $f(x) = g(x)$ é: a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{2\pi}{3}$

d) $\frac{5\pi}{6}$

e) $\frac{5\pi}{3}$

Solução:

Sendo $f(x) = g(x)$, temos então

$$2\cos x = 1 + 4\cos x$$

que resulta em

$$\cos x = -\frac{1}{2}.$$

Ora, no intervalo $[0; 2\pi]$, os ângulos que possuem este valor de cosseno são $\frac{2\pi}{3}$ radianos (120º) e $\frac{4\pi}{3}$ radianos (240º). Logo, a alternativa correta é a letra C.

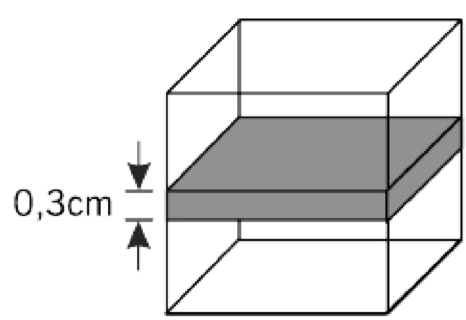
Gabarito: letra C

8. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Um aquário de forma cúbica estava parcialmente cheio de água quando uma pedra de 750cm^3 de volume foi colocada em seu interior. Assim, o nível da água subiu 0,3cm. Qual é, em cm, a medida da aresta desse aquário?

a) 30
b) 40
c) 50
d) 60
e) 70

Solução:

Embora o sólido geométrico seja um cubo, o deslocamento do líquido acaba podendo ser representado por um prisma de base quadrada e altura 0,3cm (destacado em cinza na figura), conforme a figura abaixo.



O volume do prisma é dado por

$V_{prisma} = A_{base}.h$, sendo que o volume deslocado de $750\ cm^3$ corresponde exatamente ao volume do prisma. Além disso, a área da base é igual à área do quadrado de lado a e h = 0,3cm. Logo, $750 = a^2.0{,}3$.

Assim,

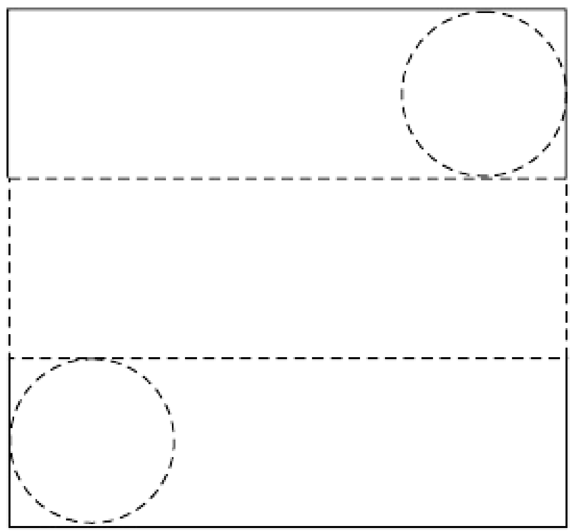
$$a^2 = \frac{750}{0,3}$$

$$\Rightarrow a^2 = 2500$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 50cm}.$$

Gabarito: letra C

9. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Para construir um cilindro de cartolina, um estudante criou o modelo abaixo, a ser recortado de uma folha quadrada de 62,8cm de lado. Observe que a planificação do cilindro está inscrita na folha de cartolina.

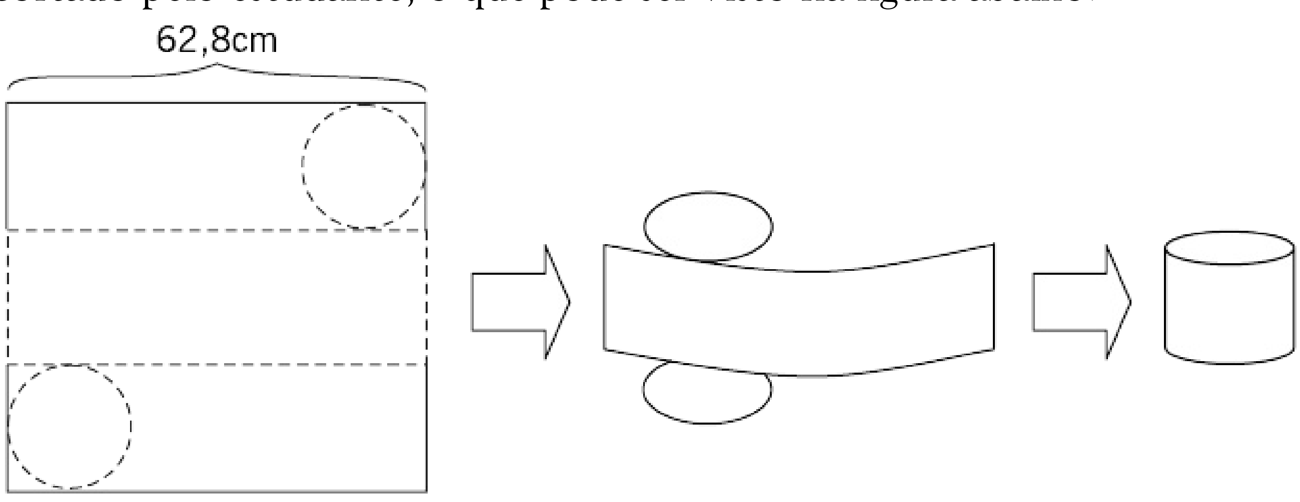


Considere π = 3,14. Qual será, em *cm*, a altura desse cilindro depois de montado?

a) 14,6.
b) 16,8.
c) 22,8.
d) 24,6.
e) 28,8.

Solução:

Há que se observar como o cilindro será montado a partir das figuras planas obtidas do modelo cortado pelo estudante, o que pode ser visto na figura abaixo.



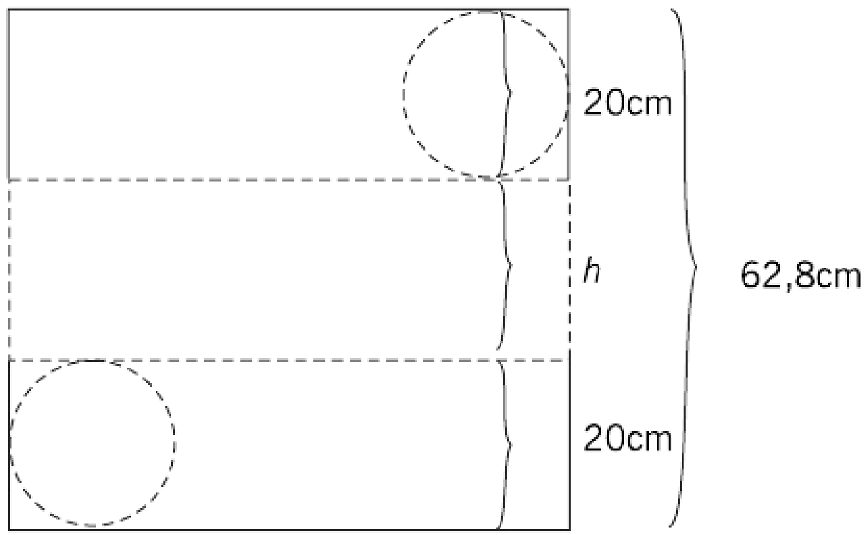
Desta forma, o lado do quadrado, que é 62,8cm vai corresponder ao comprimento da circunferência, ou seja, $C = 2\pi.R$

$$\Rightarrow 62,8 = 2 \cdot 3,14 \cdot R$$

$$\Rightarrow R = \frac{62,8}{6,28}$$

$$\Rightarrow R = 10cm$$

Se o raio é 10cm, então o diâmetro das circunferências é 20cm e podemos determinar a altura do cilindro pela figura abaixo.



Assim, temos

$$h = 62,8 - 20 - 20$$

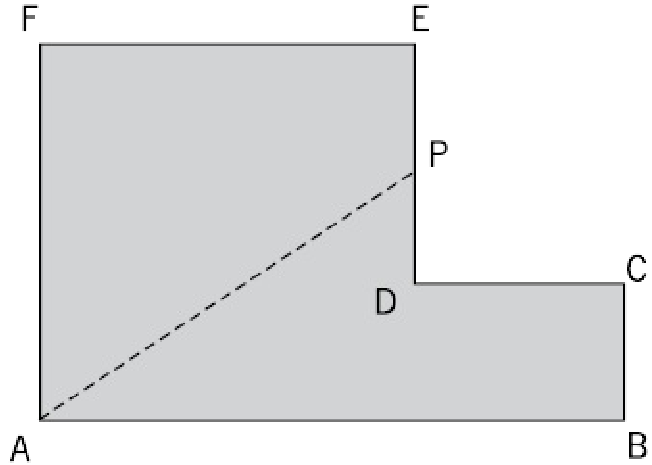
$$\Rightarrow \boxed{h = 22,8cm}.$$

Gabarito: letra C

4.5. Questões Propostas

1. (Agente de Pesquisa – IBGE – NCE/UFRJ – 2001) Num triângulo isósceles, o lado maior é o triplo do lado menor, e o perímetro é igual a 35cm. A diferença entre o lado maior e o menor, em centímetros, é igual a: a) 10
   b) 11
   c) 12
   d) 13
   e) 14

2. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011)



A figura acima mostra uma peça de metal de espessura constante. Todos os ângulos são retos, e as medidas em centímetros são: AB = 12, BC = 3 e AF = FE = 8. Essa peça deverá ser cortada na linha tracejada AP de forma que as duas partes da peça tenham a mesma área. A medida, em centímetros, do segmento EP da figura é: a) 1,0

b) 1,5

c) 2,0

d) 2,5

e) 3,0

3. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2010) As cédulas de real estão sendo modernizadas. Elas continuarão a ser retangulares, mas, dependendo do valor, o tamanho será diferente. A menor delas será a de 2 reais, que medirá 12,1cm por 6,5cm. A maior será a de 100 reais, com 15,6cm de comprimento e 7cm de largura. Qual será, em cm^2, a diferença entre as áreas dessas duas notas?

a) 15,35

b) 24,75

c) 30,55

d) 31,45

e) 38,25

4. (Auxiliar Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) Uma peça de lona retangular tem 10m de comprimento e 1,2m de largura. Qual é o número máximo de pedaços quadrados, de $0,25m^2$ de área, que podem ser cortados dessa peça?

a) 48

b) 44

c) 40

d) 30

e) 20

5. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Um terreno retangular de $1.000m^2$ é tal que seu comprimento mede 15m a mais do que sua largura. O perímetro desse terreno, em metros, é a) 40

b) 65
c) 130
d) 220
e) 400

6. (Técnico – BR Distribuidora – Cesgranrio – 2011) Pensando em reunir os amigos em torno de uma única mesa, João juntou duas mesas retangulares e iguais formando uma única mesa, quadrada, de área 14.400cm^2, como mostra a Figura 1.

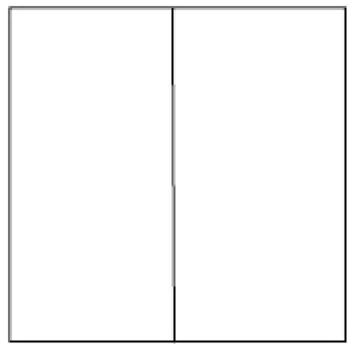


Figura 1

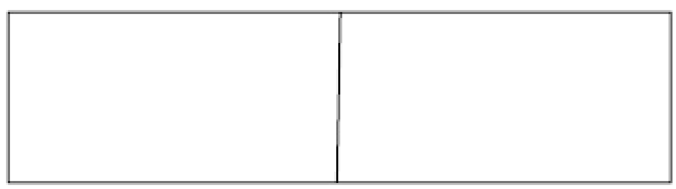
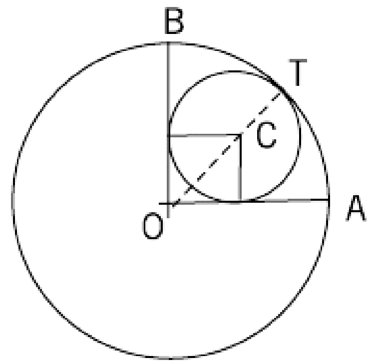


Figura 2

Pensando em reunir os amigos em torno de uma única mesa, João juntou duas mesas retangulares e iguais formando uma única mesa, quadrada, de área 14.400cm^2, como mostra a Figura 1. José analisou a arrumação de João e concluiu que, se ele juntasse as duas mesas pelo menor lado (Figura 2), haveria espaço para mais pessoas, pois o perímetro dessa nova mesa seria maior. A diferença, em metros, entre os perímetros da "mesa de José" e da "mesa de João", em centímetros, é: a) 36
b) 60
c) 72
d) 108
e) 120

7. Na figura abaixo, a circunferência de centro O tem raio 10cm e a de centro C tem raio r.



Se AO é perpendicular a OB, então o valor de r é:

a) $10(\sqrt{2}-1)$ b) $10\sqrt{2}$

c) $10(\sqrt{2}+1)$ d) $(\sqrt{2}+1)$ e) $(\sqrt{2}-1)$ 8. (AFA) Qual o valor numérico da área do polígono que tem como vértice a intersecção da circunferência de centro C (2,0) e raio 4, com os eixos coordenados?

a) $8\sqrt{2}$

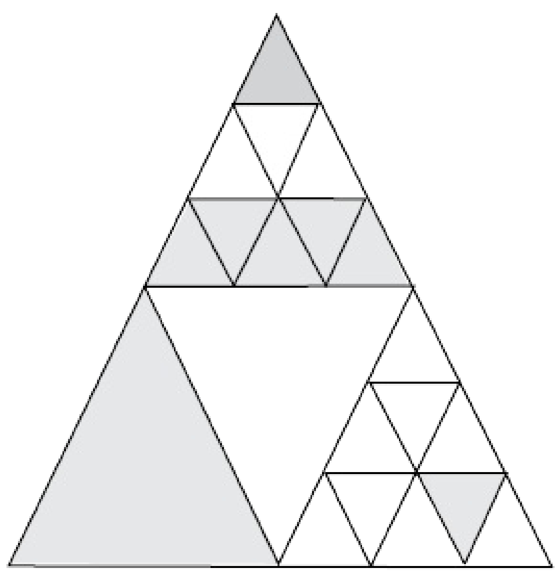
b) $8\sqrt{3}$

c) $16\sqrt{3}$

d) $16\sqrt{2}$

e) $15\sqrt{3}$

9. (Escriturário – CEF – 2002) A figura abaixo é formada por 4 triângulos de mesmo tamanho, alguns dos quais estão subdivididos em 9 triangulozinhos de mesmo tamanho.



A que fração do total corresponde a parte sombreada na figura?

a) 11/12

b) 1/2

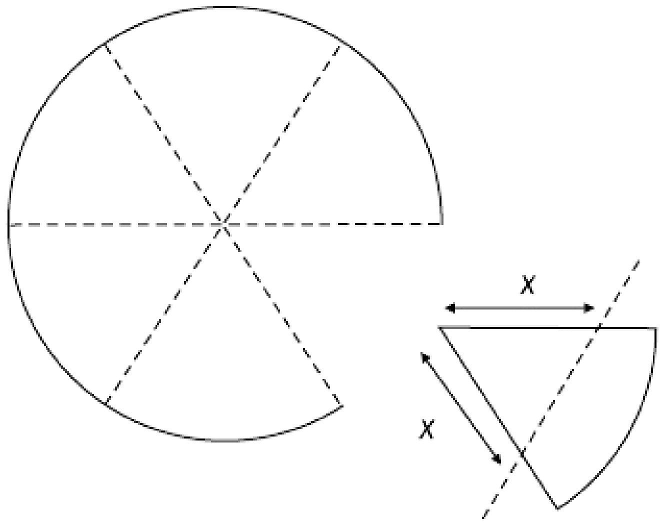
c) 7/9

d) 4/9

e) 2/3

10. (Colégio Naval) Uma pizza circular de raio 30cm foi dividida em 6 partes iguais para

seis pessoas. Contudo, uma das pessoas resolveu repartir ao meio o seu pedaço, conforme mostra a figura abaixo.



O valor de x é:

a) $10\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$

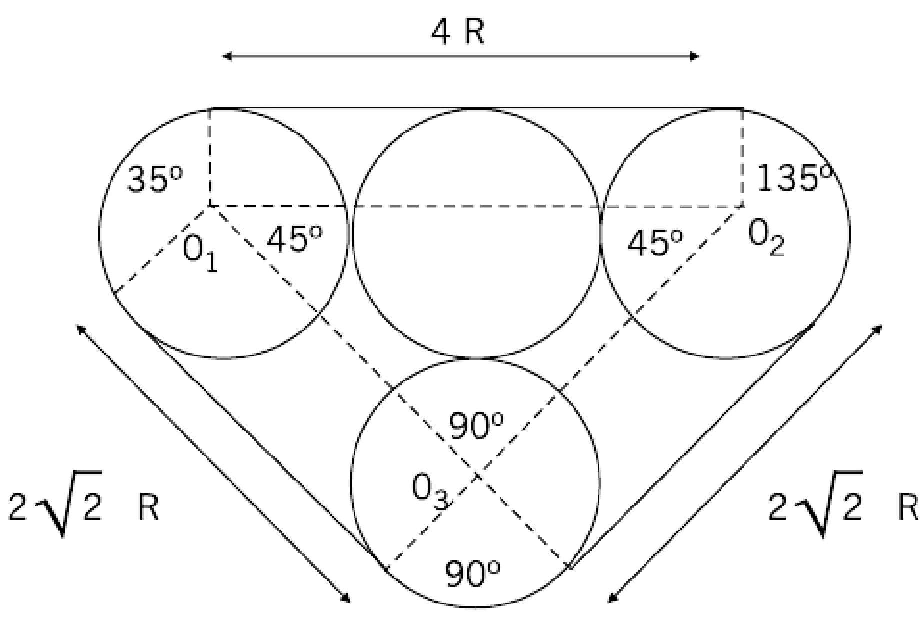
b) $10\sqrt{\frac{3\pi}{3}}$

c) $10\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$

d) $10\sqrt{\frac{3\pi}{\sqrt{3}}}$

e) $10\sqrt{\frac{5\pi}{\sqrt{3}}}$

11. (Colégio Naval) As quatro circunferências da figura abaixo têm raios r = 0,5.



O comprimento da linha que as envolve é aproximadamente igual a:

a) 6,96;

b) 7,96;

c) 8,96;

d) 9,96;

e) 10,96.

12. (Assistente Administrativo – Correios – Intelectus – 2006) Uma sala retangular dos Correios tem 8,5 metros de comprimento por 6,5 metros de largura. Deseja-se atapetá-la de modo que um tapete retangular fique afastado 1,5 metros de cada parede. Que área da sala, em m^2, não será ocupada pelo tapete?

a) 19,25.

b) 15.

c) 55,25.

d) 36.

e) 48.

13. (Assistente Administrativo – Correios – Intelectus – 2006) Um reservatório de água dos Correios tem a forma cilíndrica, com 4 m de diâmetro e 11 m de altura. Se já foram gastos 3/4 de seu volume, quantos litros de água restam no reservatório? (use $\pi = 3,14$)

a) 34,54.

b) 103.620.

c) 103,62.

d) 34.540.

e) 108.160.

14. (Persona – Correios – Técnico Administrativo – 2008) Um fio de 48cm de comprimento foi dividido em dois pedaços de comprimentos diferentes. Os pedaços foram usados para fazer dois quadrados. A soma das áreas desses quadrados é de $80cm^2$. A medida de cada pedaço do fio dividido é: a) 20cm e 28cm;

b) 17cm e 31cm;

c) 18cm e 30cm;

d) 19cm e 29cm;

e) 16cm e 32cm.

15. (Persona – Correios – Técnico Administrativo – 2008) Um terreno retangular tem $60m^2$ de área. Se aumentarmos o comprimento desse terreno em 1m e a largura em 1m, a área do terreno passa a ser $80m^2$. Assim, as dimensões originais do terreno são: a) 6m e 10m;

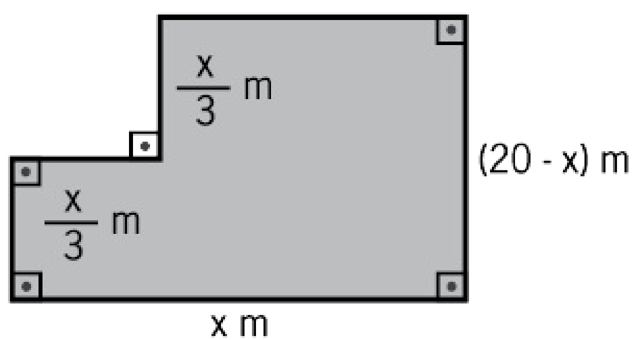
b) 5m e 16m;

c) 5m e 12m;

d) 8m e 10m;
e) 4m e 15m.

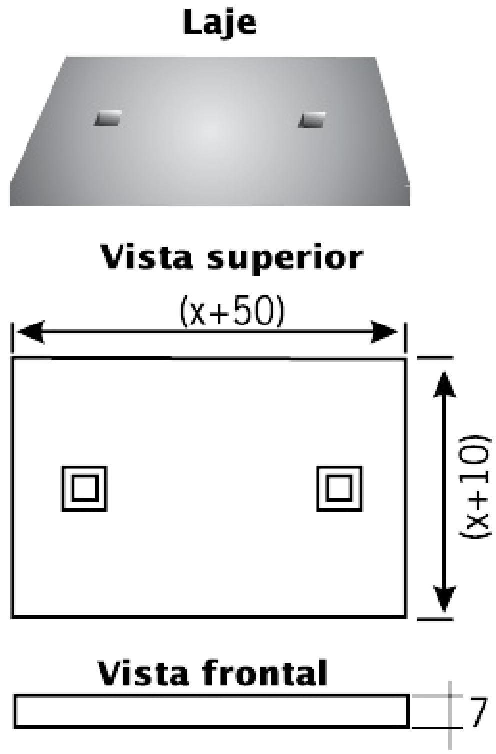
16. (Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010) Atualmente, todas as cédulas de real são retangulares e do mesmo tamanho, tendo 14cm de comprimento e 6,5cm de largura. Em breve, não será mais assim. As novas cédulas de real continuarão a ser retangulares, mas passarão a ter tamanhos diferentes, dependendo de seu valor. A de dois reais, por exemplo, passará a medir 12,1cm por 6,5cm. Qual será, em cm, a redução no perímetro da cédula de dois reais?
a) 3,80;
b) 4,25;
c) 7,60;
d) 8,25;
e) 12,35.

17. (Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010) O modelo abaixo representa a planta de um salão de $80m^2$ de área. Observe que o maior lado do salão mede x metros.



Conclui-se que x é igual a:
a) 6;
b) 8;
c) 9;
d) 10;
e) 12.

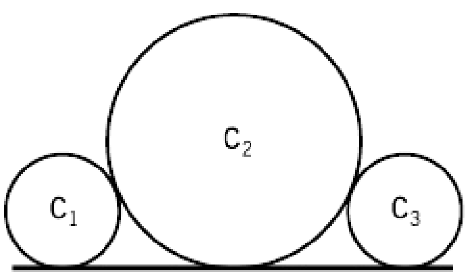
18. (Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010) Uma laje que serve de tampa de concreto para um bueiro do tipo boca de lobo tem a forma de um paralelepípedo reto retângulo de $53.900cm^3$ de volume, desconsiderando-se os dois orifícios. No modelo abaixo, tem-se a representação da laje, de sua vista superior e de sua vista frontal. As medidas apresentadas estão em centímetros.



A menor dimensão da parte superior da laje, em cm, é:

a) 60;
b) 70;
c) 80;
d) 100;
e) 110.

19. (UFRJ) Três goiabas perfeitamente esféricas de centros C1, C2 e C3 e raios 2cm, 8cm, e 2cm estão sobre uma mesa tangenciando-se como sugere a figura:



Um bichinho, que está no centro da primeira goiaba quer se dirigir para o centro da terceira goiaba pelo caminho mais curto. Quantos centímetros ele percorrerá?

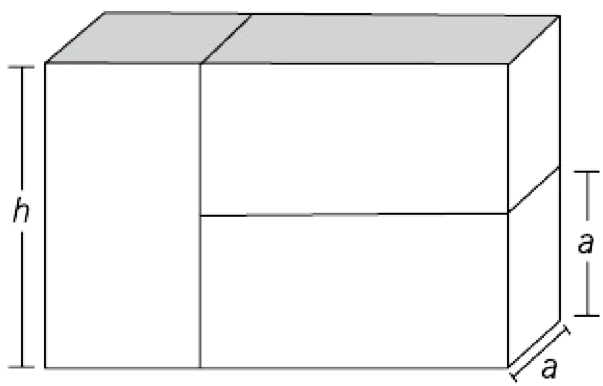
a) 15,8cm.
b) 16,8cm.
c) 17,8cm.
d) 18,8cm.
e) 19,8cm.

20. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Para montar um cubo, dispõe-se de uma folha de cartolina retangular, de 30cm de comprimento e 20cm de largura. As faces do cubo, uma vez recortadas, serão unidas com fita adesiva. Qual é, em centímetros, a medida máxima da aresta desse cubo?

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11

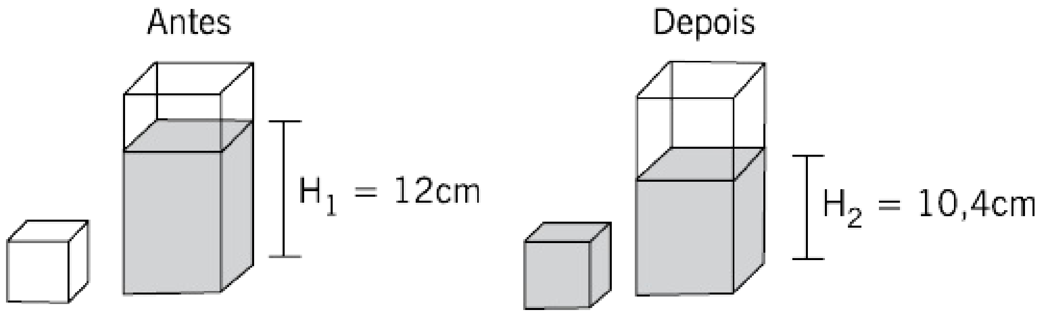
21. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2010) Os *tablets* são aparelhos eletrônicos portáteis, maiores que um celular e menores que um *netbook*, ideais para a leitura de livros e jornais. Um dos primeiros *tablets* lançados no mercado americano tem a forma aproximada de um paralelepípedo reto-retângulo de 26,4cm de comprimento, 18,3cm de largura e 1cm de espessura. Qual é, em cm^3, o volume aproximado desse aparelho?
a) 274,20
b) 483,12
c) 795,16
d) 1.248,24
e) 1.932,48

22. (Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010)



No modelo acima, estão representadas três caixas iguais (paralelepípedos reto-retângulos), de dimensões *a*, *a* e *h*. Se o conjunto ocupa $162cm^3$, qual é, em cm^2, a área total de cada caixa?
a) 54
b) 72
c) 90
d) 108
e) 144

23. (Técnico – BR Distribuidora – Cesgranrio – 2011) Um recipiente com formato de paralelepípedo reto-retângulo, cujas arestas da base medem 5cm e 8cm, está parcialmente cheio de água. Despeja-se parte dessa água em um outro recipiente, cúbico e inicialmente vazio, de modo a enchê-lo completamente, como mostra o esquema a seguir.



Considerando-se os níveis H_1 e H_2 especificados na figura e que não houve qualquer desperdício de água, a medida da aresta do cubo, em cm, é: a) 2

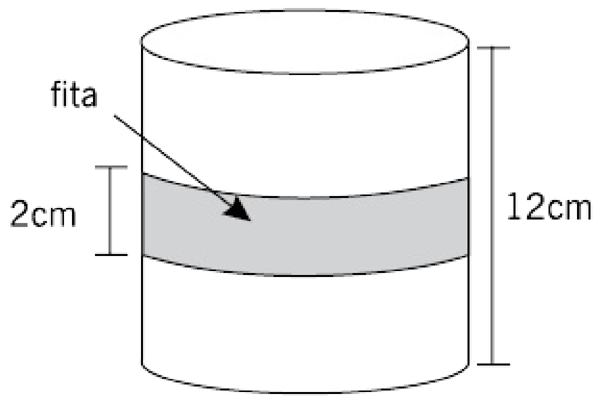
b) 4

c) 6

d) 8

e) 9

24. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Uma fita retangular de 2cm de largura foi colocada em torno de uma pequena lata cilíndrica de 12cm de altura e 192 π cm^3 de volume, dando uma volta completa em torno da lata, como ilustra o modelo abaixo.



A área da região da superfície da lata ocupada pela fita é, em cm^2, igual a: a) 8 π

b) 12 π

c) 16 π

d) 24 π

e) 32 π

(Técnico – Petrobras Distribuidora – Cespe – 2004) Considerando que um botijão de 13 kg de gás liquefeito de petróleo (GLP) tenha a forma aproximada de um cilindro circular reto de 48cm de altura e 36cm de diâmetro e que π seja igual a 3,14, julgue os itens 10, 11 e 12, a seguir.

25. Para se armazenar um botijão em uma caixa de base retangular, essa base deverá ter, no mínimo, $36cm^2$ de área.

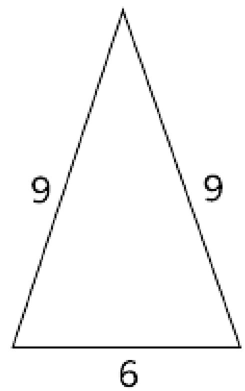
26. A capacidade do referido botijão é superior a $50.000cm^3$.

27. Supondo que, em determinado mês, na cidade do Rio de Janeiro – RJ, o preço de um botijão de GLP, da distribuidora para o consumidor, seja igual a R$ 27,09 e que R$ 11,29

desse valor sejam destinados à Petrobras, então esta empresa fica com menos de $\frac{9}{20}$ do preço para o consumidor do botijão de GLP.

28. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2009) Uma jarra cilíndrica de 6cm de raio e 20cm de altura está completamente cheia de suco. Com essa quantidade de suco, quantos copos de 300ml podem-se encher?
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

29. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011)



A figura acima mostra um triângulo com as medidas de seus lados em metros. Uma pirâmide de base quadrada tem sua superfície lateral formada por quatro triângulos iguais aos da figura acima. O volume dessa pirâmide, em metros cúbicos, é, aproximadamente: a) 95
b) 102
c) 108
d) 120
e) 144

Gabarito: 1. a; 2. b; 3. c; 4. c; 5. c; 6. e; 7. a; 8. a; 9. d; 10. d; 11. d; 12. d; 13. a; 14. e; 15. e; 16. a; 17. e; 18. b; 19. b; 20. d; 21. b; 22. c; 23. b; 24. c; 25. e; 26. e; 27. c; 28. c; 29. a.

Capítulo 5
Progressões

5.1. Progressões Aritméticas

Uma Progressão Aritmética (PA) é uma sequência de números na qual a *diferença* entre dois números sucessivos é constante. A essa constante dá-se o nome de *razão* da PA.

Exemplos:

a) Seja a PA (2, 5, 8, 11, ...). A razão desta PA é $r = +3$. Como $r > 0$, então a PA é crescente.

b) Seja a PA (11, 6, 1, –4, ...). A razão desta PA é A é $r = -5$. Como $r < 0$, então a PA é decrescente.

Fórmula do termo geral de uma PA

Sejam:

- a_n o termo de ordem n, que em geral deseja-se calcular; • a_1 o primeiro termo;
- n o número de termos da PA; e
- r a razão.

O termo geral de uma PA é dado por

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r.$$

Soma dos termos de uma PA

A soma dos termos de uma PA é dada por

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \times n\,.$$

5.2. Progressões Geométricas

Uma Progressão Geométrica (PG) é uma sequência de números na qual o quociente entre dois números sucessivos é constante. A essa constante dá-se o nome de *razão q* da PG.

Fórmula do termo geral de uma PG

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Fórmula da soma dos termos de uma PG finita

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (1-q^n)}{1-q}$$

Fórmula da soma dos termos de uma PG decrescente infinita

Quando 1 < q < 0 e o número de termos da PG é infinito, a soma S de seus termos será dada por $S = \frac{a_1}{1-q}$.

5.3. Questões Resolvidas

1. **(Consulplan – IBGE – Agente Censitário – 2008) Durante quanto tempo em um dia a marcação de um relógio digital, no modo 24 horas, indica o número de horas superior ao número de minutos?**
   a) 3 horas e 28 minutos.
   b) 3 horas e 45 minutos.
   c) 3 horas e 56 minutos.
   d) 4 horas e 36 minutos.
   e) 4 horas e 48 minutos.

Solução:

Podemos verificar que a marcação com o número de horas superior ao número de segundos se dá nas seguintes situações: • Para a marcação de 1 hora – 1h (1 minuto);

- Para a marcação de 2 horas – 2h, 2h01 (2 minutos);
- Para a marcação de 3 horas – 3h, 3h01, 3h02 (3 minutos).

E assim sucessivamente, até a marcação de 23 horas, ou seja:

- Para a marcação de 23 horas – 23h, 23h01, ..., 23:22 (23 minutos).

Assim, temos como o total de tempo pedido o somatório 1 + 2 + 3 + ... + 23.

Tal resultado corresponde à soma S_n dos elementos de uma PA com $a_1 = 1$, $a_{23} = 23$ e $n = 23$. Como $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \times n$, então

$$S_{23} = \frac{(1+23)}{2} \times 23, \text{ o que resulta em}$$

$$S_{23} = 276 \text{ (em minutos).}$$

Para obtermos o resultado em horas, basta efetuarmos a divisão inteira de 276 por 60, cujo quociente é 4 e o resto é 36, ou seja, o resultado é equivalente a 4 horas e 36 minutos.

Gabarito: letra D

2. **(NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Sabendo-se que A = 999(1+2+3+...+1000) e B = 1000(1+2+3+...+999), a razão A/B é igual a: a) 0,99;**

b) 0,999;
c) 1,01;
d) 1,001;
e) 10,01.

Solução:

Podemos reescrever o número A como

$A = 999 \cdot S_{1000}$, pois o somatório entre parênteses corresponde exatamente à soma dos elementos de uma PA de $n = 1000$ termos, razão $r = 1$, termo inicial $a_1 = 1$ e termo final $a_{1000} = 1000$. Pela fórmula da soma dos termos de uma PA para este caso, temos

$$S_{1000} = \frac{(1+1000)}{2} \times 1000.$$

Como o problema requer o resultado de uma divisão, vamos deixar os valores sob a forma de produto, para que possam ser feitas simplificações que vão ajudar os cálculos. Temos então, para a soma desta PA, o resultado $S_{1000} = 1001 \cdot 500$, e A poderá ser reescrito como

$$A = 999 \cdot 1001 \cdot 500.$$

Aplicando raciocínio análogo, temos que B pode ser reescrito como $B = 1000 \cdot S_{999}$, pois o somatório dos valores entre parênteses corresponde exatamente à soma dos termos de uma PA de $n = 999$ termos, razão $r = 1$, termo inicial $a_1 = 1$ e termo final $a_{999} = 999$. Neste caso, para a soma dos termos desta PA, obtemos $S_{999} = \frac{(1+999)}{2} \times 999$, que sob a forma de produto resulta em

$S_{999} = 500 \cdot 999$, logo o valor de B pode ser reescrito como

$$B = 1000 \cdot 500 \cdot 999.$$

Como o problema pede o valor da expressão A/B, temos $\frac{A}{B} = \frac{999 \times 1001 \times 500}{1000 \times 500 \times 999}$, cuja simplificação resulta em

$$\frac{A}{B} = \frac{1001}{1000}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = 1{,}001.$$

Gabarito: letra D

3. (Técnico – BR Distribuidora – Cesgranrio – 2011) Durante os meses de agosto e setembro de 2011, o dólar apresentou grande valorização frente ao real. Suponha que, em 24 de

agosto, o valor de um dólar fosse R$ 1,60 e, em 23 de setembro, R$ 1,84. Se o aumento diário, de 24 de agosto a 23 de setembro, tivesse ocorrido linearmente, formando uma progressão aritmética, qual seria, em reais, o valor do dólar em 8 de setembro?

a) 1,70

b) 1,71

c) 1,72

d) 1,73

e) 1,74

Solução:

Vamos considerar o valor do dólar no dia 24 de agosto como o primeiro termo da PA (a_1 = 1,60). Se o dia 24 de agosto é equivalente ao 1º dia na sequência, então o dia 23 de setembro é equivalente ao 31º dia. Logo, o valor do dólar no dia 23 de agosto é a_{31} = 1,84.

Podemos, com isso, determinar a razão da PA através da fórmula do termo geral $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$, que para o caso acima nos fornece

$$a_{31} = a_1 + (31 - 1) \cdot r$$

$$\Rightarrow 1{,}84 = 1{,}60 + 30r$$

$$\Rightarrow 30r = 1{,}84 - 1{,}60$$

$$\Rightarrow 30r = 0{,}24$$

$$\Rightarrow r = \frac{0{,}24}{30}$$

$$\Rightarrow r = 0{,}008.$$

Agora vamos aplicar a fórmula do termo geral ao dia 8 de setembro, que é o 16º dia na sequência, o que resulta em $a_{16} = a_1 + (16 - 1) \cdot r$

$$\Rightarrow a_{16} = 1{,}60 + 15 \cdot 0{,}008$$

$$\Rightarrow .$$

Gabarito: letra C

4. **(Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 1998) Assinale a opção que apresenta corretamente o oitavo termo de uma PA onde $a_5 = 6$ e $a_{17} = 30$.**

a) 10

b) 12

c) 14

d) 16

e) 18

Solução:

Sabemos da fórmula do termo geral da PA que

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Então, para a_5 podemos montar a equação $a_5 = a_1 + (5 - 1) \cdot r$, ou seja, $6 = a_1 + 4r$.
e para a_{17} podemos montar a equação $a_{17} = a_1 + (17 - 1) \cdot r$, ou seja, $30 = a_1 + 16r$.
Com isso, resolvermos o sistema

$\begin{cases} 6 = a_1 + 4r \\ 30 = a_1 + 16r \end{cases}$, que pode ser resolvido da seguinte forma, isolando-se a_1 em ambas as equações, o que resulta em $\begin{cases} a_1 = 6 - 4r \\ a_1 = 30 - 16r \end{cases}$, e se duas quantidades são iguais a uma terceira, logo elas são iguais entre si, então $6 - 4r = 30 - 16r$

$$\Rightarrow 16r - 4r = 30 - 6$$

$$\Rightarrow 12r = 24$$

$$\Rightarrow r = \frac{24}{12}$$

$$\Rightarrow r = 2.$$

Substituindo o resultado para r na primeira equação do sistema, passamos a ter $a_1 = 6 - 4 \cdot 2$

$$\Rightarrow a_1 = 6 - 8$$

$$\Rightarrow a_1 = -2.$$

E de posse de r e a_1, podemos calcular a_8, que é o termo pedido. Pela fórmula do termo geral, obtemos $a_8 = a_1 + 7r$

$$\Rightarrow a_8 = -2 + 7 \cdot 2$$

$$\Rightarrow .$$

Gabarito: letra B

5. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Álvaro, Bento, Carlos e Danilo trabalham em uma mesma empresa, e os valores de seus salários mensais formam, nessa ordem, uma progressão aritmética. Danilo ganha mensalmente R$ 1.200,00 a mais que Álvaro, enquanto Bento e Carlos recebem, juntos, R$ 3.400,00 por mês. Qual é, em reais, o salário mensal de Carlos?

a) 1.500,00
b) 1.550,00
c) 1.700,00

d) 1.850,00

e) 1.900,00

Solução:

Sejam os salários de Álvaro, Bento, Carlos e Danilo respectivamente os termos a_1, a_2, a_3 e a_4 da PA. Da fórmula do termo geral da PA, temos $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$.
Então, para Danilo (a_4) e Álvaro (a_1), temos $a_4 = a_1 + 3r$.

Como o salário de Danilo (a_4) é R$ 1.200,00 maior que o de Álvaro (a_1), então temos também $a_4 = a_1 + 1200$.

Logo,

$$3r = 1200$$

$$\Rightarrow r = \frac{1200}{3}$$

$$\Rightarrow r = 400.$$

Dessa forma, podemos usar o valor da razão para obter uma relação entre os salários de Bento (a_2) e Carlos (a_3), de modo que $a_3 = a_2 + 400$.

Com a outra informação do enunciado ("Bento e Carlos recebem, juntos, R$ 3.400,00 por mês"), obtemos a equação $a_2 + a_3 = 3400$, e podemos formar o sistema

$\begin{cases} a_3 = a_2 + 400 \\ a_2 + a_3 = 3400 \end{cases}$, que pode ser resolvido imediatamente por substituição do valor de a_3 na 2ª equação, ou seja, $a_2 + a_2 + 400 = 3400$

$$\Rightarrow 2a_2 = 3400 - 400$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{3000}{2}$$

$$\Rightarrow a_2 = 1500.$$

E substituindo tal resultado na 1ª equação do sistema, podemos obter o valor do salário de Carlos (a_3) e $a_3 = 1500 + 400$

$$\Rightarrow \boxed{a_3 = 1900}.$$

Gabarito: letra E

6. **(Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 2010) Uma pessoa abriu uma caderneta de poupança com um primeiro depósito de R$ 200,00 e, a partir dessa data, fez depósitos mensais nessa conta. Se a cada mês depositou R$ 20,00 a mais do que no mês anterior, ao efetuar o 15º depósito, o total depositado por ela era: a) R$ 5.100,00;**

b) R$ 5.000,00;
c) R$ 4.900,00;
d) R$ 4.800,00;
e) R$ 4.700,00.

Solução:

Os valores depositados formam uma PA em que o primeiro termo vale $a_1 = 200$ e a razão vale $r = 20$. Como queremos calcular o total dos depósitos realizados, vamos fazer uso da fórmula da soma dos termos da PA, que é $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \times n$.

Como neste queremos a soma dos 15 primeiros termos, passamos a ter

$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15})}{2} \times 15$, na qual falta ainda calcular o último termo da PA, ou seja, a_{15}.

Vamos usar, para isso, a fórmula do termo geral da PA, que neste caso é $a_{15} = a_1 + (15 - 1) \cdot r$, o que resulta em

$$a_{15} = 200 + 14 \cdot 20$$

$$\Rightarrow a_{15} = 480.$$

Voltando agora à fórmula da soma dos termos da PA, temos

$$S_n = \frac{(200 + 480)}{2} \times 15$$

$$\Rightarrow \boxed{S_n = 5100}.$$

Gabarito: letra A

7. (Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 1998) Numa PG, o quarto termo é 20% do terceiro termo. Sabendo-se que $a_1 = 2000$, o valor de a_5 é: a) 20/3

b) 18/7
c) 16/5
d) 14/5
e) 12/7

Solução:

Numa PG, se obtemos um termo multiplicando o anterior por um certo valor, então este valor é a própria razão desta PG. Logo, $q = 20\% = \frac{20}{100}$, ou seja, $q = 0,2$.

Como o primeiro termo é $a_1 = 2000$, podemos descobrir os termos seguintes multiplicando-se pela razão. Assim, temos $a_2 = 2000 \cdot 0,2 = 400$, $a_3 = 400 \cdot 0,2 = 80$, a_4

$= 80 \cdot 0{,}2 = 16$, $a_5 = 16 \cdot 0{,}2 = 3{,}2$, ou seja, $\boxed{a_5 = \frac{16}{5}}$.

Gabarito: letra C

5.4. Questões Propostas

1. (ESPP – Correios – Atendente Comercial – 2008) O n-ésimo termo da P.A. (-4, -1, 2, ...) é: a) $a_n = 2n - 5$; b) $a_n = 3n - 1$; c) $a_n = 5n + 4$; d) $a_n = 6n + 2$.

2. (ESPP – Correios – Atendente Comercial – 2008) A razão da PG $\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\right)$ é: a) $-\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{4}{5}$.

3. (Consulplan – Correios – Atendente Comercial – 2008) Virgínia escreveu os 5 primeiros termos de uma sequência cujo termo geral é dado por $a_n = 3 - 2n + 2n^2$, para $n \in \mathbb{N}$, tal que $n \geq 1$. Podemos afirmar que a soma dos primeiros 5 números dessa sequência é igual a: a) 90;
   b) 95;
   c) 85;
   d) 75;
   e) 65.

4. (Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010) O movimento de passageiros nos aeroportos brasileiros vem aumentando ano a ano. No Rio de Janeiro, por exemplo, chegou a 14,9 milhões de passageiros em 2009, 4,5 milhões a mais do que em 2004. Supondo-se que o aumento anual no número de passageiros nos aeroportos cariocas, de 2004 a 2009, tenha-se dado em progressão aritmética, qual foi, em milhões de passageiros, o movimento nos aeroportos cariocas registrado em 2007?
   a) 14,4.
   b) 13,8.
   c) 13,1.
   d) 12,8.
   e) 12,1.

5. (Cesgranrio – Persona – Técnico – 2010) A Europa (...) é o único continente onde a população vem diminuindo. Segundo o Fundo de População das Nações Unidas (FNUAP), ela encolherá a uma taxa de 0,1% ao ano entre 2005 e 2010.

Disponível em: www.pt.wikipedia.org.

Levando-se em conta a informação acima, se, em 2005, a população europeia correspondesse a P habitantes, a população de 2010 corresponderia a: a) $P \times (0{,}9999)^5$; b) $P \cdot (0{,}999)^5$; c) $P \cdot (0{,}909)^5$; d) $P \cdot (0{,}99)^5$; e) $P \cdot (0{,}90)^5$.

6. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) "Modelo de Gestão do abastecimento está preparado para a expansão da Petrobras (...) A carga a ser processada nas refinarias da Petrobras no Brasil e no exterior deverá passar dos atuais 2 milhões de barris por dia para 2,5 milhões em 2012 (...)."

Notícia publicada em 07 maio 2008.
Disponível em: http://www.agenciapetrobrasdenoticias.com.br/

Se, de 2008 a 2012, a carga processada diariamente pelas refinarias da Petrobras aumentar, anualmente, em progressão aritmética, quantos milhões de barris diários serão produzidos em 2011?

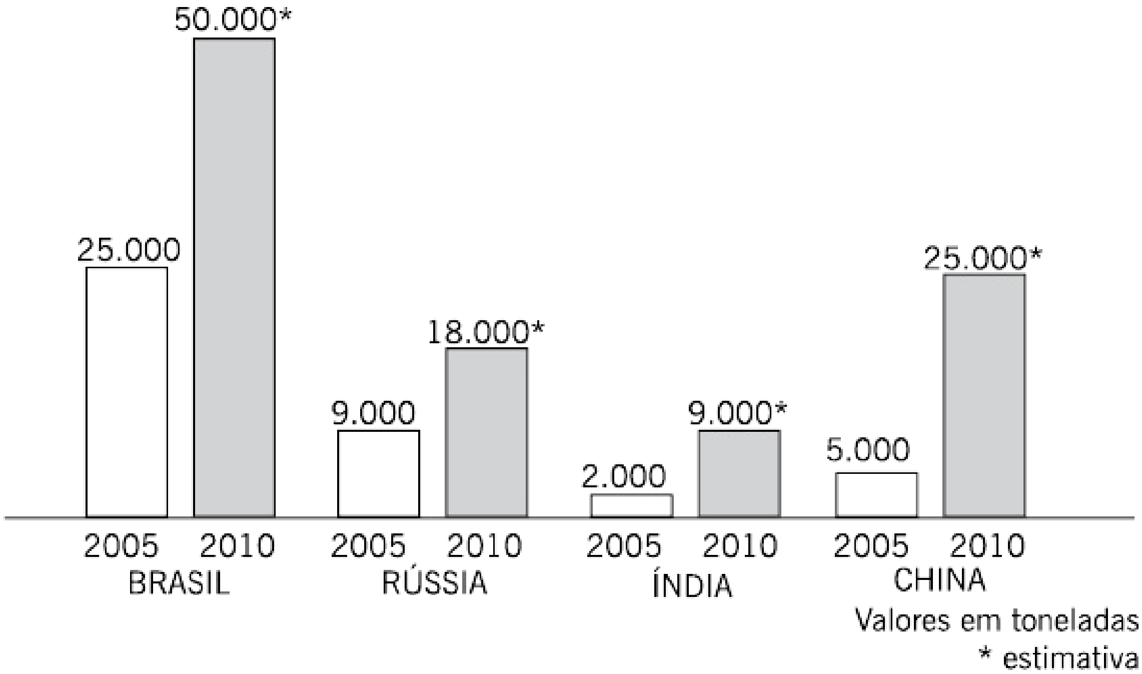
a) 2,100
b) 2,125
c) 2,200
d) 2,250
e) 2,375

7. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011) Certo cometa, descoberto em 1760, foi novamente visível da Terra por poucos dias nos anos de 1773, 1786, 1799 etc., tendo mantido sempre essa regularidade. Esse cometa será novamente visível no ano de a) 2016

b) 2017
c) 2018
d) 2019
e) 2020

(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Utilize as informações e o gráfico abaixo para responder às questões de nºs 5 e 6.

Desde 2005, a venda de azeite nos países em desenvolvimento só faz aumentar. O gráfico abaixo apresenta dados referentes aos quatro maiores mercados emergentes, Brasil, Rússia, Índia e China.



Revista *Veja*, 03 mar. 2010.

8. Considere que a estimativa apresentada na reportagem se cumpra e que, de 2005 a 2010, o consumo de azeite na Rússia tenha aumentado anualmente, formando uma progressão aritmética. Qual é, em toneladas, a razão dessa PA?
   a) 1.400
   b) 1.500
   c) 1.800
   d) 2.000
   e) 2.500

9. Em relação ao consumo de 2005, a estimativa de 2010 prevê, na Índia, um aumento no consumo de azeite de: a) 700%
   b) 650%
   c) 450%
   d) 350%
   e) 200%

10. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2010) A produção de álcool do Estado de São Paulo vem aumentando ano a ano. Enquanto que, em 2004, foram produzidos 7.734.000 m^3, a produção de 2009 chegou a 16.635.000 m^3. Considerando que o aumento anual, de 2004 a 2009, tenha sido linear, formando uma progressão aritmética, qual foi, em m^3, a produção de 2005?
    a) 9.514.200
    b) 9.612.400
    c) 9.724.400
    d) 9.796.200
    e) 9.812.600

11. (Escriturário – Banco do Brasil – Cesgranrio – 2010) Segundo dados do Instituto Internacional de Pesquisa da Paz de Estocolmo (Simpri), os gastos militares dos Estados Unidos vêm crescendo nos últimos anos, passando de 528,7 bilhões de dólares, em 2006, para 606,4 bilhões de dólares, em 2009. Considerando que este aumento anual venha acontecendo de forma linear, formando uma progressão aritmética, qual será, em bilhões de dólares, o gasto militar dos Estados Unidos em 2010?
a) 612,5
b) 621,3
c) 632,3
d) 658,5
e) 684,1

Gabarito: 1. b; 2. a; 3. b; 4. c; 5. b; 6. e; 7. e; 8. c; 9. d; 10. a; 11. c.

Capítulo 6
Matrizes

6.1. Representação das Matrizes

Uma matriz $A = [a_{ij}]_{m \cdot n}$ é uma tabela de números em que o número de linhas é dado por m e o número de colunas é dado por n. Cada elemento a_{ij} estará localizado na linha i e na coluna j.

De um modo geral, temos $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$.

Exemplos:

a) $A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

- Essa matriz possui 2 linhas e 3 colunas. Logo, é uma matriz $2 \cdot 3$.
- O elemento a_{12} (lê-se “a um dois”) está localizado na primeira linha e segunda coluna, sendo igual a 7, logo $a_{12} = 7$.

b) $B = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

- Essa matriz possui 2 linhas e 2 colunas. Logo, é uma matriz $2 \cdot 2$.
- É, portanto, uma matriz quadrada, pois o número de linhas é igual ao número de colunas.
- O elemento b_{21} (lê-se “b dois um”) está localizado na segunda linha e primeira coluna, sendo igual a 2, logo $b_{21} = 2$.
- Os elementos 8 e 3 fazem parte da diagonal principal dessa matriz quadrada; já os elementos –6 e 2 formam a diagonal secundária.

c) $P = [4 \ -2 \ 1 \ 0 \ 9]$

- Essa é uma matriz-linha $1 \cdot 5$, pois possui apenas uma linha.

d) $B = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

- Essa é uma matriz-coluna $3 \cdot 1$, pois possui apenas uma coluna; seus elementos são as incógnitas x, y e z.

6.2. Igualdade entre Matrizes

Sejam as matrizes $A = [a_{ij}]_{m \cdot n}$ e $B = [b_{ij}]_{m \cdot n}$. Se $A = B$ então $a_{ij} = b_{ij}$ $\forall i, j$.

Exemplo: Sabe-se que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ e a matriz $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ são iguais. Podemos então concluir que $x = 1$, $y = 0$, $z = -2$ e $w = 4$.

6.3. Matriz-identidade

Uma matriz-identidade I_n é uma matriz quadrada de ordem n em que os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são iguais a zero.

Exemplos:

a) $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6.4. Adição e Subtração de Matrizes

Sejam as matrizes $A = [a_{ij}]_{m \cdot n}$, $B = [b_{ij}]_{m \cdot n}$ e $C = [c_{ij}]_{m \cdot n}$. Se $C = A + B$ então $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ $\forall i, j$. De modo similar, se $C = A - B$ então $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ $\forall i, j$.

Exemplos:

a) Se $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$, então $C = A + B$ será dado por

$$C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix}-1+1 & -2+(-4) & 1+7\\ 4+2 & 5+(-3) & 2+(-1)\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix}0 & -6 & 8\\ 6 & 2 & 1\end{bmatrix}.$$

b) Se $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 3 & -2\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}6 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$, então C = A – B será dado por $C=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 3 & -2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}6 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix}-1-6 & 0-(-1)\\ 3-2 & -2-(-2)\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix}-7 & +1\\ 1 & 0\end{bmatrix}.$$

6.5. Multiplicação de uma Matriz por um Número Real

Seja a matriz A = $[a_{ij}]_{m\cdot n}$ e o número real k. A matriz C = $[c_{ij}]_{m\cdot n}$ = k.A será dada por C = $[k.a_{ij}]_{m\cdot n}$. Ou seja, cada elemento de A será multiplicado por k para obtermos os elementos de C.

Exemplo:

Seja a matriz $A=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\\ -3 & 5\end{bmatrix}$ e k = 2. A matriz C = k.A será dada por $C=\begin{bmatrix}2\times 3 & 2\times(-1)\\ 2\times 0 & 2\times 2\\ 2\times(-3) & 2\times 5\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix}6 & -2\\ 0 & 4\\ -6 & 10\end{bmatrix}.$$

6.6. Multiplicação de Matrizes

Sejam as matrizes $A = [a_{ij}]_{m \cdot p}$ e $B = [b_{ij}]_{p \cdot n}$. Observe que o número de colunas de A é igual ao número de linhas de B e a operação de multiplicação de matrizes só será possível mediante esta condição. A matriz $C = [c_{ij}]_{m \cdot n}$ que é o resultado do produto entre A e B, ou seja, $C = A \cdot B$ é tal que os elementos c_{ij} serão dados por $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{ip}b_{pj}$.

Exemplo:

Sejam as matrizes $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ e $N = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$. A matriz que corresponde ao produto matricial $P = MN$ será dado por $P = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$.

Vamos determinar o elemento p_{11} (da 1ª linha e 1ª coluna de P). Para esses cálculos serão utilizadas exatamente a 1ª linha de M e a 1ª coluna de N. Fazendo em destaque o cálculo de p_{11}, temos $p_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$, logo, passamos a ter $p_{11} = (2 \cdot (-1)) + (0 \cdot 0) + (-1 \cdot (-3)) \Rightarrow p_{11} = 1$.

Já p_{12} é obtido pelo produto da 1ª linha de M com a 2ª coluna de N. Seguindo o mesmo raciocínio, passamos a ter $p_{12} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow p_{12} = (2 \cdot 0) + (0 \cdot 2) + (-1 \cdot 1) \Rightarrow p_{12} = -1$$

Seguindo o mesmo raciocínio para p_{21} (produto da 2ª linha de M pela 1ª linha de N)

$$p_{21} = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow p_{21} = (7 \cdot (-1)) + (4 \cdot 0) + (0 \cdot (-3)) \Rightarrow p_{21} = -7$$

E para p_{22}, $p_{22} = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow p_{22} = (7 \cdot 0) + (4 \cdot 2) + (0 \cdot 1) \Rightarrow p_{22} = -8$$

Finalmente podemos organizar os elementos da matriz P e temos $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$.

Vale observar que: • P tem dimensões $2 \cdot 2$, pois é o produto de uma matriz $2 \cdot 3$ (M) por uma matriz $3 \cdot 2$ (N); a matriz-produto terá sempre o número de linhas da primeira matriz e o número de colunas da segunda matriz; • o produto só será possível se o número de colunas da primeira matriz for igual ao número de linhas da segunda.

6.7. Cálculo do Determinante

Matriz Quadrada de Ordem 1

Exemplo: Seja a matriz $M = [-9]$. O valor do determinante é tão somente o mesmo valor do único elemento existente $\det M = |-9| = -9$ (obs.: quando nos referimos ao determinante nos cálculos, os colchetes usados na representação da matriz são substituídos por barras).

Matriz Quadrada de Ordem 2

De um modo geral, seja a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. O determinante desta matriz será dado por $\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, ou seja, o produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

Exemplo: Seja a matriz $M = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. O determinante será $\det A = \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -3 \times 2 - 4 \times 1$

$$\Rightarrow \det A = -6 - 4$$
$$\Rightarrow \det A = -10$$

Matriz Quadrada de Ordem 3

Para calcularmos o determinante de uma matriz de ordem 3, devemos repetir a 1ª e 2ª colunas da forma mostrada e, em seguida, multiplicar as diagonais "principais" e "secundárias" e realizar o cálculo conforme mostra o esquema abaixo, para uma matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$.

Passo 1: Repetição da primeira e segunda colunas da matriz

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{matrix}}$$

Passo 2: Produtos das diagonais principais

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Produto da diagonal principal 1: $d_{p1} = a_{11}a_{22}a_{33}$
Produto da diagonal principal 2: $d_{p2} = a_{12}a_{23}a_{31}$
Produto da diagonal principal 3: $d_{p3} = a_{13}a_{21}a_{32}$

Passo 3:Produtos das diagonais secundárias

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Produto da diagonal secundária 1: $d_{s1} = a_{13}a_{22}a_{31}$
Produto da diagonal secundária 2: $d_{s2} = a_{11}a_{23}a_{32}$
Produto da diagonal secundária 3: $d_{s3} = a_{12}a_{21}a_{33}$

Passo 4: Cálculo do determinante

$\det A = (d_{p1} + d_{p2} + d_{p3}) - (d_{s1} + d_{s2} + d_{s3})$ **Exemplo:** Seja a matriz $M = \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 \\ +4 & -3 & 2 \\ -1 & +2 & 5 \end{bmatrix}$, calcule det M.

Solução:

Fazendo o esquema para cálculo do determinante de uma matriz de 3ª ordem, temos

$$M = \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 \\ +4 & -3 & 2 \\ -1 & +2 & 5 \end{bmatrix} \begin{matrix} +1 & -1 \\ +4 & -3 \\ -1 & +2 \end{matrix}.$$

Fazendo então os produtos das diagonais principais, temos $d_{p1} = +1 \cdot (-3) \cdot 5 = -15$, $d_{p2} = -1 \cdot 2 \cdot (-1) = 2$ e $d_{p3} = 0 \cdot (+4) \cdot (+2) = 0$.

Os produtos das diagonais secundárias fornecem $d_{s1} = 0 \cdot (-3) \cdot (-1) = 0$, $d_{s2} = +1 \cdot 2 \cdot (+2) = 4$ e $d_{s3} = -1 \cdot (+4) \cdot 5 = -20$.

E finalmente calculando o determinante det A = $(-15 + 2 + 0) - (0 + 4 - 20) \Rightarrow$ det A $= (-13) - (-16) \Rightarrow$ det A = + 3.

6.8. Questões Resolvidas

1. (Auxiliar Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) Uma rede distribuidora é composta de 4 lojas instaladas numa mesma cidade. Na matriz $M_{4 \cdot 7}$ abaixo, cada elemento m_{ij} representa a quantidade de latas de certo tipo de lubrificante vendida na loja *i* no dia *j* da semana de 12 a 18 de março. Assim, por exemplo, o elemento m_{13} corresponde às vendas da loja 1 no dia 14 (terceiro dia da semana) e o elemento m_{47}, às vendas da loja 4 no dia 18 (sétimo dia da semana).

$$M_{4\times7} = \begin{bmatrix} 75 & 83 & 79 & 91 & 84 & 79 & 113 \\ 128 & 114 & 123 & 109 & 114 & 123 & 142 \\ 103 & 98 & 121 & 111 & 119 & 112 & 136 \\ 169 & 168 & 154 & 148 & 162 & 171 & 189 \end{bmatrix}$$

De acordo com as informações acima, qual a quantidade total de latas de lubrificante que esta rede distribuidora vendeu no dia 15/03?

a) 459
b) 463
c) 477
d) 479
e) 485

Solução:

Para determinarmos o total t de latas referentes ao dia 15/03 (quarto dia da semana), basta somarmos os valores da 4ª coluna $m_{14} = 91$, $m_{24} = 109$, $m_{34} = 111$ e $m_{44} = 148$, ou seja, $t = 91 + 109 + 111 + 148$

$$\Rightarrow t = 459.$$

Gabarito: letra A 2. (Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Considere três fazendas ($\boldsymbol{f}_1$, $\boldsymbol{f}_2$ e $\boldsymbol{f}_3$) que produzem os mesmos tipos de grãos ($\boldsymbol{g}_1$, $\boldsymbol{g}_2$ e $\boldsymbol{g}_3$).

A matriz $\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{m}_{ij})_{3\cdot3}$ apresenta as quantidades de cada tipo de grão, em toneladas, produzidas pelas três fazendas em 2009. Cada elemento $\boldsymbol{m}_{ij}$ indica a quantidade de grãos $\boldsymbol{g}_1$ produzida pela fazenda $\boldsymbol{f}_j$.

$$M_{3\times3} = \begin{bmatrix} 269 & 184 & 201 \\ 122 & 167 & 189 \\ 187 & 145 & 174 \end{bmatrix}$$

Analisando os dados da tabela, conclui-se que, em 2009, a: a) produção total de grãos da fazenda f_1 foi maior do que a da fazenda f_3; b) produção do grão g_1 da fazenda f_3 foi menor do que nas demais; c) produção do grão g_3 foi maior do que a do grão g_2 na fazenda f_2 ; d) fazenda f_3 produziu 31 toneladas a mais do grão g_2 do que a fazenda f_2; e) fazenda f_2 produziu, ao todo, 478 toneladas de grãos.

Solução:

Para resolvermos essa questão, vamos analisar item por item das alternativas.

a) "a produção total de grãos da fazenda f_1 foi maior do que a da fazenda f_3."

A produção total da fazenda f_1 é a soma dos elementos da coluna 1, que é 269 + 122 + 187 = 578.

Já a produção total da fazenda f_3 é a soma dos elementos da coluna 3, que é 201 + 189 + 174 = 564

Como 578 > 564, logo a alternativa A está correta.

b) "produção do grão g_1 da fazenda f_3 foi menor do que nas demais."

Cada coluna representa a produção de uma fazenda logo: – a produção do grão g_1 na fazenda f_1 é $m_{11} = 269$; – a produção do grão g_1 na fazenda f_2 é $m_{12} = 184$; – a produção do grão g_1 na fazenda f_3 é $m_{13} = 201$.

Assim, a produção do grão g_1 na fazenda f_3 é menor que a produção do mesmo grão na fazenda f_1, mas não é menor que na fazenda f_2 e a alternativa B está errada.

c) "a produção do grão g_3 foi maior do que a do grão g_2 na fazenda f_2."

A produção da fazenda f_2 está na 2ª coluna da matriz. A produção do grão g_3 na fazenda f_2 é $m_{32} = 145$. Já a produção do grão g_2 na fazenda f_2 é $m_{22} = 167$. A alternativa C está errada, pois 145 < 167.

d) "a fazenda f_3 produziu 31 toneladas a mais do grão g_2 do que a fazenda f_2."

A produção do grão g_2 na fazenda f_3 é $m_{23} = 189$. A produção do grão g_2 na fazenda f_2 é $m_{22} = 167$. Logo, a fazenda f_3 produziu 189 – 167 = 2 toneladas a mais do grão g_2 do que a fazenda f_2. A alternativa D está errada.

e) "a fazenda f_2 produziu, ao todo, 478 toneladas de grãos."

A produção da fazenda f_2 está na 2ª coluna da matriz. Somando seus elementos obtemos 184 + 167 + 145 = 496
e a alternativa E está errada.

Gabarito: letra A 3. (Economista – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Considere as três matrizes abaixo.

$$A=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}2 & 3\\2 & 3\end{bmatrix};\ C=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}$$

Pode-se afirmar que: a) não é possível somar as matrizes B e C; b) a matriz B é simétrica; c) a matriz C é uma matriz–identidade; d) a matriz C é a inversa de B; e) o produto de matrizes BA é igual a $\begin{bmatrix}8\\8\end{bmatrix}$**.**

Solução:

Vamos analisar alternativa por alternativa.

a) As matrizes B e C possuem as mesmas dimensões (2 · 2). Logo, podem ser somadas e o resultado é dado por $B+C=\begin{bmatrix}2 & 3\\2 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 4\\2 & 4\end{bmatrix}$, logo a alternativa A está errada.

b) Uma matriz quadrada M é simétrica se M^t = M. Considerando $B=\begin{bmatrix}2 & 3\\2 & 3\end{bmatrix}$, tem-se $B^t=\begin{bmatrix}2 & 2\\3 & 3\end{bmatrix}$. Como $B^t \neq B$, então B não é simétrica e a alternativa B é incorreta.

c) A matriz-identidade de ordem 2 é $I_2=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$, que não corresponde à matriz $C=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}$, logo a alternativa C é incorreta.

d) Para que a matriz C seja inversa de B, o produto de matrizes BC tem que ser igual à matriz-identidade de ordem 2, mas

$$BC=\begin{bmatrix}2 & 3\\2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(2\times 0)+(3\times 0) & (2\times 1)+(3\times 1)\\(2\times 0)+(3\times 0) & (2\times 1)+(3\times 1)\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow BC = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \neq I_2$$, logo C não é inversa de *B*. A alternativa D está errada.

e) É possível calcular o produto de matrizes *BA* pois o número de colunas de B (duas colunas) é igual ao número de linhas de A (duas linhas) e o resultado é dado por

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2\times1)+(3\times2) \\ (2\times1)+(3\times2) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow BA = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$$

e a alternativa E está correta.

Gabarito: letra E

4. (Analista – CGU – Esaf – 2012) Calcule o determinante da matriz: $\begin{pmatrix} \cos x & sen\,x \\ sen\,x & \cos x \end{pmatrix}$

a) 1

b) cos $2x$ c) *sen* $2x$ d) 0

e) $sen\frac{x}{2}$

Solução:

O determinante da matriz dada é $d = \cos x.\cos x - sen\,x.sen\,x$

$$\Rightarrow d = \cos^2 x - sen^2\,x$$

Porém, sabemos da trigonometria (capítulo 4; item 4.2) que o cosseno da soma de dois ângulos *a* e *b* é dado por $\cos(x + y) = \cos x.\cos y - sen\,x.sen\,y$.

Fazendo $x = y$, passamos a ter $\cos(x + x) = \cos x.\cos x - sen\,x.sen\,x$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - sen^2\,x$$

Gabarito: letra B

6.9. Questões Propostas

1. (Especialista – MPOG – Esaf – 2012) Uma matriz X de quinta ordem possui determinante igual a 10. A matriz B é obtida multiplicando-se todos os elementos da matriz X por 10. Desse modo, o determinante da matriz B é igual a: a) 10^{-6}

b) 10^5

c) 10^{10}

d) 10^6

e) 10^3

2. (Técnico Administrativo – MPU – Esaf – 2004) O determinante da matriz

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 2 & b & 0 \\ 0 & -a & a & -a \\ 0 & 0 & 5 & b \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

onde *a* e *b* são inteiros positivos tais que *a* > 1 e *b* > 1, é igual a: a) $-60a$ b) 0

c) $60a$ d) $20ba^2$

e) $a(b - 60)$ (Técnico – Petrobras – Cespe – 2004) A tabela abaixo apresenta, em valores aproximados, em milhares de barris/dia, a produção de óleo e, em mil m^3/dia, a produção de gás natural da Petrobras, nos estados do Rio de Janeiro, Espírito Santo e Ceará, em agosto de 2003.

estado	ólea	gás
RJ	1.274	17
ES	20	0,2
CE	12	0,2

Especial *Jornal do Brasil* 2003. In: Petrobras 50 ANOS.

Com base nas informações acima e considerando que o preço de um barril de óleo seja igual a R$ 108,00 e que o preço de mil m^3 de gás seja igual a R$ 0,18, julgue os itens 3 e 4, subsequentes.

3. Com a representação matricial $A = \begin{bmatrix} 1.274 & 17 \\ 20 & 0,2 \\ 12 & 0,2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 108 \\ 0,18 \end{bmatrix}$ os elementos do produto A · B representam os valores monetários da produção conjunta diária de óleo e gás de cada estado.

4. Em agosto de 2003, o valor da produção diária de óleo e de gás no estado do Rio de Janeiro foi mais de 30 vezes superior à soma dos valores das produções de óleo e de gás nos estados do Espírito Santo e do Ceará.

Gabarito: 1. d; 2. a; 3. c; 4. c.

Capítulo 7

Análise Combinatória

É o conjunto de preceitos que permitem formar grupos distintos constituídos por um número finito de objetos denominados elementos, agrupando-os sob condições estipuladas, e calcular o número desses grupos formados. Esses grupos são chamados de grupos combinatórios e sua formação é regida basicamente pelo princípio fundamental da contagem. Entre eles, destacam-se os arranjos, as permutações e as combinações simples.

7.1. Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo

Segundo o Princípio Fundamental da Contagem (ou Princípio Multiplicativo), dados dois eventos A e B, que podem ocorrer respectivamente de p e q maneiras diferentes, então o total de possibilidades de que o evento B ocorra subsequentemente ao evento A é dado por $p.q$. É a partir desse princípio que se baseiam os cálculos de análise combinatória.

7.2. Fatorial de um número

O fatorial $n!$ de um número $n \in \mathbb{N}$ é dado por $n! = n \,.\, (n-1) \,.\, (n-2) \ldots 3 \,.\, 2 \,.\, 1$, sendo, por definição

$$0! = 1$$

e

$$1! = 1.$$

Exemplos:

a) $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

b) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

7.3. Arranjo Simples

Um *arranjo simples* é uma sequência ordenada de k elementos distintos de um conjunto. Importa a ordem dos elementos. Por exemplo, 23 e 32 são números diferentes.

Nessas condições, o número de arranjos simples é dado por

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

onde

n = número total de elementos

p = grupos dos elementos disponíveis

Exemplo: Quantos números de dois algarismos distintos podemos formar com os algarismos 5, 7 e 9?

Solução:

Neste caso, o número total de elementos é $n = 3$ (algarismos 5, 7 e 9) e eles serão arranjados em grupos de $p = 2$ elementos. Temos então $A_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)!}$

$$\Rightarrow A_{3,2} = 3 \cdot 2$$

$$\Rightarrow A_{3,2} = 6 \text{ números distintos.}$$

De modo prático, comprovando o resultado obtido, temos os números abaixo formados:

- iniciando-se com 5: **57** e **59**;
- iniciando-se com 7: **75** e **79**;
- iniciando-se com 9: **95** e **97**.

7.4. Permutação Simples

São todos os grupos de n elementos distintos em que entram os n elementos de uma vez, diferindo os grupos entre si pela ordem de colocação dos elementos. Podemos, assim, dizer que uma permutação simples é equivalente a um arranjo simples onde $n = p$.

Nestas condições, o número P_n de permutações distintas de n elementos é dado por $P_n = n!$

Exemplos:

a) Calcule P_5.

Solução:

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

b) Quantos números de quatro algarismos distintos podemos formar com os algarismos 5, 6, 7 e 8?

Solução:

Como devemos permutar os quatro algarismos entre si, sem repetição e havendo interesse na ordem formada, trata-se de um problema de permutação. Temos então $P_5 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

De modo prático, comprovando o resultado obtido, temos os números formados abaixo:

- iniciando-se com 5: **5678**, **5687**, **5768**, **5786**, **5867**, **5876**; • iniciando-se com 6: **6578**, **6587**, **6758**, **6785**, **6857**, **6875**; • iniciando-se com 7: **7568**, **7586**, **7658**, 7685, 7856, 7865; • iniciando-se com 8: **8567**, **8576**, **8657**, **8675**, **8756**, **8765**.

7.5. Combinação Simples

São todos os grupos de *p* elementos distintos (obtidos a partir de um conjunto de *n* elementos) que diferem entre si apenas pela espécie dos elementos contidos em cada grupo. Podemos, assim, dizer que na combinação não importa a ordem dos elementos. Nestas condições, o número de combinações é dado por $C_{n,p} = \dfrac{n!}{(n-p)!\,p!}$ ou $C_{n,p} = \dfrac{A_{n,p}}{p!}$

Exemplo: Quantos tipos diferentes de saladas com três frutas podemos formar utilizando banana, maçã, pera e uva?

Solução:

Diferentemente dos problemas de formação de números dos exemplos anteriores, não há interesse por ordenamento quando estamos formando saladas pois as frutas na verdade serão misturadas (formar uma salada de *banana*, *maçã* e *pera* é o mesmo que formar uma salada de *pera*, *maçã* e *banana*). Assim, este é um problema de combinação simples, com $n = 4$ e $p = 2$. Passamos a ter $C_{4,3} = \dfrac{A_{4,3}}{3!}$

$$\Rightarrow C_{4,3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2}$$

$$\Rightarrow C_{4,3} = 4 \text{ tipos diferentes de salada.}$$

De modo prático, confirmando o resultado obtido, temos as saladas formadas: **BMP**, **BMU**, **BPU** e **MPU** (banana – **B**; maçã – **M**; pera – **P**; uva – **U**).

7.6. Permutações Circulares

O número de permutações circulares PC_n de *n* elementos distintos é dado por $PC_n = (n-1)!$

(v. item 7.7, questão resolvida nº 11).

7.7. Questões Resolvidas

1. Para ir a uma festa, uma pessoa veste um par de sapatos, uma calça e uma camisa. De quantas maneiras diferentes esta pessoa pode ir vestida a uma festa se ela dispõe de 2 pares de sapatos, 3 calças e 3 camisas?
   a) 18
   b) 20
   c) 22
   d) 24
   e) 26

Solução:

Pelo princípio fundamental da contagem, temos $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ possibilidades diferentes.

Gabarito: letra A

2. Em uma corrida com 10 participantes de quantas maneiras podem ser obtidos os três primeiros lugares?

a) 700
b) 710
c) 720
d) 730
e) 740

Solução:

Pelo princípio fundamental da contagem, temos $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ maneiras diferentes.

Gabarito: letra C

3. De uma cidade A para uma cidade B há 3 caminhos e de B para C 4 caminhos. De quantas maneiras podemos ir de A até C e voltar sem passar pelo mesmo caminho de ida?

a) 23
b) 32
c) 130
d) 132
e) 140

Solução:

Ida : 4x3 =12

Volta : 11 caminhos

Total : 12x11 = 132 possibilidades

Gabarito: letra D

4. (Atendente Comercial – Correios – ESPP – 2008) A quantidade de números de 3 algarismos distintos que podemos formar com 1, 3 e 6 é: a) 1

b) 3
c) 5
d) 6

Solução:

É um problema de permutação, pois os grupos combinatórios serão compostos a partir de 3 elementos (os algarismos 1, 3 e 6), fazendo parte dos grupos os 3 elementos ao mesmo tempo.

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Gabarito: letra D

5. Dados 8 pontos não colineares, quantos segmentos de reta podemos formar?

a) 56

b) 50

c) 20

d) 28

e) 22

Solução:

Pontos não alinhados: cada ponto forma 7 retas. Então: 8x7 =56 dividir por 2 para retirar o vínculo de ida e volta , logo 56: 2 = 28 possibilidades.

Gabarito: letra D

6. (Assistente Administrativo – Correios – Intelectus – 2006) No Concurso da Quina da Caixa Econômica Federal pode-se fazer aposta de 5, 6, 7 e 8 números. Preenchendo um cartão com 8 números o apostador concorrerá ao prêmio com: a) 52 quinas;

b) 53 quinas;

c) 54 quinas;

d) 55 quinas;

e) 56 quinas.

Solução:

Trata-se de um problema de combinação simples, pois dado o número $n = 8$ de números (dezenas) escolhidos(as) pelo apostador, apenas $p = 5$ serão sorteados pela Caixa Econômica, não importando a sequência de sorteio. Assim, o número de combinações com a qual o apostador concorre é $C_{8,5} = \dfrac{A_{8,5}}{5!}$

$$C_{8,5} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1},$$

que resulta em

$$C_{8,5} = 56.$$

Gabarito: letra E

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2007) Julgue os itens de 6 a 11 quanto aos princípios de contagem.

7. Considere que, para ter acesso à sua conta corrente via Internet, um correntista do BB deve cadastrar uma senha de 8 dígitos, que devem ser escolhidos entre os algarismos de 0 a 9. Se o correntista decidir que todos os algarismos de sua senha serão diferentes, então o número de escolhas distintas que ele terá para essa senha é igual a 8!.

Solução:

Os casos como este, em que devemos formar senhas sem repetição de algarismos e em que mudança na ordem dos algarismos implica novas senhas, dizem respeito a Arranjos Simples. Neste caso, com $n = 9$ e $p = 8$, o número de escolhas distintas será dado por $A_{9,8} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$, que não é equivalente a 8!.

Gabarito: item ERRADO

8. Considere que o BB oferece cartões de crédito Visa e Mastercard, sendo oferecidas 5 modalidades diferentes de cartão de cada uma dessas empresas. Desse modo, se um cidadão desejar adquirir um cartão Visa e um Mastercard, ele terá menos de 20 possíveis escolhas distintas.

Solução:

Para cada cartão Visa que o cidadão escolher, ele terá outras 5 alternativas para escolher o cartão Mastercard. Como ele tem 5 modalidades de cartão Visa, tem-se um total de $5 \cdot 5 = 25$ possibilidades
e o item está errado.

Gabarito: item ERRADO

9. Sabe-se que no BB há 9 vice-presidências e 22 diretorias. Nessa situação, a quantidade de comissões que é possível formar, constituídas por 3 vice-presidentes e 3 diretores, é superior a 10^5.

Solução:

Esta questão é sobre combinações simples, pois, em comissões, além de não haver repetição de elementos, não há interesse pela ordem como em questões que envolvem formação de números ou senhas bancárias.

A quantidade de maneiras distintas pelas quais podemos selecionar os vice-presidentes, com $n = 9$ e $p = 3$, é dada por $C_{9,3} = \frac{A_{9,3}}{3!}$

$$\Rightarrow C_{9,3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3!}$$

$$\Rightarrow C_{9,3} = 84.$$

Já a quantidade de maneiras distintas pelas quais podemos selecionar os diretores, com $n = 22$ e $p = 3$, é dada por $C_{22,3} = \frac{A_{22,3}}{3!}$

$$\Rightarrow C_{22,3} = \frac{22 \times 21 \times 20}{3!}$$

$$\Rightarrow C_{9,3} = 1540.$$

Para cada possibilidade de selecionar três vice-presidentes, temos então 1.540

possibilidades de escolhas de três diretores. Como temos 84 possibilidades de seleção de três vice-presidentes, passamos a ter um total de $84 \cdot 1540 = 129.360$ possibilidades.

Sabendo que $10^5 = 100.000$, chegamos à conclusão de que o item está certo.

Gabarito: item CORRETO

10. Considere que 7 tarefas devam ser distribuídas entre 3 funcionários de uma repartição de modo que o funcionário mais recentemente contratado receba 3 tarefas, e os demais, 2 tarefas cada um. Nessa situação, sabendo-se que a mesma tarefa não será atribuída a mais de um funcionário, é correto concluir que o chefe da repartição dispõe de menos de 120 maneiras diferentes para distribuir essas tarefas.

Solução:

Vamos chamar o funcionário "mais recentemente contratado" de funcionário 1, e os outros, de funcionários 2 e 3.

Para o funcionário número 1, serão atribuídas 3 das 7 tarefas existentes. Como não há interesse pela ordem neste tipo de problema, então o número total de maneiras existentes será dado por uma combinação simples de 7 tarefas em grupos de 3 ($n = 7$ e $p = 3$), logo $C_{7,3} = \dfrac{7 \times 6 \times 5}{3!}$

$$C_{7,3} = 35$$

(maneiras distintas de atribuir tarefas ao funcionário 1).

Mas, para cada maneira de atribuirmos as tarefas do funcionário número 1, sobram 4 tarefas pendentes para serem combinadas em grupos de duas tarefas para o funcionário número 2 ($n = 4$ e $p = 2$), o que resulta em $C_{4,2} = \dfrac{4 \times 3}{2!}$

$$C_{4,2} = 6$$

(maneiras distintas de atribuir tarefas ao funcionário 2).

Para o funcionário número 3, sobram duas tarefas para serem combinadas em grupos de exatamente duas tarefas. Neste ponto já sabemos que só há uma possibilidade para o funcionário 3, ou seja, o funcionário 3 só tem uma alternativa, a de fazer o que não foi estipulado para os funcionários 1 e 2. Neste caso, $C_{2,2} = \dfrac{2 \times 1}{2!}$

$$C_{2,2} = 1$$

(maneiras distintas de atribuir tarefas ao funcionário 2).

Pelo princípio fundamental da contagem, devemos fazer a multiplicação de todas as possibilidades, de modo que temos $35 \cdot 6 \cdot 1 = 210$ possibilidades,
que é correspondente a mais de 120 possibilidades. O item está errado.

Gabarito: item ERRADO

11. Uma mesa circular tem seus 6 lugares que serão ocupados pelos 6 participantes de uma reunião. Nessa situação, o número de formas diferentes para se ocupar esses lugares com os participantes da reunião é superior a 10^2.

Solução:

Trata-se de um problema de permutações circulares. O número total de permutações circulares de 6 elementos PC_6 é dado por $PC_6 = (6 - 1)!$

$$PC_6 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\Rightarrow PC_6 = 120$$

e o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

12. Um correntista do BB deseja fazer um único investimento no mercado financeiro, que poderá ser em uma das 6 modalidades de caderneta de poupança ou em um dos 3 fundos de investimento que permitem aplicações iniciais de pelo menos R$ 200,00. Nessa situação, o número de opções de investimento desse correntista é inferior a 12.

Solução:

Temos então, para a caderneta de poupança, 6 possibilidades e para fundos de investimentos, 3 possibilidades. Note que neste caso não é pertinente dizer que "para cada" investimento em poupança haverá um investimento em fundos. Assim, o vocábulo "ou" sugere que as duas quantidades devem ser somadas, de modo que existem no total 6 + 3 = 9 possiblidades de opções de investimento para o correntista, logo o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

13. (Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Certa pizzaria oferece aos clientes cinco tipos de cobertura (presunto, calabresa, frango, cebola e azeitona) para serem acrescentadas ao queijo. Os clientes podem escolher uma, duas ou três coberturas. João quer cebola em sua pizza, mas ainda não decidiu se colocará, ou não, outras coberturas. Considerando-se essas informações, de quantos modos distintos João poderá "montar" sua pizza?

a) 10
b) 11
c) 15
d) 16
e) 24

Solução:

Trata-se de um problema de combinação simples, pois as coberturas possíveis poderão ser dispostas isoladamente ou em grupos de duas ou três, não importando a sequência. Em outras palavras, significa que colocar cebola e calabresa produz o mesmo efeito de colocar calabresa e cebola, ou seja, que não há interesse por uma ordem específica, contrastando com problemas em que devemos formar números a partir de algarismos (por exemplo, em que formar o número 14 será diferente de formar número 41, e outros casos similares).

Já que o cliente pode escolher entre uma, duas ou três coberturas, temos os seguintes casos possíveis: a) se João quiser apenas uma cobertura, ele escolherá colocar cebola, logo terá apenas uma opção.

b) se João quiser duas coberturas, ele terá cebola mais outra cobertura, o que lhe dá mais quatro opções possíveis.

c) se João quiser três coberturas, ele terá cebola mais duas coberturas, e para descobrirmos o número de opções possíveis neste caso teremos que fazer a combinação das quatro cobertura restantes ($n = 4$) em grupos de duas coberturas ($p = 2$), pois cebola já foi escolhida. Assim, temos $C_{4,2} = \dfrac{A_{4,2}}{2!}$

$$\Rightarrow C_{4,2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6.$$

Somando todas as opções (para uma, duas *ou* três coberturas), temos

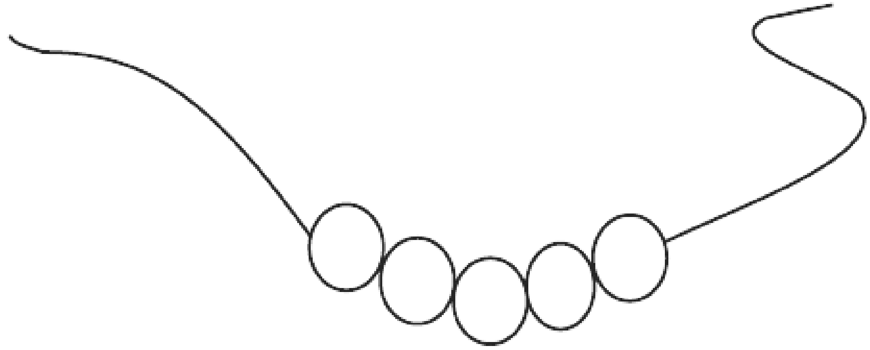
$$1 + 4 + 6 = 1.$$

Gabarito: letra B

7.8. Questões Propostas

1. **(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2012) Certa empresa identifica as diferentes peças que produz utilizando códigos numéricos compostos de 5 dígitos, mantendo, sempre, o seguinte padrão: os dois últimos dígitos de cada código são iguais entre si, mas diferentes dos demais. Por exemplo, o código "03344" é válido, já o código "34544", não. Quantos códigos diferentes podem ser criados?**
   a) 3.312
   b) 4.608
   c) 5.040
   d) 7.000
   e) 7.290

2. **(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Em uma fábrica de bijuterias são produzidos colares enfeitados com cinco contas de mesmo tamanho dispostas lado a lado, como mostra a figura.**



As contas estão disponíveis em 8 cores diferentes. De quantos modos distintos é possível escolher as cinco contas para compor um colar, se a primeira e a última contas devem ser da mesma cor, a segunda e a penúltima contas devem ser da mesma cor e duas contas consecutivas devem ser de cores diferentes?

a) 336
b) 392
c) 448
d) 556
e) 612

3. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011) Em um setor de uma empresa, trabalham 3 geólogos e 4 engenheiros. Quantas comissões diferentes de 3 pessoas podem ser formadas com, pelo menos, 1 geólogo?

a) 28
b) 31
c) 36
d) 45
e) 60

4. (Assistente Administrativo – Correios – Intelectus – 2006) No Concurso da Quina da Caixa Econômica Federal pode-se fazer aposta de 5, 6, 7 e 8 números. Preenchendo um cartão com 8 números o apostador concorrerá ao prêmio com: a) 52 quinas;

b) 53 quinas;
c) 54 quinas;
d) 55 quinas;
e) 56 quinas.

5. (Técnico – Petrobras – Cespe – 2004) Julgue o item a seguir.

Considere a seguinte situação hipotética.

O gerente de uma rede de computadores, com o intuito de garantir proteção aos arquivos de seus usuários, designará, a cada um, uma senha diferente de acesso. Cada senha será composta por 5 caracteres: os dois primeiros serão letras distintas do alfabeto, e os três últimos, algarismos distintos, de 0 a 9.

Nessa situação, utilizando-se as 26 letras do alfabeto, será possível a emissão de mais de

$480 \cdot 10^3$ senhas distintas.

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008) Texto para os itens de 6 a 9.

O código de acesso exigido em transações nos caixas eletrônicos do Banco do Brasil é uma sequência de letras, gerada automaticamente pelo sistema. 4 Até o dia 17/12/2007, o código de acesso era composto por 3 letras maiúsculas. Os códigos de acessos gerados a partir de 18/12/2007 utilizam, também, sílabas de 2 letras — uma letra maiúscula seguida de uma letra minúscula. Exemplos de código de acesso no novo modelo: Ki Ca Be; Lu S Ra; T M Z.

Na situação descrita no texto, considere que o número de letras maiúsculas disponíveis para a composição dos códigos de acesso seja igual a 26, que é igual ao número de letras minúsculas.

A partir dessas informações, julgue os itens a seguir.

6. Até 17/12/2007, o número de códigos de acesso distintos, que eram compostos por exatamente 3 letras maiúsculas e que podiam ser gerados pelo sistema do Banco do Brasil para transações nos caixas eletrônicos, era inferior a $18 \cdot 10^3$.

7. Se um cliente do Banco do Brasil decidir formar seu código de acesso com 3 letras maiúsculas usando somente as 4 letras iniciais de seu nome, então ele terá, no máximo, 12 escolhas de código.

8. É superior a $18 \cdot 10^7$ a quantidade de códigos de acesso compostos por 3 sílabas de 2 letras, nos quais cada sílaba é formada por exatamente 1 letra maiúscula e 1 letra minúscula nessa ordem, não havendo repetições de qualquer uma das letras em um mesmo código.

9. Considere que um cliente do Banco do Brasil deseje que seu código de acesso comece com a sílaba Lu e que cada uma das outras duas posições tenha apenas 1 letra maiúscula, distinta das demais, incluindo-se as letras L e u. Nesse caso, esse cliente terá menos de 600 escolhas de código.

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008) Ao visitar o portal do Banco do Brasil, os clientes do Banco do Brasil Estilo podem verificar que, atualmente, há 12 tipos diferentes de fundos de investimento Estilo à sua disposição, listados em uma tabela. Com respeito à quantidade e diversidade de fundos disponíveis, julgue os itens 9 a 12, subsequentes.

10. Um cliente do Banco do Brasil Estilo que decidir escolher 3 fundos diferentes para realizar seus investimentos terá, no máximo, 13.200 escolhas distintas.

11. Se o Banco do Brasil decidir oferecer os fundos de investimento Estilo em 4 pacotes, de modo que cada pacote contemple 3 fundos diferentes, então a quantidade de maneiras distintas para se montar esses pacotes será superior a 350 mil.

12. Considere que, entre os fundos de investimento Estilo, haja 3 fundos classificados como de renda fixa, 5 fundos classificados como de multimercado, 3 fundos de ações e 1 fundo referenciado. Considere, ainda, que, no portal do Banco do Brasil, esses fundos sejam exibidos em uma coluna, de modo que os fundos de mesma classificação aparecem juntos em sequência. Sendo assim, a quantidade de maneiras diferentes que essa coluna pode ser formada é inferior a 4.500.

13. Considere que os 12 fundos Estilo mencionados sejam assim distribuídos: 1 fundo referenciado, que é representado pela letra A; 3 fundos de renda fixa indistinguíveis, cada um representado pela letra B; 5 fundos multimercado indistinguíveis, cada um representado pela letra C; e 3 fundos de ações indistinguíveis, cada um representado pela letra D. Dessa forma, o número de escolhas distintas que o banco dispõe para listar em coluna esses 12 fundos, utilizando-se apenas suas letras de representação — A, B, C e D —, é inferior a 120 mil.

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008) A Associação dos Correspondentes de Imprensa Estrangeira no Brasil (ACIE) organiza, pelo quinto ano consecutivo, o Prêmio e Mostra ACIE de Cinema. Os filmes indicados serão seguidos pela votação de aproximadamente 250 correspondentes afiliados às associações de correspondentes do Rio de Janeiro, de São Paulo e de Brasília. Os vencedores serão escolhidos nas categorias Melhor Filme (ficção), Melhor Documentário, Melhor Diretor, Melhor Roteiro, Melhor Ator, Melhor Atriz, Melhor Fotografia e Melhor Filme Júri Popular.

Internet: <www.bb.gov.br> (com adaptações).

A partir da organização do texto acima e considerando os princípios de contagem, julgue os itens 14, 15 e 16, subsequentes.

14. Suponha que determinado correspondente esteja designado para votar apenas nas categorias Melhor Filme (ficção) e Melhor Documentário e que as quantidades de filmes concorrentes em cada uma dessas categorias sejam 8 e 3, respectivamente. Nessa situação, votando em apenas um filme de cada categoria, esse correspondente poderá votar de mais 20 maneiras distintas.

15. Caso se deseje escolher, entre os 50 correspondentes mais antigos, 3 para constituírem uma comissão consultiva especial, haverá menos de 20 mil maneiras possíveis para se formar essa comissão.

16. Se, em determinada edição do Prêmio e Mostra ACIE de Cinema, forem inscritos 13 filmes em uma mesma categoria, nesse caso, a quantidade de maneiras de se fazer a indicação de 3 desses filmes, sendo um deles em 1º lugar, outro em 2º lugar e outro em 3º lugar, será inferior a $2 \cdot 10^3$.

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008) Julgue os itens que se seguem, a respeito de contagem.

17. Ao se listar todas as possíveis permutações das 13 letras da palavra PROVAVELMENTE, incluindo-se as repetições, a quantidade de vezes que esta palavra aparece é igual a 6.

18. Com as letras da palavra TROCAS é possível construir mais de 300 pares distintos de letras.

19. A quantidade de permutações distintas que podem ser formadas com as 7 letras da palavra REPETIR, que começam e terminam com R, é igual a 60.

20. Caso as senhas de acesso dos clientes aos caixas eletrônicos de certa instituição bancária contenham 3 letras das 26 do alfabeto, admitindo-se repetição, nesse caso, a quantidade dessas senhas que têm letras repetidas é superior a $2 \cdot 10^3$.

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2007) O número de países representados nos Jogos Pan-Americanos realizados no Rio de Janeiro foi 42, sendo 8 países da América Central, 3 da América do Norte, 12 da América do Sul e 19 do Caribe. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

21. Considerando-se apenas os países da América do Norte e da América Central participantes dos Jogos Pan-Americanos, a quantidade de comitês de 5 países que poderiam ser constituídos contendo pelo menos 3 países da América Central é inferior a 180.

22. Considerando-se que, em determinada modalidade esportiva, havia exatamente 1 atleta de cada país da América do Sul participante dos Jogos Pan-Americanos, então o número de possibilidades distintas de dois atletas desse continente competirem entre si é igual a 66.

23. Se determinada modalidade esportiva foi disputada por apenas 3 atletas, sendo 1 de cada país da América do Norte participante dos Jogos Pan-Americanos, então o número de possibilidades diferentes de classificação no 1º, 2º e 3º lugares foi igual a 6.

24. Há, no máximo, 419 maneiras distintas de se constituir um comitê com representantes de 7 países diferentes participantes dos Jogos Pan-Americanos, sendo 3 da América do Sul, 2 da América Central e 2 do Caribe.

25. (Escriturário – Banco do Brasil – Cesgranrio – 2010) Uma urna contém 5 bolas amarelas, 6 bolas azuis e 7 bolas verdes. Cinco bolas são aleatoriamente escolhidas desta urna, sem reposição. A probabilidade de selecionar, no mínimo, uma bola de cada cor é a) $1-\dfrac{\binom{13}{5}+\binom{12}{5}+\binom{11}{5}-\binom{7}{5}-\binom{6}{5}-\binom{5}{5}}{\binom{18}{5}}$

b) $\dfrac{\binom{13}{5}+\binom{12}{5}+\binom{11}{5}-\binom{7}{5}-\binom{6}{5}-\binom{5}{5}}{\binom{18}{5}}$

c) $\dfrac{\binom{13}{5}+\binom{12}{5}+\binom{11}{5}}{\binom{18}{5}}-1$

d) $\dfrac{\binom{13}{5}+\binom{12}{5}+\binom{11}{5}}{\binom{18}{5}}$

e) $1-\dfrac{\binom{13}{5}+\binom{12}{5}+\binom{11}{5}}{\binom{18}{5}}$

26. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Um treinador de futebol dispõe de 3 goleiros, 5 atacantes, 6 jogadores de meio de campo e 4 zagueiros para compor um time de 11 jogadores. Se o time será composto por 1 goleiro, 3 atacantes, 5 jogadores de meio de campo e 2 zagueiros, de quantos modos diferentes esse time poderá ser montado?

a) 25
b) 120
c) 360
d) 745
e) 1080

Gabarito: 1. e; 2. b; 3. b; 4. e; 5. e; 6. c; 7. e; 8. e; 9. c; 10. e; 11. c; 12. e; 13. c; 14. e; 15. c; 16. c; 17. e; 18. e; 19. c; 20. e; 21. e; 22. c; 23. c; 24. e; 25. a; 26. e.

Capítulo 8
Probabilidades e Noções de Estatística

8.1. Probabilidades

Espaço amostral

É o conjunto de todos os possíveis resultados de uma experiência aleatória. Será representado pela letra grega ômega (Ω). O número de elementos do espaço amostral será designado por $n(\Omega)$.

Exemplos:

a) Quando lançamos uma moeda, então o conjunto dos possíveis resultados será Ω = {cara, coroa}. Neste caso, $n(\Omega) = 2$.

b) Quando lançamos um dado de seis faces, então temos $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Neste caso, $n(\Omega) = 6$.

Evento

Um evento E é um subconjunto qualquer de Ω, ou seja, *todos*, *nenhum* ou *uma parte* dos elementos de Ω formará o conjunto E, variando de acordo com o que é pedido em cada problema. O número de elementos de um evento E será designado por $n(E)$.

Exemplos:

a) Seja o evento E a obtenção da face coroa como resultado do lançamento de uma moeda. Temos então a representação do evento E = {coroa}. Neste caso, $n(E) = 1$.

b) Seja o evento E a obtenção de números pares no lançamento de um dado de seis faces. Neste caso, $E = \{2, 4, 6\}$. Neste caso, $n(E) = 3$.

Medida de probabilidade de um Evento

A medida de probabilidade de um evento E é a razão entre o número de elementos do evento E, designado por $n(E)$, e o número de elementos do espaço amostral Ω, designado por $n(\Omega)$. A probabilidade de um evento E será representada por $P(E)$. Assim,

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}.$$

Também podemos interpretar $n(E)$ como o número de resultado ditos *favoráveis* e $n(\Omega)$ como o número de resultados *possíveis* (ou seja, de todo o espaço amostral).

Evento complementar

O evento complementar $\bar{E}$ de um evento E, é o evento tal que a união de $\bar{E}$ e E resulta no espaço amostral, ou seja, $E \cup \bar{E} = \Omega$.

Vale lembrar que $E \cap \bar{E} = \varnothing$ e, portanto, em termos de probabilidades, temos $P(E) + P(E) = 1$.

Isto significa dizer que a união dos eventos $\bar{E}$ e E possui como probabilidade o campo da certeza, ou seja, 100%.

Eventos cuja intersecção é não vazia

A solução de problemas que envolvem a descrição de eventos cuja intersecção não é um conjunto vazio também segue a teoria de conjuntos. Vejamos a solução de duas questões de concurso que não envolvem diretamente o conteúdo de probabilidade, mas que serão úteis para a solução de problemas envolvendo eventos cuja intersecção é não vazia.

Exemplo 1:

(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Mil pessoas responderam a uma pesquisa sobre a frequência do uso de automóvel. Oitocentas e dez pessoas disseram utilizar automóvel em dias de semana, 880 afirmaram que utilizam automóvel nos finais de semana e 90 disseram que não utilizam automóveis. Do total de entrevistados, quantas pessoas afirmaram que utilizam automóvel durante a semana e, também, nos fins de semana?

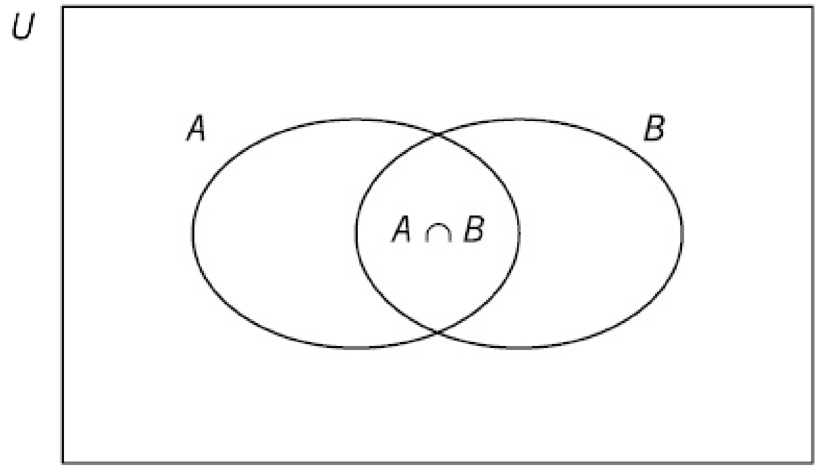
a) 580
b) 610
c) 690
d) 710
e) 780

Solução:

Sejam

U: o conjunto universo;
A: o conjunto das pessoas que usam o carro nos dias da semana;
B: o conjunto das pessoas que usam o carro nos finais de semana;
$A \cap B$: o conjunto intersecção entre os conjuntos A e B; $A \cup B$: o conjunto-união de A com B.

Quando quisermos representar o número de elementos de um conjunto qualquer utilizaremos $n(\cdot)$, substituindo o ponto entre parênteses pelo conjunto do qual queremos indicar o número de elementos, como por exemplo $n(A)$ indica o número de elementos do conjunto A e $n(A \cap B)$ indica o número de elementos da intersecção de A e B. Assim, temos $n(A) = 810$, $n(B) = 880$ e estamos procurando $n(A \cap B)$. Tais conjuntos podem ser representados pelo diagrama abaixo.



Neste caso, o total de pessoas entrevistadas corresponde ao número de elementos do conjunto universo, ou seja, $n(U) = 1000$. No entanto, 90 pessoas não utilizam carro. Então, ao tratarmos da união de A com B, devemos excluir estas pessoas, de modo que $n(A \cup B) = 1000 - 90$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 910$$

Da teoria de conjuntos, temos

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ e substituindo os valores já mencionados, passamos a ter

$$910 = 810 + 880 - n(A \cap B) \; n(A \cap B) = 1690 - 910$$

$$\Rightarrow \boxed{n(A \cap B) = 780}.$$

Gabarito: letra E

Exemplo 2:

(Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Em um grupo de 48 pessoas, 9 não têm filhos. Dentre as pessoas que têm filhos, 32 têm menos de 4 filhos e 12, mais de 2 filhos. Nesse grupo, quantas pessoas têm 3 filhos?

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

Solução:

Sabemos que o conjunto universo terá $n(U) = 48$ pessoas, mas para determinar $n(A \cup B)$, devemos subtrair de $n(U)$ as pessoas que não têm filhos. Então $n(A \cup B) = 48 - 9$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 39.$$

Para tratarmos do problema, vamos chamar $n(A)$ o número de pessoas que têm menos de 4 filhos (ou seja, 1, 2, ou 3 filhos) e $n(B)$ o número de pessoas que têm mais de 2 filhos (ou seja, 3 ou mais filhos). Logo, o conjunto intersecção será o número de pessoas que têm exatamente 3 filhos.

Da mesma forma que o exemplo anterior,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 39 = 32 + 12 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 44 - 39$$

$$\Rightarrow \boxed{n(A \cap B) = 5}.$$

Gabarito: letra B

Tente agora resolver o exemplo 3.

Exemplo 3:

(Técnico – Petrobrás – Cesgranrio – 2011) Conversando com os 45 alunos da primeira série de um colégio, o professor de educação física verificou que 36 alunos jogam futebol, e 14 jogam vôlei, sendo que 4 alunos não jogam nem futebol nem vôlei. O número de alunos que jogam tanto futebol quanto vôlei é:

a) 5
b) 7
c) 9
d) 11
e) 13

Gabarito: letra C

Vejamos agora o exemplo 4, em que se usa os conceitos de probabilidade com operações de união e intersecção, mas agora com três conjuntos (eventos).

Exemplo 4:

(Escriturário – Banco do Brasil – FCC – 2010) Em um banco, qualquer funcionário da carreira de Auditor é formado em pelo menos um dos cursos: Administração, Ciências Contábeis e Economia. Um levantamento forneceu as informações de que:

I. 50% dos Auditores são formados em Administração, 60% são formados em Ciências Contábeis e 48% são formados em Economia.

II. 20% dos Auditores são formados em Administração e Ciências Contábeis.

III. 10% dos Auditores são formados em Administração e Economia.

IV. 30% dos Auditores são formados em Ciências Contábeis e Economia.

Escolhendo aleatoriamente um Auditor deste banco, a probabilidade de ele ser formado em pelo menos dois daqueles cursos citados é:

a) 58%;
b) 56%;
c) 54%;
d) 52%;
e) 48%.

Solução:

Para três conjuntos A, B e C, a fórmula que relaciona o número de elementos dos conjuntos com o número de elementos da união e da intersecção se torna $n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.

Em termos de eventos A, B e C e suas probabilidades, passamos a ter uma fórmula praticamente idêntica à anterior, mas com a interpretação das probabilidades e acontecimentos de eventos aleatórios, que é $p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$.

Vamos chamar os eventos:

- A – escolha aleatória de um Auditor formado em Administração;
- B – escolha aleatória de um Auditor formado em Ciências Contábeis; e
- C – escolha aleatória de um Auditor formado em Economia.

(Lembre-se de que “ser formado em uma determinado curso” não é o mesmo que “ser formado ***apenas*** em determinado curso”. Ou seja, o conjunto A não inclui somente aqueles que são formados ***apenas*** em Administração, mas também aqueles formados em Administração e mais um ou dois cursos.) Considere também as respectivas intersecções de eventos:

- $A \cap B$ – escolha aleatória de um Auditor formado ao mesmo tempo em Administração e Ciências Contábeis; • $A \cap C$ – escolha aleatória de um Auditor formado ao mesmo tempo em Administração e Economia; • $B \cap C$ – escolha aleatória de um Auditor formado ao mesmo tempo em Ciências Contábeis e Economia; e • $A \cap B \cap C$ – escolha aleatória de um Auditor formado ao mesmo tempo nos três cursos do problema.

Então, pelos dados do enunciado, temos $p(A) = 50\%$, $p(B) = 60\%$, $p(C) = 48\%$, $p(A \cap B) = 20\%$, $p(A \cap C) = 10\%$, $p(B \cap C) = 30\%$. A probabilidade total é $p(A \cup B \cup C) = 100\%$ (ou seja, se selecionarmos aleatoriamente qualquer um dos auditores do banco, ele ***sempre*** será formado em um dos três cursos ***ou*** dois ***ou*** três deles).

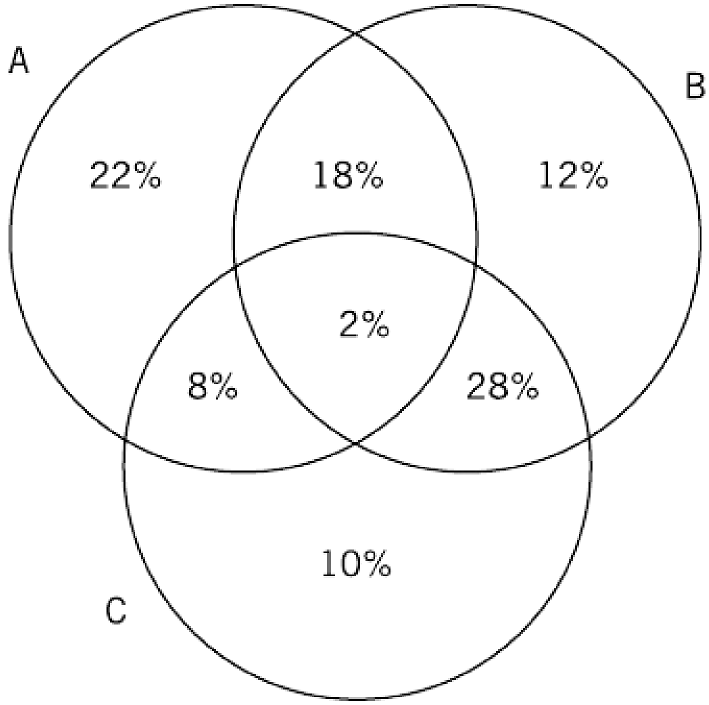
Para determinarmos a probabilidade procurada $p(A \cap B \cap C)$ voltamos à fórmula $p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) +$
$p(A \cap B \cap C)$ que, com a substituição dos valores resulta em

$$100\% = \underbrace{50\% + 60\% + 48\%}_{158\%}\underbrace{-20\% - 10\% - 30\%}_{-60\%} + p(A \cap B \cap C)$$

$$\Rightarrow p(A \cap B \cap C) = 100\% - 98\%$$

$$\Rightarrow p(A \cap B \cap C) = 2\%$$

e assim podemos completar o diagrama representativo com todas as probabilidades, mostrado na figura abaixo, fazendo as devidas subtrações, partindo do centro. Por exemplo, achamos 8% à esquerda do gráfico, pois fazemos $p(A \cap C) - 2\% = 10\% - 2\% = 8\%$ e assim por diante.



Observe que, por exemplo, $p(B)$ = 18% + 2% + 12% + 28% = 60%, $p(A \cap B)$ = 18% + 2% = 20%, e assim por diante, confirmando os dados do enunciado.

Finalmente, para determinarmos a probabilidade de selecionarmos ao acaso um Auditor que seja formado em pelo menos dois cursos, devemos somar as probabilidades de todas os campos relacionados às intersecções, quais sejam 18%, 2%, 8% e 28%, de modo que a probabilidade pedida na questão é equivalente a 18% + 2% + 8% + 28% = 56%.

Gabarito: letra B

8.2. Noções de Estatística

Média aritmética

Podemos representar a média por $\bar{x}$. De maneira geral, para um conjunto de n dados, a média aritmética simples será dada por $\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$, onde, para efeito de simplificação de notação, ΣX representa a soma dos dados, para dados não agrupados.

Exemplo: Cinco alunos de um grupo de estudos obtiveram notas em matemática equivalentes a 5, 8, 7, 8 e 10. Tais dados não se encontram agrupados e a média aritmética simples será dada por $\bar{X} = \frac{5+8+7+8+10}{5}$, que resulta em

$$\bar{x} = 7{,}6.$$

Quando os dados encontram-se agrupados em classes, os cálculos devem ser feitos conforme mostrado a seguir. Considere a tabela seguinte, que exibe as notas obtidas por 100 candidatos em um concurso público.

Classe	Faixa da nota	Número de candidatos

1	0 a 2	3
2	2 a 4	7
3	4 a 6	21
4	6 a 8	54
5	8 a 10	15

Cada linha da tabela fornece o número de candidatos que obtiveram notas em uma determinada faixa, que são as chamadas *classes*. Neste caso, para calcularmos a média, devemos fazer uma *ponderação* (atribuição de "pesos") à média aritmética simples dos intervalos de classe de acordo com o número de candidatos de cada classe.

Para a classe 1, temos como média da classe a nota 1, pois $\frac{0+2}{2}=1$, que será multiplicado por 3, que é o número de candidatos referente a esta classe. Para a classe 2, temos $\frac{2+4}{2}=3$, que será multiplicado por 7, e assim por diante, de modo que o cálculo da média será dado por $\overline{X}=\frac{(1\times3)+(3\times7)+(5\times21)+(7\times54)+(9\times15)}{100}$.

Note que o resultado é dividido pelo total de 100 alunos. Assim, a média para este grupo de dados será $\overline{x}$= 6,42.

Moda

A moda é o valor que ocorre com mais frequência, ou seja, o valor prevalente de um conjunto de dados. Significa dizer que a moda é o valor mais típico ou frequente.

Exemplo:

Para as notas dos alunos do grupo de estudos do exemplo anterior, a moda é 8, pois este é o número que ocorre com mais frequência (o número 8 ocorre duas vezes, enquanto cada um dos outros ocorre apenas uma vez).

Mediana

A mediana é o valor que divide a coleção estudada em duas partes com o mesmo número de valores observados. No caso das notas 5, 8, 7, 8 e 10, a mediana é o número 7, pois divide os valores igualmente em dois grupos: 5, 8 e 8, 10.

8.3. Questões Resolvidas

1. Ao lançarmos um dado, qual é a probabilidade de sair um número par?

Solução:

Para o evento E de obtenção de números pares no lançamento de um dado de seis faces, temos $E = \{2, 4, 6\}$ e $n(E) = 3$, conforme visto anteriormente. Já o espaço amostral é $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $n(\Omega) = 6$. Aplicando a definição de probabilidade de um evento,

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

temos $\Rightarrow P(E) = \dfrac{3}{6}$.

$$\Rightarrow P(E) = \frac{1}{2}$$

Logo, a probabilidade de ocorrência do evento E é $\dfrac{1}{2}$ ou 50%.

2. Uma moeda é viciada de modo que a probabilidade de observarmos a face cara é 3 vezes mais provável do que observarmos a face coroa. Calcule a probabilidade de sair cara num lançamento dessa moeda.

Solução:

Em um lançamento de uma moeda não viciada, a probabilidade de sair cara (evento C) é igual à probabilidade de sair a face coroa (evento K). No entanto, para a moeda viciada do problema, a probabilidade de que a face cara seja obtida é 3 vezes maior que a probabilidade de se obter a face coroa. Logo $P(C) = 3P(K)$, e daí obtemos $P(K) = \dfrac{P(C)}{3}$.

As probabilidades de se obter cara e coroa em um lançamento da moeda viciada, somadas, devem totalizar uma unidade, então $P(C) + P(K) = 1$. Substituindo o valor achado de $P(K)$ em função de $P(C)$ nesta última equação, temos $P(C) + \dfrac{P(C)}{3} = 1$, que resulta em $P(C) = 75\%$.

3. (NCE/UFRJ – IBGE – Agente de Pesquisa – 2001) Quinze caixinhas fechadas, do mesmo tamanho, são colocadas em um saco. Somente em quatro destas caixas existe uma prenda. Retirando-se do saco três caixas, sucessivamente e sem reposição, a probabilidade de *não* haver prenda em nenhuma das três caixas é, aproximadamente:

a) 0,20;

b) 0,27;

c) 0,30;

d) 0,36;

e) 0,75.

Solução:

Como só existem prendas em 4 caixas, então não existem prendas em 11 caixas. A probabilidade de retirar (sucessivamente e sem reposição) três caixas sem prendas será dada por $\dfrac{11}{15} \times \dfrac{10}{14} \times \dfrac{9}{13} \cong 0,3626$.

Logo, tal probabilidade é de aproximadamente 0,36.

Gabarito: letra D

(Cespe – Petrobras – Auxiliar de Segurança Interna – 2007) Em um torneio de futebol, 5 equipes, sendo 2 do Rio de Janeiro e 3 de São Paulo, se classificaram para disputar o título, devendo jogar uma contra a outra em turno e returno. A tabela dessa disputa será feita por sorteio e todas as equipes têm iguais condições de ser sorteadas. As duas equipes primeiramente sorteadas farão o primeiro jogo.

Com relação a essa situação, julgue os itens 4 a 7 subsequentes.

4. No primeiro sorteio, quando os nomes das 5 equipes encontram-se em uma urna, a probabilidade de que uma equipe do Rio de Janeiro seja sorteada é igual a 70% da probabilidade de que uma equipe de São Paulo seja sorteada.

Solução:

Para o primeiro jogo, seja o evento E_1 o sorteio de uma equipe do Rio de Janeiro. A probabilidade deste evento é $P(E_1) = \frac{2}{5}$, ou seja, $P(E_1) = 40\%$.

Já a probabilidade de um evento E_2, em que uma equipe de São Paulo é sorteada, é $P(E_2) = \frac{3}{5}$, ou seja, $P(E_2) = 60\%$.

Ora, 70% da probabilidade do evento E_2 corresponde a $70\% \cdot P(E_2) = 70\% \cdot 60\% = 42\%$

e não o valor de 40% mencionado no enunciado.

Gabarito: item ERRADO

5. Considere que o campeão será conhecido após um jogo final entre o campeão do primeiro turno e o campeão do segundo turno e que, em cada turno, haverá um campeão diferente. Nessa situação, a quantidade de jogos para ser conhecido o campeão do torneio é superior a 20.

Solução:

Para um turno de um torneio onde todas as equipes jogam entre si, temos uma quantidade de jogos equivalente a $\frac{n \times (n-1)}{2}$, onde n é o número de equipes. Neste caso, para $n = 5$ equipes, temos um total de $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ jogos para o turno. Para o returno, da mesma maneira, obtemos também 10 jogos. Somando o jogo da final, temos então um total de 21 jogos, e o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

6. A probabilidade de que o primeiro jogo desse torneio final seja entre duas equipes do Rio

de Janeiro é superior a 0,09.

Solução:

A probabilidade de a primeira equipe sorteada ser do Rio de Janeiro, como visto anteriormente, é de 40%. Ao fazermos o sorteio da segunda equipe para o primeiro jogo, temos apenas uma equipe do Rio de Janeiro em um total de quatro equipes, pois uma, a que já teria sido sorteada, obviamente não participará do sorteio.

Então, a probabilidade de obtermos uma segunda equipe do Rio de Janeiro será

$$\frac{1}{4} = 25\%.$$

Calculando agora a probabilidade pedida, ou seja, de que a primeira equipe seja do Rio de Janeiro *e* a segunda também (notemos que neste caso, para o *e* da formulação utilizamos o sinal de multiplicação), temos $25\% \cdot 40\% = 10\%$,
que é superior a 0,09 e o item está correto.

Gabarito: item CORRETO

7. Infere-se das informações que uma equipe do Rio de Janeiro participará, necessariamente, do segundo jogo.

Solução:

Não necessariamente, pois apesar de a probabilidade de que as duas equipes do Rio participem do 1º jogo ser baixa, elas podem ser ambas sorteadas para o primeiro jogo.

Gabarito: item ERRADO

8. (Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010)

FGV traça perfil de alunos on-line

Mulheres solteiras, com curso superior e renda até R$ 2.000,00. Esse é o perfil do brasileiro que busca aperfeiçoamento profissional gratuito na internet, como mostra levantamento feito pelo FGV on-line, de março a setembro de 2009.

Jornal *O Globo*, 3 mar. 2010.

O resultado desse levantamento é apresentado no quadro abaixo.

Perfil dos alunos	%
São mulheres	58,3
Ganham até R$ 2 mil por mês	77,7
Têm graduação	68,1
Concentram-se em SP, RJ e MG	62,8
Ocupam o cargo de analista	34,1

Considere que 2.000 pessoas participaram dessa entrevista e que, do total de pessoas que se concentram em São Paulo, Rio de Janeiro e Minas Gerais, 50% são homens. Escolhendo-se, ao acaso, um dos homens entrevistados, qual é, aproximadamente, a probabilidade de que ele seja de São Paulo, Rio de Janeiro ou Minas Gerais?

a) 75,3%.
b) 41,7%.
c) 31,4%.
d) 19,5%.
e) 10,3%.

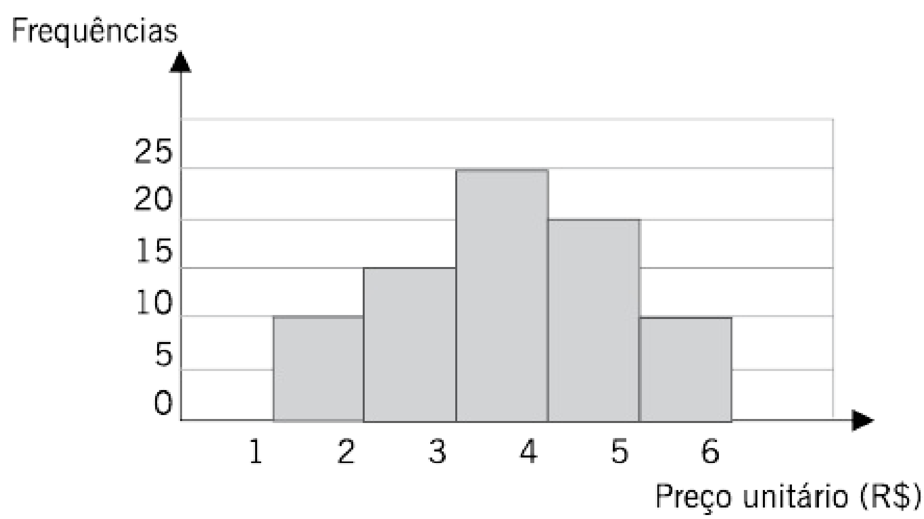
Solução:

Sendo 58,3% a porcentagem de mulheres que participaram da entrevista, a porcentagem de homens é de 100% − 58,3% = 41,7%,
o que equivale a um total de 834 homens entrevistados (41,7% de 2.000 pessoas — total de casos). Ora, a porcentagem de homens em SP, RJ e MG é 62,8% | 2 = 31,4%,
o que equivale a 628 homens concentrados em SP, RJ e MG (31,4% de 2.000 pessoas casos "favoráveis"). Seja o evento E a probabilidade de, entre os homens (total de casos), escolhermos ao acaso um que se seja de SP, RJ ou MG (casos favoráveis). Pela definição de probabilidade (casos "favoráveis" dividido pelo total de casos), obtemos $P(E) = \frac{628}{834}$

$$\Rightarrow P(E) \cong 0{,}753 = 75{,}3\%.$$

Gabarito: letra A

9. **(Administrador – DNOCS – FCC – 2010) Uma pesquisa realizada no mercado forneceu o histograma de frequências absolutas abaixo, representando a distribuição dos preços unitários de venda de determinada peça.**



Considerando os intervalos de classe fechados à esquerda e abertos à direita, é correto afirmar que: a) 20% dos preços da peça são superiores a R$ 5,00;

b) 50% dos preços da peça são maiores ou iguais a R$ 2,00 e inferiores a R$ 4,00; c) 90% dos preços da peça são superiores a R$ 2,00;

d) 35% dos preços da peça são maiores ou iguais a R$ 1,00 e inferiores a R$ 3,00; e) 80% dos preços da peça são maiores ou iguais a R$ 2,00 e inferiores a R$ 5,00.

Solução:

Inicialmente, podemos descobrir o total de registros realizados na pesquisa, somando todas as frequências absolutas, que resulta em **10 + 15 + 25 + 20 + 10 = 80**.

Sabendo que o símbolo $\vdash$ representa um intervalo fechado à esquerda e aberto à direita, vamos analisar cada uma das alternativas para resolver essa questão.

a) alternativa A

Os preços maiores ou iguais a R$ 5,00 estão representados na classe 5 $\vdash$ 6, cuja frequência absoluta é 10. Assim, a porcentagem de registros desta classe corresponde a $\frac{10}{80} = 12{,}5\%$. A alternativa A está errada.

b) alternativa B

Os preços maiores ou iguais a R$ 2,00 e inferiores a R$ 4,00 estão representados nas classes 2 $\vdash$ 3 (frequência absoluta = 15) e 3 $\vdash$ (frequência absoluta = 25), com um total de 15+ 25 = 40 registros. A porcentagem equivalente é $\frac{40}{80} = 50\%$ e a alternativa B está correta.

c) alternativa C

Os preços maiores ou iguais a R$ 2,00 são correspondentes às classes 2 $\vdash$ 3, (frequência absoluta = 15), 3 $\vdash$ 4 (frequência absoluta = 25), 4 $\vdash$ 5 (frequência absoluta = 20) e 5 $\vdash$ 6 (frequência absoluta = 10), e porcentagem corresponde a $\frac{15+25+20+10}{80} = \frac{70}{80} = 87{,}5\%$. A alternativa C está errada.

d) alternativa D

Os preços maiores ou iguais a R$ 1,00 e inferiores a R$ 3,00 correspondem às classes 1 $\vdash$ 2, (frequência absoluta = 10) e 2 $\vdash$ 3, (frequência absoluta = 15). Logo, o total de registros para estas duas classes é 10 + 15 =25 e a porcentagem correspondente é $\frac{25}{80} = 31{,}25\%$, logo a alternativa D está errada.

e) alternativa E

Os preços maiores ou iguais a R$ 2,00 e inferiores a R$ 5,00 correspondem às classes 2 $\vdash$ 3, (frequência absoluta = 15), 3 $\vdash$ 4 (frequência absoluta = 25), 4 $\vdash$ 5 (frequência absoluta = 20). Logo, o total de registros para estas três classes é de 60 e a porcentagem correspondente é $\frac{60}{80} = 75\%$, e a alternativa E está errada.

Gabarito: letra B

10. (Administrador – DNOCS – FCC – 2010) Determinada carreira profissional, em um órgão público, apresenta 5 níveis de salários com uma distribuição demonstrada no quadro abaixo.

Salários (R$)	1.500,00	2.000,00	2.500,00	3.000,00	3.500,00
Quantidade de funcionários	10	15	25	20	5

Se, com relação aos salários desta carreira profissional, Me é a média aritmética, Md a mediana e Mo a moda correspondentes, tem-se que: a) Me = Mo = Md;

b) Me > Md e Mo > Md;

c) Me > Mo e Mo = Md;

d) Me < Md e Mo > Md;

e) Me < Mo e Md = Mo.

Solução:

A média aritmética Me é dada por

$$Me = \frac{10 \times 1500 + 15 \times 2000 + 25 \times 2500 + 20 \times 3000 + 5 \times 3500}{75}$$

$$\Rightarrow Me \cong 2465{,}67.$$

Já a moda é $Mo = 2500$, que é o valor que ocorre com maior frequência. E finalmente, a mediana é $Md = 2500$, pois se agrupássemos todos os valores em uma lista, 2.500 seria o valor que divide a coleção estudada em duas partes com o mesmo número de valores observados. Desta forma, Me < Mo e Md = Mo.

Gabarito: letra E

11. (Administrador – DNOCS – FCC – 2010) Em uma empresa com 320 funcionários, 37,5% deles (Grupo A) possuem somente o ensino fundamental e 12,5% (Grupo C) possuem o ensino superior. O restante (Grupo B) possui o ensino médio completo e não o ensino superior. A média aritmética dos salários de todos os funcionários da empresa é igual a R$ 1.800,00, do Grupo A igual a R$ 800,00 e do Grupo C igual a R$ 4.000,00. Então, a média aritmética dos salários do Grupo B é igual a: a) R$ 2.000,00;

b) R$ 2.100,00;

c) R$ 2.200,00;

d) R$ 2.400,00;

e) R$ 2.800,00.

Solução:

Podemos calcular a porcentagem de funcionários que pertencem ao grupo B (funcionários que possuem o ensino médio e não o superior) fazendo 100% – 37,5% – 12,5% = 50%. Agora, com as porcentagens com pesos, podemos ponderar os salários médios de cada grupo e teremos $(37{,}5\% \cdot 800) + (50\% \cdot m_B) + (12{,}5\% \cdot 4000) = 1800$, onde m_B é a media de salários do grupo B (lembrando que R$ 800,00 é a média de salários do grupo A e que R$ 4.000,00 é a média de salários do grupo C). Resolvendo a equação anterior para m_B, passamos a ter $300 + 0{,}5m_B + 500 = 1800$

$$\Rightarrow 0{,}5m_B = 1000$$

$$\Rightarrow \boxed{m_B = 2000}.$$

Gabarito: letra A

12. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2005) João lançou dois dados perfeitos e, sem que seu irmão visse o resultado, pediu-lhe que tentasse adivinhar a diferença entre o maior e o menor dos números obtidos. O irmão de João terá mais chance de acertar, se disser que essa diferença é igual a: a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Solução:

Podemos organizar um quadro das diferenças calculadas a partir dos valores obtidos em cada um dos dados (dado 1 e dado 2). Encontram em negrito os resultados obtidos com cada um dos dados; encontram-se em itálico as diferenças entre o maior e o menor número obtido, de acordo com os resultados. Por exemplo, para uma face **3** do dado 1 e uma face **4** do dado 2, o resultado é *1*.

		Resultado do dado 2					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	1	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
	2	*1*	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
	3	*2*	*1*	*0*	*1*	*2*	*3*
Resultado do dado 1	**4**	*3*	*2*	*1*	*0*	*1*	*2*
	5	*4*	*3*	*2*	*1*	*0*	*1*
	6	*5*	*4*	*3*	*2*	*1*	*0*

A partir do quadro, temos:

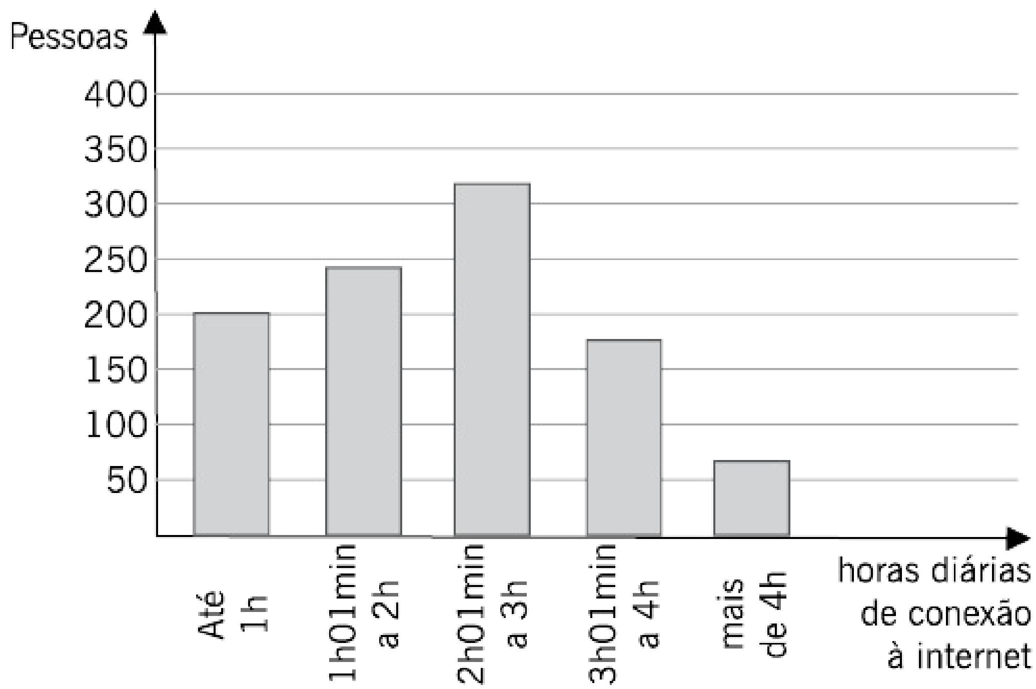
- Diferença *0* : tem-se 6 chances em 36 (probabilidade de 6/36)
- Diferença *1* : tem-se 10 chances em 36 (probabilidade de 10/36)
- Diferença *2* : tem-se 8 chances em 36 (probabilidade de 8/36)
- Diferença *3* : tem-se 6 chances em 36 (probabilidade de 6/36)
- Diferença *4* : tem-se 4 chances em 36 (probabilidade de 4/36)
- Diferença *5* : tem-se 2 chances em 36 (probabilidade de 2/36)

Assim, o irmão de João terá mais chances de acertar se disser que o resultado da diferença será *1* (probabilidade de 10/36).

Gabarito: letra A

13. (Técnico – BR Distribuidora – Cesgranrio – 2011) Em uma pesquisa sobre tempo de uso de internet, 1.000 pessoas responderam à seguinte pergunta: "Durante quantas horas, por dia, você utiliza a internet?"

O resultado da pesquisa é mostrado no gráfico a seguir.



Escolhendo-se ao acaso uma das pessoas entrevistadas, a probabilidade de que ela utilize a internet durante mais de 3 horas por dia será de, aproximadamente: a) 6%

b) 18%

c) 24%

d) 42%

e) 60%

Solução:

As classes que registram as pessoas que utilizam a internet por mais de 3 horas por dia correpondem às classes mais à direita ("*3h01min a 4 h*" e "*mais de 4 h*"). Olhando o gráfico, obtém-se aproximadamente as frequências 175 e 60 para as referidas classes (observe que existe uma certa flexibilidade na identificação e aproximação destes valores, o que também é objeto de avaliação na questão). Assim, o número de casos "favoráveis" será 175 + 60 = 235. Sendo o número de casos ditos "possíveis" igual ao total de pessoas entrevistadas (1000), temos que a probabilidade pedida é $\frac{235}{1000} = 23,5\%$, e a letra C está correta.

Gabarito: letra C

14. (Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Paulo e Raul pegaram 10 cartas de baralho para brincar: A, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, J e Q, todas de copas. Paulo embaralhou as 10 cartas, colocou-as aleatoriamente sobre a mesa, todas voltadas para baixo, e pediu a Raul que escolhesse duas. Considerando-se que todas as cartas têm a mesma chance de serem escolhidas, qual a probabilidade de que, nas duas cartas escolhidas por Raul, esteja escrita uma letra (A, J ou Q)?

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{1}{15}$

d) $\frac{2}{15}$

e) $\frac{1}{45}$

Solução:

Ao selecionar a primeira carta, Raul tem 3 chances em 10 de retirar uma carta em que esteja escrita uma letra. No entanto, deve ser selecionada também uma segunda carta. Ao selecionar a segunda carta, dado que a primeira carta selecionada é uma carta com letra, Raul terá 2 chances em 9 (pois assumimos que uma carta com letra já foi retirada).

Assim, a primeira ***e*** a segunda carta devem conter uma letra. Temos então a probabilidade $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

e a alternativa C está correta.

Gabarito: letra C

8.4. Questões Propostas

1. (ESPP – Correios – Atendente Comercial – 2008) Tirando-se, ao acaso, uma carta de um baralho comum, de 52 cartas, a probabilidade de sair um rei é: a) $\frac{1}{13}$; b) $\frac{4}{13}$; c) $\frac{4}{48}$; d) $\frac{13}{48}$.

2. (Intelectus – Correios – Assistente Administrativo – 2006) Uma prova do tipo múltipla escolha contém 10 testes, com 5 alternativas cada um. Somente uma alternativa é correta para cada teste. Qual a probabilidade de um aluno, "chutando" os 10 testes, acertar metade das respostas?

a) 3,2%.
b) 3,0%.
c) 2,7%.
d) 2,5%.
e) 2,3%.

3. (Intelectus – Correios – Assistente Administrativo – 2006) A tabela abaixo representa a distribuição de frequências dos salários de um grupo de 50 empregados de uma empresa, em certo mês.

Número da classe	Salário do mês (em reais)	Número de empregados
1	1.000 2.000	20
2	2.000 3.000	18
3	3.000 4.000	9
4	4.000 5.000	3

O salário médio desses empregados, nesse mês, em reais, foi de:

a) 2.637,00;
b) 2.520,00;
c) 2.500,00;
d) 2.400,00;
e) 2.300,00.

4. (Consulplan – Correios – Atendente Comercial – 2008) Na Agência dos Correios de uma certa cidade trabalham 20 funcionários. Sabe-se que 12 desses funcionários jogam futebol, 8 jogam vôlei e 5 jogam futebol e vôlei. Escolhendo ao acaso um dos funcionários, qual a probabilidade de ele não praticar nenhum desses esportes?

a) 12%.
b) 5%.
c) 25%.
d) 50%.

e) 75%.

5. (Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010) Para que a população de um país permaneça estável, sem aumentar nem diminuir, a taxa de fecundidade (número de filhos por mulher) deve ser de 2,1. A tabela a seguir apresenta a taxa de fecundidade de alguns países em 2009.

País	Taxa de fecundidade (filhos por mulher)
África do Sul	2,51
Alemanha	1,32
Angola	5,64
Arábia Saudita	3,04
Argentina	2,22
Áustria	1,39
Brasil	1,83
Colômbia	2,40
Estados Unidos	2,08
Etiópia	5,21
Irlanda	1,95
França	1,88
Peru	2,53
Suíça	1,46
Venezuela	2,50

Fonte: *Almanaque Abril*, 2010.

Escolhe-se, ao acaso, um dos países listados nessa tabela. A probabilidade de que, no país escolhido, a população esteja aumentando é, aproximadamente, de: a) 25,0%;

b) 33,3%;

c) 41,7%;

d) 53,3%;

e) 50,0%.

6. (Técnico – Petrobras Distribuidora – Cesgranrio – 2009) Numa pesquisa realizada com empresas nacionais e multinacionais, constatou-se que 8, em cada 10 empresas, vão ampliar o uso da mídia digital em 2010. Dentre as empresas que vão ampliar o uso da mídia digital em 2010, uma, em cada 4, investirá mais de 5 milhões de reais nesse tipo de propaganda. Escolhendo-se, ao acaso, uma das empresas participantes da pesquisa, qual é a probabilidade de que ela amplie o uso da mídia digital, em 2010, investindo mais de 5 milhões de reais?
a) 5%
b) 10%
c) 15%
d) 20%
e) 25%

(Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Utilize as informações da tabela abaixo para responder às questões de nºs 7 e 8.

O rendimento, em óleo, de algumas espécies de oleaginosas com potencial para a produção de biodiesel, é apresentado na tabela abaixo.

Espécie	Rendimento em óleo (t/ha)
Soja	0,60
Babaçu	0,80
Amendoim	0,80
Colza	0,90
Mamona	1,00
Girassol	1,50

7. A moda e a mediana do conjunto de dados dessa tabela são, respectivamente:
a) 0,80 e 0,85;
b) 0,80 e 0,90;
c) 0,80 e 0,93;
d) 0,85 e 0,90;
e) 0,85 e 0,93.

8. Em uma fazenda, a plantação de oleaginosas ocupa uma área de 20 ha. Em 5 ha, há soja plantada, em 9 ha, há babaçu e, na área restante, girassol. Considerando-se os dados da tabela, qual é, em toneladas por hectare, o rendimento médio, em óleo, da plantação de oleaginosas dessa fazenda?

a) 0,90
b) 0,92
c) 0,94
d) 0,96
e) 0,98

9. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Pedro está jogando com seu irmão e vai lançar dois dados perfeitos. Qual a probabilidade de que Pedro obtenha pelo menos 9 pontos ao lançar esses dois dados?

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{5}{9}$

d) $\frac{5}{18}$

e) $\frac{7}{36}$

(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Utilize as informações abaixo para responder às questões de nºs 10 e 11.

A tabela abaixo apresenta a magnitude de alguns terremotos registrados no mundo, no século XXI.

Ano	Local	Magnitude
2008	Brasil	5,2
2009	Costa Rica	6,1
2010	Haiti	7,2
2005	Paquistão	7,6
2008	China	7,9
2007	Peru	8,0
2001	Peru	8,4
2010	Chile	8,8
2004	Oceano Índico	8,9

10. A mediana dessa distribuição é:

a) 7,2
b) 7,6
c) 7,9
d) 8,0
e) 8,4

11. A magnitude média dos terremotos ocorridos após 2006 foi:

a) 7,2
b) 7,3
c) 7,4
d) 7,5
e) 7,6

12. (Auxiliar Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) Um professor de matemática apresentou oito cartões iguais para seus alunos. Em cada cartão estava escrito um polinômio diferente, como mostrado abaixo.

$P(x) = 3x^2 + 5$ $\qquad$ $P(x) = 3x + 1$

$P(x) = x^3 - x^2 + 1$ $\qquad$ $P(x) = 3x - x^4$

$P(x) = x^4 + x^3 + x$ $\qquad$ $P(x) = \frac{x^3}{2} + 10x$

$P(x) = \frac{x + x^2}{2}$ $\qquad$ $P(x) = (x^2 + 1)^3$

Se o professor pedir a um aluno que, sem ver o que está escrito nos cartões, escolha um deles aleatoriamente, a probabilidade de o aluno escolher um cartão no qual está escrito um polinômio de 3º grau será de: a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{8}$

e) $\frac{3}{4}$

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008) Uma pesquisa, realizada com 900 pessoas que contraíram empréstimos bancários e tornaram-se inadimplentes, mostrou a seguinte divisão dessas pessoas, de acordo com a faixa etária.

idade (em anos)			
até 30	de 31 a 40	de 41 a 50	mais de 50
140	250	356	154

A partir da tabela acima e considerando a escolha, ao acaso, de uma pessoa entre as 900 que participaram da referida pesquisa, julgue os itens 13, 14, 15 e 16, subsequentes.

13. A probabilidade de a pessoa escolhida ter de 31 a 40 anos de idade é inferior a 0,3.

14. A chance de a pessoa escolhida ter até 30 anos de idade ou mais de 50 anos de idade é superior a 30%.

15. A probabilidade de essa pessoa não ter menos de 41 anos de idade é inferior a 0,52.

16. A probabilidade de essa pessoa ter de 41 a 50 anos de idade, sabendo-se que ela tem pelo menos 31 anos, é superior a 0,5.

17. (Atendente Comercial – Correios – ESPP – 2008) Tirando-se, ao acaso, uma carta de um baralho comum, de 52 cartas, a probabilidade de sair um rei é: a) $\frac{1}{13}$

b) $\frac{4}{13}$

c) $\frac{4}{48}$

d) $\frac{13}{48}$

18. (Assistente Administrativo – Correios – Intelectus – 2006) Uma prova do tipo múltipla escolha contém 10 testes, com 5 alternativas cada um. Somente uma alternativa é correta para cada teste. Qual a probabilidade de um aluno, "chutando" os 10 testes, acertar metade das respostas?
a) 3,2%
b) 3,0%
c) 2,7%
d) 2,5%
e) 2,3%

19. (Atendente Comercial – Correios – Consulplan – 2008) Na Agência dos Correios de uma certa cidade trabalham 20 funcionários. Sabe-se que 12 desses funcionários jogam futebol, 8 jogam vôlei e 5 jogam futebol e vôlei. Escolhendo ao acaso um dos funcionários, qual a probabilidade de ele não praticar nenhum desses esportes?
a) 12%

b) 5%
c) 25%
d) 50%
e) 75%

Gabarito: 1. a; 2. c; 3. d; 4. c; 5. d; 6. d; 7. a; 8. d; 9. d; 10. c; 11. a; 12. a; 13. c; 14. c; 15. e; 16. e; 17. a; 18. c; 19. c.

Capítulo 9
Números Complexos

9.1. Conceitos Fundamentais

A unidade imaginária

A unidade imaginária i é utilizada na representação de números complexos, de forma que

$$i = \sqrt{-1}\cdot$$

Forma algébrica de um número complexo

Um número complexo z na forma algébrica será representado por

$$z = a + bi,$$

onde a é a parte real e b é o coeficiente da parte imaginária do número complexo, com a e b pertencentes a $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais).

Exemplos:

a) No número complexo $z = 7 - 2i$, temos a parte imaginária $a = 7$ e o coeficiente da parte complexa $b = -2$.

b) Já no número complexo $z = -1 - \frac{3}{4}i$, temos a parte imaginária $a = -1$ e o coeficiente da parte complexa $b = -\frac{3}{4}$.

Imaginários puros

Os números imaginários puros serão aqueles em que a parte real é $a = 0$.

Exemplos:

a) $z = -5i$

b) $z = \frac{2}{13}i$

Números reais

Os números reais são então aqueles que apenas possuem a parte real, ou seja, aqueles em que o coeficiente da parte imaginária é $b = 0$. Ou seja, o conjunto dos números reais pode ser caracterizado como um subconjunto do conjunto dos números complexos.

Exemplos:

a) $z = -10$ é um número complexo em que $a = -10$ e $b = 0$.

b) $z = \sqrt{3}$ é um número complexo em que $a = \sqrt{3}$ e $b = 0$.

Conjugado de um número complexo

O conjugado de um número complexo $z = a + bi$ (ou complexo-conjugado) é representado por $\overline{z}$ e é dado por

$$\overline{z} = a - bi,$$

ou seja, o conjugado de um número complexo é obtido invertendo-se o sinal da parte imaginária.

Exemplos:

a) O conjugado do complexo $z = 3 + 2i$ é $\overline{z} = 3 - 2i$.

b) O conjugado do complexo $z = -5i$ é $\overline{z} = 5i$.

Igualdade de números complexos

Sejam dois números complexos $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. Os complexos z_1 e z_2 serão iguais se e somente se as partes reais forem iguais entre si assim como os coeficientes das partes imaginárias, ou seja, se e somente se

$$a = c \text{ e } b = d.$$

9.2. Operações com Números Complexos na Forma Algébrica

Potências de i

Pode-se também calcular as potências da unidade imaginária i.

Exemplos:

a) $i^0 = 1$, pois todo número elevado a zero é igual à unidade;

b) $i^1 = i$, pois todo número elevado à unidade é igual a ele mesmo;

c) $i^2 = -1$, pois $i^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$;

d) $i^3 = -i$, pois $i^3 = i^2.i = -1.i = -i$;

e assim por diante, sucessivamente. Ou seja, $i^4 = 1$, $i^5 = i$, $i^6 = -1$, $i^7 = -i$ etc.

Adição

Sejam dois números complexos na forma algébrica $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. O resultado da soma $z_1 + z_2$ será dado por

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i.$$

Ou seja, a parte real de $z_1 + z_2$ será a soma das partes reais de z_1 e z_2. O coeficiente da parte imaginária de $z_1 + z_2$ será a soma dos coeficientes das partes imaginárias de z_1 e z_2.

Subtração

De maneira similar à adição, sejam dois números complexos na forma algébrica $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. O resultado da subração $z_1 - z_2$ será dado por

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i.$$

Ou seja, a parte real de $z_1 - z_2$ será a subtração das partes reais de z_1 e z_2. O coeficiente da parte imaginária de $z_1 + z_2$ será a subtração dos coeficientes das partes imaginárias de z_1 e z_2.

Multiplicação

Sejam dois números complexos na forma algébrica $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. Para calcularmos o resultado do produto $z_1 \cdot z_2$ devemos aplicar a propriedade distributiva de modo que

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di)$$

$$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = ac + (ad + bc)i + (bd.i^2)$$

Mas como $i^2 = -1$ passamos a ter

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Multiplicação de um complexo pelo seu conjugado

Uma importante propriedade da multiplicação de um complexo pelo seu conjugado é que o resultado de tal produto é sempre real. Esta propriedade vai ser utilizada na divisão de números complexos na forma algébrica. Por exemplo, seja $z = a + bi$. O resultado do produto $z \times \overline{z}$ é dado por

$$z \times \overline{z} = a^2 + b^2 \cdot$$

Prova: Partindo de

$$z \times \overline{z} = (a + bi) \times (a - bi)$$

e aplicando a propriedade distributiva passamos a ter

$$z \times \overline{z} = a^2 - abi + abi - b^2 i^2 \cdot$$

Cancelamos – *abi* com + *abi* e como $i^2 = -1$ temos

$$z \times \overline{z} = a^2 - b^2 \times (-1),$$

logo $z \times \overline{z} = a^2 + b^2 \cdot$

Divisão

Sejam os complexos $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. Para resolvermos o quociente $\frac{z_1}{z_2}$ fazemos sua multiplicação por $\frac{\overline{z}_2}{\overline{z}_2}$ (multiplicamos o ambos o numerador e o denominador pelo complexo conjugado do denominador), ou seja

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\overline{z}_2}{\overline{z}_2}$$

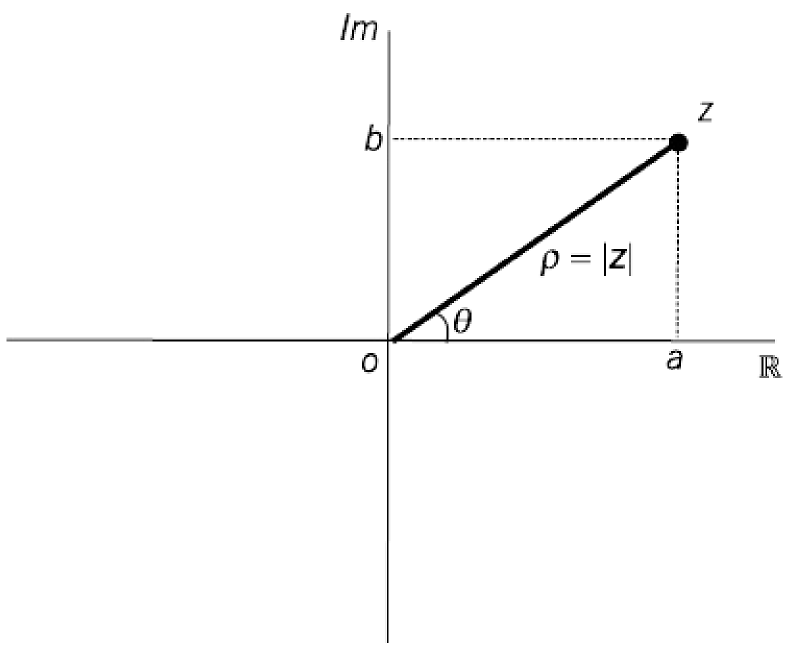
$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z}_2}{c^2 + d^2}.$$

Desta maneira obtemos um número real no denominador pois a multiplicação de um complexo pelo seu conjugado resulta em um número real.

9.3. O Plano de Argand-Gauss

Representação gráfica

O plano de Argand-Gauss é utilizado para representar os números complexos. O eixo horizontal é o chamado "eixo real" ($\mathbb{R}$) e o eixo vertical (Im) é o chamado "eixo imaginário".



Observe a representação do ponto $z = a + bi$ (também chamado *afixo*). As coordenadas (a,b) nos fornecem sua localização. A distância que vai do centro do sistema de eixos coordenados ao ponto que representa o número complexo z é chamada *módulo* do número complexo e é representada pela letra grega ρ (rô) ou simplesmente $|z|$. Pelo gráfico acima é possível observar que, pelo teorema de Pitágoras,

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Já o ângulo formado entre o segmento de reta oz e o eixo horizontal é chamado de *argumento* do número complexo e é representado pela letra grega θ (teta). Também é possível observar que

$$\cos\theta = \frac{a}{\rho} \text{ e } sen\,\theta = \frac{b}{\rho}.$$

A forma trigonométrica (ou polar) de um número complexo

Tendo ρ e θ definidos acima, podemos representar um número complexo $z = a + bi$ em sua forma trigonométrica (ou polar) equivalente, de modo que

$$z = \rho\,(\cos\theta + i\,sen\,\theta).$$

Pela forma trigonométrica também é possível localizar imediatamente um número complexo no plano de Argand-Gauss. Outra vantagem em se representar um número complexo em sua forma polar é a facilidade nas formulações e operações em tópicos mais avançados.

9.4. Questões Resolvidas

1. **(Técnico – Petrobras Biocombustível – Cesgranrio – 2010) Sejam $w = 3 - 2i$ e $y = m + pi$ dois números complexos, tais que m e p são números reais e i, a unidade imaginária. Se $w + y = -1 + 3i$, conclui-se que m e p são, respectivamente, iguais a:**
   a) −4 e +1
   b) −4 e +5
   c) +2 e +1
   d) +2 e +5
   e) +4 e −1

Solução:

Esta questão envolve os tópicos de soma de complexos e de igualdade de complexos.

A soma dos números complexos w e y resulta em

$$w + y = (3 - 2i) + (m + pi)$$
$$\Rightarrow w + y = (3 + m) + (p - 2)i.$$

Mas como, pelo enunciado, $w + y = -1 + 3i$, então temos

$$-1 + 3i = (3 + m) + (p - 2)i.$$

Igualando as partes reais, temos $-1 = 3 + m$, logo $m = -4$.

Igualando os coeficientes das partes imaginárias, temos $3 = p - 2$, logo $p = 5$.

Gabarito: letra B

2. **(Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2008) Sejam $z_1 = a + bi$ e $z_2 = b + ai$ dois números complexos, com $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}^*$. Pode-se afirmar que o produto $z_1 \cdot z_2$ é um número cujo afixo é um ponto situado no:**
   a) eixo imaginário;

b) eixo real;
c) 1º quadrante;
d) 3º quadrante;
e) 4º quadrante.

Solução:

O produto $z_1 \cdot z_2$ é dado por

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (b + ai)$$

e aplicando a propriedade distributiva, chegamos a

$$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = ab + a^2i + b^2i + abi^2.$$

Fazendo $i^2 = -1$ e colocando i em evidência, passamos a ter

$$z_1 \cdot z_2 = ab - ab + (a^2 + b^2)i$$

$$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (a^2 + b^2)i,$$

que é um número imaginário puro logo está localizado no eixo imaginário.

Gabarito: letra A

3. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2010) Dentre os números complexos abaixo, aquele cujo módulo é igual ao dobro do módulo de $z = 4 + 6i$ é:

a) $3 + 17i$
b) $8 - 6i$
c) $4\sqrt{3} + 2i$
d) $6\sqrt{3} - 10i$
e) $20 - 4\sqrt{3}i$

Solução:

O módulo ρ de $z = 4 + 6i$ é dado por

$$\rho = \sqrt{4^2 + 6^2}$$

$$\Rightarrow \rho = \sqrt{52}.$$

(Poderíamos fatorar o número 52 para resolver a raiz, mas não o vamos fazer a fim de ganhar tempo.)

O dobro do módulo ρ achado acima é $2\rho = 2 \times \sqrt{52} = \sqrt{4} \times \sqrt{52} = \sqrt{208}$.

Analisando cada uma das alternativas, segue que

a) alternativa A: $\rho_a = \sqrt{3^2 + 17^2} = \sqrt{298}$.

b) alternativa B: $\rho_b = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100}$.

c) alternativa C: $\rho_c = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{52}$.

d) alternativa D: $\rho_d = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (-10)^2} = \sqrt{208}$.

e) alternativa E: $\rho_e = \sqrt{20^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{544}$.

Logo, a alternativa correta é a letra D.
Gabarito: letra D

4. (Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2011) Sendo *i* a unidade imaginária e escrevendo o complexo $z = \frac{(3+i)^2}{1+i}$ na forma *z* = *a* + *bi* tem-se que *a* + *b* é igual a:

a) -1
b) 1
c) 2
d) 6
e) 8

Solução:

Multiplicando o complexo $z = \frac{(3+i)^2}{1+i}$ pelo conjugado do complexo do denominador, passamos a ter

$$z = \frac{(3+i)^2}{(1+i)} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)}$$

$$\Rightarrow z = \frac{(8+6i).(1-i)}{1^2 + 1^2}$$

$$\Rightarrow z = \frac{14-2i}{2}$$

$$\Rightarrow z = 7 - i$$

logo, $a = 7$ e $b = -1$ e $a + b = 7 - 1 = 6$.
Gabarito: letra D

Capítulo 10

Tópicos de Matemática Financeira

10.1. Juros Simples

É o valor do retorno do dinheiro aplicado no tempo ou o aluguel do dinheiro que tem um valor no tempo.

Nos juros simples, os juros são constantes ao longo do tempo para um mesmo período, ou seja, os juros são iguais em períodos iguais.

Os juros simples são calculados através do produto do capital inicial (C_0), taxa de juros (i) e prazo (n).

Fórmula para cálculo dos Juros Simples:

$J = C_0 \cdot i \cdot n$ ***Montante a Juros Simples*** Montante (Cn) é o valor final acumulado no tempo, ou seja, é o valor inicial acrescido dos juros.

Fórmulas:

$Cn = C_0 + J$

$Cn = C_0\ (1 + in)$

10.2. Juros Compostos

Quando os juros são variáveis no tempo (não são constantes) damos a eles o nome de juros compostos. Na verdade, a taxa de juros é fixa, o que muda é que o juro é calculado sempre sobre o valor original acrescido dos juros incidentes anteriormente.

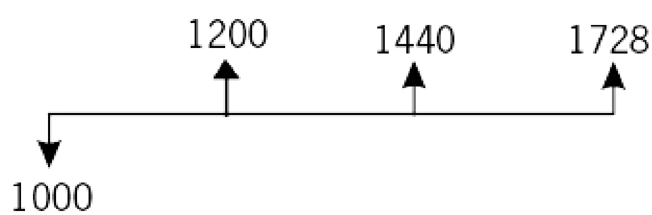
Fórmula geral:

$C_n = C_0\ (1 + i)^n$ Onde:

$(1 + i)^n$ = fator de acumulação de capital **Exemplo:**

Qual o montante obtido de uma aplicação de R$ 1.000,00 durante 3 meses a uma taxa de 20% ao mês?

Solução:



Cálculo dos juros período a período:

$J_1 = 0{,}2 \cdot 1.000 = 200$

$J_2 = 0{,}2 \cdot 1.200 = 240$

$J_3 = 0{,}2 \cdot 1.440 = 288$

Aplicando a fórmula dos juros compostos:

$C_n = C_0\,(1 + i)^n$ $C_n = 1000 \cdot (1{,}2)^3 = 1.728$

O cálculo dos juros é a diferença entre o capital de saída (C_n) e o capital de entrada (C_0).

$J = C_n - C_0$

$J = 1728 - 1000 = R\$\ 728{,}00$

10.3. Taxa Real e Taxa Aparente

Em modelos mais simples, em que não é dada a visão contábil do financiamento, vamos correlacionar às taxas. A taxa aparente é também dita taxa nominal e a taxa real corresponde à taxa efetivamente cobrada. No modelo abaixo, iremos considerar no período a taxa de inflação e temos como objetivo calcular a taxa real.

Fórmula Geral

Existe uma relação geral entre as taxas cobradas, pode-se demonstrar que: $(1 + I_R)\,(1 + I_i) = (1 + I_a)$ **Onde:**

I_a = taxa aparente

I_i = taxa de inflação

I_R = taxa real

Taxa aparente x Taxa real (truques do mercado) **Você conhece o dito popular "comprar gato por lebre". Significa levar um produto diferente daquilo que você quer. Isso é muito comum em nosso mercado. Para entender, vamos dar um exemplo prático de como as aparências enganam.**

Exemplo:

Tânia, funcionária pública federal, recebe no mesmo dia a visita de duas empresas que concedem empréstimos para desconto em folha salarial. Eis os dados para a sua análise: **Empresa 1 – Banco X**

Valor do empréstimo – R$ 1.000,00

Prazo do empréstimo – 3 meses

Juros totais do período – 30% ao período

Resgate: parcela única (montante) de R$ 1.300,00

Custos adicionais:

Taxa de abertura de crédito – R$ 20,00

Taxa de cadastro – R$ 10,00
IOF – R$ 25,00

Empresa 2 – Associação dos Funcionários Públicos Federais
Valor do empréstimo – R$ 1.000,00
Prazo do empréstimo – 3 meses
Juros totais do período – 10% ao período
Resgate: parcela única (montante) de R$ 1.100,00

Custos adicionais:
Taxa de abertura de crédito – R$ 20,00
Taxa de cadastro – R$ 10,00
IOF – R$ 25,00
Prêmio de seguro de vida – R$ 30,00 (R$ 10,00 ao mês)
Prêmio de previdência complementar – R$ 45,00 (R$ 15,00 ao mês) Taxa de inscrição na associação – R$ 50,00 (no ato)
Mensalidade associativa – R$ 30,00 (R$ 10,00 ao mês)
*** Valores descontados no ato do empréstimo

Com base somente nesses dados, Tânia não poderia ter dúvida e teria que optar pela proposta da associação dos funcionários públicos federais. Ocorre, porém, que para se habilitar ao empréstimo Tânia deverá ingressar na associação, tornar-se membro contribuinte, fazer um seguro de vida e acidentes pessoais, uma apólice de previdência privada etc. E agora, Tânia teria feito a opção correta? Vamos ver...

Empresa 1
Taxa aparente: 30%
A **Taxa real** é calculada relacionando o valor efetivamente recebido como valor efetivamente pago: **Valor efetivamente recebido:** R$ 1.000,00 – 55 = R$ 945,00
Valor efetivamente pago: R$ 1.300,00
Taxa real: [(1.300: 945) – 1] · 100 = **37,57%**

Empresa 2
Taxa aparente: 10%
A **Taxa real** é calculada relacionando o valor efetivamente recebido como valor efetivamente pago: **Valor efetivamente recebido:** R$ 1.000,00 – 210 = R$ 790,00
Valor efetivamente pago: R$ 1.100,00
Taxa real: [(1.100 : 790) – 1] × 100 = **39,24%**

Conclusão: Nesse caso, verificamos que a melhor opção é a primeira apesar da taxa ser maior (aparentemente). No mundo real, trabalha-se com taxa aparente. O que o cidadão-usuário deve saber é interpretar e calcular a taxa real cobrada ao efetuar um financiamento, empréstimo ou uma linha de crédito em geral.

10.4. Questões Resolvidas

1. **Uma pessoa tem renda de R$ 800,00. Ela decide tomar um empréstimo comprometendo 25% de sua renda. Qual o valor da prestação que ela deseja pagar?**

Solução:

Prestação = 25% de 800,00

Essa operação pode ser feita de maneiras diferentes:

Solução 1: $P = \frac{25}{100} \cdot 800 = 200$

Solução 2: $P = 0{,}25 \cdot 800 = 200$

Solução 3: $P = \frac{1}{4} \cdot 800 = 200$

Resposta: O valor da prestação é R$ 200,00.

2. **Um livro à vista custa R$ 600,00, com desconto de 30 % sairá por: a) 400**
   b) 410
   c) 420
   d) 430
   e) 440

Solução:

Considerando que há um desconto de 30%, o valor pago será 70% de R$ 600,00: $0{,}7 \cdot 600 = 420$

Gabarito: letra C

3. **(Banco do Brasil / Escriturário) Quatro cães consomem semanalmente 60 kg de ração. Assim, ao aumentarmos o número de cães em 75%, o consumo mensal, em kg, considerando o mês de 30 dias, será de: a) 350**
   b) 400
   c) 450
   d) 500
   e) 550

Solução:

Aumentando os cães em 75% temos: 4 cães · 75 % = 3

Total de cães: 4 + 3 = 7

Sobre a ração consumida:

Cães	Qtd de ração por semana	Qtd de ração por dia
4	60 kg	60 ÷ 4 = 15

Calculando a quantidade de ração consumida por 7 cães diariamente:

$15 \cdot 7 = 105$ kg/dia

Quantidade de ração consumida por 7 cães em 30 dias:

$105 \cdot 30 = 450$ kg/mês

Gabarito: letra C

4. Em uma promoção do tipo leve 5 e pague 3 estamos dando um desconto: a) 20%

b) 30%

c) 40%

d) 50%

e) 60%

Solução:

5 ------- 100 %

2 ------ x

x = 40 %

Gabarito: letra C

5. (CEF / Escriturário) Em uma agência bancária trabalham 40 homens e 25 mulheres. Se, do total de homens, 80% não são fumantes e, do total de mulheres, 12% são fumantes, então o número de funcionários dessa agência que são homens ou fumantes é: a) 42

b) 43

c) 45

d) 48

e) 49

Solução:

40 homens ---- 100 %

x -----> 80%

100x = 320

x = 32 não são fumantes e 8 são fumantes

25 mulheres ---- 100 %

x ------ 12 %

100x = 300

x = 3 são fumantes e 22 não são fumantes

$n(H \cup F) = n(H) + n(F) - n(H \cap F)$ $n(H \cup F) = 40 + 11 - 8$

$n(H \cup F) = 43$

Gabarito: letra B

6. Em certo mês os preços aumentaram 30% e meu salário 56%. De quanto aumentou meu poder de compra?

a) 26%

b) 22%
c) 20%
d) 18%
e) 16%

Solução:

	Preço	Salário
Início	100	100
Fim	130	156

Ganho salarial: R$ 26,00.
130 -------- 100 %
26 -------- x
x = 20 %
Gabarito: letra C

7. Uma pessoa comprou uma geladeira para pagamento à vista, obtendo um desconto de 10 %. Como o balconista não aceitou o cheque, ele pagou com 119.565 moedas de 1 centavo. O preço da geladeira com desconto, é: a) 1.284,20
b) 1.284,50
c) 1.328,25
d) 1.328,50
e) 1.385,25

Solução:
Desconto de 10 %, o valor pago será 90%.
0,9x = 119565
x = R$ 1.328,50
Gabarito: letra E

8. (Auditor – ISS/SP – FCC – 2007) Uma pessoa necessita efetuar dois pagamentos, um de R$ 2.000,00 daqui a 6 meses e outro de R$ 2.382,88 daqui a 8 meses. Para tanto, vai aplicar hoje a juros simples o capital C à taxa de 3% ao mês, de forma que: • Daqui a 6 meses possa retirar todo o montante, efetuar o pagamento de R$ 2.000,00 e, nessa data, aplicar o restante a juros simples, à mesma taxa, pelo resto do prazo; • Daqui a 8 meses possa retirar todo o montante da segunda aplicação e efetuar o segundo pagamento, ficando com saldo nulo e sem sobras.

Nessas condições, o valor de C0 é igual a:
a) R$ 3.654,00
b) R$ 3.648,00
c) R$ 3.640,00

d) R$ 3.620,00
e) R$ 3.600,00

Solução:

C_0 = Capital aplicado

i = 3% a.m.

n = 6 meses

$C_n = C_0\ (1 + in)\ C_6 = C_0\ (1 + 0{,}03 \cdot 6)\ C_6 = 1{,}18\ C_0$

Após o pagamento de R$ 2.000,00, a nova aplicação de:

$C_0 = 1{,}18\ C_0 - 2000$

n = 2 meses

i = 3% a.m.

C_n = R$ 2.382,88

$C_n = C_0\ (1 + in)\ 2382{,}88 = (1{,}18\ C_0 - 2000)\ (1 + 0{,}03 \cdot 2)\ 2382{,}88 = 1{,}06\ (1{,}18C_0 - 2000)\ 1{,}18\ C_0 - 2000 = 2382{,}88 / 1{,}06$

$1{,}18\ C_0 - 2000 = 2248$

$1{,}18\ C_0 = 2248 + 2000$

$1{,}18\ C_0 = 4248$

$C_0 = 4248 / 1{,}18$

C_0 = R$ 3.600,00

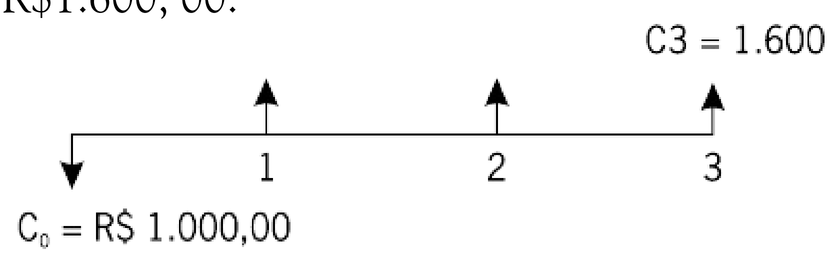
Gabarito: letra E

9. Considere uma aplicação financeira de R$ 1.000,00 a uma taxa de 20% durante 3 meses. Calcule os juros na aplicação financeira.

Solução:

Demonstração pelo método do fluxo de caixa:

Nesse caso, os juros são constantes nos três meses e valem R$ 200,00. Como o depósito inicial vale R$ 1.000,00 e os juros no período de 3 meses valem R$ 600,00, então montante vale R$1.600, 00.



$J_1 = 20/100 \cdot 1000 = 200$

$J_2 = 20/100 \cdot 1000 = 200$

$J_3 = 20/100 \cdot 1000 = 200$

Resolução utilizando a fórmula geral dos Juros Simples:

$J = C_0 \cdot i \cdot n$ $J = 1000 \times 0{,}2 \cdot 3 = 600$

$C_n = C_0 + J$

$C_n = 1.000 + 600 = 1.600$

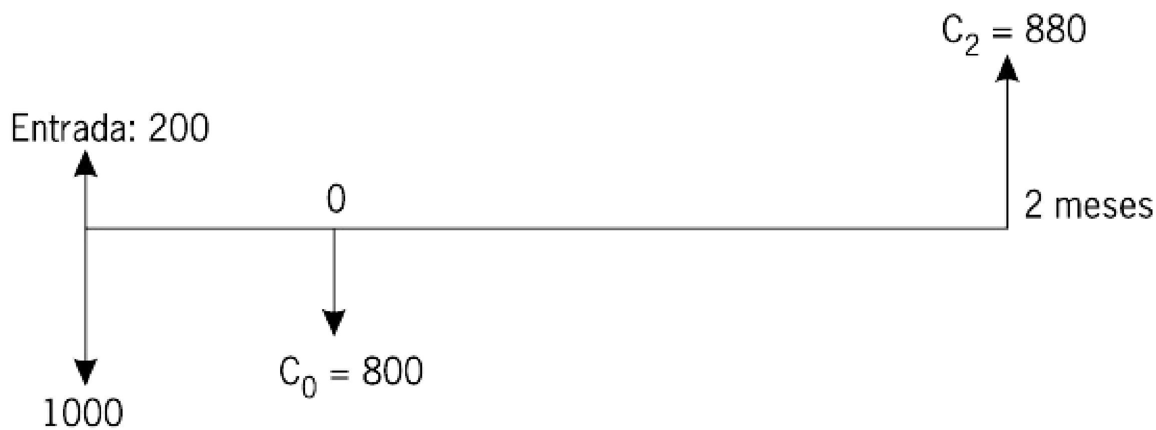
10. Uma geladeira a vista custa R$ 1.000,00, mas pode ser paga da seguinte maneira: I – Entrada de R$ 200,00

II – Após 2 meses, uma parcela única de R$ 880,00

Qual a taxa de juros mensal cobrada pelo modelo acima?

Solução 1:

Fórmula dos juros simples



$n = 2$ meses

$C_0 = 800$

$C_2 = 880$

$J = C_2 - C_0$

$J = 880 - 800 = 80$

$J = C_0 \cdot i \cdot n$ $80 = 800 \cdot i \cdot 2$

$i = 1/20$

$i = 5\%$

Solução 2:

Fórmula da rentabilidade

$$r = \frac{R}{C_0}$$

$r = \frac{80}{800} = 10\% \rightarrow$ Isso ocorre em 2 meses. Logo, a taxa mensal é 5%.

11. Para um empréstimo de R$ 100,00 e um montante de R$ 130,00 qual seria a taxa de operação e os juros obtidos?

Solução:

$J = 30$

$r = i = 30 / 100 = 0{,}30$ ou 30%

12. Um imóvel adquirido por R$ 80.000,00 é vendido um ano depois por R$ 280.000,00. Qual a taxa de valorização do imóvel?

Solução:

$R = 280.000 - 80.000 = 200.000$

$r = 200.000/80000 = 2{,}5$

$r = 2{,}5 \cdot 100 = 250\%$

13. Antônio aplica no banco "X" R$ 10.000,00 para resgatar após 2 meses com juros de 20% ao mês. Qual o valor do resgate?

Solução:

Pela fórmula do montante (C_n): $C_n = C_0\ (1 + in)\ C_2 = 10.000\ (1 + 0{,}2 \times 2) = 14.000$

14. Um funcionário tem uma dívida de R$ 500,00 que de ser paga com juros de 6% a.m. pelo sistema de juros simples e deve fazer o pagamento em 03 meses. Qual o valor total da dívida neste período?

Solução 1:

Aplicando a fórmula de juros simples (J):

$J = C_0 \cdot i \cdot n$ Substituindo valores:

$J = 500 \cdot 0{,}06 \cdot 3 =$ R$ 90,00

$C_n = C_0 + J$

$C_3 = 500 + 90 = 590$

Solução 2:

Aplicando a fórmula do montante (C_n):

$C_n = C_0\ (1 + in)\ C_3 = 500.(1 + 0{,}06.3) = 590$

15. Calcule o montante resultante da aplicação de R$ 60.000,00 à taxa de 9,5% a.a durante 120 dias.

Solução:

$C_n = C_0\ (1 + in)\ C_n = 60.000[1 + (9{,}5/100).(120/360)] =$ R$ 61.896,00

16. Calcular os juros simples de R$ 1.500,00 a 13 % a.a. por 2 anos.

Solução:

$J = C_0 \cdot i \cdot n\ J = 1.500 \cdot 0{,}13 \cdot 2 =$ R$ 390,00

17. Calcular os juros simples produzidos por R$ 20.000,00, aplicados à taxa de 32% a.a.,

durante 155 dias.

Solução:

$J = C_0 \cdot i \cdot n$ Calculando o tempo da taxa: 32% a.a equivale a 32%/360 dias = 0,088 a.d Dessa forma, como a taxa e o período estão convertidos à mesma unidade de tempo (dias), podemos usar a fórmula e efetuar o cálculo diretamente: $J = 20.000 \cdot 0,088 \cdot 155$ = R$ 2.728,00

18. Um capital de R$ 400,00 foi aplicado a juros simples por 3 meses, à taxa de 36% ao ano. O montante obtido nessa aplicação foi aplicado a juros compostos, à taxa de 3% ao mês, por um bimestre. O total de juros obtido nessas duas aplicações foi: a) R$ 149,09

b) R$ 125,10

c) R$ 65,24

d) R$ 62,55

e) R$ 62,16

Solução:

Aplicação a Juros Simples:

Capital = 400; i = 36% ao ano; n = 3 meses

Convertendo as unidades de tempo para meses:

Capital = 400; i = 3%; n = 3 meses

$J = C_0 \cdot i \cdot n$ $J = 400 \cdot 0,03 \cdot 3$

J = 36 reais

$C_n = C + J$

$C_3 = 400 + 36 = 436$

Aplicação a Juros Compostos:

C = 436; i = 3%; n = 2

$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$ $C_2 = 436 \cdot (1+0,03)^2$

$C_2 = 436 \cdot 1,0609$

$C_2 = 462,55$

$J = C_n - C_0$

$J = 462,55 - 400$

$J = 62,55$

Gabarito: letra D

19. Juca aplica no banco R$ 1.000,00. Qual o montante recolhido durante 2 meses sendo a taxa de rentabilidade do banco 10% ao mês?

Solução:

$C_n = C_0 (1 + i)^n \; C_2 = 1000 (1 + 0,1)^2 = 1.000 \cdot 1,21 = 1.210$

Resposta: O montante recolhido é R$ 1.210,00.

20. Pedro aplica R$ R$ 5.000,00 no banco X para resgatar após 3 meses a taxa de juros é de 20% ao mês. Qual o valor do resgate?

Solução:

$C_n = C_0 (1 + i)^n \; C_3 = 5.000 (1 + 0,2)^3 = 5.000 \cdot 1,728 = 8.640$

Resposta: O valor do resgate é R$ 8.640,00.

21. Um capital de R$ 300,00 foi aplicado em regime de juros compostos com uma taxa de 10% ao mês. Calcule o Montante desta aplicação após dois meses.

Solução:

Resumindo os dados do problema:

Capital inicial (C_0)= 300

Taxa (i) = 10% = 0,1

Períodos de Capitalização (n) = 2

Substituindo temos:

$C_n = C_0 (1 + i)^n \; C_2 = 300 \cdot (1 + 0,1)^2$

$C_2 = 300 \cdot (1,1)^2$

$C_2 = 300 \cdot 1,21 = 363,00$

Resposta: O montante da aplicação fornecida neste problema após 2 meses é de R$ 363,00.

22. Um dono de empresa consegue um empréstimo de R$ 30.000,00 que deverá ser pago, no fim de um ano, acrescidos de juros compostos de 3% ao mês. Quanto o dono da empresa deverá pagar ao final do prazo estabelecido?

Solução:

Resumindo os dados do problema:

Capital inicial (C_0) = 30.000,00

Taxa (i) = 3% = 0,03

Períodos de Capitalização (n) = 12

Calculando o montante:

$C_n = C_0 (1 + i)^n \; C_{12} = 30.000 \cdot (1 + 0,03)^{12}$

$C_{12} = 30.000 \cdot (1,03)^{12}$

$C_{12} = 30.000 \cdot 1,4257 = 42.771$

Resposta: Deverá pagar no final do prazo R$ 42.771,00.

23. Um capital de R$ 300,00 foi aplicado em regime de juros compostos com uma taxa de 10% ao mês. Calcule o montante desta aplicação após dois meses.

Solução:

Resumindo os dados do problema:

Capital inicial (C_0)= 300

Taxa (i) = 10% = 0,1

Períodos de Capitalização (n) = 2

Calculando o montante:

$C_n = C_0 (1 + i)^n$ $C_2 = 300 \cdot (1 + 0,1)^2$

$C_2 = 300 \cdot (1,1)^2$

$C_2 = 300 \cdot 1,21 = 363,00$

Resposta: O montante da aplicação fornecida neste problema após 2 meses é de R$ 363,00.

24. Em certo período o aluguel de um apartamento passou de R$ 400,00 para R$ 410, 00. Sabendo-se que a inflação no período foi de 1 %. Então, a taxa real neste período foi de:

a) 1,5%

b) 1,7%

c) 2,5%

d) 3,5%

e) menor que 1,5%

Solução I:

Taxa de inflação: 1 %

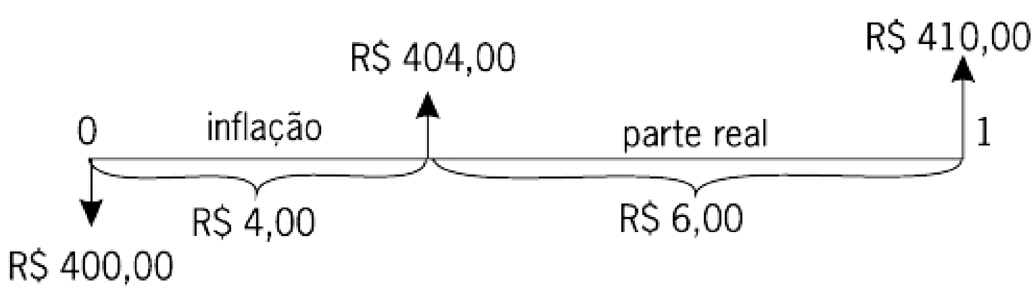
Taxa aparente: 10 /400 = 2,5%

Taxa real: (1,025 / 1,01 – 1) = 1,48 %

Solução II:

Por Retorno e Rentabilidade

Comentário: Esta questão pode ser feita pelo conceito de retorno e rentabilidade, que na verdade generaliza o modelo acima.



Calculando a rentabilidade para a parte real:

$r = \frac{R}{C_0}$

$r = \frac{6}{404} = 1{,}48\ \%$

Gabarito: letra E

25. Um investidor aplicou R$ 80.000,00 no início de um determinado ano e resgatou no final de dois anos o montante de R$ 98.280,00, esgotando totalmente seu crédito referente a esta operação. Sabe-se que a taxa de inflação referente ao primeiro ano da aplicação foi de 5% e ao segundo, 4%. Então, a correspondente taxa real de juros, no período desta aplicação, foi de: a) 11,25%
    b) 12,5%
    c) 12,85%
    d) 13,65%
    e) 13,85%

Solução:

Taxa de juros: 18.280/80.000 = 0,2285 = 22,85%
Inflação: (1 + 5%)(1 + 4%) – 1 = 1,05 · 1,04 – 1 = 1,0920 – 1 = 9,20%
Taxa real: (1 + 22,85%) / (1 + 9,20%) – 1 = 1,2285 / 1,092 – 1 = 0,125 = 12,5%
Gabarito: letra B

10.5. Questões Propostas

(Banco do Brasil) "Em 2001, os números de acidentes ,mortos e feridos nas rodovias federais do país diminuíram em relação a 2000 , segundo dados PRF. Os índices de mortes, caíram 12%, se comparados ao do ano anterior. Os de acidentes e de feridos reduziram-se em 7% e 4%.

No Brasil, registra-se um alto número de mortes devido a acidentes de trânsito. A violência de trânsito tem um custo social de R$ 5,3 bilhões por ano, segundo o Ipea, publicado em 2003. Desse total, 30 % são devido a gastos com saúde e o restante devido a previdência, justiça, seguro e infraestrutura. de acordo com esse levantamento, de Janeiro a julho de 2003, os acidentes de trânsito consumiram entre 30 % e 40 % do que o SUS gastou com internações por causas externas , resultantes de acidentes e violência em geral."

Considerando o texto acima e o tema por ele abordado, julgue os itens 1 e 2, a seguir.

1. ( ) Do custo social de 5,3 bilhões por ano mencionado no texto, R$ 1,59 bilhões foram gastos com saúde.

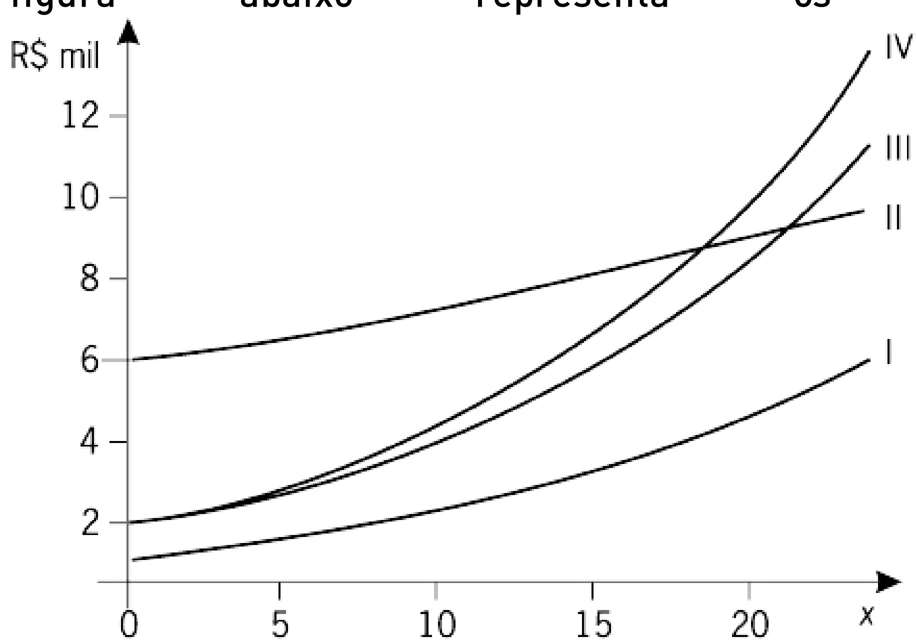
2. ( ) Considerando que, de janeiro a julho de 2003, o gasto total do SUS com internações por causas externas, resultante de acidentes e violência em geral tenha sido entre

R$ 2 bilhões e R$2,5 bilhões , é correto concluir que a parte desse gasto que foi consumida pelos acidentes de trânsito foi superior a R$ 500,00 milhões e inferior a R$ 1,1 bilhão.

3. (CN-98) Se uma pessoa aplica somente 2/5 de seu capital em letras durante 90 dias, a taxa de 2,5% ao mês, e recebe $ 9.600 de juros simples, então o seu capital é de: a) $ 180.000
b) $ 240.000
c) $ 320.000
d) $ 400.000
e) $ 960.000

4. (Analista – Serpro – Esaf – 2001) Uma conta no valor de R$ 1.000,00 deve ser paga em um banco na segunda-feira, dia 5. O não pagamento no dia do vencimento implica uma multa fixa de 2% sobre o valor da conta mais o pagamento de uma taxa de permanência de 0,1% por dia útil de atraso, calculada como juros simples, sobre o valor da conta. Calcule o valor do pagamento devido no dia 19 do mesmo mês considerando que não há nenhum feriado bancário no período.
a) R$ 1.019,00
b) R$ 1.020,00
c) R$ 1.025,00
d) R$ 1.029,00
e) R$ 1.030,00

(BB – Escriturário – 2002 – Cespe/UNB) Suponha que quatro clientes — B3, B4, B5 e B6 — tomem emprestado R$ 6.000,00, R$ 2.000,00, R$ 1.000,00 e R$ 2.000,00, respectivamente, de acordo com as taxas de juros para pessoas físicas apresentadas. A figura abaixo representa os gráficos das funções:



$f_3(x) = 6.000 \cdot (1,0205)^x$, $f_4(x) = 2.000 \cdot (1,075)^x$, $f_5(x) = 1.000 \cdot (1,079)^x$, $f_6(x) = 2.000 \cdot$

$(1{,}083)^x$.

Com base nas informações, julgue os seguintes itens: 5. ( ) Os gráficos III e IV correspondem as funções f_6 e f_4 respectivamente.

6. ( ) Se nenhum pagamento for feito, o total devido pelo cliente B3 seis meses após a contratação do empréstimo será igual a f_3 (6).

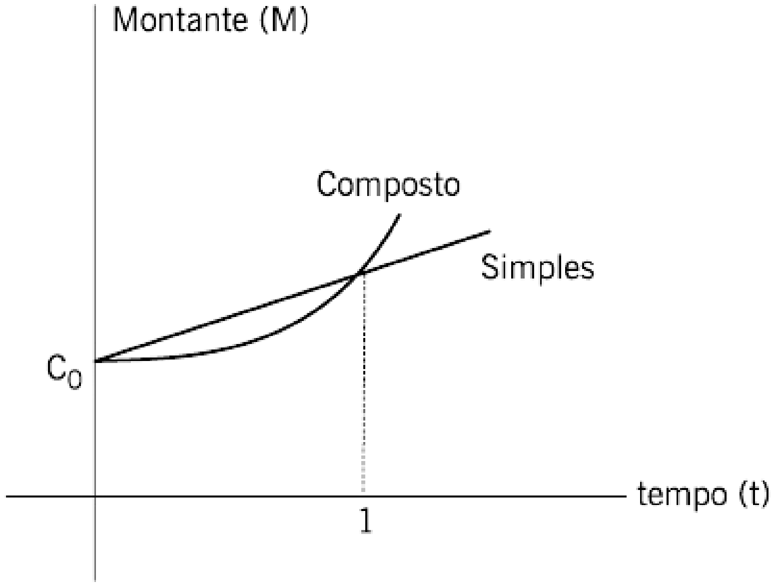
7. ( ) Não existe $x \in \mathbb{R}$ para o qual os gráficos das funções f_3 e f_5 se interceptem.

8. ( ) Se os clientes B3 e B4 optarem por saldar suas dívidas após 24 meses, o cliente B3, apesar de ter contraído um empréstimo bem superior, pagará um montante inferior ao de B4.

9. (BR – Cesgranrio) Um investidor aplicou R$ 15.000,00 hoje a juros compostos com remuneração de 0,7% ao mês. Após 6 meses, terá um montante de: a) 15.641
   b) 16.856
   c) 17.890
   d) 18.934
   e) 19.876

10. Uma pessoa aplica 40% de seu capital, na data de hoje, a uma taxa de juros simples de 30% ao ano, durante 6 meses. Aplica o restante, na mesma data, à taxa d e juros compostos de 10% ao trimestre, durante 1 semestre. Sabendo-se que a soma dos montantes obtidos através dessas duas operações é igual a R$ 65.230,00, tem-se que o valor do capital inicial total que essa pessoa possui na data de hoje é: a) R$ 50.000,00
    b) R$ 52.500,00
    c) R$ 55.000,00
    d) R$ 57.500,00
    e) R$ 60.000,00

11. (CEF – Escriturário – Cesgranrio – 2008) O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma taxa de juros. M é dado em unidades monetárias e t, na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa de juros utilizada.



Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a juros:

a) compostos, sempre;

b) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo; c) simples, sempre;

d) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo; e) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

12. (Afrf – Esaf – 2002/1) Um capital é aplicado a juros compostos à taxa de 20% ao período durante quatro períodos e meio. Obtenha os juros como porcentagem do capital aplicado, considerando a convenção linear para cálculo do montante. Considere ainda que: $1{,}20^4 = 2{,}0736$; $1{,}20^{4{,}5} = 2{,}271515$ e $1{,}20^5 = 2{,}48832$.

a) 107,36%

b) 127,1515%

c) 128,096%

d) 130%

e) 148,832%

13. (Fiscal – INSS – Esaf – 2002) Obtenha os juros como porcentagem do capital aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao semestre por um prazo de quinze meses, usando a convenção linear para cálculo do montante.

a) 22,5%

b) 24%

c) 25%

d) 26,906%

e) 27,05%

14. (BR – Cesgranrio) Em um período no qual a taxa de inflação foi de 20%, o rendimento de um fundo de investimento foi de 50%. Qual foi, nesse período, o rendimento real?

a) 20%

b) 25%

c) 22,5%

d) 30%

e) 27,5%

Gabarito: 1. c; 2. c; 3. c; 4. e; 5. e; 6. c; 7. e; 8. c; 9. a; 10. c; 11. e; 12. c; 13. e; 14. b.

Capítulo 11

Questões para Treinamento

Aritmética

1. O valor de $\frac{0,4 \times 0,12 - 0,03}{0,15 - 0,3}$ é de: a) 3,75;

b) 0,375;

c) 0,12;

d) - 0,12;

e) - 0,375.

2. O valor de 1,5/0,12 – 0,01/0,2 é de :

a) 0,75;

b) 1,245;

c) 1,25;

d) 12,45;

e) 12,5.

3. O valor de $\frac{0,3 \times 0,15 - 0,2}{0,4 \times 0,8 - 0,01}$ é de: a) –1/2;

b) -43/310;

c) -43/31;

d) 43/31;

e) ½.

4. A expressão $(10^{10}+10^{20}+10^{30}) : (10^{20}+ 10^{30}+10^{40})$ é equivalente a: a) $1 + 10^{10}$;

b) $10^{10}/2$;

c) 10^{-10};

d) 10^{10};

e) $(10^{10} – 1)/2$.

5. De 1 até 537, quantas vezes aparece o algarismo 3?

a) 108.

b) 109.

c) 140.

d) 141.

e) 142.

6. Escrevendo-se de 1 até 1.993, inclusive, quantas vezes o algarismo 1 é escrito?

a) 1.609.

b) 1.715.

c) 1.594.

d) 1.816.

e) 1.993.

7. Se x = 1 , y = 0,99 ... e z = 1,99...

I. x > y.

II. z < y.

III. x = y.

IV. Toda dízima periódica gera uma fração e sempre podemos voltar para dízima dado a fração.

V. x = y < z.

A quantidade de itens corretos?

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

8. Dados os números A= 0,036 B = 0,55... e C = 0,21.

O produto entre o maior e menor desses números é igual a: a) 0,018;

b) 0,02;

c) 0,15;

d) 0,2;

e) 0,53.

9. Somando as dízimas periódicas 0,4545... e 0,5454 ... obtém-se : a) 1;

b) 1,2;

c) 0,99;

d) 0,97;

e) 2.

10. Os números X e Y são tais que 5 ≤ X ≤ 10 e 20 ≤ y ≤ 30. O maior valor possível de X / Y é:

a) 1/6;

b) 1/4;

c) 1/3;

d) 1/2;

e) 1.

11. (TRF) Na figura abaixo, estão representados na reta real os números 0, a, 1/2 , b e 1. Assim, podemos afirmar que o produto a . b está obrigatoriamente: 0 a ½ b 1

a) à direita de 1;

b) entre b e 1;

c) entre 1/2 e b;

d) entre 0 e 1/2;

e) à esquerda de 0.

12. A soma dos algarismos do número $(10^{117} - 1)/3$ é igual a: a) 282;

b) 351;

c) 495;

d) 684;

e) 999.

13. Qual a fração que dá origem à dízima 2,333... em representação decimal?

a) 7/3.

b) 22/9.

c) 220/99.

d) 230 /99.

e) 330 / 9.

14. Na proporção 15/75 = X/25 o valor de x é:

a) 25;

b) 5;

c) 15;

d) 51;

e) 50.

15. Qual das opções abaixo é divisível por 7?

a) 17.320.

b) 15.877.

c) 21.702.

d) 16.170.

e) 701.

Fatoração / MMC E MDC

16. Um número tem k fatores primos distintos. O número de divisores deste número é: a) 2k;

b) 2k;

c) 3k;

d) 3k;

e) 2k+1.

17. Julgue o item correto, dada a proposição abaixo: A equação X + Y = 597 apresenta infinitas soluções, mas a quantidade de soluções onde x e y sejam primos ao mesmo tempo é: a) uma solução onde x e y são ímpares;

b) uma solução onde um número é par e outro ímpar; c) três soluções são possíveis;

d) mais de 3 soluções são possíveis;

e) não tem solução de acordo com a condição acima.

18. Numa corrida de automóveis, o primeiro corredor dá a volta completa na pista em 10 segundos, o segundo em 11 segundos e o terceiro em 12 segundos. Todos se encontram em: a) 600s;

b) 620s;

c) 630s;

d) 640s;

e) 660s.

19. O MDC entre 450, 210 e 255 é:

a) 12;

b) 13;

c) 14;

d) 15;

e) 16.

20. Um antiquário adquiriu 112 tinteiros, 48 espátulas e 80 canivetes. Deseja arrumá-los em mostruários de modo a conter a menor quantidade de objeto de cada espécie em cada mostruário. A soma da quantidade de objetos em cada mostruário e a quantidade de mostruários vale: a) 30;

b) 31;

c) 32;

d) 33;

e) 34.

21. No alto de uma torre de uma emissora de TV uma luz pisca 15 vezes por minuto e outra 10 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltam a piscar simultaneamente?

a) 12.

b) 10.

c) 20.

d) 15.

e) 30.

22. Deseja-se arborizar o contorno de um terreno retangular com 144m de comprimento por 112m de largura de tal modo que a equidistância entre duas árvores consecutivas seja a maior possível e que haja uma árvore em cada contorno. Quantas árvores serão

plantadas?

a) 32.
b) 33.
c) 34.
d) 35.
e) 36.

23. O menor número que é múltiplo de 15 e também divisor de 30 é: a) 3;
b) 30;
c) 15;
d) 450;
e) 500.

24. O máximo divisor comum dos números 16 e 120 é 2n. O valor de n é um número: a) divisor de 8;
b) múltiplo de 7;
c) múltiplo de 5;
d) primo;
e) primo entre si.

25. Na decomposição em fatores primos do número 120, obtemos 2x · 3y · 5z. Então, x + y + z é igual a: a) 3;
b) 5;
c) 4;
d) 6;
e) 2.

Fração / Velocidade

26. Um tanque tem uma torneira capaz de enchê-lo em 15h e outra em 40h e um ralo que o esvazia em 24h. Com os três abertos, no fim de quanto tempo o tanque ficará cheio?
a) 17h.
b) 18h.
c) 20h.
d) 22h.
e) 23h.

27. Uma torneira enche um tanque em 4 horas. O ralo do tanque pode esvaziá-lo em 3 horas. Estando cheio o tanque, abrimos simultaneamente a torneira e o ralo. Então o tanque: a) nunca esvazia;
b) esvazia-se em 1h;
c) esvazia-se em 4h;
d) esvazia-se em 7h;

e) esvazia-se em 12h.

28. Em uma amostra retirada de um lote de feijão constatou-se que 3/7 eram de feijão branco e o resto de feijão preto. Sabe-se que a diferença entre as quantidades de sacos de um e outro tipo de feijão é 120. Os sacos de feijão branco eram em número de: a) 840;
b) 480;
c) 360;
d) 240;
e) 120.

29. (TTN) Que horas são, se 4/11 do que resta do dia é igual ao tempo decorrido?
a) 6h.
b) 6h24min.
c) 7h.
d) 8h.
e) 9h.

30. (TTN) Em um edifício de apartamentos, exatamente 1/3 dos apartamentos são de 3 dormitórios, e exatamente 1/7 dos apartamentos de três dormitórios são apartamento de gente. Um valor possível para o número total de apartamentos do edifício é: a) 42;
b) 50;
c) 51;
d) 56;
e) 57.

31. (PRF) A ligação rodoviária entre o Rio e Niterói é feita por ônibus em 33 minutos. A que horas o ônibus que saiu de Niterói às 12h48min cruza com o que saiu do Rio às 13h1min?
a) 13h9 min.
b) 13h10min.
c) 13h11min.
d) 13h12min.
e) 13h13min.

32. Se me pagassem o que me é devido, eu pagaria o que devo e restar-me-iam os 2/9 do que me devem. Quanto me devem se a minha dívida e o que me é devido valem R$ 1.600,00?
a) 2.500.
b) 900.
c) 700.
d) 500.
e) 100.

33. (PRF) A casa de João fica a 10km da rodoviária, João chegou à rodoviária às 17h, e sua mulher saiu às 17h para buscá-lo. João, impaciente, pôs-se a andar. Encontrou sua mulher no caminho e foram juntos para casa. A que horas chegaram, se João anda a 5km/h, e sua mulher dirige a 45km/h?

a) 17h.

b) 17h24min.

c) 17h12min.

d) 17h36min.

e) 17h48min.

34. (PRF) Em uma viagem RJ–SP, metade da distância foi percorrida com um rendimento de 11km/l de combustível, e a outra metade, com rendimento de 9km/l. O rendimento da viagem toda foi de: a) 9,8km/l;

b) 10km/l;

c) 9,9km/l;

d) 10,1km/l;

e) 10,2km/l.

35. Em um bairro, metade dos homens e a quarta parte das mulheres têm menos de 18 anos. Dois quintos dos moradores da favela são homens. Que fração dos moradores com menos de 18 anos é de mulheres?

a) 1/5.

b) 3/7.

c) 3/20.

d) 7/20.

e) 4/7.

Álgebra

36. (TTN) Certa quantidade de sacos precisa ser transportada e para isso dispõe-se de jumentos. Se colocarmos 2 sacos em cada jumento, sobram 13 sacos; se colocarmos 3 sacos em cada jumento, sobram 3 jumentos. Quantos sacos precisam ser carregados?

a) 44.

b) 45.

c) 57.

d) 22.

e) 30.

37. Um grupo de meninos e meninas resolveu pagar uma despesa de R$ 660,00. Neste grupo havia 12 pessoas. Os homens resolveram pagar sozinhos a despesa. A quantia de cada um ficou aumentada de R$ 77,00. Calcule o número de meninos.

a) 5.

b) 6.

c) 7.
d) 8.
e) 9.

38. Três meninos receberam bola de presente. A e B receberam 72 bolas. A e C receberam 78 bolas. B e C receberam 94 bolas. Quantas bolas recebeu A?
a) 48.
b) 38.
c) 18.
d) 28.
e) 40.

39. Um fazendeiro promete a seu pastor R$ 14.000,00 e 4 ovelhas por ano como ordenado. Após 4 meses, o pastor é despedido e recebe 3 ovelhas e R$ 500,00. Qual o preço de cada ovelha?
a) 1.500.
b) 2.500.
c) 3.500.
d) 4.500.
e) 5.500.

40. Às 5 horas da tarde da última terça-feira, uma em cada 3 salas de aula da universidade estava vazia. Se em 68 salas havia aulas, calcule o total de salas da universidade.
a) 100.
b) 101.
c) 102.
d) 103.
e) 104.

41. Um bando de gafanhoto atacou uma plantação e algodão. Se 100 gafanhotos atacassem cada pé de algodão, 60 gafanhotos ficariam sem pé para atacar. Como todos os pés foram atacados por 102 gafanhotos cada um, calcule então o número de gafanhotos.
a) 1.060.
b) 2.060.
c) 3.060.
d) 4.060.
e) 5.060.

42. Um grupo de meninos resolveu comprar uma bola que custava R$ 600,00, dividindo a despesa entre eles. Como dois deles desistiram, cada um teve que dar mais R$ 10,00. O número inicial de meninos era de: a) 16;
b) 14;
c) 10;

d) 12;
e) 11.

43. Um baleiro vende N balas por R$ 0,30 cada, e obtém L reais. Se vender 15 balas a menos por R$ 0,45 cada, obterá os mesmos L reais. Determine o valor de N.

a) 25.
b) 35.
c) 45.
d) 55.
e) 65.

44. Em um estacionamento há carros e motos, num total de 38 veículos e 136 rodas. Os números de carros e motos no estacionamento, respectivamente, são: a) 12 e 26;

b) 8 e 30;
c) 30 e 8;
d) 28 e 10;
e) 30 e 10.

Razão/Proporção/Regra de Três

45. Se X máquinas fazem X cópias em X minutos, quantas cópias fazem Y máquinas em Y minutos?

a) X^2 /Y.
b) Y^2/ X.
c) Y /X.
d) X.
e) Y.

46. Uma máquina do tipo X faz 50 cópias por minuto, e uma do tipo Y faz 20 cópias em um minuto e meio. Em quanto tempo 2 máquinas X e 3 Y fazem 70.000 cópias ?

a) 8h20min.
b) 10h15min.
c) 12h42min.
d) 18h33min.
e) 21h52 min.

47. Se gato e meio come rato e meio em minuto e meio, em quanto tempo um gato come 2 ratos?

a) 2 min.
b) 3 min.
c) 4 min.
d) 5 min.
e) 6 min.

48. Vinte homens em 12 dias de trabalho receberam R$ 480,00, 30 homens em 40 dias receberão: a) 2.400;

b) 2.450;

c) 2.470;

d) 2.480;

e) 2.485.

49. Quinze homens trabalhando 8 horas por dia em 10 dias receberam R$ 720,00; 20 homens trabalhando 10 horas diárias em 30 dias receberão: a) 3.400;

b) 3.450;

c) 3.600;

d) 3.650;

e) 3.700.

50. X é diretamente proporcional ao quadrado de y e inversamente proporcional a Z. Se Y aumenta em 20% e Z aumenta em 50%, podemos dizer que, neste caso, X: a) aumentará 4%;

b) aumenta 8%;

c) diminui 4%;

d) diminui 8%;

e) não se altera.

51. Dez homens comeram 10 sanduíches em 10 horas. Quantas horas levarão 20 homens para comer 50 sanduíches?

a) 5h.

b) 25h.

c) 100h.

d) 1h.

e) 2h30min.

52. Um pecuarista comprou uma quantidade de ração necessária para alimentar 30 bois durante 20 dias. Se tivesse comprado o dobro da ração, quantos bois poderia alimentar em 25 dias?

a) 18.

b) 28.

c) 38.

d) 48.

e) 75.

Geometria

53. Uma lata tem a forma de um paralelepípedo retângulo com 20cm de comprimento, 12cm de largura e 30cm de altura. Despejei 8 litros de água nessa lata, e a água: a)

transbordou;

b) encheu a lata;

c) ocupou meia lata;

d) ocupou menos da metade da lata;

e) ocupou mais da metade da lata.

54. (PRF) Uma lata cilíndrica tem raio da base igual a 10cm e altura igual a 5cm. A lata cilíndrica de raio da base r cm e altura h cm terá o dobro do volume se: a) r = 5 h = 10;

b) r =10 h = 10;

c) r = 5 h = 20;

d) r = 20 h = 5;

e) r = 20 h =10.

55. (PRF) Latas de óleo de 1 litro e 0,5 litro têm a mesma altura. Se o diâmetro da base da lata de 1 litro é de 16cm, então o diâmetro da lata de 0,5 litro vale, aproximadamente: a) 8cm;

b) 9,6cm;

c) 10,4cm;

d) 11,3cm;

e) 12cm.

56. Em quanto tempo uma torneira de vazão 60l/min enche uma caixa d'água de 3m x 4m x 5m?

a) 10min.

b) 1h40min.

c) 9h10min.

d) 12h30min.

e) 16h40min.

57. Considere que ao congelar-se a água aumenta 1/15 de seu volume. Quantos litros de água obtêm-se quando se descongela um bloco de gelo de 0,5m de comprimento 0,3m de largura e 0,4m de altura?

a) 56.

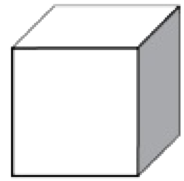
b) 56,25.

c) 56,5.

d) 60.

e) 64.

58. Um cubo de madeira de 5cm de aresta foi todo pintado de branco. Em seguida, o cubo foi cortado em 125 cubinhos de 1cm de aresta. O número de cubinhos que apresentam

então 3 faces pintadas de branco é igual a: 

a) 6;
b) 8;
c) 64;
d) 75;
e) 100.

Porcentagem

59. (CEF) Uma pessoa X pode realizar uma tarefa em 12 horas; outra pessoa Y é 50% mais eficiente que X. Nessas condições, o número de horas para que Y realize essa tarefa: a) 4h;
b) 5h;
c) 6h;
d) 7h;
e) 8h.

60. Das 100 pessoas que estão na sala, 99% são homens. Quantos homens devem sair para que a % de homem passe a ser 98%?
a) 1.
b) 2.
c) 10.
d) 50.
e) 49.

61. Em um certo mês, os preços aumentaram 30% e os salários 56%. De quanto aumentou o meu poder de compra?
a) 26%.
b) 20%.
c) 15%.
d) 10%.
e) 50%.

62. Em uma promoção do tipo “Leve 5 e pague 3” estamos dando um desconto de: a) 20%;
b) 30%;
c) 40%;
d) 50%;
e) 60%.

63. Em um certo mês, os salários aumentaram 100%, como houve um adiantamento de 20%, o novo aumento nesse período será de: a) 80%;

b) 50%;
c) 67%;
d) 70%;
e) 75%.

64. Em certo mês, meu salário aumentará 100%. Considere que neste mês eu ganhe um adiantamento de 25%. O novo aumento que devo receber em relação a este período será de: a) 75%;
b) 70%;
c) 65%;
d) 60%;
e) 55%.

65. Em uma promoção do tipo "Leve 8 e pague 5", estamos dando um desconto de: a) 37,5%;
b) 30%;
c) 32,5%;
d) 40%;
e) 50 %.

66. Se o lado do quadrado aumentar de 10%, então a área terá um acréscimo de: a) 10%;
b) 20%;
c) 21%;
d) 22%;
e) 25%.

GABARITO

1 – d	12 – b	23 – b	34 – c	45 – b	56 – e
2 – d	13 – a	24 – a	35 – b	46 – a	57 – b
3 – a	14 – b	25 – d	36 – c	47 – b	58 – b
4 – c	15 – d	26 – c	37 – a	48 – a	59 – e
5 – e	16 – b	27 – e	38 – d	49 – c	60 – d
6 – c	17 – e	28 – c	39 – b	50 – c	61 – b
7 – b	18 – e	29 – b	40 – c	51 – b	62 – c
8 – b	19 – d	30 – a	41 – c	52 – d	63 – c
9 – a	20 – d	31 – c	42 – d	53 – a	64 – a
10 – d	21 – a	32 – b	43 – c	54 – b	65 – a
11 – d	22 – a	33 – b	44 – c	55 – d	66 – c

Capítulo 12

Provas de Concursos Anteriores

(FCC – TRT-1ª Região – Analista Judiciário – 2011)

1. Em uma eleição com 5 candidatos (A, B, C, D e E), cada um de 100 eleitores votou em um, e apenas um, dos candidatos. Nessa eleição, A teve 20 votos, B teve 16 votos, C foi eleito com 35 votos, D teve 18 votos e E obteve os votos restantes. Se um dos cinco candidatos não tivesse participado da eleição, somente os eleitores desse candidato alterariam seu voto e de tal forma que quem votou em – A jamais votaria em B;
   – B jamais votaria em C;
   – C jamais votaria em D;
   – D jamais votaria em E;
   – E jamais votaria em A.

Nas situações descritas, se for eleito o candidato com mais votos dentre os 100 votos, é correto afirmar que:
   a) o candidato E poderia ser eleito se A retirasse sua candidatura;
   b) não sendo retirada a candidatura de C, ele será o candidato eleito;
   c) sendo retirada uma candidatura que não a de B, nem a de C, B pode ser o candidato eleito;
   d) retirada uma das candidaturas, o candidato E nunca será eleito com mais de 45% dos votos;
   e) retirada a candidatura de C, se D ficar em último lugar, não haverá empate entre três candidatos na primeira colocação.

2. Se x é um número inteiro positivo tal que $E = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{x}$ seja um número inteiro, então: a) existem infinitas possibilidades distintas para x;
   b) x é múltiplo de 12;
   c) x é maior do que 84;
   d) x tem oito divisores;
   e) E pode ser maior do que 2.

3. Em uma campanha de doação de livros, x pessoas receberam 4 livros, e y pessoas receberam 3 livros, sendo x e y números inteiros e positivos. Se foram distribuídos 100 livros, então, as possibilidades diferentes para x + y são em número de: a) 6;
   b) 7;
   c) 8;

d) 9;

e) 10.

4. Sejam x e y números naturais, e Δ e □ símbolos com os seguintes significados: – x Δ y é igual ao maior número dentre x e y, com x ≠ y;
– x □ y é igual ao menor número dentre x e y, com x ≠ y; – se x = y, então x Δ y = x □ y = x = y.
De acordo com essas regras, o valor da expressão
[64□(78Δ64)] □ {92Δ[(43□21)Δ21]} é: a) 92;

b) 78;

c) 64;

d) 43;

e) 21;

Gabarito: 1. b; 2. d; 3. c; 4. c.

(FCC – TRT-24ª Região – Analista Judiciário Administrativo – 2011)

1. Nicanor deveria efetuar a divisão de um número inteiro e positivo N, de três algarismos, por 63; entretanto, ao copiar N, ele enganou-se, invertendo as posições dos dígitos extremos e mantendo o seu dígito central. Assim, ao efetuar a divisão do número obtido por 63, obteve quociente 14 e resto 24. Nessas condições, se q e r são, respectivamente, o quociente e o resto da divisão de N por 63, então: a) q + r = 50;

b) r < 40;

c) q < 9;

d) r é múltiplo de 4;

e) q é um quadrado perfeito.

2. Todos os 72 funcionários de uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho de Mato Grosso do Sul deverão ser divididos em grupos, a fim de se submeterem a exames médicos de rotina. Sabe-se que: – o número de funcionários do sexo feminino é igual a 80% do número dos do sexo masculino;
– cada grupo deverá ser composto por pessoas de um mesmo sexo;
– todos os grupos deverão ter o mesmo número de funcionários;
– o total de grupos deve ser o menor possível;
– a equipe médica responsável pelos exames atenderá a um único grupo por dia.
Nessas condições, é correto afirmar que:

a) no total, serão formados 10 grupos;

b) cada grupo formado será composto de 6 funcionários;

c) serão necessários 9 dias para atender a todos os grupos;

d) para atender aos grupos de funcionários do sexo feminino serão usados 5 dias;

e) para atender aos grupos de funcionários do sexo masculino serão usados 6 dias.

3. Dois funcionários de uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho – Matilde e Julião – foram incumbidos de arquivar X processos. Sabe-se que: trabalhando juntos, eles

arquivariam 3/5 de X em 2 horas; trabalhando sozinha, Matilde seria capaz de arquivar 1/4 de X em 5 horas. Assim, quantas horas Julião levaria para, sozinho, arquivar todos os X processos?

a) 4.

b) 5.

c) 6.

d) 7.

e) 8.

4. Suponha que em 2007 as mensalidades de dois planos de saúde tinham valores iguais e que nos três anos subsequentes elas sofreram os reajustes mostrados na tabela seguinte.

	2008	2009	2010
Plano 1	10%	10%	10%
Plano 2	5%	5%	X

Se em 2010 os valores das mensalidades de ambos se tornaram novamente iguais, então X é aproximadamente igual a:

a) 15%;

b) 18,6%;

c) 20,7%;

d) 27,8%;

e) 30%.

5. O computador de certo caixa eletrônico foi programado para que fossem emitidas apenas cédulas de R$ 20,00, R$ 50,00 ou R$ 100,00. Ao fazer um saque nesse caixa, Aristóteles recebeu 24 cédulas e, curiosamente, observou que as quantias correspondentes a cada um dos três tipos de cédulas eram iguais. Nessas condições, é correto afirmar que Aristóteles: a) recebeu 18 cédulas de R$ 20,00;

b) recebeu 8 cédulas de R$ 50,00;

c) recebeu 5 cédulas de R$ 100,00;

d) fez um saque de R$ 900,00;

e) fez um saque de R$ 300,00.

6. Dois Analistas Judiciários de uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho – Felício e Marieta – foram incumbidos de analisar 56 processos. Decidiram, então, dividir o total de processos entre si, em partes que eram, ao mesmo tempo, diretamente proporcionais aos seus respectivos tempos de serviço no Tribunal e inversamente proporcionais às suas respectivas idades. Se, na ocasião, Felício era funcionário do Tribunal há 20 anos e tinha 48 anos idade, enquanto Marieta lá trabalhava há 8 anos, então, se coube a Marieta analisar 21 processos, a sua idade: a) era inferior a 30 anos;

b) estava compreendida entre 30 e 35 anos;
c) estava compreendida entre 35 e 40 anos;
d) estava compreendida entre 40 e 45 anos;
e) era superior a 45 anos.

7. De um curso sobre Legislação Trabalhista, sabe-se que participaram menos de 250 pessoas e que, destas, o número de mulheres estava para o de homens na razão de 3 para 5, respectivamente. Considerando que a quantidade de participantes foi a maior possível, de quantas unidades o número de homens excedia o de mulheres?
a) 50.
b) 55.
c) 57.
d) 60.
e) 62.

8. A tabela abaixo apresenta os múltiplos positivos de 3, dispostos segundo determinado padrão:

1ª Coluna	2ª Coluna	3ª Coluna	4ª Coluna	5ª Coluna
3 1	6	9	12	15
18	21	24	27	30
33	36	39	42	45
48	51	54	57	60
63	66	69	72	75
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Caso esse padrão seja mantido indefinidamente, com certeza o número 462 pertencerá à:
a) primeira coluna;
b) segunda coluna;
c) terceira coluna;
d) quarta coluna;
e) quinta coluna.

Gabarito: 1. e; 2. c; 3. a; 4, c; 5. d; 6. b; 7. e; 8. d.

(FCC – TRT-24ª Região – Técnico Judiciário – 2011)

1. Indagado sobre o número de processos que havia arquivado certo dia, um técnico judiciário, que gostava muito de matemática, respondeu: “O número de processos que arquivei é igual a $12{,}25^2 - 10{,}25^2$.” Chamando de X o total de processos que ele arquivou, então é correto afirmar que: a) X < 20;

b) $20 < X < 30$;

c) $30 < X < 38$;

d) $38 < X < 42$;

e) $X > 42$.

2. Sabe-se que Vitor e Valentina trabalham como auxiliares de enfermagem em uma empresa e, sistematicamente, seus respectivos plantões ocorrem a cada 8 dias e a cada 6 dias. Assim, se no último dia de Natal – 25/12/2010 – ambos estiveram de plantão, então, mantido o padrão de regularidade, uma nova coincidência de datas de seus plantões em 2011, com certeza, NÃO ocorrerá em: a) 18 de janeiro;

b) 10 de fevereiro;

c) 31 de março;

d) 24 de abril;

e) 18 de maio.

3. Uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho tem 125 funcionários, 40% dos quais são do sexo feminino. Suponha que, certo dia, todos os funcionários dessa Unidade foram vacinados e que coube apenas a dois enfermeiros – Josué e Maura – a execução dessa tarefa. Sabe-se que: – todos os funcionários do sexo feminino foram vacinados por Maura e os demais por Josué;

– durante a execução da tarefa, a capacidade operacional de Josué foi 90% da de Maura.

Nessas condições, se Maura levou 3 horas para completar a sua parte da tarefa, quanto tempo Josué levou para completar a dele?

a) 6 horas.

b) 5 horas e 45 minutos.

c) 5 horas.

d) 4 horas e 30 minutos.

e) 4 horas.

4. Do total de pessoas que visitaram uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho de segunda a sexta-feira de certa semana, sabe-se que: 1/5 o fizeram na terça-feira e 1/6 na sexta-feira. Considerando que o número de visitantes da segunda-feira correspondia a 3/4 do de terça-feira e que a quarta-feira e a quinta-feira receberam, cada uma, 58 pessoas, então, o total de visitantes recebidos nessa Unidade, ao longo de tal semana, é um número: a) menor que 150;

b) múltiplo de 7;

c) quadrado perfeito;

d) divisível por 48;

e) maior que 250.

5. Para pagar os R$ 7,90 que gastou em uma lanchonete, Solimar usou apenas três tipos de moedas: de 5 centavos, de 25 centavos e de 50 centavos. Sabendo que ela usou 8

moedas de 50 centavos e 13 de 25 centavos, então, quantas moedas de 5 centavos foram necessárias para que fosse completada a quantia devida?

a) 6.

b) 7.

c) 10.

d) 11.

e) 13.

6. Certo escritório anunciou uma vaga para escriturários e uma das formas de seleção dos candidatos era testar sua habilidade em digitar textos, em que cada um recebia uma lista com uma sucessão de códigos, que deveria ser copiada. Embora não fosse um bom digitador, Salomão concorreu a essa vaga e o resultado de seu teste é mostrado abaixo.

Lista original da empresa

X	Y	1	D	E	Q	2	0
A	B	C	0	9	T	S	1
2	5	X	V	0	0	9	F
5	J	H	1	N	3	6	M
K	2	4	E	6	B	C	3
2	1	M	6	4	N	A	0

Lista digitada por Salomão

X	Y	I	D	E	0	2	Q
A	B	C	0	9	T	S	1
2	5	X	U	0	0	9	F
5	J	H	1	N	3	6	M
K	2	4	F	6	B	C	3
2	1	N	9	4	M	A	0

O número de erros cometidos por Salomão foi igual a:

a) 7;

b) 8;

c) 9;

d) 10;

e) 11.

7. Na sequência de operações seguinte, os produtos obtidos obedecem a determinado padrão.

$1 \times 1 = 1$

$11 \times 11 = 121$

$111 \times 111 = 12\,321$

$1\,111 \times 1\,111 = 1\,234\,321$

$11\,111 \times 11\,111 = 123\,454\,321 \ldots$

Assim, é correto afirmar que, ao se efetuar $111\,111\,111 \times 111\,111\,111$, obtém-se um número cuja soma dos algarismos está compreendida entre: a) 85 e 100;

b) 70 e 85;

c) 55 e 70;

d) 40 e 55;

e) 25 e 40.

8. O esquema abaixo apresenta o algoritmo da subtração de dois números naturais, em que alguns algarismos foram substituídos pelas letras A, B, C, D e E.

A 9 0 B 2
– 7 8 C 9 D
2 E 1 7 8

Os correspondentes algarismos representados por A, B, C, D e E, que tornam a diferença correta, devem ser tais que $(A - B + C - D + E)^2$ é igual a: a) 9;

b) 16;
c) 25;
d) 36;
e) 49.

Gabarito: 1. e; 2. b; 3. c; 4. d; 5. e; 6. c; 7. b; 8. d.

(FCC – TRT-14ª Região – Técnico Judiciário – 2011)

1. Seja N um número inteiro e positivo que multiplicado por 7 resulta em número composto apenas por algarismos iguais a 2. Assim, a soma de todos os algarismos que compõem N é igual a: a) 12;

b) 15;
c) 21;
d) 24;
e) 27.

2. Ao serem contabilizados os dias de certo mês, em que três técnicos judiciários de uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho prestaram atendimento ao público, constatou-se o seguinte: – a razão entre os números de pessoas atendidas por Jasão e Moisés, nesta ordem, era 3/5;

– o número de pessoas atendidas por Tadeu era 120% do número das atendidas por Jasão;

– o total de pessoas atendidas pelos três era 348.

Nessas condições, é correto afirmar que, nesse mês:

a) Tadeu atendeu a menor quantidade de pessoas;
b) Moisés atendeu 50 pessoas a mais que Jasão;
c) Jasão atendeu 8 pessoas a mais que Tadeu;
d) Moisés atendeu 40 pessoas a menos que Tadeu;
e) Tadeu atendeu menos de 110 pessoas.

3. Ao receber um pagamento, Samuel contou: x moedas de 50 centavos, y moedas de 25 centavos, z moedas de 10 centavos e t moedas de 5 centavos. Logo depois, ele percebeu que havia se enganado, pois contara 8 das moedas de 10 centavos como moedas de 5 centavos e 8 das moedas de 25 centavos como de 50 centavos. Assim, a diferença entre

a quantia que Samuel contou de forma errada e a quantia correta é de: a) R$ 1,50;

b) R$ 1,60;

c) R$ 1,80;

d) R$ 2,20;

e) R$ 2,50.

4. Trabalhando em conjunto, dois técnicos judiciários – Gaspar e Heraldo – gastaram 3 horas e 20 minutos para arquivar certa quantidade de processos. Sabendo que, sozinho, Gaspar teria arquivado todos os processos em 5 horas de trabalho ininterrupto, o esperado é que, sozinho, Heraldo seria capaz de realizar tal tarefa se trabalhasse por um período de: a) 9 horas;

b) 9 horas e 20 minutos;

c) 9 horas e 40 minutos;

d) 10 horas;

e) 10 horas e 20 minutos.

5. Sabe-se que, em outubro de 2007, os dias x e 3x ocorreram em um domingo. Lembrando que anos bissextos são números múltiplos de 4, então o próximo ano que os dias x e 3x de outubro ocorrerão novamente em um domingo será: a) 2012;

b) 2013;

c) 2014;

d) 2015;

e) 2016.

Gabarito: 1. c; 2. e; 3. b; 4. d; 5. a.

(FCC – Banco do Brasil – Escriturário – 2011)

1. Se x e y são números inteiros tais que x é par e y é ímpar, considere as seguintes afirmações:

I. x + y é ímpar.

II. x – 2y é ímpar.

III. (3x) . (5y) é impar.

É correto afirmar que:

a) I, II e III são verdadeiras;

b) I, II e III são falsas;

c) apenas I é verdadeira;

d) apenas I e II são verdadeiras;

e) apenas II e III são verdadeiras.

2. Qual das expressões seguintes NÃO é equivalente a 0,0000000625?

a) $\frac{5}{16} \times 10^{-6}$

b) $\frac{5}{8} \times 10^{-7}$

c) $\frac{25}{4} \times 10^{-8}$

d) $\frac{125}{2} \times 10^{-9}$

e) $625 \cdot 10^{-10}$

3. Relativamente aos tempos de serviço de dois funcionários do Banco do Brasil, sabe-se que sua soma é 5 anos e 10 meses e que estão entre si na razão 3/2. Nessas condições, a diferença positiva entre os tempos de serviço desses funcionários é de: a) 2 anos e 8 meses;

b) 2 anos e 6 meses;

c) 2 anos e 3 meses;

d) 1 ano e 5 meses;

e) 1 ano e 2 meses.

4. Certo mês, um comerciante promoveu uma liquidação em que todos os artigos de sua loja tiveram os preços rebaixados em 20%. Se, ao encerrar a liquidação, o comerciante pretende voltar a vender os artigos pelos preços anteriores aos dela, então os preços oferecidos na liquidação devem ser aumentados em: a) 18,5%;

b) 20%;

c) 22,5%;

d) 25%;

e) 27,5%.

5. Josué e Natanael receberam, cada um, um texto para digitar. Sabe-se que:

– no momento em que Josué iniciou a digitação das páginas de seu texto, Natanael já havia digitado 5 páginas do dele;

– a cada 15 minutos, contados a partir do início da digitação de Josué, Natanael digitou 2 páginas e Josué 3.

Nessas condições, a quantidade de páginas que Josué deverá digitar para igualar àquela digitada por Natanael é um número: a) menor que 16;

b) primo;.

c) quadrado perfeito;

d) divisível por 4;

e) maior que 25

6. Palmira faz parte de um grupo de 10 funcionários do Banco do Brasil cuja média das idades é 30 anos. Se Palmira for excluída do grupo, a média das idades dos funcionários restantes passa a ser 27 anos. Assim, a idade de Palmira, em anos, é: a) 60;

b) 57;
c) 54;
d) 52;
e) 48.

Gabarito: 1. c; 2. a; 3. e; 4. d; 5. a; 6. b.

(FCC – DNOCS – Administrador – 2010)

1. Um comerciante pediu ao caixa de um banco que lhe trocasse R$ 5,00 em moedas de 10 e 25 centavos; além disso, solicitou também que houvesse pelo menos um tipo de cada moeda e que suas respectivas quantidades fossem números primos entre si. Nessas condições, de quantos modos o caixa pode atender ao pedido desse comerciante?
a) Dois.
b) Três.
c) Quatro.
d) Cinco.
e) Mais que cinco.

2. Dois funcionários de uma empresa — Jadilson e Geildo — foram incumbidos de arquivar os 140 documentos de um lote e dividiram o total de documentos entre si, na razão inversa de suas respectivas idades: 24 e 32 anos. Sabe-se que: – ambos iniciaram a execução dessa tarefa quando eram decorridos 17/48 do dia e trabalharam ininterruptamente até terminá-la; – durante a execução da tarefa a capacidade operacional de Geildo foi 75% da de Jadilson.
Nessas condições, se Jadilson terminou de arquivar a sua parte às 12 horas e 30 minutos, Geildo terminou de arquivar a dele às: a) 13 horas e 50 minutos;
b) 13 horas e 15 minutos;
c) 13 horas;
d) 12 horas e 45 minutos;
e) 12 horas e 30 minutos.

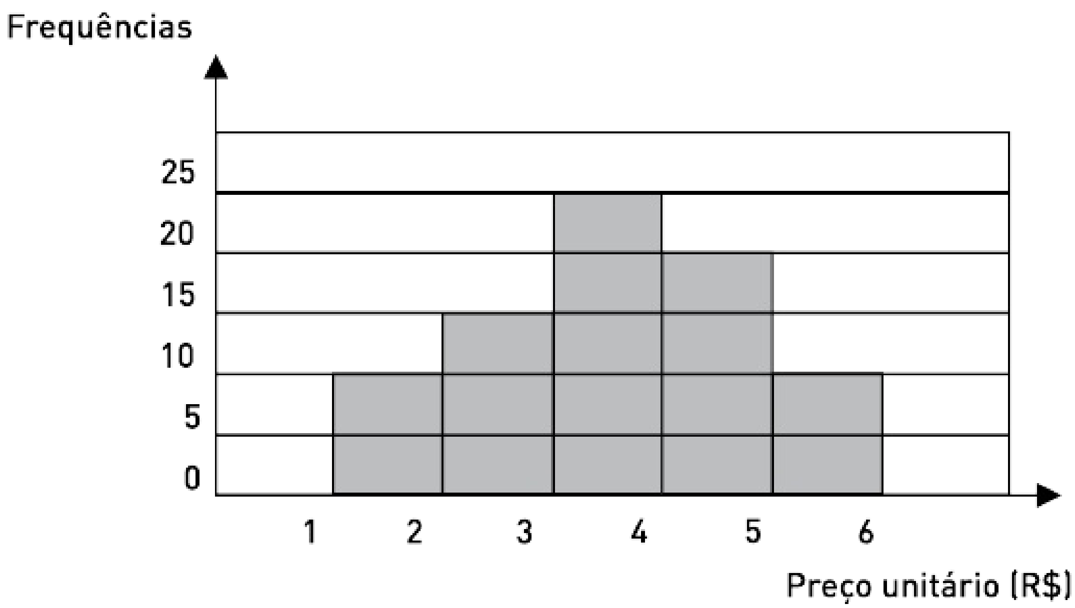
3. Raul pretende comprar um microcomputador em uma loja em que o preço de tabela é R$ 2.000,00. O vendedor lhe fez duas propostas de pagamento: uma, à vista, com desconto de X% sobre o preço de tabela; outra, em duas parcelas de R$ 1.000,00, sendo a primeira no ato da compra e a segunda 1 mês após a compra. Mesmo dispondo do dinheiro para a compra à vista, Raul pensou na opção da compra a prazo, que lhe permitiria aplicar a diferença entre o preço à vista e o valor da primeira parcela, a uma taxa de 10% ao mês. Nessas condições, o menor número inteiro X, que tornaria a proposta de compra à vista mais vantajosa, é: a) 5;
b) 8;
c) 10;
d) 12;

e) 15.

4. Certo dia em que faltou luz em uma cidade, duas velas de mesma altura e mesma forma foram acesas num mesmo instante. Relativamente a essas duas velas, sabe-se que: suas chamas se mantiveram acesas até que fossem totalmente consumidas; ambas queimaram em velocidades constantes; uma delas foi totalmente consumida em 4 horas, enquanto a outra o foi em 3 horas. Assim, a partir do instante em que as velas foram acesas, quanto tempo foi decorrido até que a medida da altura de uma das velas ficou igual ao triplo da medida da altura da outra?
a) 2 horas.
b) 2 horas e 15 minutos.
c) 2 horas e 40 minutos.
d) 3 horas.
e) 3 horas e 20 minutos.

5. Certa quantia foi dividida entre 3 pessoas em partes inversamente proporcionais às suas idades, ou seja, 20, 25 e 32 anos. Se a pessoa mais nova recebeu R$ 200.000,00, então a mais velha recebeu: a) R$ 180.000,00;
b) R$ 160.000,00;
c) R$ 128.000,00;
d) R$ 125.000,00;
e) R$ 120.000,00.

6. Uma pesquisa realizada no mercado forneceu o histograma de frequências absolutas abaixo, representando a distribuição dos preços unitários de venda de determinada peça.



Considerando os intervalos de classe fechados à esquerda e abertos à direita, é correto afirmar que:
a) 20% dos preços da peça são superiores a R$ 5,00;
b) 50% dos preços da peça são maiores ou iguais a R$ 2,00 e inferiores a R$ 4,00;

c) 90% dos preços da peça são superiores a R$ 2,00;
d) 35% dos preços da peça são maiores ou iguais a R$ 1,00 e inferiores a R$ 3,00;
e) 80% dos preços da peça são maiores ou iguais a R$ 2,00 e inferiores a R$ 5,00.

7. Determinada carreira profissional, em um órgão público, apresenta 5 níveis de salários com uma distribuição demonstrada no quadro abaixo.

Salário (R$)	1.500,00	2.000,00	2.500,00	3.000,00	3.500,00
Quantidade de Funcionários	10	15	25	20	5

Se, com relação aos salários desta carreira profissional, Me é a média aritmética, Md a mediana e Mo a moda correspondentes, tem-se que: a) Me = Mo = Md;
b) Me > Md e Mo > Md;
c) Me > Mo e Mo = Md;
d) Me < Md e Mo > Md;
e) Me < Mo e Md = Mo.

8. Em uma empresa com 320 funcionários, 37,5% deles (Grupo A) possuem somente o ensino fundamental e 12,5% (Grupo C) possuem o ensino superior. O restante (Grupo B) possui o ensino médio completo e não o ensino superior. A média aritmética dos salários de todos os funcionários da empresa é igual a R$ 1.800,00, do Grupo A, igual a R$ 800,00 e do Grupo C, igual a R$ 4.000,00. Então, a média aritmética dos salários do Grupo B é igual a: a) R$ 2.000,00;
b) R$ 2.100,00;
c) R$ 2.200,00;
d) R$ 2.400,00;
e) R$ 2.800,00.

Gabarito: 1. c; 2. e; 3. a; 4. c; 5. d; 6. b; 7.e; 8. a.

(FCC – DNOCS – Agente Administrativo – 2010)

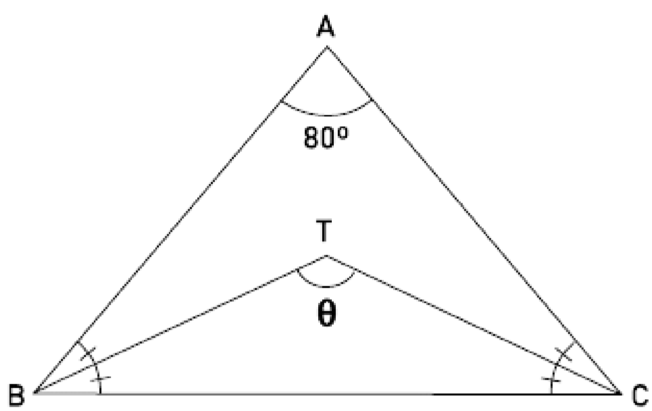
1. Das 96 pessoas que participaram de uma festa de confraternização dos funcionários do Departamento Nacional de Obras Contra as Secas, sabe-se que 75% eram do sexo masculino. Se, num dado momento antes do término da festa, foi constatado que a porcentagem dos homens havia se reduzido a 60% do total das pessoas presentes, enquanto o número de mulheres permaneceu inalterado, até o final da festa, então a quantidade de homens que haviam se retirado era: a) 36;
b) 38;
c) 40;

d) 42;
e) 44.

2. **Suponha que 8 máquinas de terraplanagem, todas com a mesma capacidade operacional, sejam capazes de nivelar uma superfície de 8.000 metros quadrados em 8 dias, se funcionarem ininterruptamente 8 horas por dia. Nas mesmas condições, quantos metros quadrados poderiam ser nivelados por 16 daquelas máquinas, em 16 dias de trabalho e 16 horas por dia de funcionamento ininterrupto?**
a) 16.000.
b) 20.000.
c) 64.000.
d) 78.000.
e) 84.000.

3. **Em uma prova com X questões, a nota máxima é 10,0 e todas elas têm o mesmo valor. Suponha que um aluno acerte 18 das 32 primeiras questões e, das restantes, ele acerte 40%. Assim, se esse aluno tirou nota 5,0 nessa prova, então X é um número: a) múltiplo de 4;**
b) divisível por 17;
c) menor que 50;
d) primo;
e) quadrado perfeito.

4. **No triângulo ABC representado na figura abaixo, os segmentos $\overline{BT}$ e $\overline{CT}$ dividem os respectivos ângulos internos dos vértices B e C em partes iguais.**



Se o ângulo do vértice A mede 80º, a medida θ do ângulo assinalado é igual a:
a) 110º;
b) 120º;
c) 130º;
d) 140º;
e) 150º.

5. **Em uma gaveta há certa quantidade de documentos que devem ser arquivados. Considere que dois agentes administrativos — Alceste e Djanira — trabalhando juntos,**

arquivariam os 3/5 do total de documentos da gaveta em 8 horas de trabalho, enquanto Alceste, sozinho, arquivaria 1/4 do mesmo total em 10 horas. Nessas condições, o número de horas que, sozinha, Djanira levaria para arquivar a metade do total de documentos da gaveta é igual a: a) 16;

b) 15;

c) 12;

d) 11;

e) 10.

6. Seja Δ a operação definida por uΔ = 3 – 5u, qualquer que seja o inteiro u. Calculando (–2)Δ + (2Δ)Δ obtém-se um número compreendido entre: a) –20 e –10;

b) –10 e 20;

c) 20 e 50;

d) 50 e 70;

e) 70 e 100.

Gabarito: 1. a; 2. c; 3. a; 4. c; 5. e; 6. d.

(FCC – Metrô – Agente de Estação – 2010)

1. A soma de três números inteiros positivos é igual ao maior número inteiro de 5 algarismos distintos. Se adicionarmos a cada um dos números o maior número inteiro de 3 algarismos, a nova soma será igual a: a) 102.996;

b) 102. 960;

c) 102.876;

d) 101.726;

e) 101.762.

2. Numa reunião técnica:

– o número de mulheres que não são agentes de segurança é o triplo do número de homens que são agentes de segurança.

– o número de homens que não são agentes de segurança é a metade do número de mulheres que são agentes de segurança.

– entre os agentes de segurança, o número de mulheres é o quádruplo do número de homens.

Sabendo-se que existem 90 pessoas na reunião, é verdade que o número de:

a) homens que são agentes de segurança é 8;

b) mulheres que são agentes de segurança é 32;

c) pessoas que não são agentes de segurança é 44;

d) homens é 27;

e) mulheres é 62.

3. Sabe-se que na divisão de um número inteiro e positivo por 13, o quociente obtido é igual ao resto. Assim, o maior número que satisfaz essa condição é tal que a soma de seus

algarismos é igual a: a) 16;

b) 15;

c) 14;

d) 13;

e) 12.

4. Quantos números inteiros *n* satisfazem a sentença $1 < \frac{2-n}{5} \leq 3$ **?**

a) 13.

b) 12.

c) 11.

d) 10.

e) 9.

5. Sobre um curso de treinamento para funcionários de uma empresa, que teve a duração de três meses, sabe-se que: 1/5 dos que participaram desistiram ao longo do primeiro mês do curso; ao longo do segundo mês desistiram 1/8 dos remanescentes do mês anterior. Considerando que no terceiro mês não houve desistentes, então, se 21 pessoas concluíram o curso, a quantidade inicial de participantes era um número: a) maior que 32;

b) compreendido entre 22 e 29;

c) menor que 25;

d) divisível por 7;

e) par.

6. Considere que um salão, com a forma de um paralelepípedo retângulo, tem 3,5m de altura e três paredes laterais: duas com 7,5m de comprimento e a terceira com 4m de comprimento. Se um pintor cobra R$ 12,00 de mão de obra por metro quadrado de superfície que pinta, então, pela pintura do teto e das faces internas das três paredes de tal salão ele cobrará: a) R$ 1.158,00;

b) R$ 1.156,00;

c) R$ 1.154,00;

d) R$ 1.152,00;

e) R$ 1.150,00.

7. Um retângulo foi totalmente dividido por retas paralelas aos seus lados. Com a divisão, foram obtidos 4.500 quadrados congruentes, cada um com lado de 12cm. Se o lado maior do retângulo mede 9m, então a do menor, em metros, é: a) 7,0;

b) 7,2;

c) 7,4;

d) 7,6;

e) 7,8.

8. Num triângulo ABC, o lado $\overline{AB}$ mede 16cm. Por um ponto D, pertencente a $\overline{AB}$ e situado a 10cm de A, traça-se uma paralela a $\overline{BC}$ que intercepta $\overline{AC}$ em E. Se $\overline{AE}$= 8cm, então a medida de $\overline{EC}$, em centímetros, é: a) 4,0;

b) 4,2;

c) 4,4;

d) 4,6;

e) 4,8.

9. As medidas das arestas de um cubo são reduzidas a 1/3 de seu valor. Relativamente ao novo cubo obtido, é verdade que:

a) a sua área total é igual a 1/6 da área total do cubo original;

b) o seu volume é igual a 1/9 do volume do cubo original;

c) a sua área total é igual a 1/12 da área total do cubo original;

d) o seu volume é igual a 1/27 do volume do cubo original;

e) a área total é igual a 1/18 da área total do cubo original.

10. Especialistas dizem que, em um carro bicombustível (álcool e gasolina), o uso de álcool só é vantajoso se o quociente do preço por litro de álcool pelo do de gasolina for, no máximo, igual a 70%. Se o preço do litro da gasolina é R$ 2,60, então NÃO é vantajoso usar álcool quando o preço por litro de álcool: a) é no máximo de R$ 1,70;

b) é superior a R$ 1,82;

c) está compreendido entre R$ 1,79 e R$ 1,86;

d) é igual a R$ 1,78;

e) é menor que R$ 1,80.

11. A área de um círculo é igual ao produto do número π pelo quadrado da medida do seu raio. Se a razão entre os raios de dois círculos concêntricos é 4, então a área do menor é quantos por cento da área do maior?

a) 25%.

b) 12,5%.

c) 6,25%.

d) 4%.

e) 3,25%.

12. Num momento em que no caixa de uma bilheteria de certa estação do Metrô havia apenas três tipos de moedas – de R$ 0,5, 0,10 e 0,25 –, um usuário usou uma cédula de R$ 10,00 para comprar três bilhetes. Se o preço unitário do bilhete é R$ 2,65, e sabendo que esse usuário recebeu o troco apenas em moedas, o número de possibilidades de que ele tenha recebido exatamente 5 moedas de R$ 0,25, e as demais de pelo menos um dos outros dois tipos, é: a) 9;

b) 8;

c) 7;

d) 6;
e) menor que 6.

13. Suponha que às 5h30min de certo dia, dois trens da Companhia do Metropolitano de São Paulo partiram simultaneamente de um mesmo terminal T e seguiram por linhas diferentes. Considerando que a cada 78 minutos da partida um dos trens retorna a T, enquanto o outro o faz a cada 84 minutos, então, nesse dia, ambos se encontraram novamente em T às: a) 19h42min;
b) 21h48min;
c) 21h36min;
d) 23h42min;
e) 23h48min.

Gabarito: 1. e; 2. d; 3. b; 4. d; 5. e; 6. a; 7. b; 8. e; 9. d; 10. b; 11. c; 12. c, 13. d.

(FCC – Alesp – Agente Legislativo de Serviços Técnicos e Administrativos – 2010)

1. Segundo o registro de entrada e saída de pessoas, X pessoas visitaram as dependências da Assembleia Legislativa de São Paulo, ao longo de certa semana, de segunda a sexta-feira. Relativamente ao registro dessas pessoas, sabe-se que: – mais de 710 lá estiveram ao longo dessa semana;
– o número de homens era menor que 500 e igual a 9/13 de X.
Nessas condições, o total de mulheres que visitaram a Assembleia nessa semana é um número:
a) menor que 200;
b) divisível por 6;
c) ímpar;
d) múltiplo de 11;
e) maior que 300.

2. Costuma-se dizer que em dias de jogos do Brasil na Copa do Mundo de Futebol o país literalmente "para". Suponha que durante um jogo do Brasil na última Copa houve uma diminuição do fluxo de veículos que passaram por uma praça de pedágio de certa rodovia: a média habitual de 50 veículos por minuto passou a ser de 57 veículos por hora. Considerando esses dados, no momento de tal jogo, o fluxo de veículos nessa praça foi reduzido em: a) 98,1%;
b) 98,4%;
c) 98,6%;
d) 981%;
e) 984%.

3. Considere que Tancredo gasta, em média, N/8 horas para analisar N documentos fiscais. Assim, para cada 10 documentos a mais que Tancredo analisar, o acréscimo de tempo na análise dos documentos será de: a) 2 horas e 30 minutos;

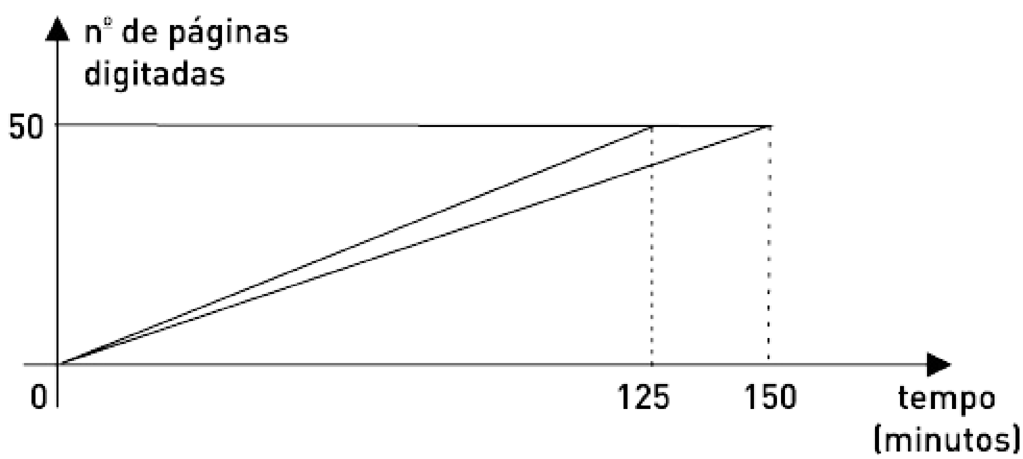
b) 2 horas e 15 minutos;
c) 1 hora e 45 minutos;
d) 1 hora e 30 minutos;
e) 1 hora e 15 minutos.

4. Suponha que, certo mês, a média aritmética da quantidade de gasolina usada para abastecer um conjunto de 80 automóveis que prestam serviço à Assembleia foi de 90 litros. Considerando que cinco desses automóveis foram abastecidos com 69, 77, 72, 76 e 81 litros de gasolina, então, se eles fossem excluídos do conjunto, a média aritmética da quantidade de gasolina, em litros, usada pelos demais automóveis passaria a ser: a) 89;
b) 90;
c) 91;
d) 92;
e) 93.

5. Um lote com 120 objetos postais deve ser dividido igualmente entre um grupo de X agentes, para posterior encaminhamento a diferentes setores da Assembleia. Sabendo-se que se o grupo tivesse 1 agente a menos caberia a cada um deles encaminhar 6 objetos a mais do que a quantidade prevista inicialmente, então, é verdade que X é um número: a) maior que 6;
b) múltiplo de 3;
c) quadrado perfeito;
d) primo;
e) par.

6. Para testar a capacidade operacional de dois agentes legislativos, um mesmo texto de 50 páginas foi encaminhado a cada um para digitação.

Na figura abaixo, as curvas I e II descrevem os respectivos desempenhos dos agentes Adrien e Régine ao longo da digitação de tal texto.



Considerando que eles iniciaram juntos a digitação e que cada página tinha 30 linhas, então, de acordo com as informações do gráfico, é correto afirmar que: a) a capacidade operacional de Régine foi maior que a de Adrien;

b) Adrien digitou, em média, 12 linhas por minuto;

c) decorridos 60 minutos do início da digitação, um dos agentes havia digitado 5 páginas a mais do que o outro;

d) Régine digitou, em média, 9 linhas por minuto;

e) decorridos 60 minutos do início da digitação, o número de páginas digitadas por Adrien era igual a 125% do número digitado por Régine.

7. A sequência de números inteiros (F1, F2, F3, ..., Fn−1, Fn, Fn+1, ...), cujos termos são obtidos utilizando a lei de formação F1 = F2 = 1 e Fn = Fn−1 + Fn−2, para todo inteiro n ≥ 3, é chamada Sequência de Fibonacci — famoso matemático italiano do século XIII. Assim, a soma do quinto, sétimo e décimo termos da Sequência de Fibonacci é igual a:

a) 73;

b) 69;

c) 67;

d) 63;

e) 81.

8. Do total de agentes que trabalham em certo setor da Assembleia Legislativa de São Paulo, sabe-se que, se fossem excluídos os: – do sexo feminino, restariam 15 agentes;

– do sexo masculino, restariam 12 agentes;

– que usam óculos, restariam 16 agentes;

– que são do sexo feminino ou usam óculos, restariam 9 agentes.

Com base nessas informações, o número de agentes desse setor que são do sexo masculino e não usam óculos é:

a) 5;

b) 6;

c) 7;

d) 8;

e) 9.

9. Três agentes administrativos da Assembleia Legislativa de São Paulo — Artur, Bento e Cinira — foram incumbidos de arquivar um lote de documentos e, antes da execução dessa tarefa, fizeram as seguintes afirmações sobre a quantidade de documentos que ele continha: – Artur: O número de documentos do lote é maior que 50 e menor que 75.

– Bento: O número de documentos do lote é maior que 60 e menor que 80.

– Cinira: O número de documentos do lote é maior que 70 e menor que 100.

Considerando que as três afirmações estão corretas, a soma das possíveis quantidades de documentos que esse lote pode conter é um número compreendido entre: a) 260 e 280;

b) 280 e 300;

c) 300 e 320;

d) 320 e 340;

e) 340 e 360.

Gabarito: 1. d; 2. a; 3. e; 4. c; 5. d; 6. b; 7. a; 8. e; 9. b.

(FCC – Alesp – Agente Técnico Legislativo – 2010)

1. Numa pesquisa respondida por todos os funcionários de uma empresa, 75% declararam praticar exercícios físicos regularmente, 68% disseram que fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos e 17% informaram que não possuem nenhum dos dois hábitos. Em relação ao total, os funcionários desta empresa que afirmaram que praticam exercícios físicos regularmente e fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos representam: a) 43%;

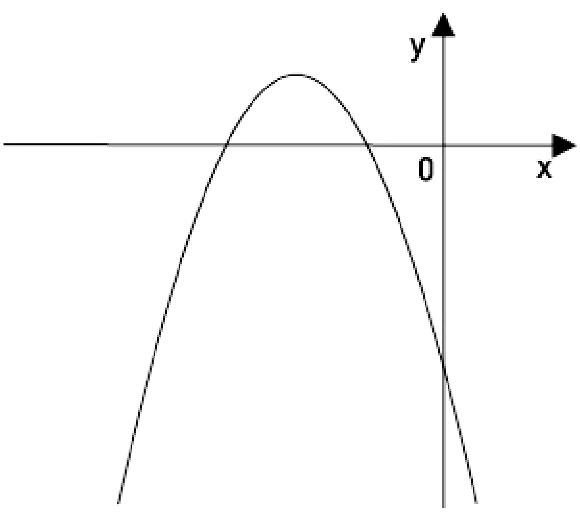
   b) 60%;

   c) 68%;

   d) 83%;

   e) 100%.

2. O gráfico a seguir representa a função f, de domínio real, dada pela lei $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Sabendo que a, b e c são constantes, é correto concluir que:

   a) $a < 0$, $b < 0$ e $c < 0$;

   b) $a < 0$, $b < 0$ e $c > 0$;

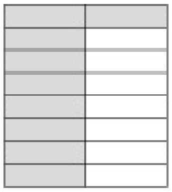
   c) $a < 0$, $b > 0$ e $c < 0$;

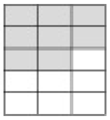
   d) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$;

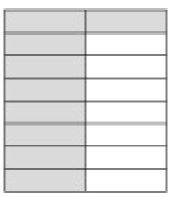
   e) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

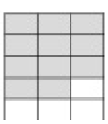
3. Ana Maria decidiu preparar uma torta cuja receita indicava 200 gramas de chocolate em barra. Em sua dispensa, havia uma barra de 350 gramas, mas ela não dispunha de uma balança para pesar a quantidade necessária. Então, ela decidiu dividir a barra em partes iguais e pegar a quantidade de partes que correspondessem a 200 gramas. Dentre os esquemas abaixo, em que os retângulos escuros correspondem às partes da barra de chocolate usadas por Ana Maria, aquele que representa os 200 gramas pedidos

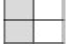
na receita é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

A tabela a seguir mostra a distribuição das notas dos alunos de uma classe numa prova constituída de dez testes de múltipla escolha, cada um valendo 1 ponto.

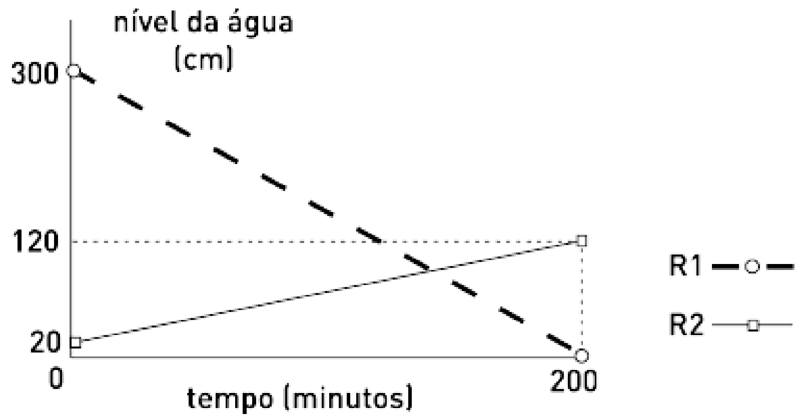
Nota	Quantidade de alunos

3	1
4	5
5	???
5	11
7	8
8	4
9	2

Se a média da classe nesta prova foi 6, então o número de alunos que tiraram 5 é igual a:

a) 5;
b) 6;
c) 7;
d) 8;
e) 9.

5. Toda a água existente num reservatório R1 será transferida para outro reservatório R2, para que sejam feitas as manutenções necessárias. O gráfico a seguir representa o nível de água em cada reservatório em função do tempo, desde o início do processo.

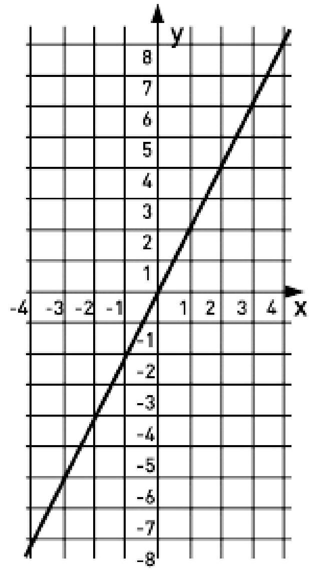


Os níveis de água nos dois reservatórios ficaram iguais, após iniciado o processo, no tempo de:

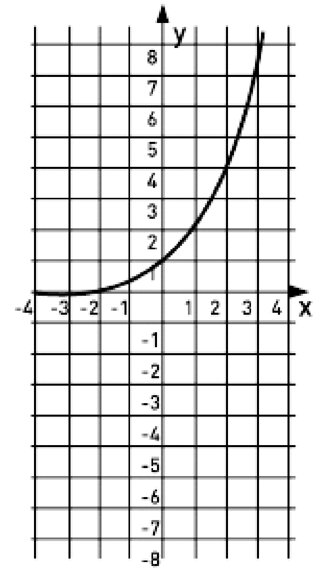
a) 1 hora e 40 minutos;
b) 1 hora e 50 minutos;
c) 2 horas;
d) 2 horas e 10 minutos;
e) 2 horas e 20 minutos.

6. Uma variável real y depende de uma variável real x de forma que, sempre que x aumenta 4 unidades, o valor de y aumenta 2 unidades. Dentre os gráficos abaixo, o único que pode representar a relação de dependência dessas duas variáveis é:

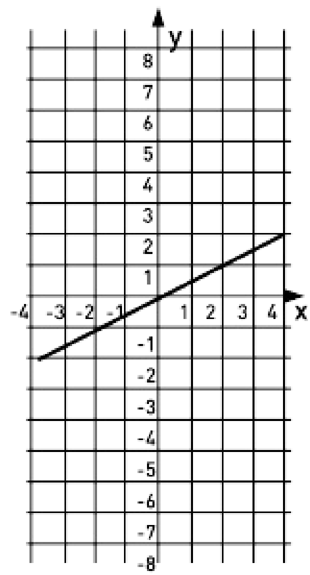
a)



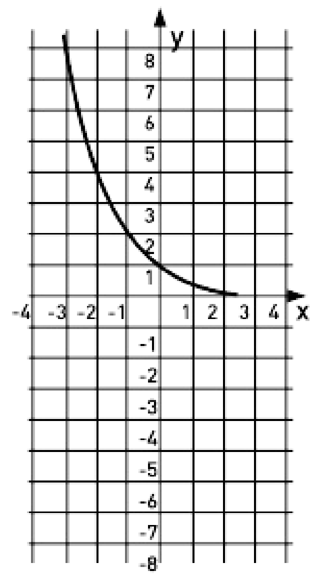
b)



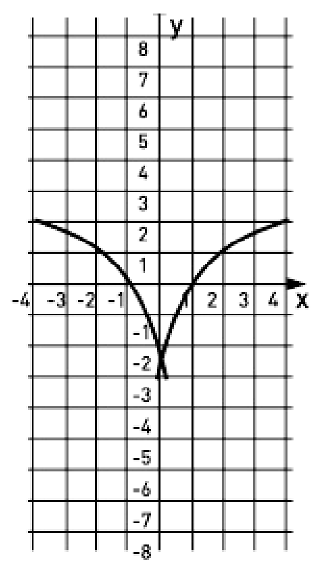
c)



d)



e)



7. Uma compra de R$ 164,00 será paga em duas parcelas, sendo a primeira à vista e a segunda um mês após a compra. A loja cobra um acréscimo de 5% por mês sobre o saldo devedor. Nessas condições, para que as duas parcelas sejam iguais, o valor de cada uma deverá ser: a) R$ 82,00;

b) R$ 84,00;

c) R$ 84,05;
d) R$ 85,05;
e) R$ 86,10.

8. **Os 63 novos contratados para o cargo de agente técnico serão alocados em 21 salas atualmente vazias no prédio da Assembleia Legislativa. Cada sala terá pelo menos um agente e todo agente ficará em uma única sala. Nestas condições, pode-se concluir que, necessariamente: a) haverá três agentes em cada sala;**
b) não haverá salas com quatro agentes;
c) poderá haver uma sala com 50 agentes;
d) haverá salas com um único agente;
e) haverá pelo menos uma sala com três ou mais agentes.

Gabarito: 1. b; 2. a; 3. c; 4. e; 5. e; 6. c; 7. b; 8. e.

(FCC – Bahiagás – Analista de Processos Organizacionais – 2010)

1. **Para realizar a partilha de uma herança de R$ 28.500,00, quatro irmãos, que nasceram em dias diferentes, marcaram encontro em um sábado. O testamento determinava que eles receberiam partes diretamente proporcionais às respectivas idades, em anos completos, que nesse sábado seriam: 15, 17, 21 e 22 anos. O irmão mais novo só compareceu no domingo, um dia depois do combinado, e que era exatamente o dia de seu aniversário. Supondo que a partilha tenha sido feita no domingo, a quantia somada que os dois irmãos mais velhos deixaram de receber por conta do adiamento de um dia é: a) R$ 50,00;**
b) R$ 155,00;
c) R$ 180,00;
d) R$ 205,00;
e) R$ 215,00.

2. **O funcionário A executa 1/3 de uma tarefa em 1 hora. O funcionário B executa 1/4 desta mesma tarefa em 1 hora. Os dois funcionários trabalharam juntos na tarefa durante 1 hora. O funcionário A retirou-se após 1 hora de trabalho e o funcionário B terminou a tarefa sozinho. Considerando que o funcionário B mantenha a sua mesma velocidade de execução, o tempo total que o funcionário B permaneceu executando a tarefa é: a) 2h40min;**
b) 2h50min;
c) 3h00min;
d) 3h30min;
e) 4h00min.

3. **Em uma partida de basquete o jogador pode fazer cestas valendo 3 pontos, 2 pontos ou 1 ponto. A respeito dos únicos cinco jogadores de uma equipe que participaram de uma partida, sabe-se que: – Alberto fez 19 pontos;**

- Bernardo fez apenas cestas de 3 pontos;
- Cláudio fez apenas 13 cestas, todas de 2 pontos;
- Diogo fez apenas cestas de 1 ponto;
- Elton não fez cestas.

Se Diogo fez o dobro do número de cestas de Bernardo, é correto afirmar que o total de pontos feitos pela equipe nessa partida necessariamente é um número: a) que deixa resto 2 na divisão por 5;

b) múltiplo de 7;

c) múltiplo de 5;

d) múltiplo de 3;

e) ímpar.

4. Sendo x, y e z números reais diferentes de zero, o total de triplas ordenadas (x, y, z) que atendem à propriedade de que cada número seja igual ao produto dos outros dois é: a) 1;

b) 2;

c) 3;

d) 4;

e) 5.

5. Em um grupo de 100 pessoas, sabe-se que:
- 15 nunca foram vacinadas;
- 32 só foram vacinadas contra a doença A;
- 44 já foram vacinadas contra a doença A;
- 20 só foram vacinadas contra a doença C;
- 2 foram vacinadas contra as doenças A, B e C;
- 22 foram vacinadas contra apenas duas doenças.

De acordo com as informações, o número de pessoas do grupo que só foi vacinado contra ambas as doenças B e C é:

a) 10;

b) 11;

c) 12;

d) 13;

e) 14.

6. Sendo x e y números reais, definiremos a operação □ tal que x□y é igual a x−y.

Partindo-se dessa definição, é correto dizer que (x□y)□(y□x) é igual a: a) 2x;

b) 2y;

c) $2(x - y)$;

d) $-2(x - y)$;

e) $-2x$.

7. Uma floresta possui 10 mil árvores. Sabe-se que cada árvore não possui mais do que mil

galhos, nem mais do que 100 mil folhas. A respeito dessa floresta, é correto afirmar que há pelo menos: a) 10 árvores com o mesmo número de folhas;

b) 10 árvores com o mesmo número de galhos;

c) 10 árvores com o mesmo número de folhas e galhos;

d) 100 árvores com o mesmo número de folhas;

e) 100 árvores com o mesmo número de galhos.

8. Em uma competição de matemática com quatro concorrentes, a soma dos pontos de Bianca e Décio é igual à soma dos pontos de Ana e Carlos. O total de pontos de Décio é maior que a soma dos pontos de Bianca e Carlos. Sabe-se também que se os pontos de Bianca e Carlos forem trocados, então a soma dos pontos de Ana e Carlos será maior que a soma dos pontos dos outros dois. Admitindo-se que o total de pontos de cada participante é não negativo, a ordem de classificação, do primeiro para o quarto colocado, é: a) Décio, Ana, Carlos, Bianca;

b) Décio, Carlos, Bianca, Ana;

c) Décio, Ana, Bianca, Carlos;

d) Ana, Décio, Carlos, Bianca;

e) Ana, Décio, Bianca, Carlos.

Gabarito: 1. e; 2. a; 3. c; 4. d; 5. c; 6. c; 7. b; 8. e.

(FCC – MPE/Sergipe – Analista do Ministério Público – 2010)

1. A menor quantidade de algarismos que compõem a parte decimal do número racional expresso por $\frac{0{,}02 \times 0{,}0012615}{300 \times 0{,}004}$ é: a) 5;

b) 6;

c) 7;

d) 8;

e) 9.

2. Sabe-se que as quantidades de pareceres e relatórios técnicos, emitidos por um analista ao longo de certo mês, eram inversamente proporcionais aos números 2 e 5, respectivamente. Para tirar cópias desses documentos, ele usou duas máquinas: X, em que tirou uma única cópia de cada parecer, e Y, na qual tirou uma única cópia de cada relatório. Considerando que a capacidade operacional de Y era 60% da de X, então, se ele gastou 24 minutos para tirar as cópias dos pareceres, o tempo que gastou para tirar as cópias dos relatórios, em minutos, foi: a) 12;

b) 15;

c) 16;

d) 24;

e) 30.

3. Sabe-se que, das 120 pessoas que assistiam a uma palestra sobre "Processo Civil", 40%

eram do sexo feminino. Em um dado momento, antes do término da palestra, observou-se que alguns participantes do sexo masculino se retiraram e, assim, a porcentagem dos homens que permaneceram se reduziu a 52% do total de participantes ainda presentes. Considerando que todas as mulheres permaneceram até o final da palestra, então, se X é a quantidade de homens que se retiraram, é verdade que: a) $X \geq 20$;

b) $15 \leq X < 20$;

c) $10 \leq X < 15$;

d) $5 \leq X < 10$;

e) $0 < X < 5$.

4. O piso de um salão de formato retangular, que tem 36m de comprimento por 18m de largura, deverá ser revestido por lajotas quadradas, cada qual com 25cm de medida do lado. Se cada lajota custa R$ 1,75 e, para o seu assentamento, o material e a mão de obra, juntos, saem por R$ 5,00 o metro quadrado de piso, a quantia mínima a ser gasta para revestir totalmente o piso de tal salão é: a) R$ 16 286,00;

b) R$ 18 354,00;

c) R$ 20 448,00;

d) R$ 21 384,00;

e) R$ 22 828,00.

5. É sabido que o real, moeda oficial brasileira, é operacionalizado no sistema decimal de numeração, ou seja, R$ 375,00 = $(3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0)$ reais.

Suponha que a moeda oficial de certo país é o sun, que é operacionalizado em um sistema de numeração de base 5. Assim, por exemplo, R$ 273,00 equivalem a $(2 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0)$ suns = 2.043 suns.

Considerando que, em visita a esse país, uma pessoa gastou 12.432 suns em compras diversas, então, para que ela possa gastar a quantia equivalente em reais são suficientes: a) 18 cédulas de R$ 50,00;

b) 16 cédulas de R$ 50,00 e 20 de R$ 10,00;

c) 16 cédulas de R$ 50,00 e 5 de R$ 20,00;

d) 5 cédulas de R$ 100,00 e 92 de R$ 5,00;

e) 3 cédulas de R$ 100,00, 20 de R$ 20,00 e 29 de R$ 10,00.

6. Relativamente aos candidatos inscritos num dado concurso, sabe-se que o total supera 10.000 unidades e a razão entre o número de mulheres e o de homens, nesta ordem, é igual a 4/5. Assim, se o total de candidatos for o menor possível, de quantas unidades o número de homens inscritos excederá o de mulheres inscritas?

a) 1.112;

b) 1.118;

c) 1.124;

d) 1.128;

e) 1.132.

7. Em meio a uma conversa com seu amigo Astolfo, Pablo comentou:

– À meia noite de ontem meu relógio marcava a hora certa e, a partir de então, passou a atrasar 12 minutos por hora, até que, 8 horas atrás, quando marcava 4 horas e 48 minutos, parou por completo. Você pode me dizer que horas são agora?

Considerando que, nesse instante, o relógio de Astolfo marcava a hora certa e ele respondeu corretamente à pergunta feita, a resposta que Pablo recebeu foi: a) 12 horas e 48 minutos;

b) 13 horas;

c) 13 horas e 24 minutos;

d) 14 horas;

e) 14 horas e 36 minutos.

Gabarito: 1. e; 2. c; 3. a; 4. d; 5. b; 6. a; 7. d.

(FCC – Sergas – Assistente Administrativo – 2010)

1. Em uma oficina autorizada, analisando o cadastro das instalações de GNV feitas em veículos automotivos no último trimestre de 2009, verificou-se que o número das instalações realizadas em outubro correspondeu a 3/7 do total do trimestre e as realizadas em novembro, a 2/3 do número restante. Se em dezembro foram feitas 16 instalações, o número das realizadas em novembro foi igual a: a) 30;

b) 32;

c) 34;

d) 36;

e) 38.

2. Para fiscalizar a segurança de certos dutos, um técnico de obras saiu da companhia às 9h20min e, mantendo a velocidade média de seu carro em 50km/h, chegou ao local da vistoria às 10h10min. Se tivesse saído às 8h30min e tivesse feito o mesmo percurso com a velocidade média de 60km/h, teria chegado ao local da vistoria às: a) 10h23min12s;

b) 10h01min40s;

c) 9h24min52s;

d) 9h11min40s;

e) 8h43min12s.

3. Sabe-se que, dos 1.281 veículos vistoriados certo mês em Aracaju, 427 eram movidos a GNV. Supondo que, nesse mês, essa relação se manteve para todo o estado, então, em um município com: a) 12.300 veículos, 4.500 seriam movidos a GNV;

b) 11.754 veículos, 3.950 seriam movidos a GNV;

c) 10.494 veículos, 3.498 seriam movidos a GNV;

d) 9.741 veículos, 3.345 seriam movidos a GNV;

e) 8.520 veículos, 2.847 seriam movidos a GNV.

4. Uma indústria A dista 30,2km de uma estação de distribuição E. Para a instalação de gás natural na indústria, foi feita uma tubulação em linha reta, ligando E a A e, para tal, foi escavada uma canaleta. Sabe-se que, no primeiro dia da escavação, uma equipe saiu de A em direção a E, mantendo a velocidade média de escavação de 50m de canaleta por dia, e que no décimo primeiro dia uma equipe saiu de E em direção a A, mantendo a velocidade média de escavação de 60m de canaleta por dia. Se após alguns dias as duas equipes se encontraram em um ponto C, a distância de C até: a) A era 14km;
   b) A era 13,5km;
   c) A era 13,7km;
   d) E era 15,5km;
   e) E era 16km.

5. Do total de novos clientes de uma companhia de gás em 2009, sabe-se que: 25% eram residenciais, 55% eram industriais e os 180 restantes eram comerciais. Nessas condições, com relação aos novos clientes dessa companhia em 2009, é correto afirmar que os: a) industriais eram 1.200;
   b) residenciais eram 210;
   c) industriais eram 455;
   d) residenciais eram 245;
   e) industriais eram 495.

6. Em uma microempresa, o consumo de gás natural no mês de janeiro ultrapassou em 30% a meta estabelecida pelo proprietário. Se tivessem sido consumidos $6m^3$ a menos, ainda assim o consumo ultrapassaria em 18% a meta desejada. A meta estabelecida era, em metros cúbicos, igual a: a) 43;
   b) 45;
   c) 50;
   d) 52;
   e) 55.

7. Suponha que para um certo tipo de cliente a tarifa de venda do gás canalizado seja feita em cascata, ou seja, o consumo dos primeiros $5m^3$ (de 0 a 5) corresponde à primeira faixa, os seguintes $5m^3$ (de 6 a 10) correspondem à segunda faixa, os seguintes $60m^3$ (de 11 a 70) correspondem à terceira faixa, os seguintes $80m^3$ (de 71 a 150) correspondem à quarta faixa, como mostra a tabela abaixo. Consumo, em m^3:

Consumo, em m^3	Tarifa por m^3, em reais
0 I______I 5	1,54
6 I______I 10	1,32
11 I______I 70	1,13

71 I_______I 150 1,10

Por um consumo de $75m^3$, esse cliente deve pagar a quantia de:

a) R$ 80,15;

b) R$ 81,30;

c) R$ 82,50;

d) R$ 85,80;

e) R$ 87,60.

8. Três equipes, X, Y e Z, trabalham em obras de canalização e distribuição de gás natural. Considere que, em certo período, a soma dos comprimentos dos dutos montados por X e Y foi 8,2km, por Y e Z foi 8,9km e por X e Z foi 9,7km. O comprimento dos dutos montados pela equipe: a) X foi 4.200m;

b) X foi 4.500m;

c) Y foi 3.500m;

d) Y foi 3.900m;

e) Z foi 5.000m.

9. A tabela abaixo apresenta o consumo médio mensal de 100 residências em um bairro servido pela Sergas.

Consumo (m^3)	Número de residências
10	28
15	53
20	11
25	X
Total	100

Escolhendo-se uma dessas residências ao acaso, a probabilidade de que o seu consumo médio mensal de gás natural seja de $25m^3$ é: a) 2/25;

b) 7/100;

c) 3/50;

d) 1/20;

e) 1/25.

10. Um trabalhador aplicou seu 13º salário a juro simples e à taxa mensal de 3%; e ao fim do prazo de aplicação o montante era de R$ 1.204,60. Se o valor do 13º salário era R$ 760,00, o prazo dessa aplicação foi de: a) 12 meses;

b) 15 meses e meio;

c) 17 meses;

d) 19 meses e meio;

e) 22 meses.

Gabarito: 1. b; 2. d; 3. c; 4. a; 5. e; 6. c; 7. e; 8. b; 9. a; 10. d.

(FCC – TRE-Acre – Técnico Judiciário – 2010)

1. No Almoxarifado de uma Unidade do Tribunal Regional Eleitoral há disponível: 11 caixas de lápis, cada qual com 12 unidades; 9 caixas de borrachas, cada qual com 8 unidades; 8 caixas de réguas, cada qual com 15 unidades. Sabe-se que: – todos os objetos contidos nas caixas acima relacionadas deverão ser divididos em pacotes e encaminhados a diferentes setores dessa Unidade; – todos os pacotes deverão conter a mesma quantidade de objetos;
– cada pacote deverá conter um único tipo de objeto.

Nessas condições, a menor quantidade de pacotes a serem distribuídos é um número compreendido entre:

a) 10 e 20;
b) 20 e 30;
c) 30 e 40;
d) 40 e 50;
e) 50 e 60.

2. Simplificando-se a expressão

$$\left(12{,}15 + \frac{3}{40}\right) \div \left(\frac{102}{50} - 0{,}0025\right)$$

obtém-se um número:

a) quadrado perfeito;
b) divisível por 5;
c) múltiplo de 6;
d) primo;
e) ímpar.

3. Relativamente ao total de registros de candidaturas protocolados certo mês por três técnicos judiciários, sabe-se que: 8/15 foram protocolados por Alcileia, 5/12 por Berenice e os demais por Otacílio. Assim, a quantidade protocolada por Otacílio corresponde a que parte do total de registros protocolados nesse mês?

a) 5%.
b) 12,5%.
c) 15%.
d) 17,5%.
e) 20%.

4. Diariamente, no refeitório de uma empresa, são preparados 40 litros de refresco e, para tal, são usados suco de frutas concentrado e água em quantidades que estão entre si

assim como 3 está para 5, respectivamente. Se, mantida a quantidade habitual de suco concentrado, a proporção passasse a ser de 2 partes de suco para 3 partes de água, então poderiam ser preparados: a) 1,5 litros a mais de refresco;

b) 1,5 litros a menos de refresco;

c) 2,5 litros a mais de refresco;

d) 2,5 litros a menos de refresco;

e) 2,75 litros a mais de refresco.

5. Suponha que, para transportar as urnas eletrônicas usadas em uma eleição foi utilizada uma viatura do TRE do estado do Acre. Na ocasião, o motorista responsável pela condução de tal viatura consultou um mapa feito na escala 1:20.000.000, ou seja, 1 unidade de medida no mapa correspondem a 20.000.000 unidades de medida real. Se nesse mapa o município de Rio Branco distava 1,19cm do de Brasileia e o município de Tarauacá distava 2,27cm do de Rio Branco, quantos quilômetros a viatura deve ter percorrido no trajeto: Rio Branco → Brasileia → Rio Branco → Tarauacá → Rio Branco?

a) 1.482.

b) 1.384.

c) 1.146.

d) 930.

e) 692.

6. Na última eleição, ao elaborar o relatório sobre o comparecimento dos eleitores inscritos numa seção eleitoral, o presidente da mesa de trabalhos observou que 40% do total de inscritos haviam votado pela manhã e 75% do número restante no período da tarde. Considerando que foi constatada a ausência de 27 eleitores, o total de inscritos nessa seção era: a) 108;

b) 125;

c) 150;

d) 172;

e) 180.

7. Considere que em 1990 uma seção eleitoral de certa cidade tinha apenas 52 eleitores inscritos – 18 do sexo feminino e 34 do sexo masculino – e que, a partir de então, a cada ano subsequente o número de mulheres inscritas nessa seção teve aumento de 3 unidades, enquanto o de homens inscritos de 2 unidades. Assim, o número de eleitores do sexo feminino se tornou igual ao número dos eleitores do sexo masculino em: a) 2004;

b) 2005;

c) 2006;

d) 2007;

e) 2008.

8. Incumbidos de tirar uma mesma quantidade de cópias de cada uma das 48 páginas de um texto, dois técnicos judiciários — Altamiro e Gioconda — cumpriram a tarefa, dividindo o total de páginas entre si em partes inversamente proporcionais às suas respectivas idades: 36 e 28 anos. Considerando que a capacidade operacional da máquina usada por Gioconda era igual a 80% da capacidade da usada por Altamiro, então, se este gastou 35 minutos para tirar todas as suas cópias, o tempo gasto por Gioconda para tirar as suas foi: a) 56 minutos e 15 segundos;
   b) 56 minutos;
   c) 52 minutos e 30 segundos;
   d) 52 minutos;
   e) 48 minutos e 15 segundos.

9. Para repor o estoque de sua loja, Salma compra certo artigo ao preço de R$ 28,00 a unidade. Suponha que Salma estime que, se cada artigo for vendido ao preço unitário de X reais, ela conseguirá vender (84 – X) unidades. De acordo com essa estimativa, para que seja obtido o maior lucro possível, o número de artigos que deverão ser vendidos é:
   a) 84;
   b) 70;
   c) 56;
   d) 42;
   e) 28.

10. Em uma papelaria, Romeu gastou R$ 312,00 na compra de algumas unidades de certo tipo de caneta esferográfica que estava em promoção e, como bonificação, recebeu mais 8 unidades iguais a elas. Com isso, Romeu percebeu que cada caneta que tinha comprado havia saído por R$ 0,80 a menos, ou seja, cada caneta saiu por: a) R$ 6,20;
   b) R$ 6,00;
   c) R$ 5,80;
   d) R$ 5,20;
   e) R$ 5,00.

Gabarito: 1. b; 2. c; 3. a; 4. d; 5. b; 6. e; 7. c; 8. a; 9. e; 10. d.

(Cesgranrio – Petroquímica Suape – Operador Júnior – 2011)

1. Os funcionários de certa empresa recebem salários diferentes, dependendo da função que exercem. O menor salário pago a um funcionário de nível médio é R$ 765,16 e o maior, R$ 2.194,02. Qual é, em reais, a diferença entre os valores do maior e do menor salários pagos a funcionários de nível médio?
   a) 1.321,96.
   b) 1.331,14.
   c) 1.428,86.
   d) 1.528,96.

e) 1.631,14.

2. “Visando a garantir a máxima produtividade, minimizar a utilização de recursos naturais e elevar a confiabilidade em seus processos de produção, a PetroquímicaSuape optou por tecnologias de vanguarda para todas as unidades de produção. A unidade de PTA adotou a tecnologia da Invista Performance Technologies (www.invista.com), que, atualmente, é a preferida pela maioria dos fabricantes mundiais de PTA. Das últimas dez plantas construídas, oito possuem tecnologia Invista.”

Disponível em http://www.petroquimicasuape.com.br/ (tecnologia). Acesso em: 9 jan. 2011.

De acordo com as informações acima, que percentual das últimas dez plantas construídas corresponde às plantas que NÃO possuem tecnologia Invista?

a) 20%.
b) 30%.
c) 40%.
d) 60%.
e) 80%.

3. “São Paulo (Reuters) – O Brasil exportou em 2010 um volume recorde de café de 33 milhões de sacas de 60kg, mas os embarques deverão cair em 2011 devido à safra menor do arábica esperada para este ano (...).”

Disponível em: http://br.reuters.com/article/domesticNews. Acesso em: 11 jan. 2011.

Sabendo-se que 1.000kg correspondem a 1 tonelada, quantos milhares de toneladas de café o Brasil exportou em 2010, segundo dados da reportagem acima?

a) 180.
b) 198.
c) 1.800.
d) 1.980.
e) 3.300.

4. Uma costureira quer fazer uma toalha para uma mesa cujo tampo retangular tem 1,4m de comprimento e 0,9m de largura. Para que o caimento fique bom, a costureira fará uma toalha retangular que terá comprimento e largura 0,6m maiores do que as medidas correspondentes ao tampo da mesa. Qual será, em m^2, a área dessa toalha?

a) 1,2.
b) 1,8.
c) 2,1.
d) 2,4.
e) 3,0.

5. Joana foi ao mercado. Lá, comprou 1kg de café por R$ 4,20 e um pacote de macarrão que custou R$ 3,10. Se Joana pagou essa despesa com duas notas de R$ 5,00, quantos reais

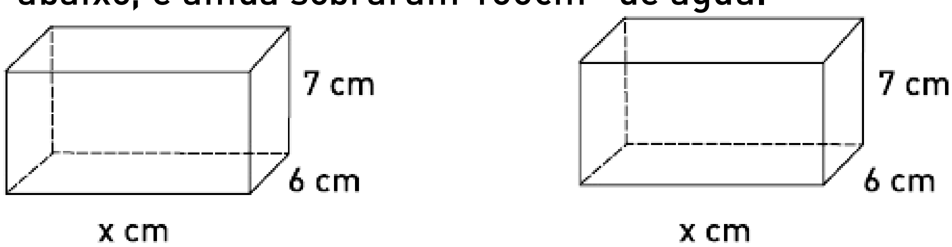
ela recebeu de troco?

a) 2,20.
b) 2,70.
c) 3,30.
d) 3,70.
e) 4,20.

6. Marcelo quer comprar um televisor novo. Ao olhar o preço do aparelho, ele pensou: "Para comprar esse televisor, precisarei do dobro da quantia que possuo mais R$ 48,00". Se o televisor que Marcelo quer comprar custa R$ 486,00, qual é, em reais, a quantia que ele possui?

a) 205,00.
b) 214,00.
c) 219,00.
d) 221,00.
e) 224,00.

7. Uma jarra continha $1.000cm^3$ de água. Com essa água, foi possível encher, completamente, os dois recipientes em forma de paralelepípedo, mostrados na figura abaixo, e ainda sobraram $160cm^3$ de água.



A medida x indicada, em cm, na figura, é igual a:

a) 8;
b) 10;
c) 12;
d) 14;
e) 16.

8. Em certa receita de biscoitos, são necessários 200g de manteiga para o preparo de 600g de biscoitos. Seguindo-se essa receita, quantos gramas de manteiga são necessários para preparar 900g de biscoitos?

a) 250.
b) 300.
c) 350.
d) 400.
e) 450.

9. Desde o ano de 2009, os brasileiros podem mudar de operadora de telefonia, sem

necessidade de alterar os números de seus telefones. Dezembro de 2010 foi o mês com maior volume de troca de operadoras, tanto na telefonia fixa quanto na telefonia móvel, totalizando 463 mil transferências. Se, nesse mês, o número de transferências na telefonia móvel correspondeu ao dobro do número de transferências realizadas na telefonia fixa, menos 26 mil, quantos milhares de transferências de operadora de telefonia móvel foram realizadas em dezembro de 2010?

a) 163.

b) 189.

c) 215.

d) 300.

e) 326.

10. Durante uma liquidação, uma loja de roupas vendia camisetas com 25% de desconto. Sandra aproveitou a promoção e comprou uma camiseta por R$ 12,00. Qual era, em reais, o preço dessa camiseta sem o desconto?

a) 14,00.

b) 15,00.

c) 16,00.

d) 17,00.

e) 18,00.

Gabarito: 1. c; 2. a; 3. d; 4. e; 5.b; 6. c; 7. b; 8. b; 9. d; 10. c.

(Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2010)

1. O valor máximo da função de variável real $f(x) = 4(1 + x)(6 - x)$ é:

a) 44;

b) 46;

c) 48;

d) 49;

e) 50.

2. Maria quer comprar uma bolsa que custa R$ 85,00 à vista. Como não tinha essa quantia no momento e não queria perder a oportunidade, aceitou a oferta da loja de pagar duas prestações de R$ 45,00, uma no ato da compra e outra um mês depois. A taxa de juros mensal que a loja estava cobrando nessa operação era de: a) 5,0%;

b) 5,9%;

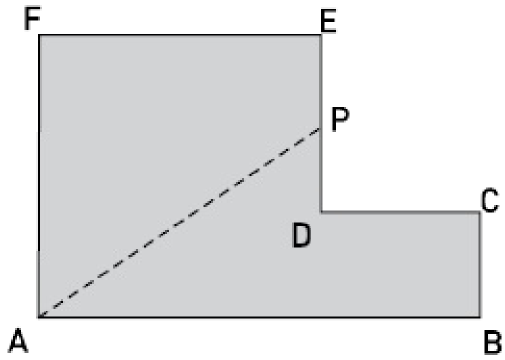
c) 7,5%;

d) 10,0%;

e) 12,5%.

3. A figura abaixo mostra uma peça de metal de espessura constante. Todos os ângulos são retos, e as medidas em centímetros são: AB = 12, BC = 3 e AF = FE = 8. Essa peça deverá ser cortada na linha tracejada AP de forma que as duas partes da peça tenham a

mesma área.



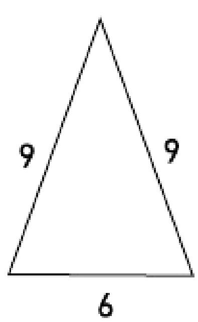
A medida, em centímetros, do segmento EP da figura é:

a) 1,0;
b) 1,5;
c) 2,0;
d) 2,5;
e) 3,0.

4. Certo cometa, descoberto em 1760, foi novamente visível da Terra por poucos dias nos anos de 1773, 1786, 1799 etc., tendo mantido sempre essa regularidade. Esse cometa será novamente visível no ano de: a) 2016;
b) 2017;
c) 2018;
d) 2019;
e) 2020.

5. João tem 100 moedas, umas de R$ 0,10, e outras de R$ 0,25, perfazendo um total de R$ 20,20. O número de moedas de 25 centavos que João possui é: a) 32;
b) 56;
c) 64;
d) 68;
e) 72.

6. A figura abaixo mostra um triângulo com as medidas de seus lados em metros. Uma pirâmide de base quadrada tem sua superfície lateral formada por quatro triângulos iguais aos da figura seguinte.



O volume dessa pirâmide, em metros cúbicos, é, aproximadamente:

a) 95;
b) 102;
c) 108;
d) 120;
e) 144.

7. **Em um setor de uma empresa, trabalham 3 geólogos e 4 engenheiros. Quantas comissões diferentes de 3 pessoas podem ser formadas com, pelo menos, 1 geólogo?**
a) 28.
b) 31.
c) 36.
d) 45.
e) 60.

8. **Considere que a distância da Terra ao Sol seja, em certo dia, de 150 milhões de quilômetros. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é de 300 mil quilômetros por segundo, o tempo que a luz emitida do Sol demora para chegar ao nosso planeta é de: a) 8 minutos e 20 segundos;**
b) 9 minutos;
c) 12 minutos e 40 segundos;
d) 15 minutos e 30 segundos;
e) 20 minutos.

9. **Conversando com os 45 alunos da primeira série de um colégio, o professor de educação física verificou que 36 alunos jogam futebol, e 14 jogam vôlei, sendo que 4 alunos não jogam nem futebol nem vôlei. O número de alunos que jogam tanto futebol quanto vôlei é: a) 5;**
b) 7;
c) 9;
d) 11;
e) 13.

Gabarito: 1. d; 2. e; 3. b; 4. e; 5. d; 6. a; 7. b; 8. a; 9. c.

(Cesgranrio – Petrobras – Técnico – 2011)

1. **Não há dúvidas de que a internet está em plena expansão, e o uso de novas faixas de frequência aumentará sensivelmente o uso da internet sem fio. O gráfico abaixo apresenta a evolução da quantidade de pontos de conexão sem fio, no Brasil e no mundo, a partir de 2002.**

Vex, Teleco e professor Cristiano M. Panuzio. Revista Veja, 13 de outubro de 2010.

Se, de 2004 a 2010, a quantidade de pontos de conexão sem fio, no mundo, tivesse aumentado linearmente, conforme sugere o gráfico, quantos pontos de conexão sem fio haveria em 2007?

a) 120.500.
b) 162.000.
c) 185.500.
d) 200.500.
e) 210.000.

2. Sendo a função $f(x) = 2 \times \log_5\left(\frac{3x}{4}\right)$, em que x é um número real positivo, $f(17)$ é um número real compreendido entre: a) 1 e 2;
b) 2 e 3;
c) 3 e 4;
d) 4 e 5;
e) 5 e 6.

3. De um grupo de seis operadores de equipamentos de produção e refino de petróleo, quatro serão escolhidos para trabalhar na mesma equipe. De quantos modos distintos é possível escolher os operadores que integrarão esta equipe?
a) 15.
b) 30.
c) 60.
d) 125.
e) 360.

4. Um menino guardou seis notas em uma caixa, sendo uma de R$ 10,00, duas de R$ 5,00 e

as restantes de R$ 2,00. Se ele retirar, ao acaso, duas notas dessa caixa, a probabilidade de que o valor retirado seja superior a R$ 10,00 será de: a) 1/6;

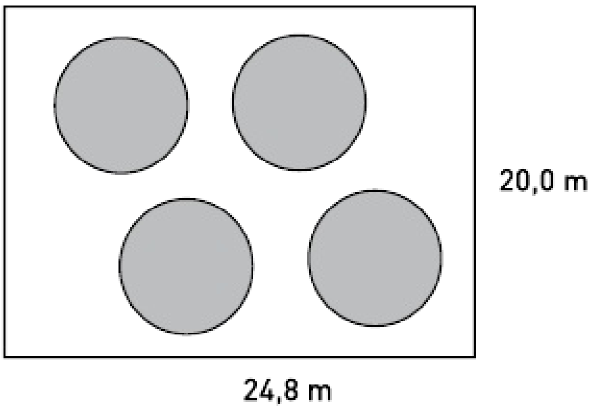
b) 1/3;

c) 2/5;

d) 4/15;

e) 7/30.

5. Quatro tanques de armazenamento de óleo, cilíndricos e iguais, estão instalados em uma área retangular de 24,8m de comprimento por 20,0m de largura, como representados na figura abaixo.



Se as bases dos quatro tanques ocupam 2/5 da área retangular, qual é, em metros, o diâmetro da base de cada tanque? Dado: (use $\pi = 3,1$): a) 2;

b) 4;

c) 6;

d) 8;

e) 16.

6. De acordo com o Relatório de Sustentabilidade de 2009, as empresas de uma holding concentravam, nas Regiões Centro-Oeste e Norte, 2.464 funcionários no final daquele ano. Mas a diferença entre o número de funcionários lotados nas duas regiões era considerável. Se 128 novos funcionários fossem efetivados na Região Centro-Oeste, esta passaria a ter metade do número de funcionários da Região Norte. Sendo assim, quantos funcionários trabalhavam em empresas da holding, na Região Norte, no final de 2009?

a) 736.

b) 1.104.

c) 1.360.

d) 1.558.

e) 1.728.

7. Até agosto de 2010, a prestação do apartamento de João correspondia a 25% do seu salário. Em setembro do mesmo ano, João foi promovido e, por isso, recebeu 40% de aumento. Entretanto, nesse mesmo mês, a prestação de seu apartamento foi reajustada

em 12%. Sendo assim, o percentual do salário de João destinado ao pagamento da prestação do apartamento passou a ser: a) 16%;

b) 20%;

c) 24%;

d) 28%;

e) 35%.

8. Certa empresa comercializa sucos em pequenas caixas com formato de paralelepípedo reto-retângulo de dimensões internas iguais a 5cm, 3,6cm e 12cm. Se cada caixa contém 200ml de suco, qual é o percentual aproximado do volume da caixa não ocupado pelo suco?

a) 7,4%.

b) 8,6%.

c) 9,3%.

d) 10,1%.

e) 16,0%.

9. Os números naturais m, n e p são pares e consecutivos. Seja S = m + n + p. Conclui-se que S será sempre divisível por:

a) 6;

b) 8;

c) 9;

d) 10;

e) 12.

Gabarito: 1. d; 2. c; 3. a; 4. b; 5. d; 6.e; 7. b; 8. a; 9. a.

(Cesgranrio – Liquigás (Petrobras) – Assistente administrativo – 2010)

1. Atualmente, o agricultor brasileiro pode utilizar GLP (Gás Liquefeito de Petróleo) a granel como combustível em silos de secagem de grãos. Existem dois tipos de reservatório, de tamanhos diferentes, para armazenamento do GLP: o P-125 e o P-190. Em certa fazenda, há 18 silos de secagem, cada um equipado com um reservatório de GLP. Se a quantidade de reservatórios P-125 supera em 4 unidades a quantidade de reservatórios P-190, quantos são os reservatórios P-125 instalados nessa fazenda?

a) 7.

b) 8.

c) 9.

d) 10.

e) 11.

2. "(...) o movimento nos 16 aeroportos das capitais brasileiras que vão sediar jogos da Copa vai crescer, em média, 8,0% ao ano até 2014".

Jornal *O Globo*, 4 abr. 2010 (adaptado).

No início de 2010, o movimento, nesses 16 aeroportos, foi de cerca de 90 milhões de passageiros. Considerando-se a informação acima, qual será, em milhões de passageiros, o movimento médio aproximado previsto para o início de 2012?

a) 92.

b) 93.

c) 99.

d) 104.

e) 105.

3. Certa empresa realizou um processo de seleção em três etapas. Metade dos candidatos foi eliminada na primeira etapa. Dos candidatos que participaram da segunda etapa, 2/3 seguiram para a terceira etapa, e, desses, 20% conseguiram o emprego. Se 120 pessoas conseguiram o emprego, quantos candidatos participaram desse processo de seleção?

a) 1.800.

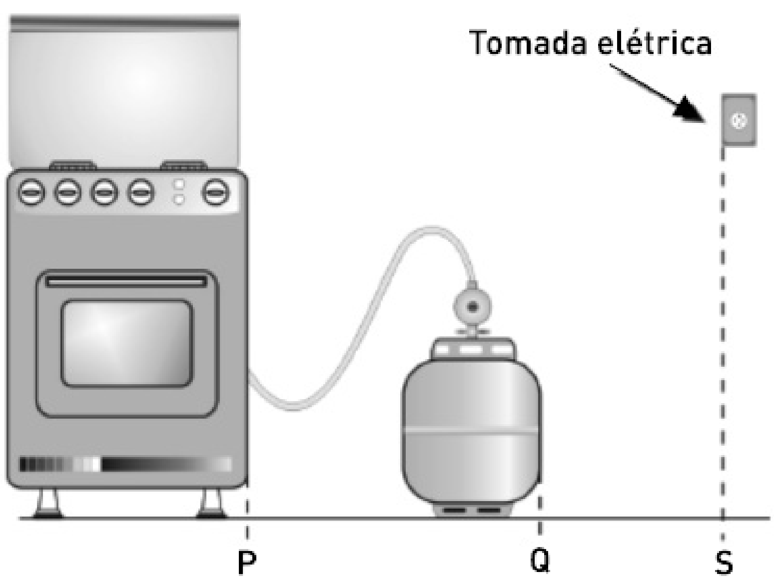
b) 1.500.

c) 1.200.

d) 900.

e) 800.

4. Por medida de segurança, um botijão de gás deve ser instalado a uma distância mínima de 150cm de tomadas, interruptores ou de instalações elétricas. O modelo a seguir apresenta a disposição do fogão da casa de Maria, o posicionamento do botijão e de uma tomada elétrica. Os pontos P, Q e S estão alinhados.



Se a distância entre os pontos P e S é 3,2m, qual é, em metros, a distância máxima entre os pontos P e Q, de modo que seja respeitada a distância mínima de segurança entre o botijão e a tomada?

a) 0,7.

b) 1,3.

c) 1,7.
d) 2,3.
e) 2,7.

5. Em 2001, certa empresa produtora de bebidas utilizava 5,6ℓ de água na produção de cada litro de cerveja. Com o desenvolvimento de novas técnicas de produção, essa empresa utiliza, hoje, 3,9l de água para produzir a mesma quantidade de cerveja. Considere a quantidade de cerveja produzida, com 25.200l de água, em 2001. Atualmente, quantos litros de água são necessários para produzir essa mesma quantidade de cerveja?
a) 6.460.
b) 17.550.
c) 19.300.
d) 35.140.
e) 45.000.

Gabarito: 1. e; 2. e; 3. a; 4. c; 5. b.

(Cesgranrio – EPE – Assistente Administrativo – 2010)
1. Na maioria dos aviões, a distância entre duas poltronas em filas consecutivas da classe econômica é 79cm. Para oferecer mais conforto aos seus passageiros, uma empresa aérea decidiu aumentar essa distância para, no mínimo, 86cm. Desse modo, o espaço antes ocupado por 25 filas de poltronas passará a ter n filas. Sendo assim, o maior valor de n será: a) 20;
b) 21;
c) 22;
d) 23;
e) 24.

2. A razão entre as potências instaladas das hidrelétricas de Água Limpa e de Torixoréu é 40/51 e, juntas, as duas hidrelétricas têm potência instalada de 728MW. Qual é, em MW, a potência instalada da hidrelétrica de Torixoréu?
a) 160.
b) 204.
c) 320.
d) 366.
e) 408.

3. “A Empresa de Pesquisa Energética – EPE entregou à Agência Nacional de Energia Elétrica – Aneel, na última quarta-feira, dia 7 de abril, a revisão dos Estudos de Inventário Hidrelétrico da Bacia Hidrográfica do Rio Araguaia. A alternativa de divisão de quedas selecionada apresenta 2.483MW de potência instalada total, incluindo os aproveitamentos considerados pontos fixos no estudo: hidrelétricas de Santa Isabel,

Couto Magalhães, Torixoréu, Toricoejo e Água Limpa.”

Disponível em: http://www.epe.gov.br/imprensa/PressReleases/.

Dentre as hidrelétricas citadas no texto, a de menor potência instalada é a de Toricoejo, com 76MW. A potência instalada dessa hidrelétrica corresponde, aproximadamente, a que percentual da potência instalada total da bacia hidrográfica do Rio Araguaia?

a) 3%.

b) 7%.

c) 12%.

d) 19%.

e) 30%.

4. Demanda das indústrias verificada no mês passado indica retomada do patamar pré-crise. A indústria liderou a expansão do consumo de eletricidade na rede em fevereiro de 2010, com crescimento de 14% em relação ao mesmo mês de 2009. (...) Em fevereiro de 2010, a indústria brasileira demandou da rede 14.438GWh.

Disponível em: http://www.epe.gov.br/ResenhaMensal/20100324_1.pdf (adaptado).

De acordo com as informações apresentadas, o consumo de eletricidade da indústria brasileira, em GWh, no mês de fevereiro de 2009: a) foi inferior a 11.500;

b) ficou entre 11.500 e 12.000;

c) ficou entre 12.000 e 12.500;

d) ficou entre 12.500 e 13.000;

e) foi superior a 13.000.

Considere o texto a seguir para responder às questões números 5 e 6.

“A bacia do Araguaia compreende municípios dos estados do Pará, Tocantins, Goiás e Mato Grosso, abrangendo (...) 168 municípios. Desses, 24 estão localizados na área de estudo.”

Nota Técnica DEA 01/2009. Análise socioambiental do atendimento ao PA/MT/TO, p.16 (adaptado).
Disponível em http://www.epe.gov.br/MeioAmbiente.

5. Escolhendo-se ao acaso dois municípios da bacia do Araguaia, a probabilidade de que ambos estejam localizados na área de estudo é: a) 1/49;

b) 1/84;

c) 2/335;

d) 7/511;

e) 23/1.169.

6. Dos 24 municípios situados na área de estudo da bacia do Araguaia, 2 localizam-se no Mato Grosso, 8, no Tocantins e o restante, no Pará. Uma equipe técnica deverá escolher três municípios no Pará para visitar no próximo mês. De quantos modos distintos essa escolha poderá ser feita, sem que seja considerada a ordem na qual os municípios serão visitados?

a) 56.
b) 102.
c) 364.
d) 464.
e) 728.

7. No Brasil, os setores industrial e comercial consumiram, juntos, 231.199GWh de energia em 2009. Sabendo que o consumo do setor industrial correspondeu ao dobro do consumo do setor comercial, mais 34.498GWh, quantos GWh de energia foram consumidos pelo setor comercial brasileiro em 2009?
a) 56.885.
b) 65.567.
c) 88.565.
d) 124.656.
e) 165.632.

8. Uma pousada que dispõe de 60 quartos, alguns duplos (para duas pessoas) e outros, triplos (para três pessoas), pode acomodar, no máximo, 162 hóspedes. Quantos quartos duplos há nessa pousada?
a) 18.
b) 22.
c) 28.
d) 36.
e) 42.

9. Na "Projeção da demanda de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional (SIN) para o Plano Anual da Operação Energética (PEN 2010)", prevê-se um consumo de energia elétrica nas residências brasileiras de 103.272GWh, em 2010, e de 126.425GWh, em 2014. Considerando-se que essas projeções se confirmem e que o aumento anual no consumo de energia elétrica nas residências brasileiras, de 2010 a 2014, ocorra linearmente, formando uma progressão aritmética (PA), qual será, em GWh, a razão dessa PA?
a) 2.315,30.
b) 4.630,60.
c) 5.788,25.
d) 7.717,67.
e) 8.691,65.

10. Um turista fez uma viagem de trem partindo de Amsterdã, Holanda, às 11h16min, chegando a Paris, França, às 14h35min. Quanto tempo demorou essa viagem?
a) 2h42min.
b) 3h19min.

c) 3h21min.
d) 4h21min.
e) 5h19min.

Gabarito: 1. c; 2. e; 3. a; 4. d; 5. e; 6. c; 7. b; 8. a; 9. c; 10. b.

(Cesgranrio – Eletronuclear – Auxiliar de Técnico – 2010)

1. Segundo relatório do China Internet Network Center, divulgado em julho de 2009, a China possui 384 milhões de internautas. O número de internautas com menos de 30 anos supera em 9 milhões o dobro do número de internautas com 30 anos ou mais. Quantos milhões de internautas, com 30 anos ou mais, existem na China?
a) 118.
b) 125.
c) 131.
d) 208.
e) 253.

2. "O Centro de Informações de Itaorna situa-se no quilômetro 522 da Rodovia Rio–Santos (...). O Centro funciona de segunda a sexta, nos horários das 8h às 11h30min e das 13h45min às 16h30min; e nos sábados, domingos e feriados, das 8h30min às 15h. Uma exposição permanente, filmes e folhetos educativos explicam como é gerada a energia elétrica a partir de reatores nucleares e os cuidados que a Eletronuclear tem com o meio ambiente e com as comunidades vizinhas. Por ano, mais de vinte mil visitantes de universidades, escolas e turistas conhecem este verdadeiro museu da energia nuclear no Brasil."

Disponível em: www.eletronuclear.gov.br/professores (Adaptado).

Certa escola levou seus alunos para visitar o Centro de Informações de Itaorna. O grupo chegou às 14h10min de uma terça-feira, e a visitação durou 1h55mim. Quantos minutos faltavam para o fechamento do Centro quando esse grupo terminou a visitação?
a) 15.
b) 20.
c) 25.
d) 30.
e) 35.

3. Uma empresa dispõe de 12 seguranças, dentre eles, João e José. Os seguranças trabalham diariamente, em três turnos, quatro em cada turno. João avisou que irá ao médico na próxima segunda-feira pela manhã, portanto, não poderá trabalhar no 1º turno. Sabendo-se que José já foi escalado para trabalhar no 1º turno da próxima segunda-feira, de quantos modos distintos os demais integrantes desse turno poderão ser escolhidos?
a) 120.

b) 165.
c) 210.
d) 220.
e) 330.

4. O representante de uma fábrica de sorvetes declarou: “Terminamos 2009 com 120 pontos de venda. Nossa meta é abrir, a cada ano, sempre o mesmo número de novos pontos de venda. Assim, no final de 2015, esta empresa terá 210 pontos de venda espalhados pelo Brasil.” Considerando-se que essa meta seja cumprida, quantos pontos de venda esta fábrica de sorvetes terá no final de 2013?
a) 160.
b) 172.
c) 180.
d) 186.
e) 192.

5. Uma elevatória capaz de processar 400 litros de esgoto por segundo atende a uma área com 150 mil habitantes. Qual deve ser, em litros por segundo, a capacidade de uma elevatória para atender a uma área com 90 mil habitantes a mais que essa, considerando-se que a capacidade de processamento da elevatória seja diretamente proporcional ao número de habitantes da região atendida?
a) 240.
b) 360.
c) 490.
d) 560.
e) 640.

6. Uma empresa aérea que opera, semanalmente, 60 voos entre o Brasil e os Estados Unidos, solicitou autorização para aumentar em 15% o número semanal de voos entre os dois países. Se essa autorização for concedida, quantos voos semanais a referida empresa aérea realizará entre o Brasil e os Estados Unidos?
a) 9.
b) 15.
c) 56.
d) 69.
e) 96.

7. Certo site pesquisou a nacionalidade de seus usuários e constatou que 50% moram nos Estados Unidos, 9%, no Brasil, 7%, na Inglaterra, 4%, no Canadá, e os demais, em outros países. Sorteando-se ao acaso um usuário desse site que não more nos Estados Unidos, a probabilidade de que ele more fora do Brasil é de: a) 9%.
b) 18%.

c) 40%.
d) 82%.
e) 91%.

8. Sustentada pelo avanço da construção civil, a venda de cimento vem aumentando nos últimos meses. Certa loja de material de construção vendeu 5,2 toneladas de cimento em fevereiro, 0,7 tonelada a mais do que em janeiro. Ao todo, quantas toneladas de cimento essa loja vendeu nesses dois meses?
a) 9,1.
b) 9,4.
c) 9,7.
d) 10,2.
e) 10,3.

9. Uma mercadoria sofreu dois descontos sucessivos de 30% cada, passando a custar R$ 392,00. Qual era, em reais, o preço dessa mercadoria antes dos descontos?
a) 600,00.
b) 662,00.
c) 700,00.
d) 774,00.
e) 800,00.

10. Em um ano de operação normal, a usina de Angra 2, cuja potência nominal é de 1.350MW, consumiria 30 toneladas de urânio enriquecido. Considerando-se que o consumo de urânio enriquecido seja diretamente proporcional à potência nominal da usina e ao tempo de funcionamento da mesma, qual seria o consumo de urânio enriquecido da usina de Angra 1, cuja potência nominal é de 657MW, em seis meses de operação normal?
a) 6,5.
b) 7,3.
c) 9,2.
d) 14,6.
e) 18,5.

Gabarito: 1. b; 2. c; 3. a; 4. c; 5. e; 6. d; 7. d; 8. c; 9. e; 10. b.

(Oficial – Polícia Militar/PA – Fadesp – 2010)
1. Um policial militar dispõe de 100 metros de corda para cercar uma area retangular, em que um dos lados será a parede reta de uma fábrica, onde, naturalmente, nao usará corda. A maior área que o policial poderá obter será igual a: a) 1.750m^2;
b) 1.250m^2;
c) 1.400m^2;

d) 1.550m^2.

2. Se o número de pessoas em uma manifestação aumentou 50% a cada hora e após 3 horas havia 1350 pessoas, então, inicialmente, havia: a) 250 pessoas;
   b) 300 pessoas;
   c) 350 pessoas;
   d) 400 pessoas.

Utilize os dados do quadro abaixo para as próximas três questões.

Neste concurso da Polícia Militar do Pará, os candidatos aptos na 2ª ETAPA (Exames Antropométrico, Médico e Odontológico) submeter-se-ão aos Exames referentes a 3ª ETAPA (Exames de Aptidão Fisica), também denominados de Teste de Aptidão Física (TAF), quando, entre outras provas, haverá uma corrida de 12 minutos, em que os homens terão que correr o mínimo de 2.400 m (dois mil e quatrocentos metros), enquanto as mulheres deverão correr o mínimo de 1.800 m (mil e oitocentos metros).

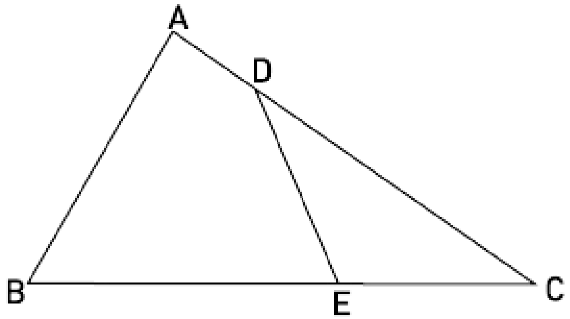
Adaptado do Edital do Concurso disponível em: www.fadesp.org.br

3. Sabendo-se que velocidade é a razão entre o espaço percorrido e o tempo necessário para percorrê-lo, pode-se dizer que a diferença entre as velocidades mínimas para aprovação dos homens em relação às das mulheres, em quilômetros por hora, corresponde a: a) 3;
   b) 4;
   c) 5;
   d) 6.

4. Uma mulher que, nos 12 minutos, percorrer 2.760 metros, terá rendimento:
   a) 15% superior ao mínimo estabelecido para as mulheres;
   b) 20% superior ao mínimo estabelecido para as mulheres;
   c) 15% superior ao mínimo estabelecido para os homens;
   d) 20% superior ao mínimo estabelecido para os homens;

5. Um candidato, ao se preparar para o TAF, começou correndo 1.000 metros no primeiro dia, 1.050 no segundo dia, 1.100 no terceiro dia, e assim sucessivamente ate atingir a marca dos 2.800 metros, o que ocorreu no: a) 22º dia de treinamento;
   b) 27º dia de treinamento;
   c) 32º dia de treinamento;
   d) 37º dia de treinamento.

6. Uma praça tem a forma do triângulo esboçado abaixo, em que AB=20m, BC=75m e DC=15m.



Se os triângulos ABC e EDC são semelhantes, sendo o ângulo A côngruo ao ângulo E, então, o comprimento de DE é igual a: a) 4m;

b) 5m;

c) 6m;

d) 7m.

7. Ao mapear um teatro de operações, o comando militar situa uma área triangular ABC no plano cartesiano, com vértices nos pontos A(2,4), B(4,6) e C(6,2), sendo as distâncias em quilômetros. A área dessa região equivale a: a) $2km^2$;

b) $4km^2$;

c) $6km^2$;

d) $8km^2$.

8. Em uma pista de tática e maneabilidade policial militar, há um tanque em forma de paralelepípedo reto-retângulo com 4 metros de largura e 2 metros de altura, possuindo em seu interior 12.000 litros de água, que preenchem a metade do volume do tanque. O comprimento desse tanque é de: a) 2m;

b) 3m;

c) 4m;

d) 5m.

9. Para interditar o trânsito de uma rua, são utilizados cones com 50cm de diâmetro e 80cm de altura. O volume desses cones é de, aproximadamente: a) $0{,}05m^3$;

b) $0{,}06m^3$;

c) $0{,}07m^3$.

d) $0{,}08m^3$.

10. Em um combate de distúrbio civil, o comandante opta por uma formação triangular, colocando um militar na primeira linha, dois na segunda, quatro na terceira, e assim sucessivamente. Se ele dispõe de 511 militares, então ele formará: a) 11 linhas;

b) 10 linhas;

c) 9 linhas;

d) 8 linhas.

11. Em uma operação "Ação Cívico-Social" foram utilizados 200 policiais em 40 locais, atendendo 2.000 pessoas. Em uma próxima operacao idêntica a essa, planeja-se

aumentar em 50% tanto o número de policiais quanto a quantidade de locais. Se os policiais tiverem o mesmo rendimento e as condições dos locais foram idênticas às da operação anterior, espera-se com isso atender: a) 3.000 pessoas;

b) 3.500 pessoas;

c) 4.000 pessoas;

d) 4.500 pessoas.

Utilize os dados do quadro abaixo para as próximas duas questões.

Em um Batalhão, há 20 oficiais, 60 sargentos e 120 cabos ou soldados.

12. Uma comissão será formada tendo dois oficiais em que um é o presidente da comissão e o outro é o relator, dois sargentos em que um é o secretário e o outro é membro e 1 cabo ou soldado. Sabendo-se que $A_{m,n}$ representa o número de arranjos de m elementos n a n, e $C_{m,n}$ o número de combinações de m elementos n a n, pode-se calcular a quantidade de possíveis formações dessa comissão através do produto: a) $C_{20} \cdot A_{60} \cdot C_{120}$

b) $A_{20,2} \cdot A_{6,2} \cdot A_{120,1}$

c) $A_{20,2} \cdot A_{60,2} \cdot C_{120,1}$

d) $C_{20,2} \cdot C_{60,2} \cdot A_{120,1}$

13. A probabilidade de um militar sorteado ao acaso nesse grupo ser um cabo ou soldado é de:

a) 60%;

b) 62%;

c) 64%;

d) 66%.

14. Os candidatos aprovados neste concurso serão efetivados na corporação da Polícia Militar do Pará e matriculados no Curso de Formação de Oficiais PM/2010, na condição de ALUNO OFICIAL PM. Se nesse curso houver 4 avaliações de uma disciplina com pesos 1, 2, 3 e 4 respectivamente a primeira, segunda, terceira e quarta avaliações, e um aluno obtiver notas 6, 8 e 4 respectivamente nas três primeiras, a nota mínima que ele terá que obter na quarta avaliação para atingir a média ponderada mínima de 7 para aprovação, deverá ser igual a: a) 8,0;

b) 9,0;

c) 9,5;

d) 10,0.

Gabarito: 1. b; 2. d; 3. a; 4. c; 5. d; 6. a; 7. c; 8. b; 9. a; 10. c; 11. d; 12. c; 13. a; 14. b.

(Assistente Administrativo – Correios/AP – Intelectus – 2006)

1. Foi realizada uma pesquisa entre os avicultores do Estado sobre o tipo de ração que

usavam. Dos 170 pesquisados, 107 disseram usar a ração A, 122 a ração B e 88 responderam que usam A e B. O número de avicultores que não utilizam a ração A ou a ração B é: a) 9

b) 29

c) 73

d) 58

e) 137

2. Num canteiro há 500 pés de hortaliça que em cada aguada consomem 65 litros de água. Quantos litros de água consumiriam, nas mesmas condições, três canteiros, sendo que cada um tem apenas 300 pés de hortaliças?

a) 109

b) 117

c) 130

d) 195

e) 351

3. A revista *Veja*, na edição 1.842, de 25 de fevereiro de 2004, publicou o artigo “O preço do celular”, afirmando que no Natal foram muitas promoções oferecendo modelos populares de telefones celulares a preços competitivos. Passado dois messes, os preços dos aparelhos sofreram reajustes. Observando parte da tabela publicada abaixo, os percentuais de aumento dos dois aparelhos, são respectivamente:

Operadora	Modelo	Preço no Natal	Preço Atual
Tim	Nokya 3310 (pré-pago)	169,00	199,00
Tim	Sansung R 210 (pré-pago)	169,00	399,00

a) 17,8% e 136,1%;

b) 18,1% e 140,2%;

c) 18,8% e 141,3%;

d) 19,3% e 143,5%;

e) 19,6% e 145,1%.

4. R$ 10.000,00 são aplicados em um fundo do mercado financeiro, a uma taxa de 8% composta anualmente. Qual será o total de juros recebidos após 2 anos de investimento?

a) R$ 1.600,00

b) R$ 1.664,00

c) R$ 11.600,00

d) R$ 11.664,00
e) R$ 11.764,00

5. Uma conta de restaurante no valor de R$ 96,00 foi rateada entre três funcionários dos Correios em partes diretamente proporcionais ao tempo de serviço na empresa. Se cada funcionário possui 3, 4 e 5 anos de serviço, respectivamente, o valor pago pelo funcionário mais antigo na empresa foi de: a) R$ 24,00;
b) R$ 25,00;
c) R$ 32,00;
d) R$ 35,00;
e) R$ 40,00.

6. Um vendedor de uma loja de materiais de construção civil recebeu um salário mensal de R$ 540,00. Sabendo-se que cada vendedor recebe um salário mensal que consiste em um salário fixo de R$ 360,00 e 4% de comissão calculada sobre o valor total dos itens que ele vende no mês, quantos reais em materiais ele vendeu?
a) R$ 3.900,00
b) R$ 3.950,00
c) R$ 4.050,00
d) R$ 4.350,00
e) R$ 4.500,00

7. Uma sala retangular dos Correios tem 8,5 metros de comprimento por 6,5 metros de largura. Deseja-se atapetá-la de modo que um tapete retangular fique afastado 1,5 metros de cada parede. Que área da sala, em m^2, não será ocupada pelo tapete?
a) 19,25
b) 15
c) 55,25
d) 36
e) 48

8. Um reservatório de água dos Correios tem a forma cilíndrica, com 4 m de diâmetro e 11 m de altura. Se já foram gastos 3/4 de seu volume, quantos litros de água restam no reservatório? (use π = 3,14) a) 34,54
b) 103.620
c) 103,62
d) 34.540
e) 108.160

9. Um sistema de eixos coordenados foi utilizado para orientar o disparo em linha reta de uma bala contra um assaltante. No sistema de eixos, o lançamento do projétil está localizado no ponto A, de coordenadas (10, 30) e o alvo, no ponto B, de coordenadas (40 , 70). Nestas condições, a distância que deve percorrer o projétil para atingir o alvo, em

metros, é de: a) 30
b) 40
c) 50
d) 60
e) 70

10. Dois funcionários dos Correios, atravessam de barco um rio do Amapá, em um trecho onde a largura é 60 m, seguindo uma direção que forma um ângulo de 120º com uma das margens. A distância percorrida pelo barco, em metros, para atravessar o rio é: a) $120\sqrt{3}$
b) 30
c) $40\sqrt{3}$
d) 120
e) $30\sqrt{3}$

11. Carlos deixou seu carro, em um estacionamento. Durante todo o período em que fica aberto, das 8:00h às 18:00h. Sabendo-se que paga-se R$ 2,00 pela primeira hora e R$ 1,00 a mais para cada hora seguinte que o carro permanece lá, então, ele pagou pelo estacionamento: a) R$ 6,00
b) R$ 8,00
c) R$ 10,00
d) R$ 11,00
e) R$ 12,00

12. Fátima joga videogame todos os dias com uma só fita. Ela joga duas vezes por dia. No primeiro dia ela fez 500 e 1.000 pontos. No segundo, conseguiu 1.500 e 2.000 pontos. Se continuar seguindo esse padrão. ela conseguirá fazer, no quinto dia: a) 2.000 e 3.000 pontos;
b) 2.500 c 3.500 pontos;
c) 3.000 e 4.000 pontos;
d) 4000 e 4.500 pontos;
e) 4.500 e 5.000 pontos.

13. No Concurso da Quina da Caixa Econômica Federal pode-se fazer aposta de 5, 6, 7 e 8 números. Preenchendo um cartão com 8 números o apostador concorrerá ao prêmio com: a) 52 quinas;
b) 53 quinas;
c) 54 quinas;
d) 55 quinas;
e) 56 quinas.

14. Durante a campanha eleitoral, o governador eleito de um Estado prometeu investir em

habitação construindo 36.000 casas populares. Se no primeiro ano de mandado construir "x" casas e, no segundo ano, a metade do que restou no primeiro, ficarão ainda faltando "y" casas para concretizar a promessa. Então, a equação que configura esta situação é: a) $x + 2y = 36.000$

b) $2x + 2y = 36.000$

c) $2x + y = 36.000$

d) $2x + y = 18.000$

e) $x + 2y = 18.000$

15. Por uma mensagem dos Estados Unidos para o Brasil, via fax, a Empresa de Correios e Telégrafos (ECT) cobra R$ 1,37 pela primeira página e R$ 0,67 por página que se segue, completa ou não. Qual o número mínimo de páginas de uma dessas mensagens para que seu preço ultrapasse o valor de R$ 10,00?

a) 8

b) 10

c) 12

d) 14

e) 16

16. No dia 1º de dezembro de 2005, uma pessoa enviou pelos Correios uma mensagem para x pessoas. No dia 2, cada uma das x pessoas que recebeu a mensagem no dia 1º enviou-a para outras duas novas pessoas. No dia 3, cada pessoa que recebeu a mensagem no dia 2 também a enviou para outras duas novas pessoas. E assim sucessivamente. Se, do dia 1º até o final do dia 6 de dezembro, 756 pessoas haviam recebido a mensagem, o valor de x é: a) 12

b) 24

c) 52

d) 63

e) 126

17. Antes de embarcar para Buenos Aires, Fátima foi a uma agência bancária comprar dólares. Foi informada de que o preço do dólar era R$ 1,90 e de que seria cobrada uma comissão de 2% sobre o valor da compra. Com os R$ 400,00 que possuía, o número máximo de dólares que ela pôde comprar foi: a) 212

b) 210

c) 208

d) 206

e) 204

18. Uma prova do tipo múltipla escolha contém 10 testes, com 5 alternativas cada um. Somente uma alternativa é correta para cada teste. Qual a probabilidade de um aluno, "chutando" os 10 testes, acertar metade das respostas?

a) 3,2%
b) 3,0%
c) 2,7%
d) 2,5%
e) 2,3%

19. A tabela abaixo representa a distribuição de frequências dos salários de um grupo de 50 empregados de uma empresa, em certo mês.

Número da classe	Salário do mês (em reais)	Número de empregados
1	1000 2000	20
2	2000 3000	18
3	3000 4000	9
4	4000 5000	3

O salário médio desses empregados, nesse mês, em reais, foi de:
a) 2.637,00
b) 2.520,00
c) 2.500,00
d) 2.400,00
e) 2.300,00

Gabarito: 1. b; 2. b; 3. a; 4. b; 5. e; 6. e; 7. d; 8. a; 9. c; 10. c; 11. d; 12. e; 13. e; 14. a; 15. d; 16. a; 17. d; 18. c; 19. d.

(Assistente Técnico – Transpetro – Cesgranrio – 2006)
1. Em uma escola, 60% dos estudantes são do sexo masculino e 30% dos estudantes usam óculos. Das estudantes do sexo feminino, 25% usam óculos. Qual a porcentagem aproximada de estudantes do sexo feminino, entre os estudantes que usam óculos?
a) 10%
b) 15%
c) 25%
d) 33%
e) 67%

2. Um decilitro é equivalente a:

a) $1\ cm^3$

b) $10\ cm^3$

c) $102\ cm^3$

d) $1\ dm^3$

e) $10\ dm^3$

3. Em janeiro de 2005, a produção de uma fábrica era de 1 200 unidades mensais. Se, a partir daí, a produção aumentar 50 unidades por mês, de quantas unidades será a produção de janeiro de 2006?

a) 1 750

b) 1 800

c) 1 850

d) 1 900

e) 1 950

4. Se 3 operários, trabalhando 6 horas por dia, constroem um muro em 20 dias, em quantos dias 5 operários, trabalhando 8 horas por dia, construiriam o mesmo muro?

a) 4

b) 5

c) 6

d) 8

e) 9

5. A mediana da lista (1; 1; 3; 5; 9) vale:

a) 3,0

b) 3,4

c) 3,8

d) 4,0

e) 4,5

6. Em uma lista de cem valores, oitenta são iguais a 1 e os demais são nulos. A variância dessa lista é igual a:

a) 0,04

b) 0,08

c) 0,16

d) 0,32

e) 0,64

7. Uma urna contém 6 bolas brancas e 4 pretas. Sacam-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas dessa urna. A probabilidade de que ambas sejam pretas é: a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{6}{25}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{4}{25}$

e) $\frac{2}{15}$

8. A tabela abaixo mostra a distribuição de salários em uma amostra aleatória de 250 empregados de certa empresa.

Salários (R$)	Número de empregados
$300 \dashv 500$	100
$500 \dashv 800$	60
$800 \dashv 1200$	50
$1200 \dashv 1500$	40

A melhor estimativa da média aritmética dos salários, em reais, é:

a) 722,00
b) 732,00
c) 750,00
d) 775,00
e) 800,00

Gabarito: 1. d; 2. c; 3. b; 4. e; 5. a; 6. c; 7. e; 8. b.

(Mecânico Especializado – Transpetro – Cesgranrio – 2006)

1.

"Operação tapa-buracos

A operação tapa-buracos emergencial nas rodovias federais vai começar segunda-feira (...). O objetivo do governo é fazer uma operação tapa-buracos em 26.400 quilômetros, com investimento previsto de 440 milhões de reais. (...)"

O Globo. 06 jan 2006.

De acordo com as informações apresentadas no texto acima, o custo médio por quilômetro, em reais, previsto na operação tapa-buracos do governo é, aproximadamente, de: a) 1.667,00

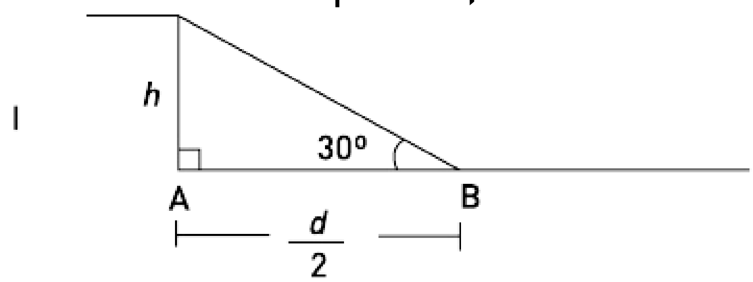
b) 3.334,00

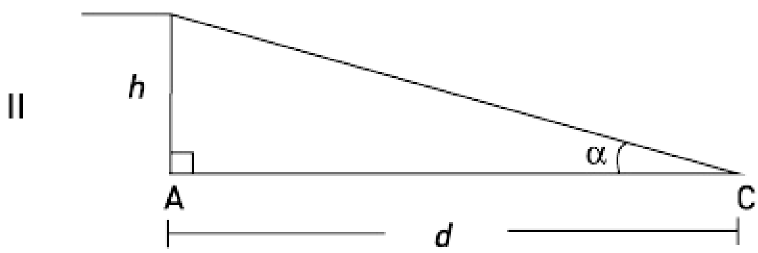
c) 6.668,00

d) 12.334,00

e) 16.667,00

2. Um engenheiro, ao projetar uma rampa de acesso a uma garagem no subsolo, considerou duas hipóteses, como mostram os esquemas abaixo.





No esquema I, a rampa tem uma inclinação de 30^0 e a distância AB corresponde à metade da distância AC do esquema II. Se, nas duas hipóteses, a altura h da rampa é a mesma, o valor da tangente do ângulo α é: a) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

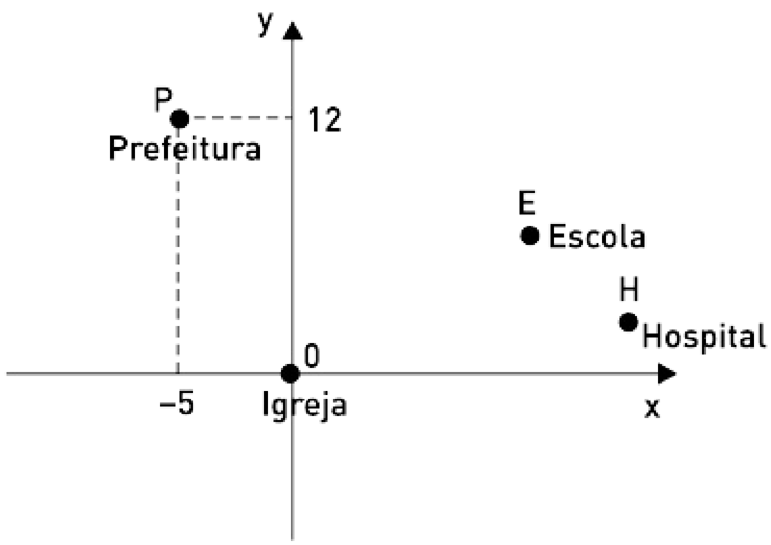
3. Quando uma empresa vende um mesmo produto em embalagens com quantidades diferentes, é comum que o preço seja proporcionalmente menor nas embalagens com quantidades maiores. A empresa X vende pacotes de biscoitos de 200g por R$1,20. Já os pacotes de 500g do mesmo biscoito são vendidos a R$2,75. A diferença, em reais, entre os preços pagos pelo consumidor, por quilo, nos dois casos é de: a) 0,05

b) 0,25

c) 0,50
d) 0,75
e) 0,90

4. Uma seringa de forma cilíndrica tem 8cm de comprimento e 1,6cm de diâmetro. A quantidade, em mililitros, de remédio líquido que essa seringa contém quando cheia até 50% de sua capacidade é, aproximadamente, de: a) 2
b) 4
c) 8
d) 12
e) 16

5. No centro de uma pequena cidade há uma igreja, uma escola,um hospital e a sede da prefeitura. Situando-se a igreja na origem de um plano cartesiano, a prefeitura fica no ponto P(–5; 12), como representado na figura abaixo.



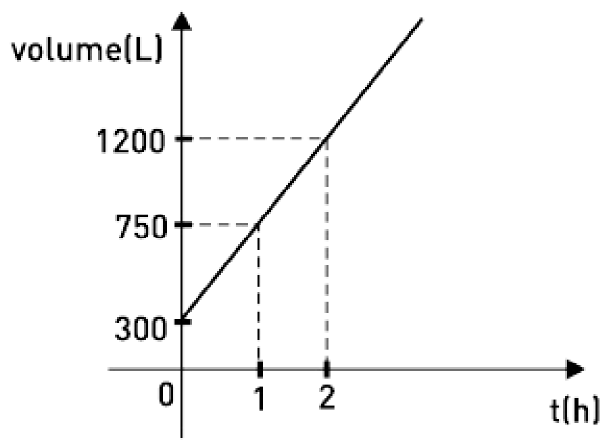
Se cada unidade do gráfico corresponde a 100m, a distância, em metros, entre a igreja e a prefeitura é de:
a) 500
b) 700
c) 1.200
d) 1.300
e) 1.700

6. Oitenta e cinco crianças entre 3 e 12 anos inscreveram-se para uma colônia de férias. As crianças de até 8 anos pagaram R$ 30,00 de inscrição. Para as maiores de 8 anos, o valor da inscrição foi de R$35,00. Se, ao todo, foram arrecadados R$ 2.760,00 com as inscrições, quantas crianças com mais de 8 anos inscreveram-se nessa colônia de férias?
a) 40
b) 41
c) 42

d) 43
e) 44

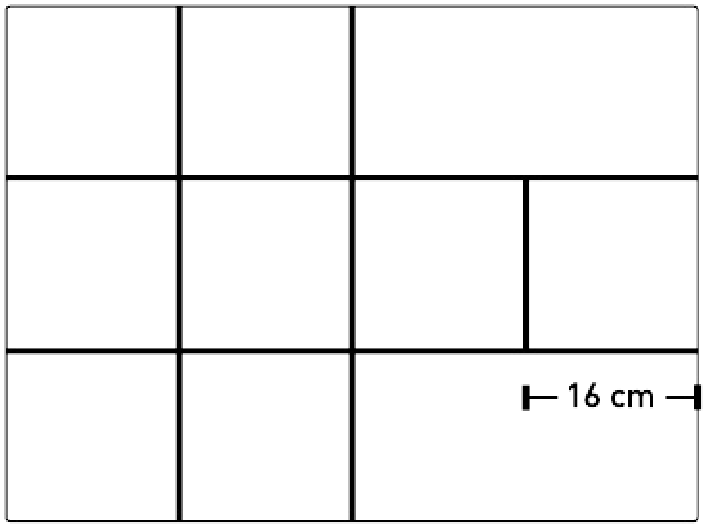
7. De cada R$ 100,00 do lucro de certa empresa, R$ 20,00 vinham das vendas no mercado interno e R$ 80,00, de exportações. Se o valor referente às exportações fosse reduzido em 10%, o lucro total dessa empresa se manteria inalterado se as vendas no mercado interno aumentassem em: a) 8%
b) 10%
c) 20%
d) 34%
e) 40%

8. Um reservatório com capacidade para 3.000 litros estava com 300 litros de água quando uma torneira de vazão constante foi aberta. O gráfico abaixo mostra a variação do volume de água, em litros, dentro do reservatório, em função do tempo, em horas, a partir do instante em que a torneira foi aberta.



Após 4 horas, o volume de água no reservatório, em litros, era de:
a) 1.950
b) 2.100
c) 2.400
d) 2.550
e) 2.800

9. Pedrinho precisava construir um cubo de papel de 16cm de aresta para um trabalho escolar. Ele desenhou o cubo planificado em uma folha de cartolina para depois recortá-lo e montá-lo, colando suas faces com fita adesiva, como mostra a figura.



Observe que a largura e o comprimento da "planificação" coincidem com as dimensões da folha de cartolina que Pedrinho utilizou. Assim, conclui-se que as dimensões da folha de cartolina, em cm, eram: a) 32 e 48;

b) 38 e 54;
c) 48 e 54;
d) 48 e 64;
e) 64 e 80.

10. Um pequeno aquário tem a forma de um paralelepípedo com 30cm de altura, 50cm de comprimento e 35cm de largura. Tanto o fundo quanto as laterais do aquário são feitas de placas de vidro, coladas com uma cola especial. A quantidade de vidro, em cm^2, necessária para construir esse aquário é de: a) 6.100

b) 6.850
c) 7.200
d) 7.750
e) 8.600

Gabarito: 1. e; 2. a; 3. c; 4. c; 5. d; 6. c; 7. e; 8. b; 9. d; 10. b.

(Auxiliar Técnico – Transpetro – Cesgranrio – 2006)

1. Fernanda foi ao mercado com o dinheiro exato para comprar 2 kg de carne. Como o mercado estava oferecendo 20% de desconto no preço da carne, ela aproveitou para comprar uma quantidade maior. Se Fernanda gastou todo o dinheiro que levou, quantos quilos de carne ela comprou?
   a) 2,40
   b) 2,50
   c) 2,60
   d) 2,70
   e) 2,80

2. Aproveitando o dia quente de verão, Seu Carlos comprou 200 latas de sucos e de refrigerantes para vender na praia. Ele vendeu cada lata de suco por R$ 2,00 e de

refrigerante, por R$ 1,50, arrecadando R$ 320,00 com a venda das 200 latas. Quantas eram as latas de refrigerante?

a) 40

b) 80

c) 110

d) 140

e) 160

3. Segundo uma reportagem publicada na Revista Veja de 11 de janeiro de 2006, um instituto internacional especializado no estudo do stress ouviu 1.200 brasileiros para saber se há relação entre cansaço e uso frequente de equipamentos eletrônicos. O quadro abaixo apresenta os percentuais de respostas "SIM" e "NÃO", referentes a algumas das perguntas feitas aos entrevistados.

	Nº da pergunta	Pergunta	SIM	NÃO
Quando o uso de eletrônicos é reduzido, você...	I	...fica menos tenso?	68%	32%
	II	...fica menos ansioso?	38%	62%
	III	...tem menos insônia?	22%	78%
	IV	...apresenta melhoria na concentração?	18%	82%

Considere que todos os entrevistados que responderam "SIM" à pergunta IV tenham respondido "SIM" também à pergunta III. Sorteando-se ao acaso um dos entrevistados, a probabilidade de que a pessoa sorteada tenha respondido "SIM" à pergunta III e "NÃO" à pergunta IV será de: a) $\frac{1}{25}$

b) $\frac{4}{25}$

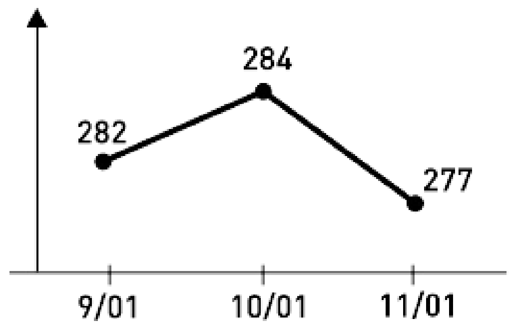
c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{3}{5}$

4. O gráfico abaixo mostra as variações do "risco-Brasil" nos dias 9, 10 e 11 de janeiro.

A EVOLUÇÃO DO RISCO-BRASIL
(em pontos centesimais)



Segundo reportagem publicada no Jornal O Globo de 12 de janeiro de 2006, a confiança dos investidores estrangeiros no país vem aumentando e, em consequência, reduziu-se gradativamente o chamado “risco-Brasil”. Se a variação linear observada de 10/01 para 11/01 se repetisse nos dias subsequentes, em que dia de janeiro o “risco-Brasil” atingiria um valor inferior a 200 pontos centesimais?

a) 21
b) 22
c) 23
d) 24
e) 25

5. Ao se inscrever em determinado concurso, cada candidato recebia um número de inscrição composto de 6 dígitos numéricos. O primeiro dígito identificava a cidade onde era feita a inscrição e os demais correspondiam ao número de identificação do candidato. Por exemplo, na cidade identificada pelo dígito “2”, o primeiro inscrito receberia o número de inscrição “2.00001”, o do segundo seria “2.00002” e assim sucessivamente, até o número “2.99999”. Seguindo esse critério, qual o número máximo de candidatos que poderiam se inscrever numa mesma cidade?

a) 9.999
b) 59.049
c) 99.999
d) 531.441
e) 999.999

Considere o texto abaixo para responder às questões 6 e 7.

“Petrobras deverá ter superavit de U$3 bi este ano

Pela primeira vez na história, a Petrobras terá um superavit comercial na balança de petróleo e derivados em 2006. O saldo deverá ficar em U$3 bilhões, (...) a estimativa inicial era de um saldo de U$2 bilhões. (...) O diretor financeiro da Petrobras (...) disse que a tendência é de superavits crescentes a partir da auto-suficiência e que a produção deverá aumentar 9% ao ano até 2010.”

Jornal *O Globo*, 03 fev. 2006. (adaptado).

6. Se o saldo chegar aos U$3 bilhões acima previstos, o aumento, em relação ao saldo inicialmente estimado, será de:
a) 10%
b) 50%
c) 75%
d) 100%
e) 150%

7. Considerando-se que a produção do ano de 2006 seja de p barris anuais de petróleo, a produção de 2010 será: a) $p + (0,09)^4$
b) $p \cdot (0,09)^4$
c) $p + (1,09)^4$
d) $p \cdot (1,09)^4$
e) $p + (1,90)^4$

8. Luiz vai de bicicleta de casa até sua escola em 20 minutos, percorrendo ao todo 4 km. Se, pedalando no mesmo ritmo, ele leva 1h10min para ir de sua casa até a casa de sua avó, a distância, em km, entre as duas casas é de: a) 14
b) 16
c) 18
d) 20
e) 22

9. Dona Júlia é professora de uma turma de 4ª série. Ela observou que poderia dividir a turma em cinco grupos com 6 alunos cada, de modo que, em todos os grupos, o número de meninos fosse igual ao dobro do número de meninas. Quantos meninos há nessa turma?
a) 10
b) 12
c) 15
d) 20
e) 24

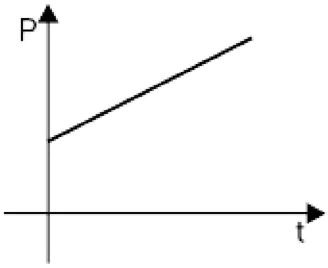
10. Vinte pessoas se reuniram para organizar uma festa. Calcularam as despesas e decidiram dividir o total igualmente entre todos, mas, na semana da festa, três dessas pessoas precisaram viajar. Com isso, cada uma das demais teve de aumentar sua contribuição em R$ 9,00 para que todas as despesas fossem pagas. A quantia, em reais, que cada pessoa pagou para participar dessa festa foi: a) 51,00
b) 54,00
c) 60,00
d) 66,00

e) 74,00

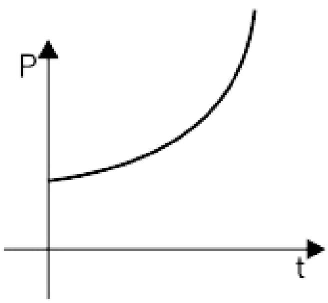
Gabarito: 1. b; 2. e; 3. a; 4. c; 5. c; 6. b; 7. d; 8. a; 9. d; 10. c.

(Técnico – Transpetro – Cesgranrio – 2008)

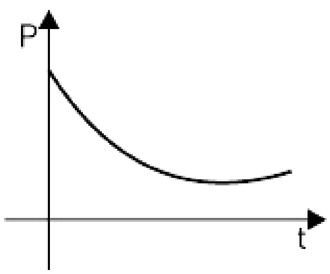
1. A população P de certa cidade cresce de acordo com a função $P(t) = 56.000 \cdot (1{,}01)^t$, onde t significa o tempo, em anos. O gráfico que melhor representa essa função é: a)



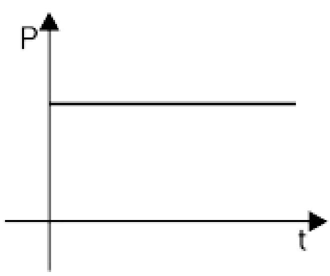
b)



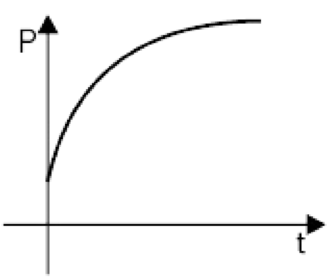
c)



d)



e)



2. Uma empresa de propaganda instalou dois *outdoors* em uma estrada, o primeiro no km

78 e o segundo no km 246. A mesma empresa pretende instalar outros 7 *outdoors* entre esses dois, de modo que a distância entre dois *outdoors* consecutivos seja sempre a mesma. Qual será, em km, essa distância?

a) 21

b) 24

c) 26

d) 28

e) 31

3. Ao tentar responder a uma questão de múltipla escolha com 5 opções distintas, das quais apenas uma era correta, João eliminou as duas primeiras opções, pois tinha certeza de que estavam erradas. Depois, João escolheu aleatoriamente ("chutou") uma das opções restantes. Considerando que as opções eliminadas por João estavam mesmo erradas, a probabilidade de que ele tenha assinalado a resposta correta é de: a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

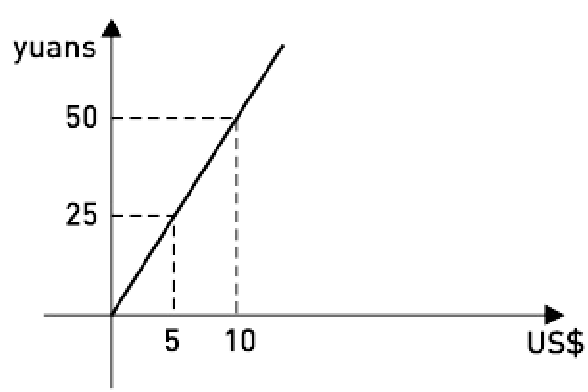
d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{3}{5}$

4. "PEQUIM. Assustados com o nível de ocupação abaixo do esperado a apenas duas semanas para o início das Olimpíadas, hotéis de três e quatro estrelas iniciaram uma agressiva campanha de promoção, dando descontos de até 60% em suas diárias durante os jogos."

Jornal *O Globo*, 23 jul. 2008.

O gráfico abaixo apresenta o valor do "yuan", moeda corrente na China, em função do dólar americano (US$).



Certo hotel três estrelas baixou o valor da diária de 700 yuans para 400 yuans durante as Olimpíadas. Quanto economizará, em US$, uma pessoa que se hospedar nesse hotel durante uma semana?

a) 60

b) 240

c) 420

d) 700

e) 840

5. Um terreno retangular tem 60 m de comprimento e 50 m de largura. Se o custo de um metro quadrado é R$280,00, qual é, em reais, o valor desse terreno?

a) 308.000,00

b) 520.000,00

c) 616.000,00

d) 840.000,00

e) 920.000,00

6. "Uma pastilha cilíndrica de urânio, de 1cm de altura e 1cm de diâmetro, produz a mesma energia que 565 litros de petróleo."

Revista *Veja*, 23 jul. 2008. (adaptado)

Considere que a quantidade de energia produzida por uma pastilha cilíndrica de urânio seja proporcional ao seu volume. Quantos litros de petróleo são necessários para produzir a mesma quantidade de energia que uma pastilha cilíndrica de urânio com 2cm de altura e 2cm de diâmetro produz?

a) 1.130

b) 2.260

c) 2.820

d) 3.390

e) 4.520

7. No Brasil, um motorista não pode dirigir se o nível de álcool no seu sangue for superior a 0,2 g por litro. Considere que o nível N de álcool por litro de sangue de um homem adulto, em gramas, decresça de acordo com a função $N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$, onde *t* representa o tempo, em horas, e N_0 representa o nível inicial de álcool por litro de sangue. Certo homem, adulto, ingeriu grande quantidade de bebida alcoólica e o nível de álcool em seu sangue chegou a 2*g* por litro ($N_0 = 2$). Quanto tempo ele terá que esperar para poder dirigir? (Use log 2 = 0,3).

a) 3 horas e 20 minutos.

b) 3 horas e 33 minutos.

c) 4 horas e 40 minutos.

d) 5 horas e 22 minutos.

e) 6 horas e 30 minutos.

8. Um eletricista autônomo fez dois serviços no mesmo dia e recebeu, ao todo, R$56,00. Se um dos serviços custou R$4,00 a mais do que o outro, quanto ele recebeu, em reais, pelo serviço mais caro?
a) 23,00
b) 26,00
c) 27,00
d) 30,00
e) 31,00

9. Para ganhar o prêmio máximo na "Sena", o apostador precisa acertar as seis "dezenas" sorteadas de um total de 60 "dezenas" possíveis. Certo apostador fez sua aposta marcando dez "dezenas" distintas em um mesmo cartão. Quantas chances de ganhar o prêmio máximo tem esse apostador?
a) 60
b) 110
c) 150
d) 180
e) 210

10. Atualmente, Marcelo tem 12 anos e as idades de Pedro, Joana e Marcelo, em anos, formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. Qual será a idade de Joana quando Pedro estiver com 5 anos?
a) 6
b) 8
c) 10
d) 12
e) 14

Gabarito: 1. b; 2. a; 3. b; 4. c; 5. d; 6. e; 7. a; 8. d; 9. e; 10. b.

(Técnico – Transpetro – Cesgranrio – 2011)
1. A tabela abaixo apresenta o preço da "bandeirada" (taxa fixa paga pelo passageiro) e do quilômetro rodado em quatro capitais brasileiras.

Capital	Bandeirada (R$)	km rodado (R$)
Boa Vista	2,50	2,86
Vitória	3,40	1,85
Natal	3,88	2,02

Rio de Janeiro	4,40	1,60

A quantia gasta por um passageiro, em Boa Vista, ao percorrer 10 km de táxi, permite pagar, no Rio de Janeiro, uma corrida máxima de X quilômetros. O valor de X está entre:
a) 13 e 14;
b) 14 e 15;
c) 15 e 16;
d) 16 e 17;
e) 17 e 18.

2. Dentro de uma caixa cúbica de 1,3m de aresta serão colocadas n caixas com formato de paralelepípedo reto-retângulo, todas com 30cm de comprimento, 15cm de largura e 10cm de altura. Nessas condições, n é, no máximo, igual a: a) 416
b) 428
c) 446
d) 472
e) 488

3. A tabela abaixo apresenta o resultado de uma pesquisa sobre o preço de venda do etanol em 30 postos de abastecimento de São Paulo, em abril de 2011.

Preço (R$)	Frequência
2,18	9
2,20	6
2,28	3
2,31	7
2,36	5
Total	30

Os valores, em reais, da moda e da mediana dos preços pesquisados são, respectivamente:
a) 2,18 e 2,24;
b) 2,18 e 2,28;
c) 2,24 e 2,28;
d) 2,28 e 2,18;
e) 2,36 e 2,26.

Utilize as informações da reportagem abaixo para responder às questões de nos 4 e 5.

SÃO PAULO. Quatro entre nove brasileiros já têm computador em casa ou no trabalho. (...)

É o que revela a 22ª Pesquisa do Centro de Tecnologia de Informação Aplicada da Fundação Getúlio Vargas (...). De acordo com o levantamento, existem 85 milhões de computadores no Brasil. No ano passado, foram vendidos 14,6 milhões de unidades. (...) Jornal *O Globo*, Rio de Janeiro, p. 27, 20 abr. 2011.

4. Considere que a pesquisa da Fundação Getúlio Vargas foi feita entrevistando pessoas e perguntando se possuíam, ou não, computador. Suponha que, dentre os entrevistados que declararam ainda não ter computador, três em cada cinco tenham a intenção de adquiri-lo nos próximos 12 meses.

Escolhendo-se, ao acaso, uma das pessoas que participaram da pesquisa, a probabilidade de que a pessoa escolhida não tenha computador mas pretenda adquirir um nos próximos 12 meses é de, aproximadamente: a) 24%

b) 33%

c) 40%

d) 52%

e) 60%

5. Para que, em 2011, o número médio de computadores vendidos por mês supere em 0,45 milhões a média mensal das vendas de 2010, o número de unidades, em milhões, vendidas no ano de 2011, deverá ser: a) 15,00

b) 16,66

c) 19,10

d) 19,56

e) 20,00

6. Certo investidor, que dispunha de R$ 63.000,00, dividiu seu capital em duas partes e aplicou-as em dois fundos de investimento. O primeiro fundo rendeu 0,6% em um mês, e o segundo, 1,5% no mesmo período. Considerando-se que o valor do rendimento (em reais) nesse mês foi o mesmo em ambos os fundos, a parte do capital aplicada no fundo com rendimentos de 0,6% foi: a) R$ 18.000,00

b) R$ 27.000,00

c) R$ 36.000,00

d) R$ 45.000,00

e) R$ 54.000,00

7. As raízes da equação $2x^2 - 4x + 15 = 0$ são números complexos que, representados no Plano de Argand-Gauss, localizam-se nos quadrantes: a) 1º e 2º;

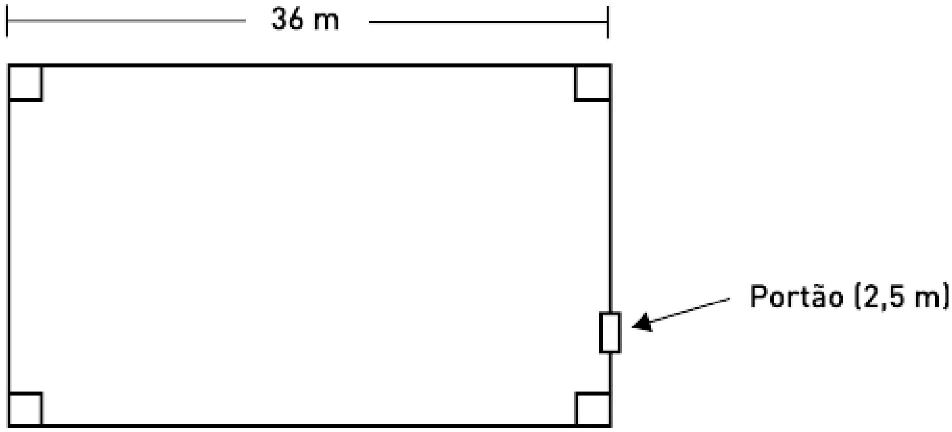
b) 1º e 3º;

c) 1º e 4º;

d) 2º e 3º;

e) 2º e 4º.

8. Abaixo, temos a planta de um terreno retangular, de 810 m^2 de área cercado por um muro. Note que o terreno tem 36 m de comprimento, e que há um único portão de acesso com 2,5 m de largura.



Qual é, em metros, o comprimento do muro que cerca esse terreno?

a) 113,0
b) 113,5
c) 114,5
d) 116,0
e) 117,0

9. A tabela abaixo apresenta dados sobre o PIB (Produto Interno Bruto), a renda e a poupança no Brasil, de 2001 a 2007.

IBGE

CONTAS NACIONAIS

Principais agregados macroeconômicos	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007(1)
Produto interno bruto valor (1.000.000 R$)	1 302 136	1 477 822	1 699 948	1 941 498	2 147 239	2 369 797	2 597 611
Per capita (R$)	7 491	8 378	9 498	10 692	11 658	12 688	13 720
Renda nacional bruta (1.000.000 R$)	1 256 632	1 425 886	1 644 806	1 883 017	2 085 653	2 311 211	2 542 802
Renda disponível bruta (1.000.000 R$)	1 260 499	1 433 151	1 653 557	1 892 580	2 094 288	2 320 577	2 550 632
Poupança bruta (1.000.000 R$)	175 988	217 049	271 202	358 685	372 505	416 898	453 729
Capacidade (+) ou necessidade (–) de financiamento (1.000.000 R$)	(–)58 855	(–)20 994	4 622	27 321	26 159	21 448	(–)5 463

Fonte: IBGE, Dirtoria de Pesquisa, Coordenação de Contas Nacionais.
(1) Com base nos dados preliminares de Contas Nacionais Trimestrais

Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/brasil_em_sintese/tabelas/contas_nacionais_tabela01.htm>.

Acesso em: 22 abr. 2011.

Analisando-se os dados dessa tabela, conclui-se que, de 2005 para 2006, a renda *per capita* aumentou em, aproximadamente: a) 6%

b) 9%

c) 11%

d) 15%

e) 18%

10. A Tabela I apresenta as quantidades médias de combustível, em litros, vendidas semanalmente em três postos de abastecimento de uma mesma rede. O preço praticado em um dos postos é o mesmo praticado pelos outros dois.

Esses preços, por litro, em duas semanas consecutivas, estão apresentados na Tabela II.

Tabela I

	Posto 1	Posto 2	Posto 3
Etanol	20.200	22.000	21.000
Gasolina	32.000	33.600	35.000
Diesel	18.000	23.000	24.500

Tabela II

	Semana 1	Semana 2
Etanol	R$ 2,48	R$ 2,52
Gasolina	R$ 2,69	R$ 2,71
Diesel	R$ 1,98	R$ 2,02

Com os dados das Tabelas I e II são montadas as matrizes A e B a seguir.

$$A=\begin{bmatrix} 20.200 & 22.000 & 21.000 \\ 32.000 & 33.600 & 35.000 \\ 18.000 & 23.000 & 24.500 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 2,48 & 2,52 \\ 2,69 & 2,71 \\ 1,98 & 2,02 \end{bmatrix}$$

Seja $C_{2\times3}$ a matriz que apresenta os valores médios arrecadados em cada um dos três postos, por semana, com a venda de combustíveis.

Identificando-se A^t e B^t como as matrizes transpostas de A e de B, respectivamente, a matriz C é definida pela operação: a) $A.B$

b) $A^t.B^t$ c) $B.A$

d) $B^t.A$

e) $B^t.A^t$ Gabarito: 1. d; 2. a; 3. a; 4. b; 5. e; 6. d; 7. c; 8. c; 9. b; 10. d.

Questões Diversas

(Auxiliar Técnico – Petrobras – Cesgranrio – 2006) Utilize as informações do texto abaixo para responder às questões 1 e 2.

"Com a produção de petróleo da plataforma P-50, que está deixando as águas da Baía de Guanabara rumo ao norte da Bacia de Campos, Rio de Janeiro, a Petrobras atinge a autossuficiência na produção de petróleo para o Brasil. (...) Com capacidade para 180 mil barris diários de petróleo, ou 25 3 do volume diário produzido no País, a P-50 tem capacidade para comprimir 6 milhões de metros cúbicos de gás natural e de estocar 1,6 milhão de barris de petróleo em seus 22 tanques."

Disponível em http://www.icarobrasil.com.br (adaptado)

1. De acordo com as informações do texto acima, o volume diário de petróleo produzido no País, em milhares de barris, é de:

a) 1.500

b) 1.850

c) 2.160

d) 3.600

e) 5.000

Gabarito: letra A

2. Considere que, dos 22 tanques citados na reportagem, 10 sejam do tipo A e os restantes, do tipo B. Se os tanques do tipo B podem armazenar, cada um, 5 mil barris a mais do que os do tipo A, a capacidade de armazenamento de cada tanque do tipo B, em milhares de barris, é de: a) 26

b) 31

c) 70

d) 75

e) 86

Gabarito: letra D

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2007) Julgue os itens 3, 4 e 5, a seguir, a respeito de sequências numéricas e sistemas lineares.

3. No corrente ano, foram realizados no Brasil os Jogos Pan-Americanos, evento que se repete a cada 4 anos. Considerando-se que essa periodicidade seja permanente e que nenhum fato impeça a realização desse evento em algum ano, é correto afirmar que o ano de 3018 é ano de Pan e que, até lá, inclusive, esse evento será realizado mais de 250 vezes.

Gabarito: item ERRADO

4. Considere a seguinte situação hipotética.

Florêncio dividiu em três partes a quantia de R$ 10.000,00 e aplicou a primeira em um fundo de investimentos, a segunda em poupança e a terceira, na bolsa de valores. Ao final de um ano dessas aplicações, Florêncio notou que o fundo lhe rendeu, brutos, 8%, a poupança, líquidos, 6%, e a bolsa de valores, brutos, 10%, e esses valores somaram R$ 820,00. No fundo de investimentos, sobre os rendimentos, lhe foram cobrados 20% a título de impostos e taxas administrativas. Da mesma forma, na bolsa de valores, ele teve uma despesa de 16% sobre os rendimentos. Na poupança, nada lhe foram cobrados. O total dessas despesas somou R$ 112,00. Nessa situação, é correto afirmar que o que foi aplicado na bolsa de valores é igual ao que foi aplicado na poupança.

Gabarito: item CORRETO

5. Considere a seguinte situação hipotética.

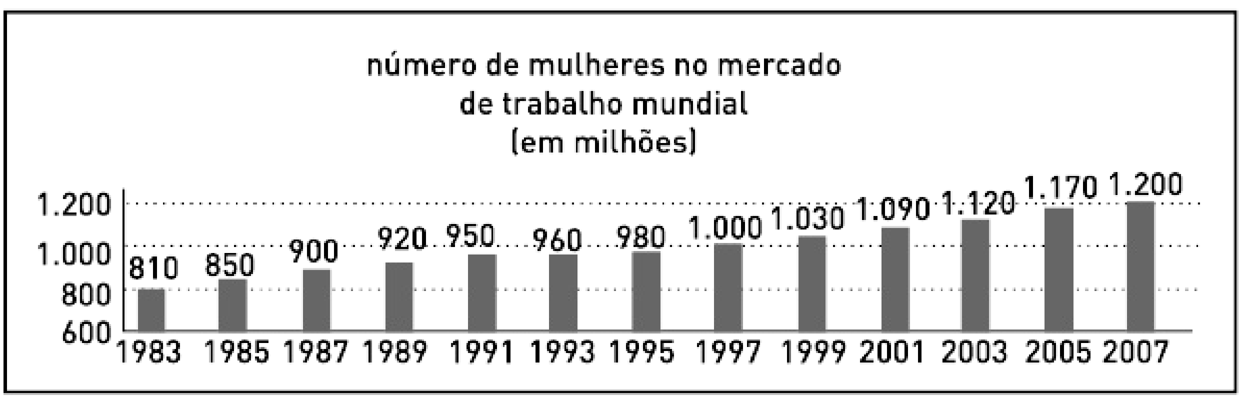
Fagundes saiu de casa com determinada quantia em reais e foi a quatro instituições financeiras diferentes procurar opções para investimentos. Em cada uma das instituições, ele investiu em poupança metade do que possuía e ainda fez um CDB no valor de R$ 2.000,00. Ao final, ele ainda possuía R$ 6.000,00.

Nessa situação, é correto afirmar que Fagundes saiu de casa com mais de R$ 160.000,00.

Gabarito: item ERRADO

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008)

Texto para os itens 6 a 12.



O número de mulheres no mercado de trabalho mundial é o maior da História, tendo alcançado, em 2007, a marca de 1,2 bilhão, segundo relatório da Organização Internacional do Trabalho (OIT). Em dez anos, houve um incremento de 200 milhões na ocupação feminina. Ainda assim, as mulheres representaram um contingente distante do universo de 1,8 bilhão de homens empregados. Em 2007, 36,1% delas trabalhavam no campo, ante 46,3% em serviços. Entre os homens, a proporção é de 34% 10 para 40,4%. O universo de desempregadas subiu de 70,2 milhões para 81,6 milhões, entre 1997 e 2007 — quando a taxa de desemprego feminino atingiu 6,4%, ante 5,7% da de desemprego masculino. Há, no mundo, pelo menos 70 mulheres economicamente ativas para 100 homens. O relatório destaca que a proporção de assalariadas subiu de 41,8% para 46,4% nos últimos dez anos. Ao mesmo tempo, houve queda no emprego vulnerável (sem proteção social e direitos trabalhistas), de 56,1% para 51,7%. Apesar disso, o universo de mulheres nessas condições continua superando o dos homens.

O Globo, 7/3/2007, p. 31 (com adaptações).

Com referência ao texto e considerando o gráfico nele apresentado, julgue os itens de 6 a 12, a seguir.

6. A população feminina no mercado de trabalho mundial em 1995 representa, com relação a essa população em 1989, um aumento inferior a 5%.

   Gabarito: item ERRADO

7. Se a proporção entre a população feminina no mercado de trabalho mundial e a população feminina mundial em 1991 era de 2:5, então a população mundial de mulheres nesse ano era superior a 2,8 bilhões.

   Gabarito: item ERRADO

8. No gráfico, os valores correspondentes aos números de mulheres no mercado de trabalho mundial nos anos de 1993, 1995, 1997 e 1999 estão, nessa ordem, em progressão aritmética.

   Gabarito: item ERRADO

9. Se os valores correspondentes aos números de mulheres no mercado de trabalho mundial nos anos de 1979, 1983 e 1987 estiverem, nessa ordem, em progressão geométrica, então a população mundial feminina no mercado de trabalho mundial em 1979 era superior a 700 milhões.

   Gabarito: item CORRETO

10. A mediana dos valores correpondentes aos números de mulheres no mercado de trabalho mundial, nos anos de 1989, 1991, 1993 e 1995, é superior a 957.

    Gabarito: item ERRADO

11. A média aritmética dos valores correspondentes aos números de mulheres no mercado de trabalho mundial, nos anos de 1983, 1985, 1987, 1989 e 1991, é inferior a 890.

    Gabarito: item CORRETO

12. Considere que a população feminina mundial em 1997 era de 2,8 bilhões. Nessa situação, a probabilidade de se selecionar ao acaso, dentro dessa população, uma mulher que estava no mercado de trabalho mundial é superior a 0,33.

    Gabarito: item CORRETO

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008)

Considere que, no ano de 2007, o número de mulheres no mercado de trabalho mundial e com menos de 20 anos de idade fosse igual ao número de mulheres no mercado de trabalho mundial e com 20 anos ou mais de idade. Considere ainda que, nesse mesmo ano, o número de mulheres no mercado de trabalho mundial com 20 anos ou mais de idade e menos de 35 anos de idade fosse igual à metade do número de mulheres no mercado de trabalho mundial com menos de 20 anos de idade adicionados ao número de mulheres no mercado de trabalho mundial com 35 ou mais anos de idade. Com base nessas informações e no texto apresentado, julgue os itens seguintes.

13. O número de mulheres que, em 2007, estavam no mercado de trabalho mundial e tinham 20 anos ou mais de idade era superior a 875 milhões.

Gabarito: item CORRETO

14. Em 2007, o número de mulheres que tinham menos de 20 anos de idade e que estavam no mercado de trabalho mundial era inferior a 290 milhões.

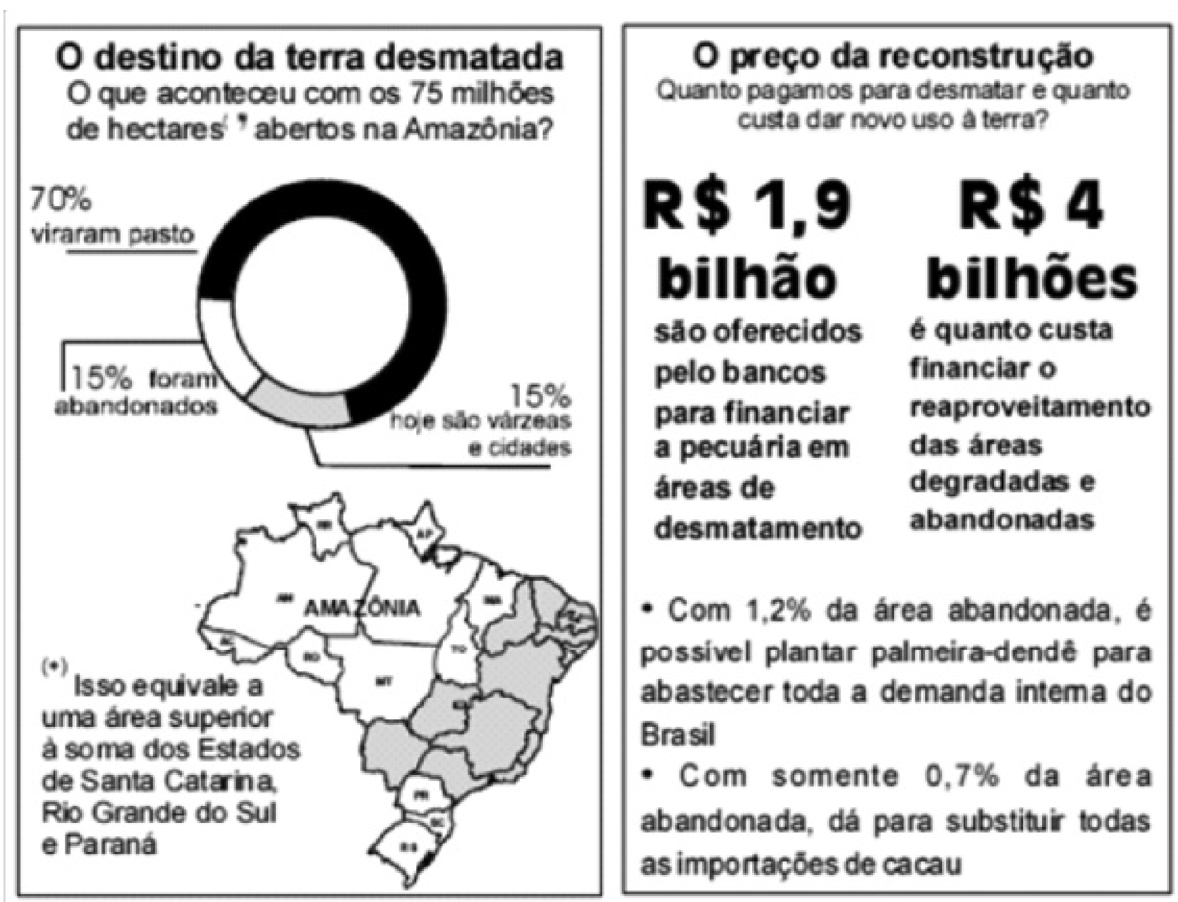
Gabarito: item ERRADO

15. Em 2007, o número de mulheres com 35 ou mais anos de idade e que estavam no mercado de trabalho mundial era superior a 475 milhões.

Gabarito: item CORRETO

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008)

Texto para os itens 16 e 17.



Julgue os próximos itens quanto às informações do texto.

16. Mais de 52 milhões de hectares da área desmatada na Amazônia tornaram-se pastagens.

Gabarito: item CORRETO

17. Para se substituir todas as importações de cacau, seria necessário cultivar essa planta em uma área superior a 80.000 ha.

Gabarito: item ERRADO

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2008)

A principal motivação para o desmatamento da região Amazônica é a abertura de novas fronteiras para a pecuária. Ocorre, no entanto, que parte do terreno desmatado para pasto, por ser empobrecido pelas queimadas e compactado, aos poucos, pelo pisoteio do gado, é abandonado após 5 anos de uso. Considere que o gráfico do primeiro quadro ilustre a distribuição de 75 milhões de hectares desmatados na Amazônia até o ano de 2007 e que, a cada 5 anos, a partir dessa data, 30% das pastagens sejam abandonadas.

Nessa situação, julgue os itens 18, 19 e 20, seguintes, relacionados às áreas desmatadas da Amazônia.

18. Em 2012, somente 40% dos 75 milhões de hectares desmatados até 2007 estarão sendo utilizados para pastagens.

Gabarito: item ERRADO

19. Em 2017, da área desmatada até 2007, mais de 38 milhões de hectares estarão abandonados.

Gabarito: item CORRETO

20. As terras utilizadas para pastagens até 2007 estarão totalmente abandonadas em 2022.

Gabarito: item ERRADO

O processo de abandono de áreas anteriormente destinadas a pastagens faz que novas porções da região amazônica sejam desmatadas. Considere que a função $f(t) = -0{,}1t^2 + 12t + 75$ constitua um modelo para a estimativa, em milhões de hectares, da área da região amazônica desmatada a cada ano, em que $t = 0$ corresponde ao ano de 2007, $t = 1$ ao ano de 2008, e assim sucessivamente. A variação nos valores de $f(t)$ sugere que, em algum momento, iniciou-se um processo de reflorestamento.

A partir dessas informações, julgue os itens que se seguem.

21. Estima-se que a área desmatada, em 2019, será superior a 200 milhões de hectares.

Gabarito: item CORRETO

22. De acordo com o modelo, o maior desmatamento ocorrerá após o ano de 2082.

Gabarito: item ERRADO

23. De acordo com essa estimativa, em nenhum momento a área desmatada será inferior a 60 milhões de hectares.

Gabarito: item ERRADO

(Escriturário – Banco do Brasil – Cespe – 2007)

Todo mundo quer ajudar a refrescar o planeta

Virou moda falar em aquecimento global. É preciso não esquecer que os recursos naturais da Terra também estão em perigo. O outro lado do processo: a China e a Índia, juntas, têm um terço da população mundial. Caso o consumo dos dois países chegue aos níveis do consumo da Califórnia, o estado mais rico dos EUA, o resultado poderá ser catastrófico para os recursos naturais do planeta. As tabelas a seguir mostram esses dados.

	consumo de água (em L) (*per capita*, por dia)	consumo de petróleo (em L) (*per capita*, por dia)	quantidade de carros (para cada 100 pessoas)	emissão de CO_2 (em t) (*per capita*, por ano)
Califórmia	700	8	70	12
China	85	0,8	2,5	3,0
Índia	135	0,4	1,3	1,0

Okky de Souza. In: *Veja*, ed. 2.003, 11/4/2007, p. 100-1 (com adaptações).

	área (em km^2)	população
Califórmia	411 mil	33,8 milhões
China	9,6 milhões	1,3 bilhão
Índia	3,3 milhões	1,08 bilhão

Com referência aos dados do texto e das tabelas acima, julgue os seguintes itens.

24. Em quantidade de carros, a China supera a Califórnia em mais de 12 milhões, enquanto que esta, por sua vez, supera a Índia em mais de 9 milhões.

Gabarito: item ERRADO

25. O consumo diário de água da população indiana ultrapassa em mais de 10 milhões de m^3 o consumo diário de água das populações da Califórnia e da China juntas.

Gabarito: item CORRETO

26. O consumo diário de petróleo pelas populações da Califórnia e da Índia, juntas, corresponde a mais de 70% do consumo diário desse produto pela população da China.

Gabarito: item ERRADO

27. Considere que campanhas mundiais de conscientização e esclarecimento façam que os níveis de emissão de CO_2 caiam, *per capita*, por ano, 10% na China e 15% na Califórnia. Nessa situação, assumindo-se que $\log_{10} 4 = 0,60$, $\log_{10} 90 = 1,95$ e $\log_{10} 85 = 1,93$, conclui-se que serão necessários mais de 20 anos para que os níveis de emissão de CO_2, per capita, por ano, nessas duas regiões tornem-se iguais.

Gabarito: item CORRETO

Referências Bibliográficas

MARIANO, F. *Matemática Financeira*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

MENESES, A.; MARIANO, F. *Noções de Estatística para Concursos*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

ELSEVIER

FABRICIO MARIANO E
ANDERSON MENESES

Matemática Básica para Concursos

2ª Edição

SÉRIE PROVAS & CONCURSOS

Totalmente revisado e com novos capítulos sobre Funções, Matrizes, Números Complexos e Tópicos de Matemáticas Financeira

CAMPUS CONCURSOS