Aula 07: Áreas

Sumário

Futuro aprovado desse Brasil, bom dia, boa tarde boa noite para você!!! Como vai, campeão? espero que bem!

Hoje continuaremos o conteúdo de geometria, com um pequeno adendo: essa é a nossa última aula de geometria plana!

Sim, jovem, a partir da próxima aula você começará a estudar a chamada *geometria espacial*. Mas hoje ainda temos geometria plana, e vamos de *áreas*!

Trata-se do assunto menos teórico de todo o nosso cronograma. O que quero dizer com isso é que aqui, a teoria não adianta muito. O que precisamos mesmo é ver questões sendo resolvidas!

É claro que teremos um bom pedaço de teoria, jovem. Mas você verá que será praticamente eu escrevendo e demonstrando fórmulas para você. Bom, é importante que você observe as fórmulas e resoluções com uma atenção gigante, porque esse assunto é *MUITO* recorrente na sua prova.

Outra informação para você: as questões apesar de não estarem resolvidas aqui, no livro eletrônico, estarão resolvidas nas videoaulas! Então, não há desculpas: comece a estudar de imediato. Coloquei bastante questões (quase ***150 questões***). Então, vamos lá?

CRONOGRAMA DE AULAS

DISPONÍVEL	*CONTEÚDO*
Aula 00	*Fundamentos da Geometria Plana: elementos primitivos, axiomas e postulados. Ângulos: definição, elementos, notações, unidades de medida, classificação, ângulos consecutivos, ângulos adjacentes, bissetriz de um ângulo, ângulos opostos pelo vértice, retas paralelas cortadas por transversais. Triângulos: definição, elementos, relações angulares, condição de existência, classificação, cevianas, pontos notáveis, base média, congruência.*
Aula 01	*Teorema de Tales, semelhança de triângulos e teorema das bissetrizes. Relações métricas no triângulo retângulo. Polígonos: definição, elementos, nomenclatura, polígonos côncavos, polígonos convexos, classificação, relações angulares e número de diagonais.*
Aula 02	*Quadriláteros notáveis: definição, elementos, relações angulares, classificação, base média e mediana de Euler.*
Aula 03	*Polígonos regulares: Polígonos regulares inscritos e polígonos regulares circunscritos. Circunferência: definição de circunferência e de círculo, elementos, posições relativas, ângulos na circunferência, quadriláteros inscritíveis, teorema de Pitot,e potência de ponto.*
Aula 04	*Trigonometria: razões trigonométricas no triângulo retângulo, trigonometria num triângulo qualquer (Lei dos senos e dos cossenos)*
Aula 05	*Circunferência trigonométrica, operações com arcos (adição, subtração e arco duplo) e funções trigonométricas.*
Aula 06	*REVISIONAL ESTRATÉGICO*
Aula 07	*Áreas de figuras planas.*
Aula 08	*Introdução à Geometria Espacial. Prismas: definição, elementos, classificação, planificação, áreas, volume e casos especiais: cubos e paralelepípedos. Cilindros: definição, elementos, classificação, planificação, áreas e volume.*
Aula 09	*Pirâmides: definição, elementos, classificação, relações métricas na pirâmide, áreas e volume. Cones: definição, elementos, classificação, relação métricas no cone, áreas e volume.*
Aula 10	*Esferas: definição, elementos, secção esférica, área da superfície esférica e volume. Troncos.*
Aula 11	*REVISIONAL ESTRATÉGICO*

1.0– Áreas poligonais

1.1– Noções intuitivas

O que é uma área

Área é o nome utilizado para compararmos superfícies. Quando dizemos que uma superfície é *maior que outra*, estamos dizendo que uma tem maior área que a outra.

Essencialmente, o que aprenderemos aqui, é a como calcular a área de cada figura plana. Mas antes, vamos ver uma visão mais intuitiva sobre áreas.

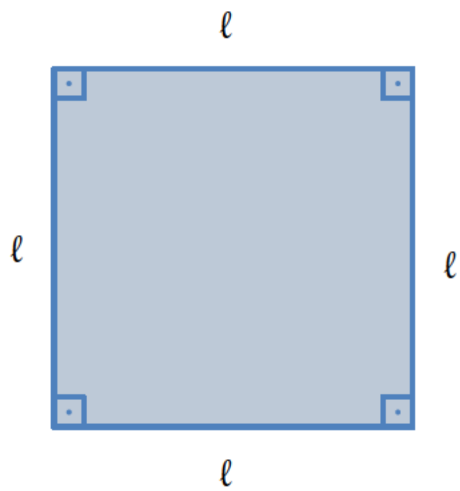
Acima vemos a fachada de uma casa. É bastante intuitivo para você que a parte pintada de verde é bem maior que a parte pintada de vermelha, sim ou não? Esse é uma noção de áreas que você está tendo. uma noção de superfície. Você está intuitivamente dizendo que, nessa casa, a área verde é maior que a área vermelha.

Mas e a área azul da porta e a área vermelha? Você poderia até intuir, achando que a vermelha é maior ou não, mas já geraria alguma dúvida. Por esse e outros motivos, desenvolvemos métodos para o cálculo da área a fim de comparações e podermos verificar os valores exatos. Então, sem mais delongas, vamos ao cálculo das áreas mais importantes.

1.2– Quadrados

É a nossa forma *axiomática*, isto é, que não precisa de justificativa nem demonstração. É a forma que nós aceitamos que a área seja como seja, diferente de todas as outras. Digo a você, jovem, TODAS as áreas de polígonos são consequências da área de um quadrado. Todas vêm dessa área tão simples porém tão poderosa. Vamos a ela.

Observe o quadrado abaixo:



Podemos calcular a área S (superfície) de um quadrado pela fórmula a seguir:

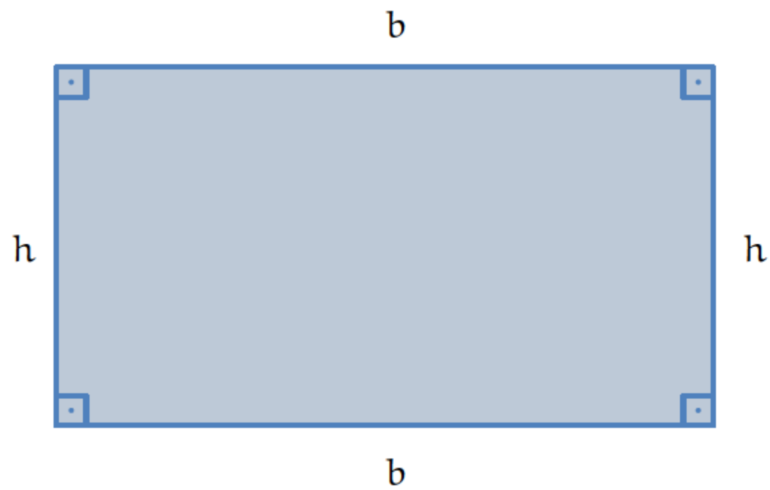
$$\boxed{S \quad \ell^2.}$$

Assim que falarmos sobre o losango, fique atento: aprenderemos uma outra maneira de calcularmos a área de um quadrado!

1.3– Retângulos

A área de um retângulo é consequência da nossa área axiomática, a área do quadrado. Porém: não a demonstraremos aqui. Para demonstrar a fórmula que calcula a área de um hexágono, precisamos de um particularíssimo teorema chamado de *Teorema Fundamental da Proporcionalidade*. Esse teorema foge ao nosso objetivo aqui, então, teremos de aceitar mais uma sem demonstração (mas que fique claro que essa possui uma demonstração, isto é, uma prova, um porquê de ser).

Falado isso, vamos dar uma olhada em um retângulo de base b e altura h:



A área S de um retângulo geral como o acima pode ser calculada como:

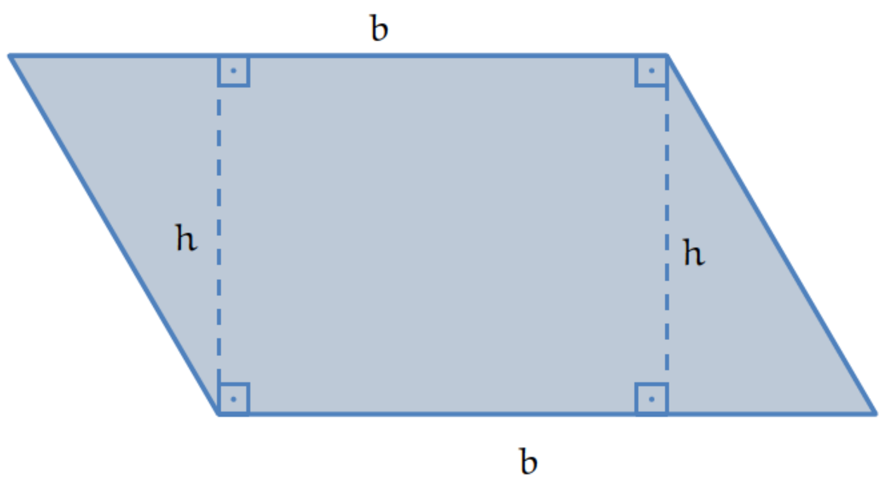
$$\boxed{S \quad b \cdot h.}$$

Veja aqui que a área de um quadrado é um caso particular do retângulo, onde $b \quad h \quad \ell$. Isto acontece porque, como vimos, todo quadrado é retângulo.

1.4– Paralelogramos

Primeira fórmula: base e altura

Considere o paralelogramo a seguir:

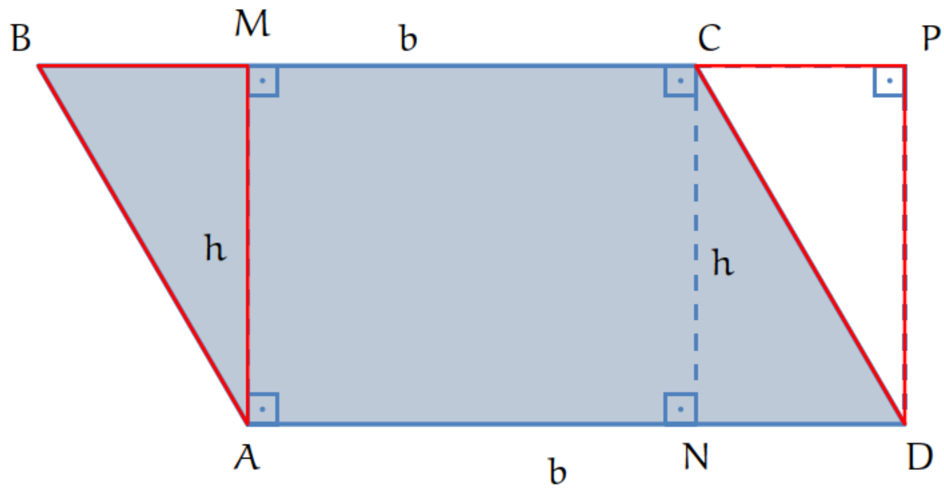


Podemos calcular a área S de um paralelogramo com a seguinte fórmula:

$$\boxed{S \quad b \cdot h.}$$

Vejamos uma justificativa para essa fórmula.

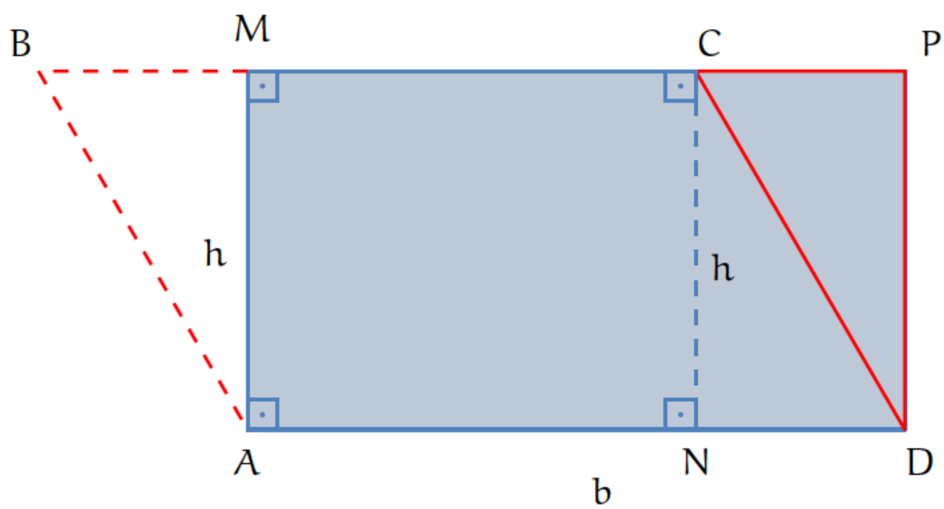
Considere novamente o paralelogramo apresentado, mas vamos dar nomes a alguns pontos importantes:



Perceba também que eu completei um triângulo CDP à direita do paralelogramo, a fim de construirmos um retângulo $ADPM$ de base b e altura h.

Aqui vai um fato muito importante sobre áreas: você pode, a qualquer momento, "recortar" partes da figura e "colar" em outra parte dela. É como se você estivesse com um pedaço de papel em suas mãos, naquele exato formato.

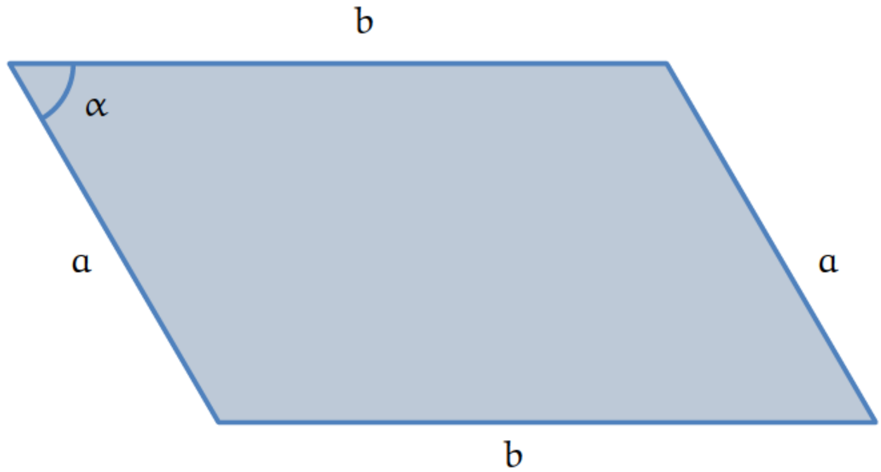
Veja que, na figura anterior, os triângulos BAM e CDP são congruentes pelo caso LLL de congruência de triângulos. Então, podemos recortar o triângulo BAM e colá-lo no espaço do triângulo CDP:



Formamos, daí, um retângulo de base b e altura h; como já sabemos calcular a área de um retângulo, basta utilizarmos a nossa fórmula: $b \cdot h$, o que prova a área que apresentamos para o paralelogramo.

Segunda fórmula: lados consecutivos e ângulo adjacente

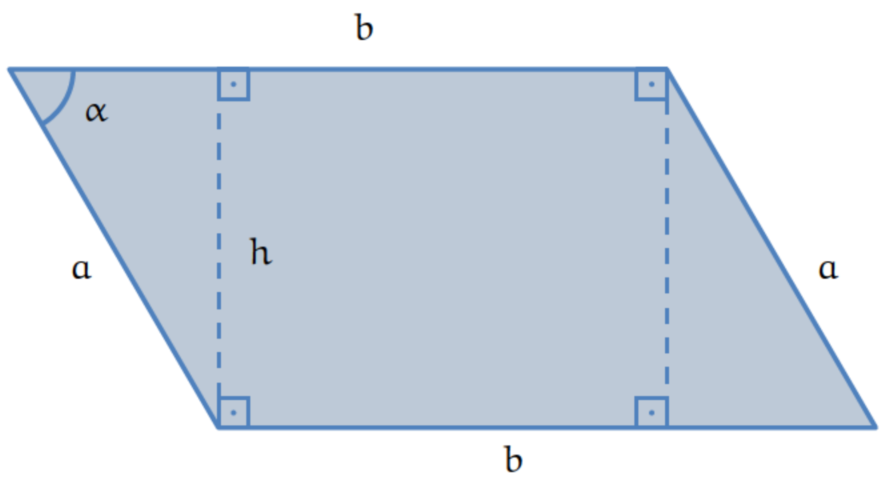
Suponha que, ao invés de te informa a base e a altura do paralelogramo, ele lhe dê apenas as medidas de dois lados consecutivos, como a seguir:



Podemos calcular a área S desse paralelogramo pela expressão:

$$\boxed{S = a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha.}$$

Vamos à demonstração. Desenhe uma altura qualquer contida no paralelogramo:



No triângulo retângulo formado, temos:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}\,\alpha \quad \frac{h}{a}$$
$$h \quad a \cdot \text{sen}\,\alpha.$$

Sabemos que a área de um paralelogramo pode ser calculada por $S \quad b \cdot h$, certo? Como h $a \cdot \text{sen}\,\alpha$, temos finalmente:

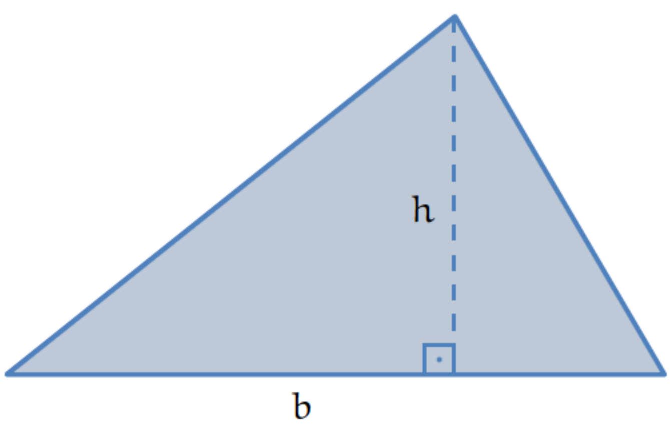
$$\begin{aligned} S \quad & b \cdot h \\ & b \cdot a \cdot \text{sen}\,\alpha \\ & a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha. \end{aligned}$$

Sim, coruja! Muitos! Os vídeos são bastante completos e estão com todos os exercícios resolvidos. Mas por enquanto preciso passar a teoria para você. Falaremos em seguida da área de um triângulo; veremos que há múltiplas formas de acharmos a área de um triângulo. Especificamente veremos, aqui, cinco formas de encontrarmos a área de um triângulo. Sigamos, então? Vamos lá!

1.5– TRIÂNGULOS

Primeira fórmula: base e altura

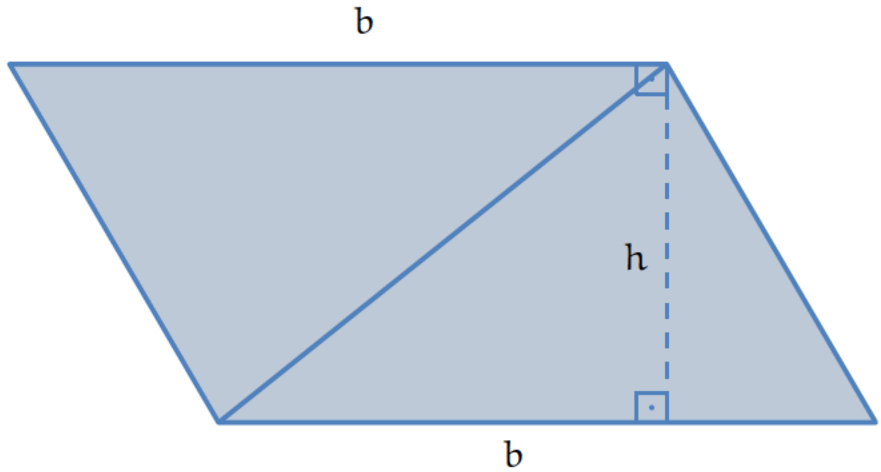
Considere um triângulo como o abaixo, onde são informadas a base e a altura.



Podemos calcular a sua área S a partir da seguinte fórmula:

$$S \quad \frac{b \cdot h}{2}.$$

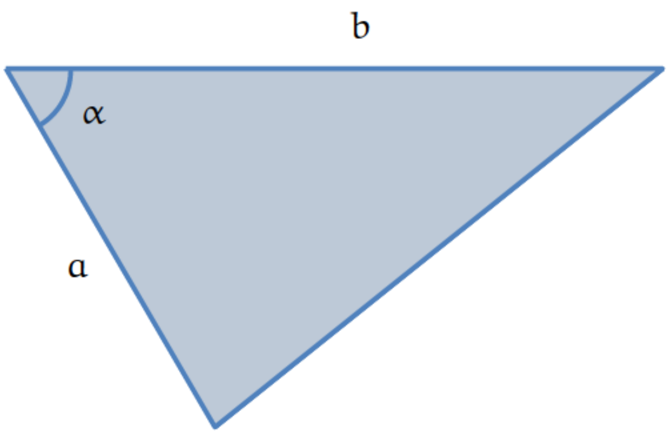
Vamos a uma justificativa. Perceba que todo triângulo é a meate de um paralelogramo, como ilustramos a seguir:



Como a área desse paralelogramo é $b \cdot h$, a área do triângulo será a metade, isto é, $\frac{b \cdot h}{2}$.

Segunda fórmula: lados consecutivos e ângulo adjacente

Considere o triângulo abaixo, onde foram informados dois lados e o ângulo formado por eles:

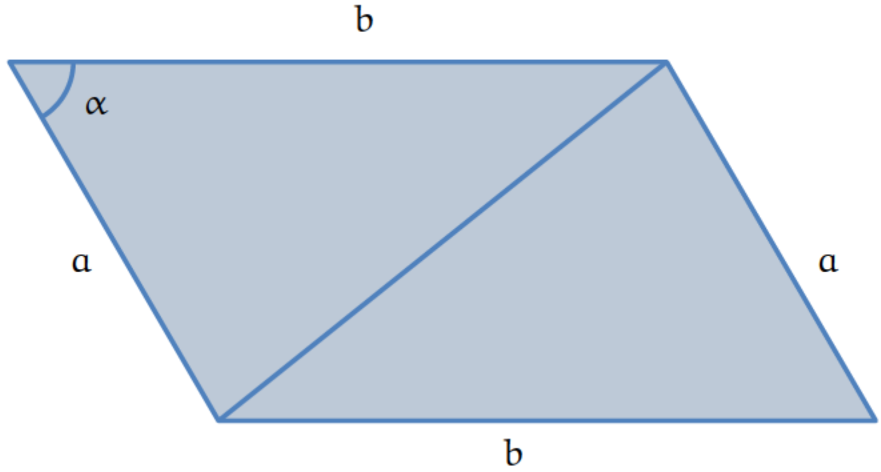


Podemos calcular a área S desse triângulo pela seguinte expressão:

$$S \quad \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha}{2}.$$

Vejamos um porquê dessa expressão.

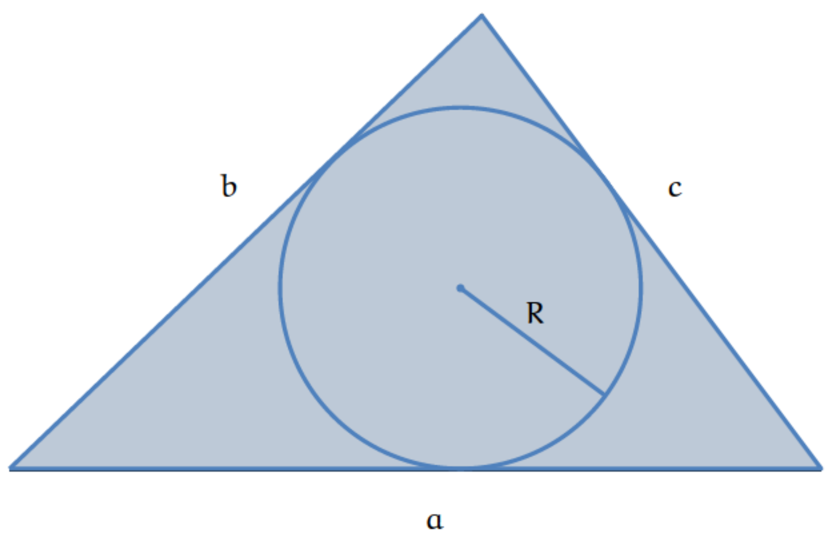
Novamente, podemos completar um paralelogramo a partir desse triângulo; veja:



Já vimos que a área de um paralelogramo como esse pode ser calculada pela expressão $a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha$. Logo, a de um triângulo, que será a metade, pode ser calculada por $S \quad \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha}{2}$.

Terceira fórmula: raio do círculo inscrito

Considere um triângulo onde são informados todos os seus lados e, também o seu *inraio*, isto é, o raio de seu círculo inscrito:



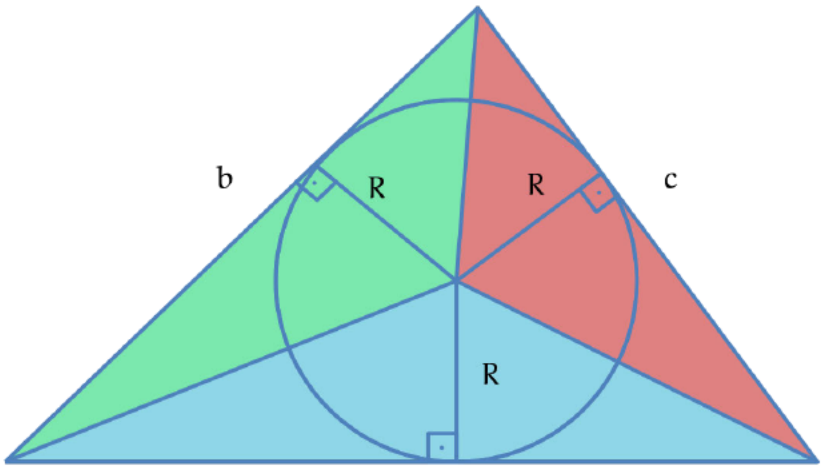
A área S desse triângulo pode ser calculada, então, pela expressão abaixo, onde p significa o *semiperímetro desse triângulo*[1].

$$\boxed{S \quad p \cdot R.}$$

[1] O semiperímetro de um triângulo ou de um polígono qualquer é a *metade* do seu perímetro. No caso de um triângulo de lados a, b e c, o semiperímetro sera $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Vejamos uma justificativa para isso.

Em primeiro lugar, na figura anterior, ligue o centro do círculo inscrito (ou seja, o incentro desse triângulo) aos vértices do triângulo:



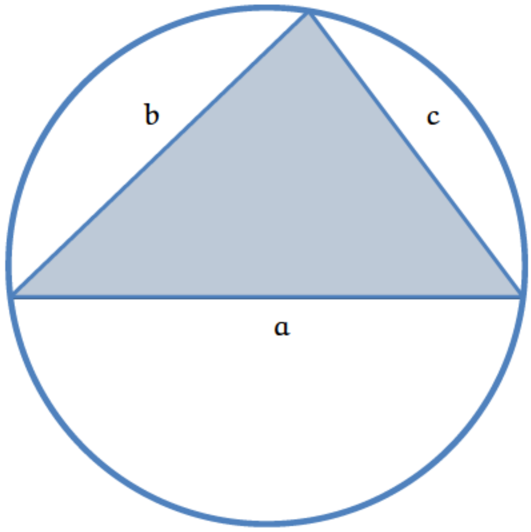
Veja que a área do triângulo total é a soma das áreas coloridas:

$$\begin{aligned} S \quad & S_{\text{azul}} + S_{\text{verde}} + S_{\text{vermelha}} \\ & \frac{a \cdot R}{2} + \frac{b \cdot R}{2} + \frac{c \cdot R}{2} \\ & \frac{a \cdot R + b \cdot R + c \cdot R}{2} \\ & \frac{(a + b + c) \cdot R}{2} \\ & \underbrace{\frac{a + b + c}{2}}_{p} \cdot R \\ & p \cdot R. \end{aligned}$$

Esse é uma fórmula muito importante, e muitas vezes a questão nem vai te pedir a área do triângulo. Veremos exemplos disso nas resoluções.

Quarta fórmula: raio do círculo circunscrito

Aqui aprenderemos a calcular a área de um triângulo dados os seus lados e o raio do círculo circunscrito ao triângulo. Veja, então, abaixo, um círculo de raio R circunscrito a um triângulo:

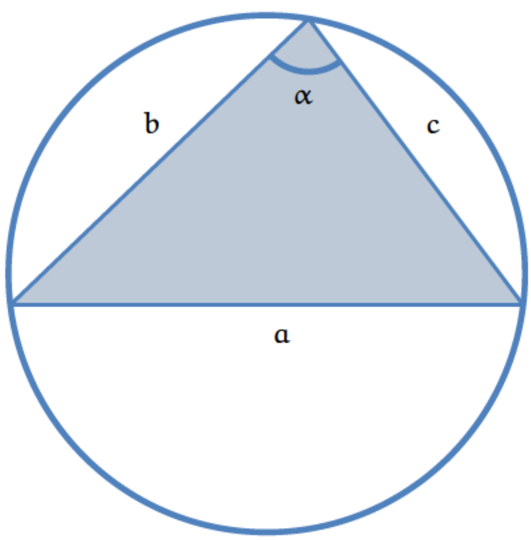


A área S desse triângulo pode ser calculada simplesmente por:

$$\boxed{S \quad \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}.}$$

Vejamos, então, uma justificativa dessa fórmula.

Vamos desenhar essa figura novamente, porém, adicionando um ângulo qualquer ao contexto geométrico:



Sabemos, pela *lei dos senos* (vista no livro eletrônico de trigonometria em triângulos), que:

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = 2R$$
$$2R \cdot \text{sen}\,\alpha = a$$
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{a}{2R}.$$

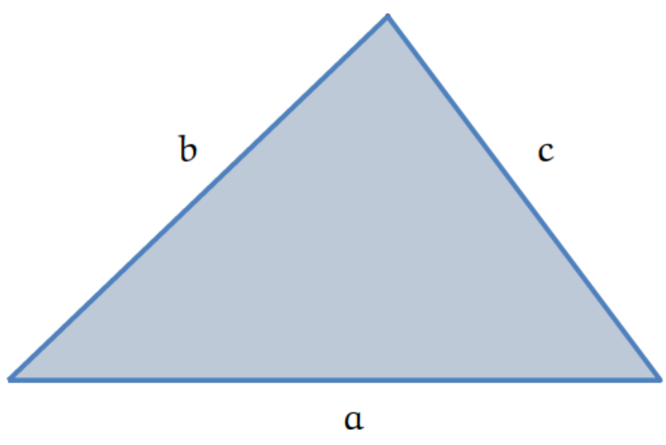
Mas também sabemos que a área de um triângulo dados dois lados consecutivos e um ângulo adjacente pode ser calculada por $S = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen}\,\alpha}{2}$. Substituindo sen α pelo que encontramos com a lei dos senos:

$$S = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen}\,\alpha}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \frac{a}{2R}}{2} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}.$$

Quinta fórmula: três lados (Fórmula de Heron)

Não a demonstrarei aqui (acredite, a demonstração é bem grande), mas segue a utilização.

Considere um triângulo com os seus três lados dados.



Podemos calcular a sua área S a partir da expressão a seguir (onde p é o semiperímetro):

$$\boxed{S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}}$$

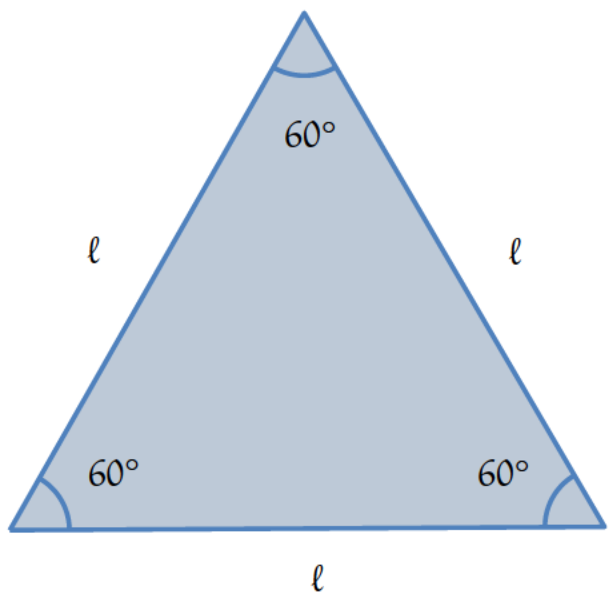
Essa expressão é conhecida como *Fórmula de Heron*.

1.6– Casos específicos de áreas

Triângulos equiláteros

Existe uma expressão muito prática para o cálculo da área de triângulos equiláteros. É claro que você poderia utilizar qualquer uma das fórmulas de triângulos que vimos anteriormente, mas essa é de longe mais prática. Lembrando que só funciona para triângulos equiláteros. Vamos lá, isso aqui é MUITO importante! Será importantíssimo para não só esse livro eletrônico mas para a parte de prismas e pirâmides da geometria espacial. Acredite, falaremos MUITO sobre a área de um triângulo equilátero.

Considere o triângulo equilátero a seguir:



A área S de um triângulo equilátero pode ser calculada a partir da seguinte fórmula:

$$\boxed{S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}.}$$

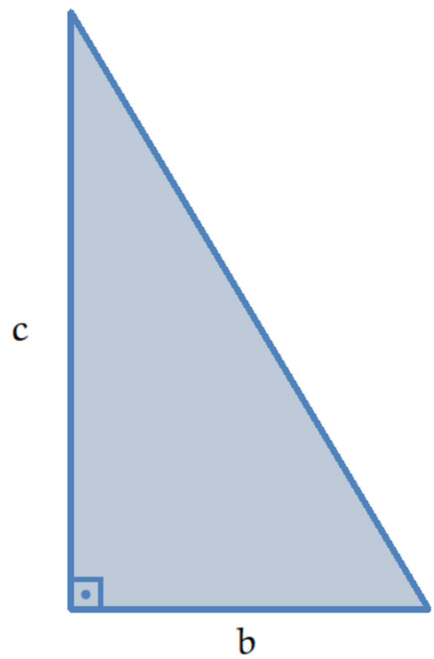
Vejamos um porquê disso.

Olhando para o triângulo, podemos utilizar a expressão $S = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha}{2}$, com $a = b = \ell$ e $\alpha = 60°$:

$$
\begin{aligned}
S \quad & \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha}{2} \\
& \frac{\ell \cdot \ell \cdot \text{sen}\,60^\circ}{2} \\
& \frac{\ell^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \\
& \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}.
\end{aligned}
$$

Triângulos retângulos

Esse nem precisará de uma demonstração. Veja:

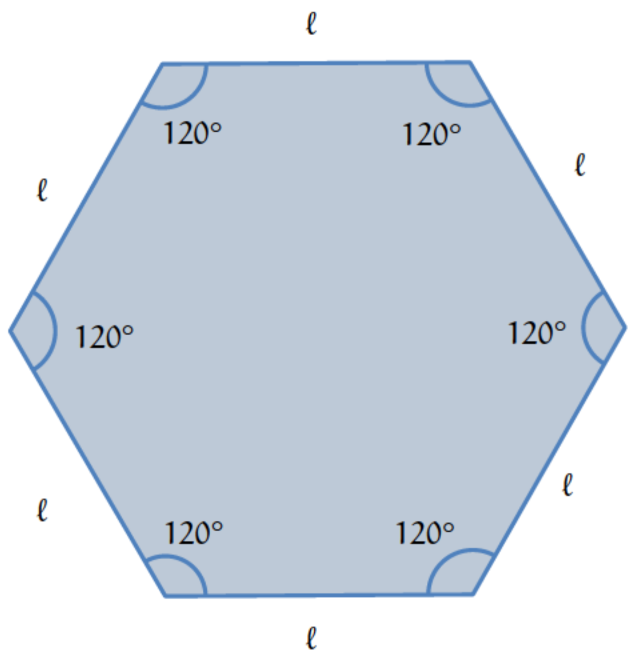


Veja que b, um dos catetos, funciona aqui como a base desse triângulo; c funciona como altura. Então:

$$\boxed{S \quad \frac{b \cdot c}{2}.}$$

Hexágonos regulares

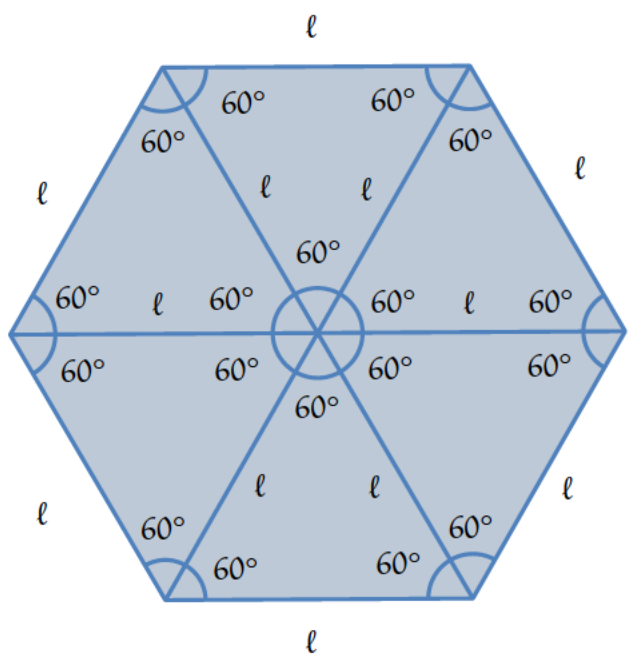
Hexágonos regulares estão intrinsecamente ligados com triângulos equiláteros. Vejamos, então, um hexágono regular de lado ℓ:



Um hexágono regular de lado ℓ terá área S calculável por:

$$\boxed{S \quad \frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}.}$$

Vejamos um porquê razoável disso. Primeiro, trace todas as diagonais que passam pelo centro do hexágono:

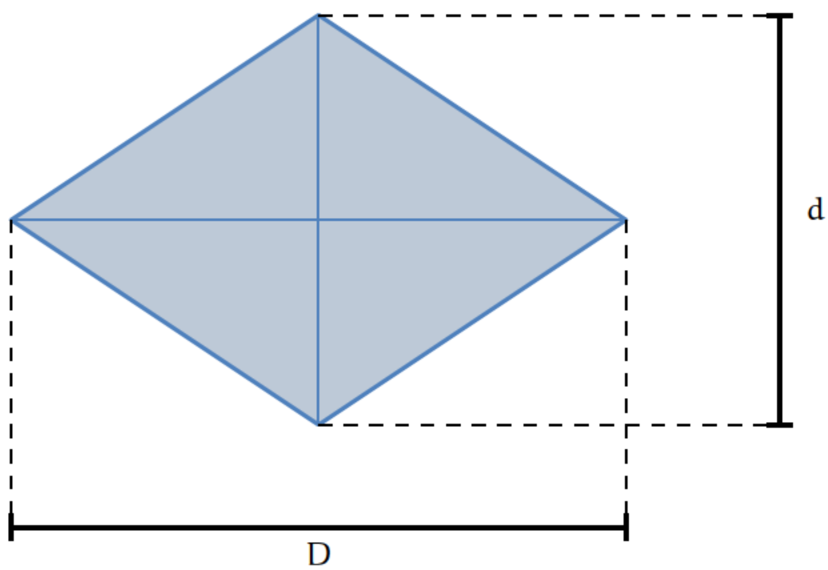


Formamos, com isso, seis triângulos equiláteros de lado ℓ. Então, a área desse hexágono regular será seis vezes a área de um triângulo equilátero:

$$\begin{aligned} S \quad & 6\cdot\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \\ & \frac{6\ell^2\sqrt{3}}{4} \\ & \frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

1.7– LOSANGOS

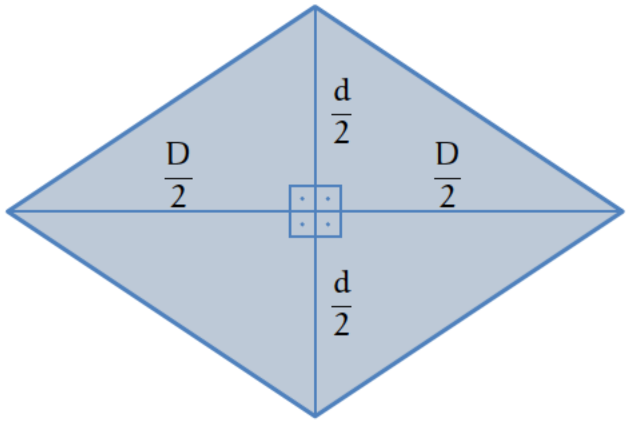
Consideremos então um losango qualquer:



Considere que sejam dadas as medidas de suas duas diagonais: D e d. Então, a área S desse losango pode ser calculada por:

$$\boxed{S \quad \frac{D\cdot d}{2}.}$$

Vejamos uma justificativa dessa fórmula. Em primeiro lugar, as diagonais de um losango, como já vimos, são perpendiculares. Além disso, elas se cortam mutuamente ao meio. Então, podemos redesenhar a nossa figura da seguinte forma:



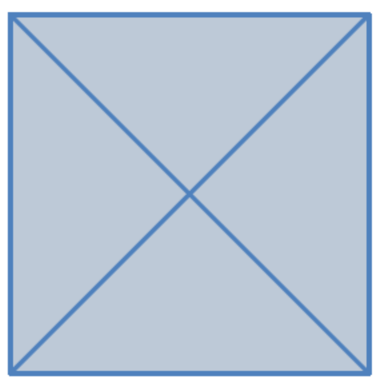
Temos então quatro triângulos retângulos, e sabemos calcular a área de cada um! Então:

$$\begin{aligned} S &\quad 4\cdot\frac{\frac{D}{2}\cdot\frac{d}{2}}{2} \\ &\quad \frac{4\cdot D\cdot d}{2\cdot 2\cdot 2} \\ &\quad \frac{D\cdot d}{2}. \end{aligned}$$

Forma alternativa da área de um quadrado

Caso precisemos calcular a área de um quadrado e, ao invés dos lados, ele nos dê as suas diagonais, podemos nos utilizar do fato de que um quadrado *também é um losango*!

Veja:

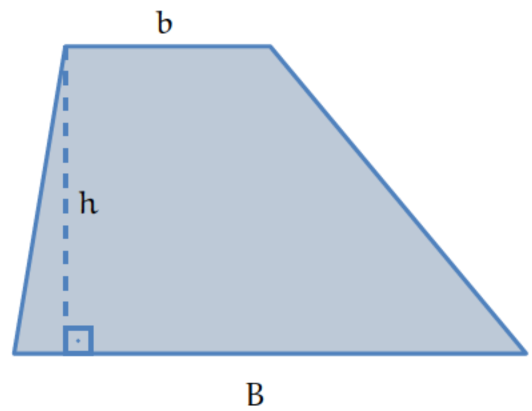


Considerando que cada diagonal meça d (um quadrado tem diagonais iguais, pois também é um retângulo):

$$\boxed{S \quad \frac{d^2}{2}.}$$

1.8– TRAPÉZIOS

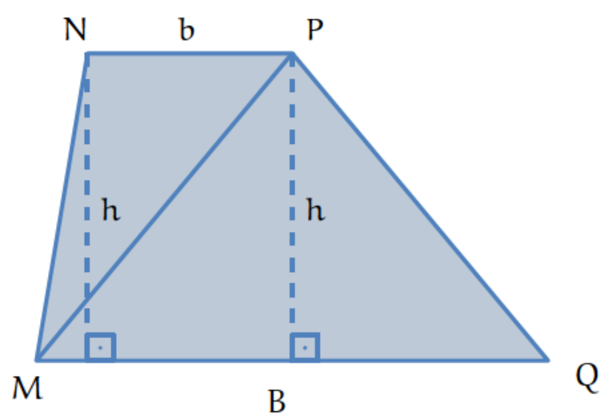
Considere um trapézio de base maior B, base menor b e altura h, como o abaixo:



Podemos calcular a sua área S, então, pela fórmula:

$$\boxed{S \quad \frac{(B+b)\cdot h}{2}.}$$

Vamos lá à justificativa. Desenhe uma das diagonais desse trapézio:



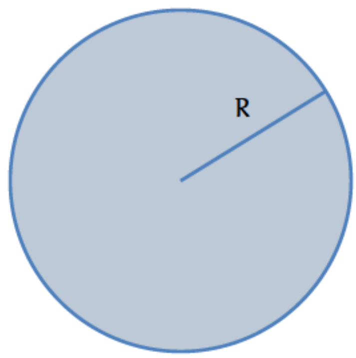
Veja que a área desse trapézio é igual à soma das áreas dos triângulos MNP e MPQ. Logo:

$$\begin{aligned} S \quad & S_{MNP} + S_{MPQ} \\ & \frac{b\cdot h}{2} + \frac{B\cdot h}{2} \\ & \frac{(B+b)\cdot h}{2}. \end{aligned}$$

2.0– ÁREAS CIRCULARES

2.1– CÍRCULOS

Consideremos um círculo de raio R:



Sua área S pode ser calculada por:

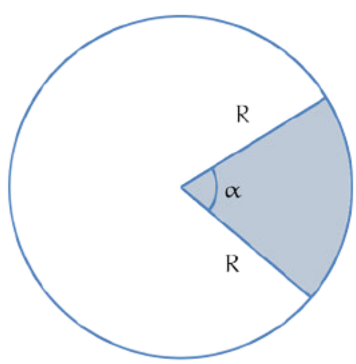
$$\boxed{S \quad \pi \cdot R^2.}$$

Não a demonstraremos aqui, para uma demonstração perfeita, precisaríamos de Cálculo Diferencial, que foge o tema em debate.

2.2– SETORES CIRCULARES

Primeira fórmula: raio e ângulo do setor

Um setor circular é uma forma plana delimitada por dois raios de um círculo e um arco, como abaixo:



Supondo, como na figura, que seu raio seja R e que seu arco meça α, em graus, podemos calcular a sua área S pela fórmula:

$$\boxed{S \quad \frac{\alpha\pi R^2}{360^\circ}.}$$

Caso α esteja em radianos, a fórmula fica:

$$\boxed{S \quad \frac{\alpha R^2}{2}.}$$

Vamos, então à justificativa. Podemos montar a seguinte regra de três:

Ângulo do setor	**Área do setor**
360°	πR^2
α	S

Multiplicando em cruz:

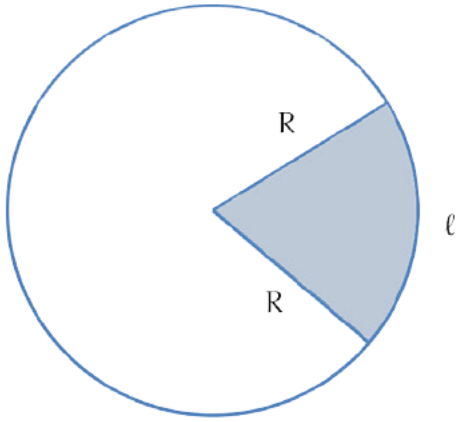
$$S \cdot 360^\circ \quad \alpha\pi R^2$$
$$S \quad \frac{\alpha\pi R^2}{360^\circ}.$$

Caso α esteja em radianos, teremos $360^\circ \quad 2\pi$ radianos. Daí:

$$S \quad \frac{\alpha\pi R^2}{360^\circ}$$
$$\frac{\alpha\pi R^2}{2\pi}$$
$$\frac{\alpha R^2}{2}.$$

Segunda fórmula: raio e comprimento do arco

Suponha que, agora, ao invés de raio e ângulo, você tenha raio e comprimento, como abaixo:



A área S desse setor pode ser calculada por:

$$\boxed{S \quad \frac{\ell \cdot R}{2}.}$$

Vejamos a justificativa. Podemos novamente fazer uma regra de três:

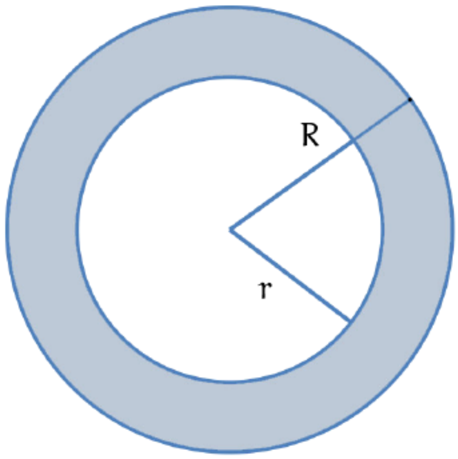
Comprimento do arco	**Área do setor**
$2\pi R$	πR^2
ℓ	S

Multiplicando em cruz:

$$\begin{aligned} 2\pi RS &\quad \ell\pi R^2 \\ S &\quad \frac{\ell\pi R^2}{2\pi R} \\ S &\quad \frac{\ell R}{2}. \end{aligned}$$

2.3– COROAS CIRCULARES

Chamamos de coroa circular a uma região limitada por dois círculos concêntricos (círculos com mesmos centros). Vejamos, abaixo, dois círculos concêntricos:

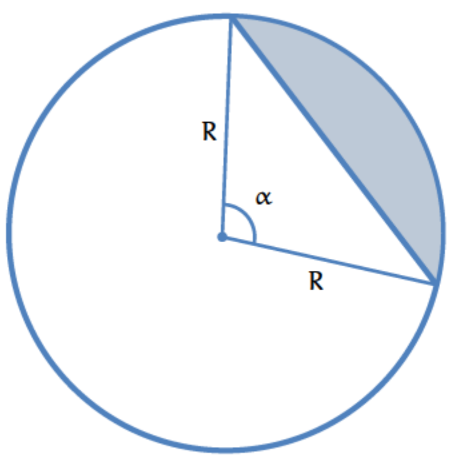


Por pura definição, podemos verificar que essa área é a área do círculo menor subtraída da área do círculo maior, isto é, $S \quad \pi R^2 - \pi r^2$, ou seja:

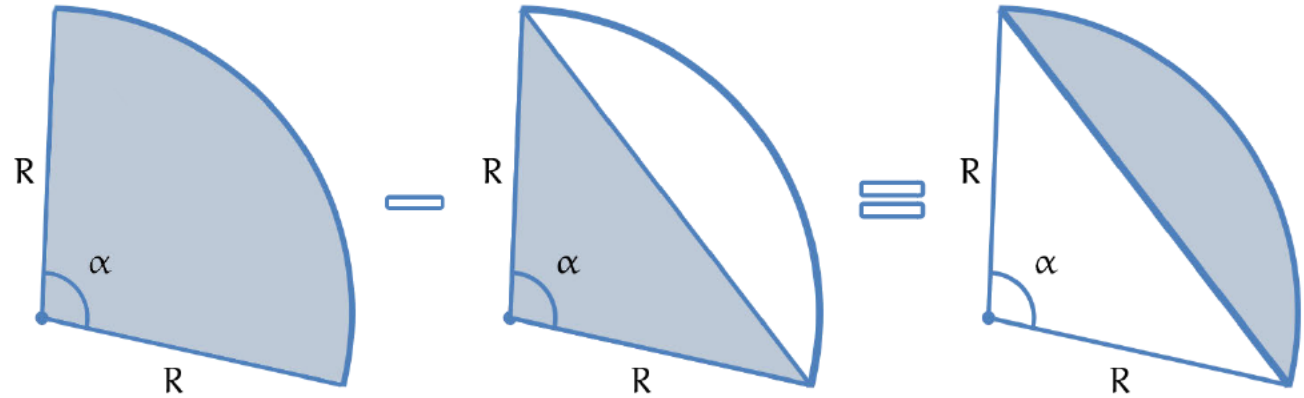
$$\boxed{S \quad \pi \cdot (R^2 - r^2).}$$

2.4– SEGMENTOS CIRCULARES

Um segmento circular é uma região do círculo delimitada por um arco e uma corda. Veja abaixo um segmento circular:



A melhor forma de calcularmos a área de um segmento circular é achar a área de um setor e subtrair do triângulo, observe:



Setor circular	Triângulo	Segmento circular
$\frac{\alpha\pi R^2}{360^\circ}$	$\frac{R^2 \text{sen}\,\alpha}{2}$	S

$$S \quad \frac{R^2}{2}\cdot\left(\frac{\alpha\pi}{180^\circ} - \text{sen}\,\alpha\right).$$

Se passássemos este α para radianos:

$$S \quad \frac{R^2}{2}\cdot(\alpha - \text{sen}\,\alpha).$$

QUESTÕES PARA MEMORIZAÇÃO

(FUZILEIRO NAVAL-2003) QUESTÃO 1

Um terreno vai ser cercado com cinco voltas de arame farpado. Esse terreno mede 75 m de comprimento por 30 m de largura. Quantos metros de arame farpados são gastos?

(a) 210 m
(b) 375 m
(c) 1050 m
(d) 2250 m

(FUZILEIRO NAVAL-2003) QUESTÃO 2

Para ladrilhar uma sala quadrada, foram gastos 225 ladrilhos. Usando o mesmo tamanho de ladrilhos, quantos ladrilhos serão gastos para ladrilhar outra sala quadrada com o dobro do tamanho dos lados da primeira?

(a) 900 ladrilhos.
(b) 550 ladrilhos.
(c) 450 ladrilhos.
(d) 350 ladrilhos.

(FUZILEIRO NAVAL-2003) QUESTÃO 3

Qual é a área de um triângulo cuja base mede $2\sqrt{3}$ cm e altura mede $3\sqrt{cm}$?

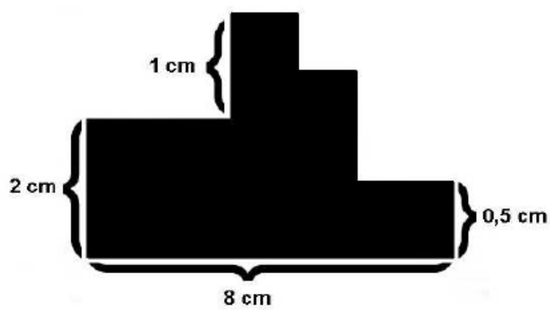
(a) $5\sqrt{3}\,cm^2$
(b) $6\sqrt{3}\,cm^2$
(c) $9\,cm^2$
(d) $27\,cm^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2003) QUESTÃO 4

Uma área de $0,5\mathrm{kmq}$ equivale à área de um terreno retangular com lados medindo

(a) $5000\,\mathrm{m} \times 1000\,\mathrm{m}$
(b) $500\,\mathrm{m} \times 1000\,\mathrm{m}$
(c) $50\,\mathrm{m} \times 100\,\mathrm{m}$
(d) $5\,\mathrm{m} \times 100\,\mathrm{m}$

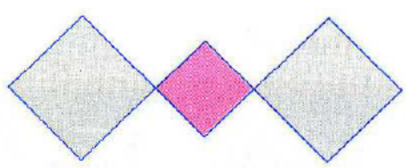
(FUZILEIRO NAVAL-2005) QUESTÃO 5



Qual o perímetro do polígono acima?

(a) $15\,\mathrm{cm}$
(b) $18\,\mathrm{cm}$
(c) $20\,\mathrm{cm}$
(d) $22\,\mathrm{cm}$
(e) $23\,\mathrm{cm}$

(FUZILEIRO NAVAL-2005) QUESTÃO 6



Na figura acima, os dois quadrados maiores são iguais. O perímetro total da figura é $16\,\mathrm{cm}$ e área total é $5,5\,\mathrm{cm}^2$. Quanto mede, em centímetros, o lado do quadrado grande?

(a) $1,9$
(b) $1,7$

(c) $1,5$
(d) $1,2$
(e) $1,1$

■■■(FUZILEIRO NAVAL-2008) QUESTÃO 7

Um grupo de pessoas comprou um terreno para a construção de suas casas. Depois de descontar as áreas necessárias para a construção de ruas e espaços comunitários, ficou decidido que o perímetro de cada lote deveria ter 100 metros. Se o objetivo dessas pessoas é ter a maior área possível para a construção das casas, quais as medidas que cada lote deverá ter?

(a) $50\,\text{m} \times 50\,\text{m}$
(b) $40\,\text{m} \times 10\,\text{m}$
(c) $35\,\text{m} \times 15\,\text{m}$
(d) $30\,\text{m} \times 20\,\text{m}$
(e) $25\,\text{m} \times 25\,\text{m}$

■■■(FUZILEIRO NAVAL-2008) QUESTÃO 8

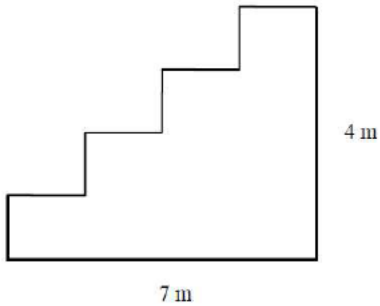
Um terreno retangular de 15 por 20 metros está gramado, com exceção de um canteiro circular de $4\,\text{m}$ de raio. A área gramada é aproximadamente

(a) $100\,\text{m}^2$
(b) $150\,\text{m}^2$
(c) $180\,\text{m}^2$
(d) $200\,\text{m}^2$
(e) $250\,\text{m}^2$

■■■(FUZILEIRO NAVAL-2011) QUESTÃO 9

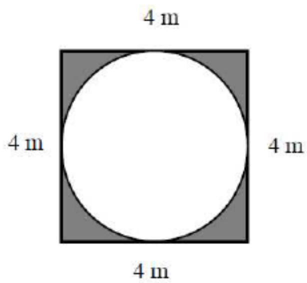
O perímetro, em metros, do polígono abaixo é

(a) 16
(b) 18
(c) 19
(d) 22
(e) 25



(FUZILEIRO NAVAL-2011) QUESTÃO 10

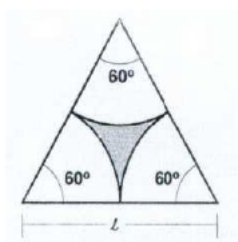
Calcule a área aproximada, em m2, da região sombreada da figura abaixo, sendo π $3,14$ e assinale a opção correta.



(a) $6,24$
(b) $5,66$
(c) $5,33$
(d) $4,34$
(e) $3,44$

(FUZILEIRO NAVAL-2012) QUESTÃO 11

Calcule a área da região colorida da figura, sabendo-se que o triângulo é eqüilátero.



(a) $2\ell^2\left(3-\frac{\pi}{4}\right)$
(b) $\ell^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

(c) $3\ell^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$
(d) $\frac{\ell^2}{8}\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$
(e) $\ell^2\sqrt{2}\,(\pi-4)$

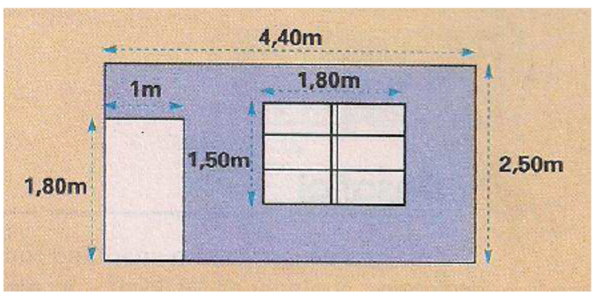
(FUZILEIRO NAVAL-2013) QUESTÃO 12

A altura de um triângulo equilátero T tem comprimento igual ao do lado de um triângulo equilátero V. Sabendo que a área de V é de $10\,\text{m}^2$, qual a área de T?

(a) $20\,\text{m}^2$
(b) $\frac{35}{2}\,\text{m}^2$
(c) $\frac{40}{3}\,\text{m}^2$
(d) $50\,\text{m}^2$
(e) $\frac{53}{2}\,\text{m}^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2014) QUESTÃO 13

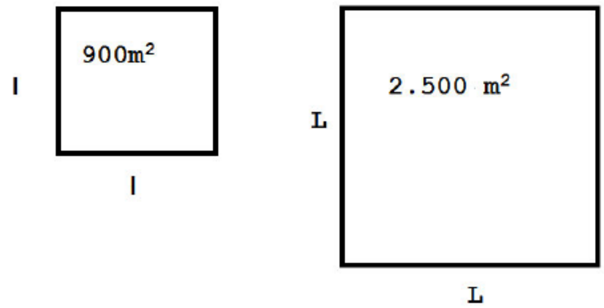
A parede de um muro retangular de $4,40\,\text{m}$ por $2,50\,\text{m}$ tem duas aberturas: uma porta de $1,80\,\text{m}$ por $1,0\,\text{m}$ e uma janela de $1,50\,\text{m}$ por $1,80\,\text{m}$. Qual a área da superfície pintada desse muro?



(a) $3,75\,\text{m}^2$.
(b) $4,50\,\text{m}^2$.
(c) $6,50\,\text{m}^2$.
(d) $5,25\,\text{m}^2$.
(e) $6,90\,\text{m}^2$.

(FUZILEIRO NAVAL-2015) QUESTÃO 14

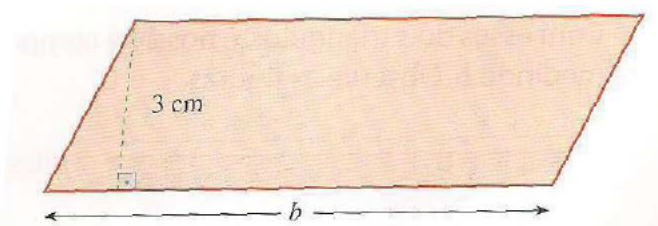
João comprou dois terrenos, todos de forma quadrada com $900\,\text{m}^2$ de área e outro com $2500\,\text{m}^2$ de área. Qual a medida total dos lados de ambos os terrenos somados?



(a) 160 m.
(b) 320 m.
(c) 900 m.
(d) 2500 m.
(e) 3400 m.

(FUZILEIRO NAVAL-2015) QUESTÃO 15

Qual a medida da base b do paralelogramo abaixo de área $27,3\,\text{cm}^2$?

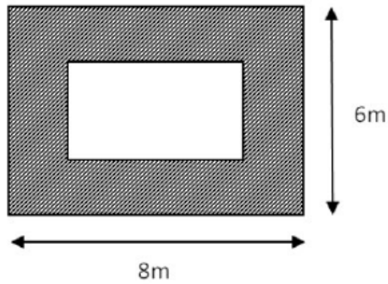


(a) $9,1$ cm.
(b) $9,3$ cm.
(c) $24,2$ cm.
(d) $27,3$ cm.
(e) $30,6$ cm.

(FUZILEIRO NAVAL-2016) QUESTÃO 16

Os lados do retângulo interno medem a metade dos lados do retângulo externo.
Então, calcule a área hachurada?

(a) $12\,\text{m}^2$.
(b) $36\,\text{m}^2$.
(c) $42\,\text{m}^2$.

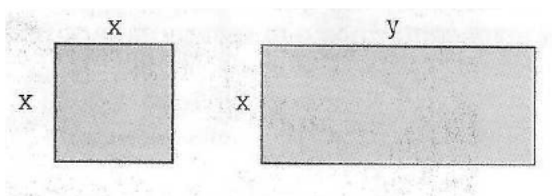


(d) $48\,m^2$.

(e) $60\,m^2$.

(FUZILEIRO NAVAL-2016) QUESTÃO 17

A soma das áreas dos polígonos seguintes é $119\,cm^2$. Sabendo que $y - x \quad 3\,cm$, determine essas áreas.



(a) $14\,cm^2$ e $105\,cm^2$.

(b) $18\,cm^2$ e $101\,cm^2$.

(c) $28\,cm^2$ e $91\,cm^2$.

(d) $34\,cm^2$ e $85\,cm^2$.

(e) $49\,cm^2$ e $70\,cm^2$.

(FUZILEIRO NAVAL-2016) QUESTÃO 18

Uma sala de forma quadrangular é formada por 225 quadradinhos de $20\,cm \times 20\,cm$. Quanto mede o lado desta sala?

(a) $15,00\,m$.

(b) $9,00\,m$.

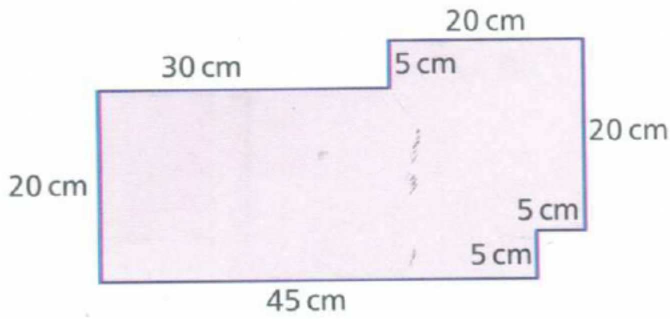
(c) $6,00\,m$.

(d) $3,00\,m$.

(e) $1,50\,m$.

(FUZILEIRO NAVAL-2017) QUESTÃO 19

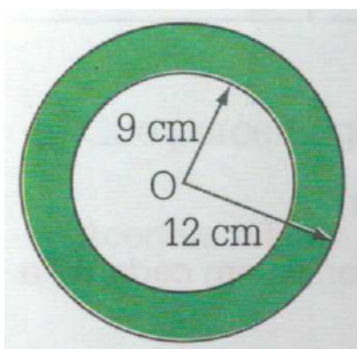
Com base na figura abaixo, determine a área da figura hachurada.



(a) $1805\,\text{cm}^2$
(b) $1225\,\text{cm}^2$
(c) $1075\,\text{cm}^2$
(d) $1205\,\text{cm}^2$
(e) $1005\,\text{cm}^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2017) QUESTÃO 20

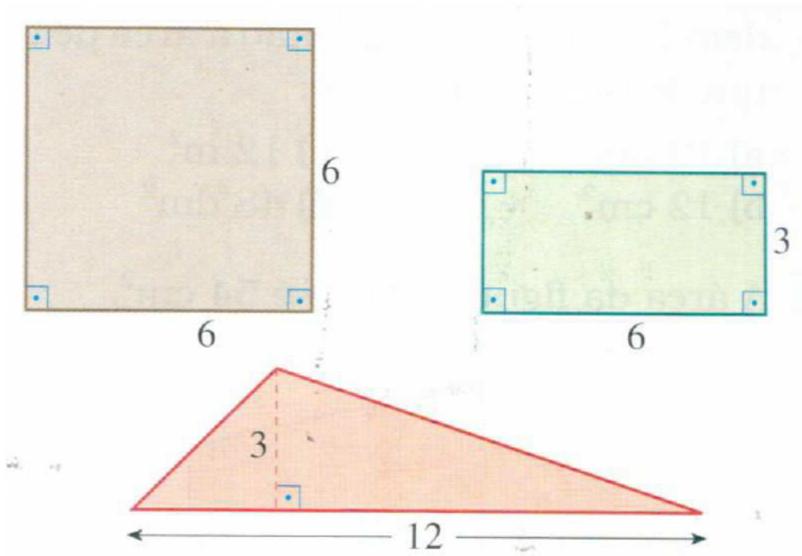
Na figura seguinte, a região hachurada recebe o nome de Coroa Circular. Calcule a área da região hachurada na figura ($R_1 \quad 9,0\,\text{cm}$ e $R_2 \quad 12,0\,\text{cm}$).



(a) $195,36\,\text{cm}^2$
(b) $196,85\,\text{cm}^2$
(c) $197,00\,\text{cm}^2$
(d) $197,82\,\text{cm}^2$
(e) $198,00\,\text{cm}^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2017) QUESTÃO 21

Nas figuras abaixo, as medidas são dadas na mesma unidade de medida.

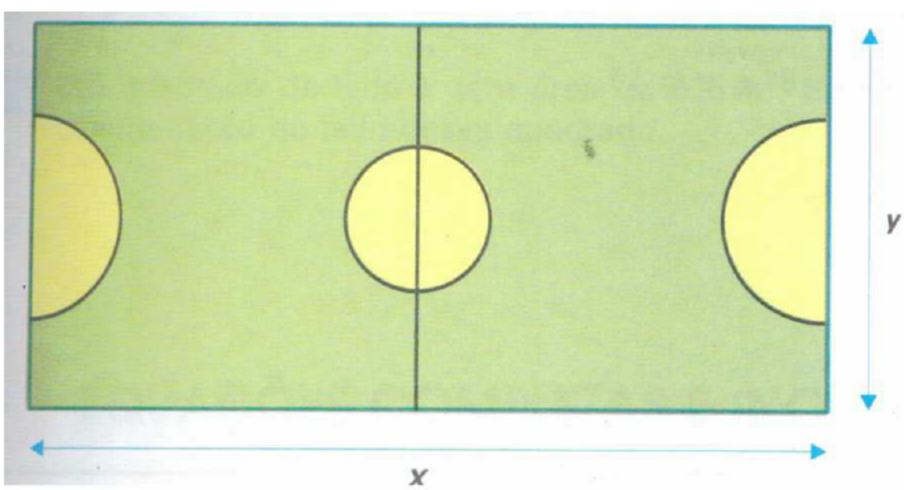


Pode-se afirmar que:

(a) a área do quadrado é igual à área do triângulo.
(b) a área do quadrado é igual à área do retângulo.
(c) a área do retângulo é metade da área do quadrado.
(d) a área do quadrado é o triplo da área do retângulo.
(e) a área do triângulo é igual à área do retângulo.

(FUZILEIRO NAVAL-2017) QUESTÃO 22

Paulo descobriu que a quadra de salão de seu colégio tem área de $384\,m^2$ e perímetro de $80\,m$.



x comprimento da quadra

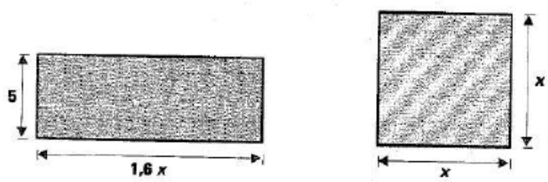
y largura da quadra

Com base nas informações acima, qual a equação que determina as dimensões dessa quadra?

(a) $y^2 + 40Y - 384 \quad 0$
(b) $Y^2 - 35Y + 397 \quad 4$
(c) $Y^2 + 47Y - 574 \quad 66$
(d) $Y^2 - 40Y + 384 \quad 0$
(e) $Y^2 + 50Y - 277 \quad 0$

(FUZILEIRO NAVAL-2018) QUESTÃO 23

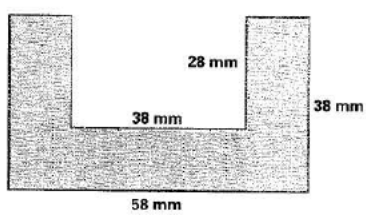
O retângulo e o quadrado abaixo são equivalentes(têm a mesma área). Observe atentamente as figuras e determine qual a medida do lado do quadrado e o seu perímetro, respectivamente.



(a) 8 e 32
(b) $12,8$ e $35,6$
(c) 8 e 16
(d) $12,8$ e $20,8$
(e) 8 e $12,8$

(FUZILEIRO NAVAL-2018) QUESTÃO 24

Com base na figura abaixo, determine a área da figura hachurada.



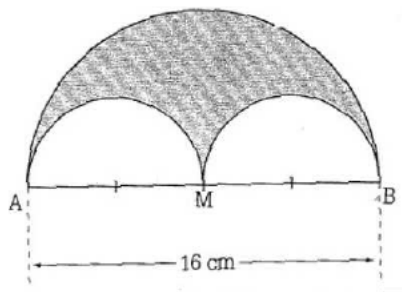
(a) $1900\,mm^2$
(b) $1520\,mm^2$
(c) $1320\,mm^2$

(d) $1240\,\text{mm}^2$

(e) $1140\,\text{mm}^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2018) QUESTÃO 25

Determine a área da região hachurada na figura abaixo, onde $AM \quad MB$.



(a) $200,86\,\text{cm}^2$

(b) $198,00\,\text{cm}^2$

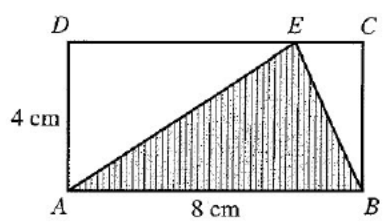
(c) $100,48\,\text{cm}^2$

(d) $50,24\,\text{cm}^2$

(e) $25,12\,\text{cm}^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2018) QUESTÃO 26

Sendo E um ponto qualquer do lado $\overline{CD}$ do retângulo $ABCD$, a área do triângulo hachurado será:



(a) $6\,\text{cm}^2$

(b) $8\,\text{cm}^2$

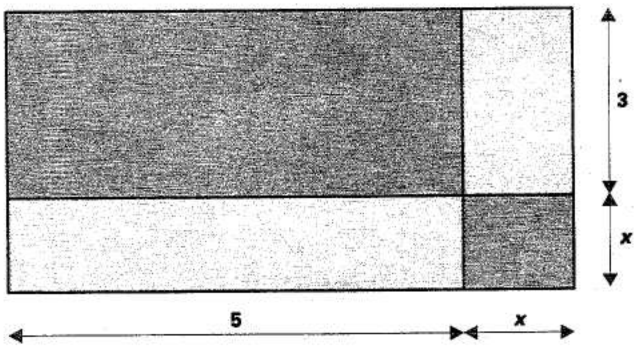
(c) $12\,\text{cm}^2$

(d) $14\,\text{cm}^2$

(e) $16\,\text{cm}^2$

(FUZILEIRO NAVAL-2018) QUESTÃO 27

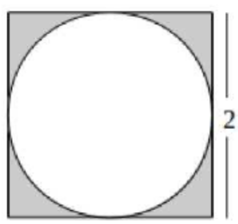
Determine a função quadrática que expressa a área y do retângulo em função de x.



(a) $x^2 + 8x + 15 \quad 0$
(b) $x^2 + 8x + 8 \quad 0$
(c) $x^2 + 5x + 3 \quad 0$
(d) $5x^2 - 3x + 8 \quad 0$
(e) $x^2 - 8x + 12 \quad 0$

(FUZILEIRO NAVAL-2019) QUESTÃO 28

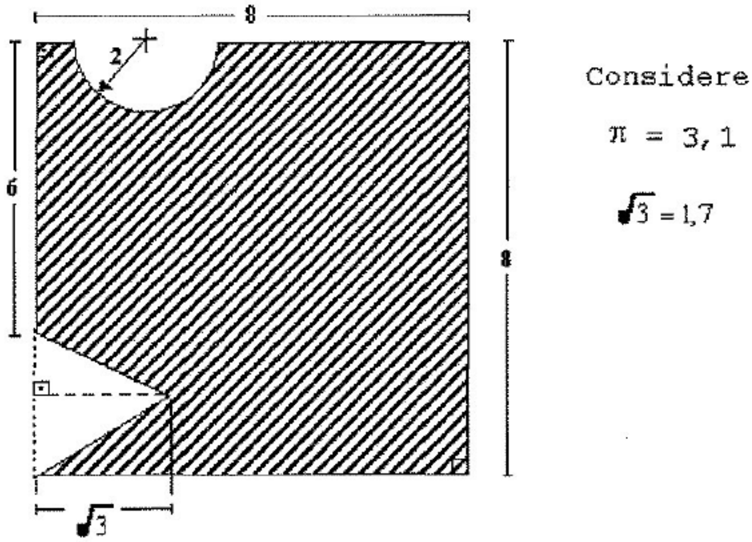
A figura abaixo representa um quadrado com um círculo circunscrito. Qual a área da figura hachurada? Considere $\pi \quad 3,14$.



(a) $\frac{1028}{100}$
(b) $\frac{314}{100}$
(c) $\frac{86}{100}$
(d) $\frac{-228}{100}$
(e) 1

(EAM-2004) QUESTÃO 29

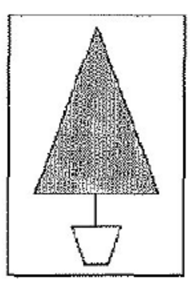
A área da figura hachurada, onde todas as medidas são em metros é:



(a) $54,1$
(b) $56,1$
(c) $58,2$
(d) $60,1$
(e) $61,3$

(EAM-2004) QUESTÃO 30

No painel o desenho de uma árvore de natal, na forma de um triângulo isósceles, onde a altura, e a base são números inteiros e os lados medem $\sqrt{10}$, será revestido com um papel de parede, que custa R\$$8,00$ o metro quadrado. Qual o custo mínimo para revestir essa árvore?



(a) R\$$16,00$
(b) R\$$24,00$
(c) R\$$32,00$

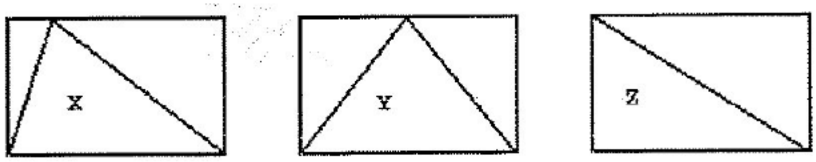
(d) R$40,00
(e) R$48,00

(EAM-2005) QUESTÃO 31

Um cavalo deve ser amarrado a uma estaca situada em um dos vértices de um pasto que tem a forma de um quadrado, cujo lado 20 m. Para que ele possa pastar em cerca de 20% da área total do pasto, a parte inteira, em metros, do comprimento da corda que o prende à estaca deve ser igual a:

(a) 1
(b) 2
(c) 5
(d) 8
(e) 10

(EAM-2005) QUESTÃO 32



Considerando-se que, nas figuras acima, os triângulos X, Y e Z estejam inscritos em retângulos congruentes, pode-se afirmar que:

(a) apenas as áreas do triângulos X e Y são iguais.
(b) apenas as áreas do triângulos X e Z são iguais.
(c) apenas as áreas do triângulos Y e Z são iguais.
(d) as áreas dos triângulos X, Y e Z são iguais entre si.
(e) as áreas dos triângulos X, Y e Z são diferentes entre si.

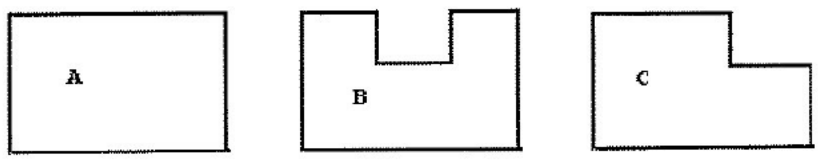
(EAM-2004) QUESTÃO 33

Em uma sala retangular de piso plano nas dimensões 8,80 m por 7,60 m, deseja-se colocar lajotas quadradas iguais sem a necessidade de recortar qualquer peça. A medida máxima, em centímetros, do lado de cada lajota deverá ser igual a:

(a) 10

(b) 20
(c) 30
(d) 40
(e) 50

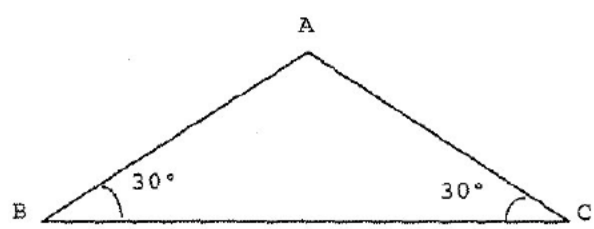
(EAM-2004) QUESTÃO 34



Considerando-se que a figura A seja um retângulo e as figuras B e C sejam obtidas, respectivamente, pela retirada da figura A de um quadrado de lado unitário, pode-se afirmar que:

(a) apenas os perímetros das figuras A e B são iguais.
(b) apenas os perímetros das figuras A e C são iguais.
(c) apenas os perímetros das figuras B e C são iguais.
(d) os perímetros das figuras A, B e C são todos iguais.
(e) os perímetros das figuras A, B e C são todos diferentes.

(EAM-2006) QUESTÃO 35

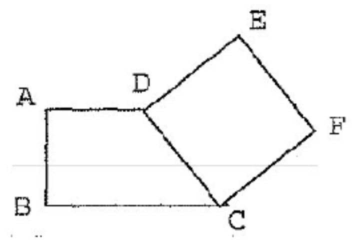


Na figura acima, o segmento AB mede 2cm. Qual o valor da área do triângulo ABC medidos em cm^2?

(a) $2\sqrt{3}$
(b) $\sqrt{3}$
(c) 4
(d) 2
(e) 1

(EAM-2006) QUESTÃO 36

Observe a figura.



Nela, $ABCD$ é um trapézio e $CDEF$, um quadrado. Sabendo que $\overline{AB}$ $\overline{AD}$ x e $\overline{BC}$ $x+3$, qual a expressão que representa a área da figura?

(a) $\dfrac{4x^2+3x+6}{2}$
(b) $\dfrac{4x^2+15x+18}{2}$
(c) $\dfrac{4x^2+3x+18}{2}$
(d) $\dfrac{20x^2+3x}{2}$
(e) $\dfrac{8x^2+3x}{2}$

(EAM-2007) QUESTÃO 37

Uma corda de 20 metros de comprimento foi cortada em dois pedaços de tamanhos diferentes. Os pedaços foram usados para fazer dois quadrados. Sabendo que a diferença entre as áreas dos quadrados é igual a $5\,m^2$, é correto afirmar que a área do quadrado maior, em metros quadrados, é igual a

(a) 1
(b) 2
(c) 4
(d) 7
(e) 9

(EAM-2007) QUESTÃO 38

A raiz da equação $3x^2 - 13x - 10$ 0 representa a medida em centímetros do lado de um quadrado. Quanto mede, em centímetros quadrados, a área desse quadrado?

(a) 20
(b) 25
(c) 30
(d) 36
(e) 225

(EAM-2007) QUESTÃO 39

Em um paralelogramo, dois lados consecutivos medem 16cm e 10cm e o ângulo obtuso interno $150°$. Determine, em centímetros quadrados, a área do paralelogramo.

(a) 50
(b) $50\sqrt{2}$
(c) 80
(d) 128
(e) 160

(EAM-2008) QUESTÃO 40

O retângulo de dimensões $(4x - 2)$cm e $(x + 3)$cm tem $144\,\text{cm}^2$ de área. O perímetro desse retângulo, em centímetros, mede

(a) 48
(b) 52
(c) 60
(d) 74
(e) 80

(EAM-2009) QUESTÃO 41

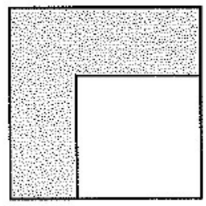
Para ladrilhar uma sala, foram necessários 640 azulejos quadrados de 15cm de lado. Qual a área da sala em metros quadrados?

(a) $12,1$
(b) $14,4$
(c) $16,9$
(d) $19,6$

(e) $21,3$

(EAM-2009) QUESTÃO 42

Observe a figura plana a seguir.

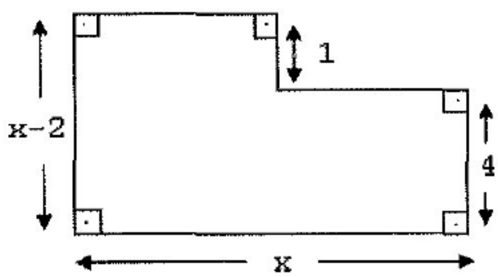


Na figura, tem-se dois quadrados. O maior tem 5cm de lado, e o menor, 3cm. A área da região hachurada, em cm^2, é

(a) 16
(b) 17
(c) 18
(d) 20
(e) 25

(EAM-2009) QUESTÃO 43

Observe a figura abaixo



Assinale a opção que indica o seu perímetro.

(a) 24
(b) 21
(c) 17
(d) 14
(e) 10

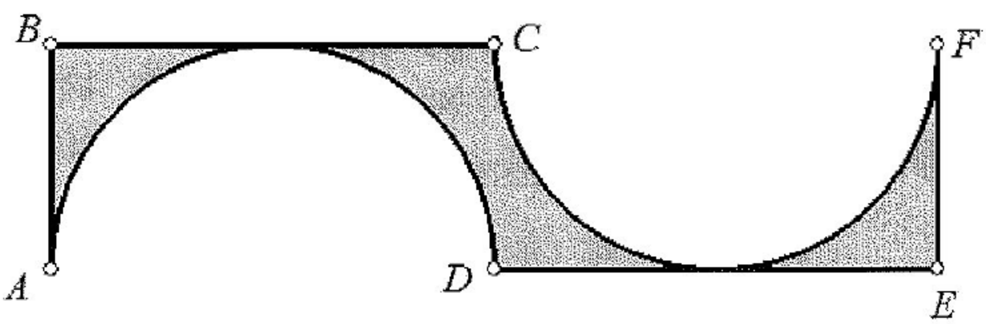
(EAM-2010) QUESTÃO 44

$ABCD$ é um quadrado de lado $12\,\text{m}$. Unindo os pontos médios dos lados deste quadrado, é obtido um quadrilátero de área igual a

(a) $72\,\text{m}^2$
(b) $68\,\text{m}^2$
(c) $64\,\text{m}^2$
(d) $56\,\text{m}^2$
(e) $45\,\text{m}^2$

(EAM-2011) QUESTÃO 45

Analise a representação a seguir.



Na figura acima, AD CF $6\,\text{cm}$ são diâmetros de círculos que tangenciam os segmentos de reta BC e DE, nesta ordem. A área da figura acinzentada, em cm^2, é:

(a) $36 - 12\pi$
(b) $36 - \pi$
(c) $18 - 12\pi$
(d) $18 - 9\pi$
(e) $9 - \pi$

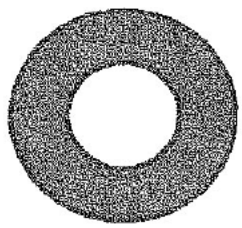
(EAM-2011) QUESTÃO 46

Uma pessoa comprou $350\,\text{m}$ de arame farpado para cercar seu terreno que tem a forma de um retângulo de lados $12\,\text{m}$ e $30\,\text{m}$. Ao contornar todo o terreno uma vez, a pessoa deu a primeira volta no terreno. Quantas voltas completas, no máximo, essa pessoa pode dar nesse terreno antes de acabar o arame comprado?

(a) 2
(b) 3
(c) 4
(d) 5
(e) 6

(EAM-2012) QUESTÃO 47

A figura abaixo representa duas circunferências concêntricas.



Sendo o raio da menor igual a $2\,\text{cm}$ e o raio da maior igual a $0,4\,\text{dm}$, quanto mede a área da coroa circular sombreada?

(a) $12\pi\,\text{cm}^2$
(b) $15\pi\,\text{cm}^2$
(c) $17\pi\,\text{cm}^2$
(d) $19\pi\,\text{cm}^2$
(e) $21\pi\,\text{cm}^2$

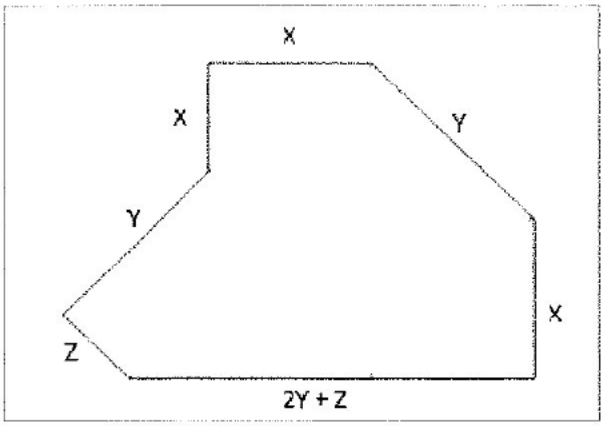
(EAM-2012) QUESTÃO 48

A área do triângulo retângulo de lados $1,3\,\text{dm}$, $0,05\,\text{m}$ e $0,012\,\text{dam}$ é

(a) $28\,\text{cm}^2$
(b) $30\,\text{cm}^2$
(c) $32\,\text{cm}^2$
(d) $33\,\text{cm}^2$
(e) $34\,\text{cm}^2$

(EAM-2014) QUESTÃO 49

Analise a figura seguir.

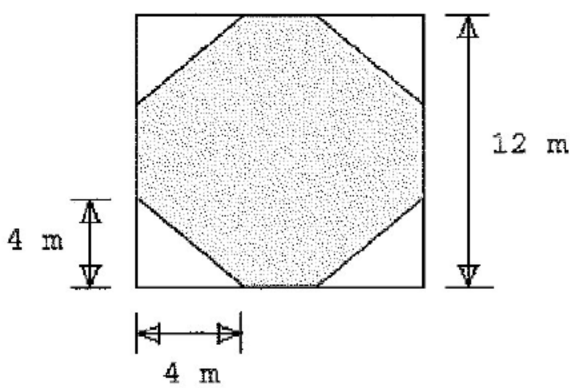


Suponha que o terreno comprado por um proprietário tenha a forma da figura acima e suas medidas sejam representadas, em unidades de comprimento pelas variáveis X, Y e Z. A expressão algébrica que representa o perímetro desse terreno é:

(a) $2X + 3Y + Z$
(b) $3X + 4Y + 2Z$
(c) $3X + 3Y + Z$
(d) $3X + 2Y + 3Z$
(e) $4X + 3Y + 2Z$

(EAM-2014) QUESTÃO 50

Observe a figura a seguir:



Essa figura representa uma praça de eventos na forma de um quadrado com $12\,\text{m}$ de lado que teve seu piso revestido com cerâmica branca e cinza. A região revestida pela cerâmica branca foi obtida construindo quatro triângulos retângulos com catetos medindo $4\,\text{m}$ em cada uma de suas extremidades. Quantos metros quadrados de cerâmica cinza foram utilizados na construção dessa praça?

(a) 64

(b) 72
(c) 80
(d) 100
(e) 112

(EAM-2015) QUESTÃO 51

Considere que um senhor deseja cercar um terreno retangular de $200\,\text{m}^2$ de área, utilizando 60 metros de arame. Sendo assim, é correto afirmar que o comprimento e a largura, deste terreno, são respectivamente:

(a) $50\,\text{m}$ e $4\,\text{m}$
(b) $40\,\text{m}$ e $5\,\text{m}$
(c) $25\,\text{m}$ e $8\,\text{m}$
(d) $20\,\text{m}$ e $10\,\text{m}$
(e) $16\,\text{m}$ e $12,5\,\text{m}$

(EAM-2015) QUESTÃO 52

Deseja-se revestir com azulejos uma parede sem aberturas, com 8 metros de comprimento por 3 metros de altura. Sabendo que os azulejos têm dimensões de $40 \times 40\,\text{cm}$ e que há uma perda de 10% na colocação dos mesmos, qual é a quantidade de azulejos que se deve adquirir para revestir a parede?

(a) 176
(b) 165
(c) 160
(d) 150
(e) 24

(EAM-2015) QUESTÃO 53

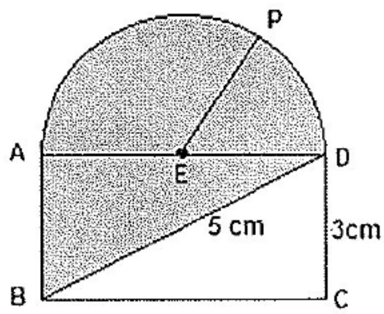
A área de um círculo é igual a $121\pi\,\text{cm}^2$. O raio deste círculo, em cm, mede:

(a) 121
(b) $60,5$
(c) 21

(d) 11
(e) $5,5$

(EAM-2016) QUESTÃO 54

Analise a figura a seguir.

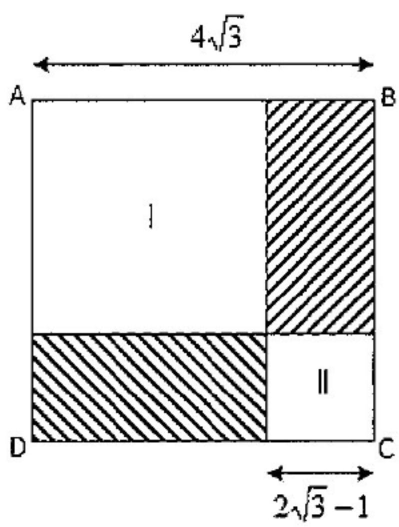


Sabendo que EP é o raio da semicircunferência de centro em E, como mostra a figura acima, determine o valor da área mais escura e assinale a opção correta. (dado: número π 3)

(a) $10\,\text{cm}^2$
(b) $12\,\text{cm}^2$
(c) $18\,\text{cm}^2$
(d) $22\,\text{cm}^2$
(e) $24\,\text{cm}^2$

(EAM-2017) QUESTÃO 55

Analise a figura a seguir.



Calcule a soma das áreas hachuradas da figura acima, sabendo que os polígonos I e II são quadrados, e assinale a opção correta.

(a) $22\sqrt{3}$
(b) 22
(c) $13 + 4\sqrt{3}$
(d) 11
(e) $11\sqrt{3}$

(EAM-2017) QUESTÃO 56

Deseja-se azulejar, até o teto, as 4 paredes de uma cozinha. Sabe-se que a cozinha possui 2 portas medindo 210 cm de altura e 80 cm de largura cada uma, e uma janela com 150 cm de altura e 110 cm de comprimento. O comprimento, a largura e a altura da cozinha são iguais a $5,0$ m, $4,0$ m e $3,0$ m, respectivamente. Determine o número mínimo de metros quadrados inteiros de azulejos que devem ser comprados e assinale a opção correta.

(a) 42
(b) 43
(c) 49
(d) 55
(e) 58

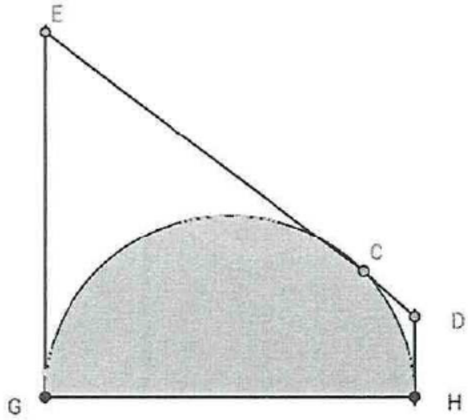
(EAM-2017) QUESTÃO 57

A área de um retângulo corresponde à expressão $k^2 - 10k - 24$ quando k $\quad 36$. Sendo assim, calcule suas dimensões e assinale a opção correta.

(a) 38 e 24
(b) 36 e 32
(c) 63 e 24
(d) 54 e 38
(e) 32 e 24

(EAM-2018) QUESTÃO 58

Analise a figura abaixo



A área do trapézio da figura acima é 12. Considere que o segmento EC 4; CD 2 e GH $2r$. Considere, ainda, que os pontos C, G e H são pontos de tangência e r é o raio do semicírculo sombreado. Sendo assim, é correto afirmar que a área do semicírculo sombreado é igual a:

(a) π
(b) 2π
(c) 3π
(d) 4π
(e) 5π

(ESSA-2006) QUESTÃO 59

Um trabalhador gasta 5 horas para limpar um terreno circular de 8m de raio. Ele cobra R\$$4,00$ por hora de trabalho. Para limpar um terreno circular de 24m de raio, o trabalhador cobrará, em reais:

(a) 40
(b) 180
(c) 60
(d) 120
(e) 80

(ESSA-2006) QUESTÃO 60

As bases de um trapézio medem 19m e 9m e os lados não paralelos, 6m e 8m. A área desse trapézio, em dm^2 é:

(a) 6072
(b) 6270
(c) 6027
(d) 6702
(e) 6720

(ESSA-2006) QUESTÃO 61

Um triângulo ABC tem área de $60\,\text{cm}^2$ e está circunscrito a uma circunferência com $5\,\text{cm}$ de raio. Nestas condições a área do triângulo equilátero que tem o mesmo perímetro que o triangulo ABC é, em cm^2:

(a) $20\sqrt{3}$
(b) $15\sqrt{3}$
(c) $12\sqrt{3}$
(d) $16\sqrt{3}$
(e) $5\sqrt{3}$

(ESSA-2006) QUESTÃO 62

Se aumentarmos a medida do raio r de um círculo em 15%, obteremos um outro círculo de raio R. O aumento da área, em termos percentuais, foi de:

(a) $32,25$
(b) $32,52$
(c) $3,252$
(d) $3,225$
(e) $3,522$

(ESSA-2006) QUESTÃO 63

Três circunferências de raio $2r$, $3r$ e $10r$ são tais que cada uma delas tangencia exteriormente as outras duas. O triângulo cujos vértices são os centros dessas circunferências tem área de:

(a) $36r^2$
(b) $18r^2$
(c) $10r^2$

(d) $20r^2$
(e) $30r^2$

(ESSA-2007) QUESTÃO 64

Aumentando-se os lados a e b de um retângulo de 15% e 20%, respectivamente. a área do retângulo é aumentada em:

(a) $3,8\%$
(b) 4%
(c) 38%
(d) 35%
(e) $3,5\%$

(ESSA-2008) QUESTÃO 65

Um quadrado e um retângulo têm a mesma área. Os lados do retângulo são expressos por números naturais consecutivos, enquanto que o quadrado tem $2\sqrt{5}$ centímetros de lado. Assim, o perímetro, em centímetros, do retângulo é:

(a) 12
(b) 16
(c) 18
(d) 20
(e) 24

(ESSA-2008) QUESTÃO 66

As diagonais de um losango medem 48cm e 33cm. Se a medida da diagonal maior diminuir 4cm, então, para que a área permaneça a mesma, deve-se aumentar a medida da diagonal menor de:

(a) 3cm
(b) 5cm
(c) 6cm
(d) 8cm
(e) 9cm

(ESSA-2014) QUESTÃO 67

Qual é a área da circunferência inscrita num triângulo ABC cuja a área desse triângulo vale $12\sqrt{5}\,\text{m}^2$ e cujas medidas dos lados, em metros, são 7, 8 e 9:

(a) $5\pi\,\text{m}^2$
(b) $\sqrt{3}\pi\,\text{m}^2$
(c) $\sqrt{5}\pi\,\text{m}^2$
(d) $\frac{3}{5}\pi\,\text{m}^2$
(e) $12\pi\,\text{m}^2$

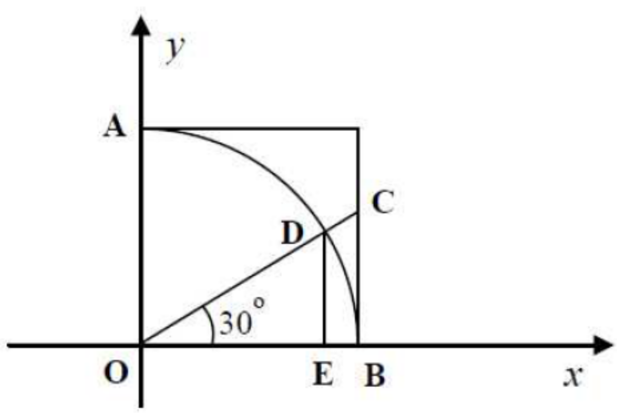
(ESSA-2015) QUESTÃO 68

A área do triângulo equilátero cuja altura mede 6cm é:

(a) $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
(b) $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
(c) $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
(d) $144\,\text{cm}^2$
(e) $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

(EEAR-2000) QUESTÃO 69

Na figura, $\widehat{AB}$ é um arco de circunferência de centro O e de raio $1\,\text{cm}$. A área do trapézio retângulo $BCDE$, em cm^2, é



(a) $\frac{\sqrt{3}}{24}$
(b) $\frac{\sqrt{3}}{18}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{12}$
(d) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

(EEAR-2001) QUESTÃO 70

Em um círculo de 3cm de raio, a área e o perímetro de um setor circular de $60°$ (sessenta graus) são, respectivamente, em cm^2 e cm:

(a) $1,5\pi$ e $(\pi+6)$
(b) $1,5\pi$ e π
(c) π e $(\pi+6)$
(d) 6π e π

(EEAR-2001) QUESTÃO 71

Se o raio de um círculo for aumentado de 100aumentará de:

(a) 100%
(b) 200%
(c) 300%
(d) 400%

(EEAR-2001) QUESTÃO 72

Um segmento AB, de 6 metros, é diâmetro de uma circunferência de centro O. Sendo C um ponto dessa circunferência, tal que a medida do ângulo $A\hat{B}C$ seja $30°$, a medida da superfície limitada pelas cordas AB e BC e pelo arco AC, em metros quadrados, é:

(a) $\frac{3}{2}\left(2\pi+3\sqrt{3}\right)$
(b) $\frac{3}{2}\left(\pi+\sqrt{3}\right)$
(c) $\frac{9\pi\sqrt{3}}{2}$
(d) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

(EEAR-2001) QUESTÃO 73

Um círculo de raio r e um retângulo de base b são equivalentes. Então, a altura do retângulo é:

(a) $\sqrt{\pi r}$
(b) $\pi r^2 b$
(c) $\dfrac{\pi r^2}{b}$
(d) $\dfrac{\pi r^2}{b^2}$

(EEAR-2001) QUESTÃO 74

Se a área da coroa circular definida por dois círculos concêntricos de raios r e R, $r < R$, é igual a área do círculo menor, então a razão $\dfrac{R}{r}$ é igual a:

(a) 1
(b) $\sqrt{2}$
(c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
(d) $2\sqrt{2}$

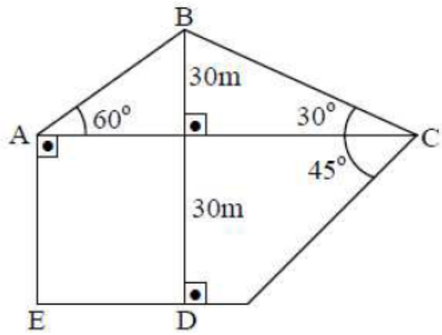
(EEAR-2001) QUESTÃO 75

De um pedaço quadrado de metal corta-se uma peça circular de diâmetro máximo, e desta corta-se outro quadrado de lado máximo. O material desperdiçado tem

(a) $\dfrac{1}{4}$ da área do quadrado original.
(b) $\dfrac{1}{2}$ da área do quadrado original.
(c) $\dfrac{1}{2}$ da área da peça circular.
(d) $\dfrac{1}{4}$ da área da peça circular.

(EEAR-2002) QUESTÃO 76

Feito o levantamento de um terreno pentagonal, foram determinados os dados indicados na figura a seguir.



A área do terreno, em m^2, é

(a) 450
(b) $450(4\sqrt{3} - 1)$
(c) 900
(d) $900(3\sqrt{3} - 2)$

(EEAR-2002) QUESTÃO 77

A área de um triângulo de perímetro $54\,m$ circunscrito a um círculo de $25\pi\,m^2$, em m^2, é

(a) 125
(b) 130
(c) 135
(d) 140

(EEAR-2002) QUESTÃO 78

Se de um retângulo de perímetro 4 e dimensões x e y, $x < y$, retira-se um quadrado de lado x, então a área remanescente em função de x é

(a) $1 - 2x$
(b) $2x - 2x^2$
(c) $x - 2x^2$
(d) $2x - 4x^2$

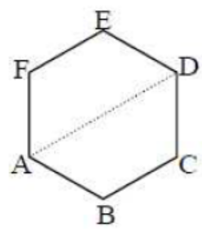
(EEAR-2002) QUESTÃO 79

A soma dos ângulos internos de um polígono convexo regular é de $720°$, Sabendo-se que o seu lado mede $4\,cm$ e que ele está inscrito numa circunferência, então a área desse polígono, em cm^2, é

(a) $6\sqrt{3}$
(b) $12\sqrt{3}$
(c) $18\sqrt{3}$
(d) $24\sqrt{3}$

(EEAR-2002) QUESTÃO 80

Dado o hexágono regular $ABCDEF$, a área do quadrilátero $ABCD$, em cm^2, sabendo-se que AB mede 6 cm, é



(a) 54
(b) $54\sqrt{3}$
(c) $18\sqrt{3}$
(d) $27\sqrt{3}$

(EEAR-2002) QUESTÃO 81

A área, em cm^2, de um triângulo eqüilátero inscrito numa circunferência cujo comprimento é de $8\pi\sqrt{3}$ cm é

(a) $36\sqrt{3}$
(b) $64\sqrt{3}$
(c) $72\sqrt{3}$
(d) $144\sqrt{3}$

(EEAR-2002) QUESTÃO 82

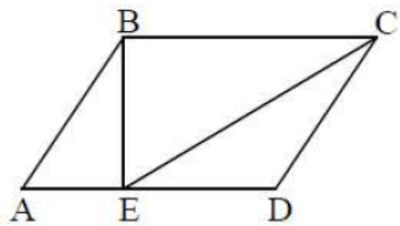
Dado um quadrado de diagonal igual $\sqrt{2}$ cm. Sobre cada lado do quadrado se constrói externamente um triângulo equilátero de lado igual ao do quadrado. A área da figura toda, assim obtida, é ____ cm^2.

(a) $2\sqrt{3}$

(b) $1+\sqrt{3}$
(c) $1+2\sqrt{3}$
(d) $2+4\sqrt{3}$

(EEAR-2002) QUESTÃO 83

No paralelogramo $ABCD$, tem-se que $\overline{BE} \perp \overline{AD}$; $BE \quad 5\,cm$, $BC \quad 12\,cm$ e $AE \quad 4\,cm$.



A área do triângulo EDC, em $2\,cm$, é

(a) 48
(b) 30
(c) 24
(d) 20

(EEAR-2002) QUESTÃO 84

A área de um retângulo, cujas diagonais medem $20\,m$ cada uma e formam entre si um ângulo de $60°$, em m^2, é

(a) 100
(b) 200
(c) $100\sqrt{3}$
(d) $200\sqrt{3}$

(EEAR-2002) QUESTÃO 85

Num triângulo ABC têm-se $AB \quad 2\,cm$, $B\hat{A}C \quad 30°$ e $A\hat{C}B \quad 45°$. A área do triângulo ABC, em cm^2, vale

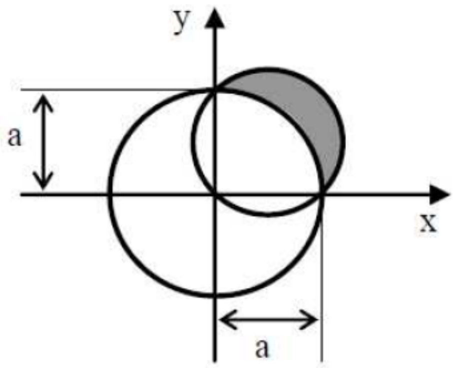
(a) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$
(b) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$

(c) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

(d) $\dfrac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$

(EEAR-2002) QUESTÃO 86

Na figura, considere o segmento $a \quad 2\,$m.



A área da superfície sombreada é, em m^2, igual a

(a) 2π

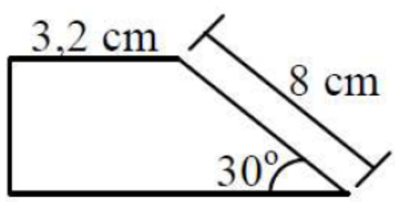
(b) 4π

(c) 2

(d) 4

(EEAR-2003) QUESTÃO 87

A área do trapézio retângulo (fig. abaixo), em cm^2, é igual a (obs: utilize $\sqrt{3} \quad 1,7$)



(a) $20,00$

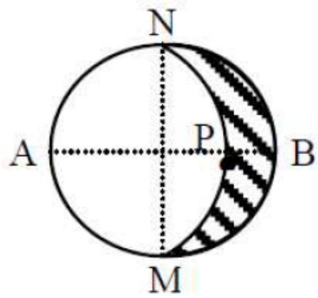
(b) $26,40$

(c) $34,68$

(d) $40,80$

(EEAR-2003) QUESTÃO 88

Na figura abaixo, AB e MN são diâmetros perpendiculares de um círculo de raio 2cm.

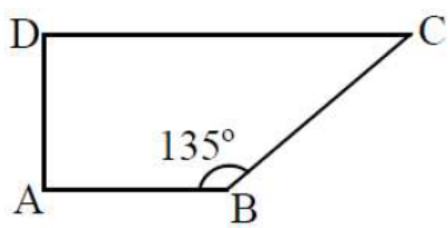


Traça-se o arco MPN de centro A e raio AM. A área da região tracejada, em cm^2, é

(a) 2
(b) 4
(c) 2π
(d) $\pi + 4$

(EEAR-2003) QUESTÃO 89

A figura representa um trapézio retângulo com AB AD, base menor igual a 3cm e BC é lado de um quadrado.



A área desse quadrado, em cm^2, é

(a) 9
(b) 18
(c) 24
(d) 36

(EEAR-2003) QUESTÃO 90

Seja o triângulo PMN de lados $\overline{PM}$ 6cm, $\overline{MN}$ 8cm e $\overline{PN}$ 10cm. Unindo-se os pontos médios de seus três lados obtemos o triângulo ABC. A área, em cm^2, do triângulo ABC é

(a) 4
(b) 6
(c) 12
(d) 20

(EEAR-2003) QUESTÃO 91

Em um trapézio, os lados paralelos medem $16\,\text{cm}$ e $44\,\text{cm}$, e os lados não-paralelos, $17\,\text{cm}$ e $25\,\text{cm}$. A área do trapézio, em cm^2, é

(a) 250
(b) 350
(c) 450
(d) 550

(EEAR-2003) QUESTÃO 92

O perímetro de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência é $54\,\text{cm}$. A área de um quadrado inscrito nessa mesma circunferência é, em cm^2,

(a) 36.
(b) 72.
(c) 216.
(d) 288.

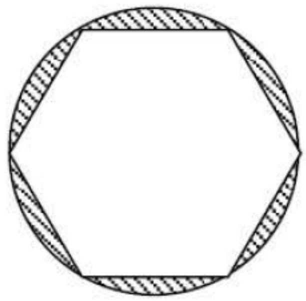
(EEAR-2003) QUESTÃO 93

Um retângulo tem área T. Se aumentarmos a medida da sua base em 20%, e diminuirmos a medida da sua altura em 20%, obteremos um novo retângulo cuja área é igual a

(a) T.
(b) $0,96T$.
(c) $1,04T$.
(d) $1,025T$.

(EEAR-2003) QUESTÃO 94

Na figura, o lado do hexágono regular inscrito no círculo mede $4\,\text{cm}$.



A área da região hachurada da figura é, em cm^2:

(a) $8\pi\sqrt{3}$
(b) $\pi - 4\sqrt{3}$
(c) $8(2\pi - 3\sqrt{3})$
(d) $16(\pi - 2\sqrt{2})$

(EEAR-2003) QUESTÃO 95

Num retângulo $ABCD$, os vértices A, B, C e D são consecutivos. Marcam-se na base $\overline{AB}$, a partir de A, três pontos, E, F e G, de modo que eles assinalem, respectivamente, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$ da base $\overline{AB}$. A razão entre as áreas do triângulo CEF e do retângulo $ABCD$ é

(a) $\frac{1}{4}$
(b) $\frac{1}{6}$
(c) $\frac{1}{8}$
(d) $\frac{1}{10}$

(EEAR-2003) QUESTÃO 96

A, B e P são pontos distintos de uma circunferência de centro O e raio r. Se $\overline{AB}$ é diâmetro da circunferência, e a medida do ângulo $P\hat{A}B$, em radianos, é α, então a área da região limitada pelo ângulo $P\hat{A}B$ e o arco $\widehat{PB}$ é igual a

(a) $r\left(\alpha + r\frac{\text{sen}\,\alpha}{2}\right)$
(b) $r^2\left(\alpha + \frac{\text{sen}\,\alpha}{2}\right)$

(c) $r\left(\alpha + r\dfrac{\text{sen}\,2\alpha}{2}\right)$
(d) $r^2\left(\alpha + \dfrac{\text{sen}\,2\alpha}{2}\right)$

(EEAR-2003) QUESTÃO 97

Um triângulo escaleno está inscrito num semicírculo de $10\,\text{cm}$ de diâmetro, que é o maior lado do triângulo. Se as medidas dos lados menores do triângulo são tais que uma é o dobro da outra, então a diferença entre as áreas do semicírculo e do triângulo, em cm^2, é

(a) $\dfrac{25\pi - 40}{2}$
(b) $\dfrac{25\pi - 30}{2}$
(c) $\dfrac{25\pi - 20}{2}$
(d) $\dfrac{25\pi - 50}{2}$

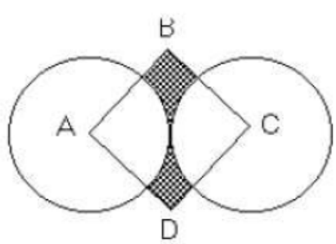
(EEAR-2004) QUESTÃO 98

Os lados de um paralelogramo medem $4\,\text{cm}$ e $1\,\text{cm}$, e um ângulo formado por eles é de $60°$. A área desse paralelogramo, em cm^2, é

(a) 2.
(b) $\dfrac{1}{2}$.
(c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
(d) $2\sqrt{3}$.

(EEAR-2004) QUESTÃO 99

Na figura, A e C são os centros de duas circunferências tangentes, e $ABCD$ é um quadrado de área igual a $50\,\text{cm}^2$.



A área da região sombreada é, em cm^2,

(a) $\frac{25(\pi-2)}{2}$.
(b) $\frac{25(4-\pi)}{2}$.
(c) $25(4-\pi)$.
(d) $25(\pi-2)$.

(EEAR-2004) QUESTÃO 100

As diagonais de um paralelogramo medem 10m e 20m e formam entre si um ângulo de 60o. A área desse paralelogramo, em m^2, é

(a) 200.
(b) 100.
(c) $50\sqrt{3}$.
(d) $25\sqrt{3}$.

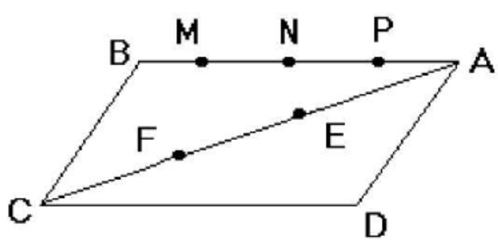
(EEAR-2005) QUESTÃO 101

Um círculo é tal que a medida de seu raio é igual aos $\frac{4}{7}$ da medida do comprimento de um setor circular que ele contém. Se a área desse setor é igual a $\frac{63}{8}\pi$cm^2, então a área do círculo, em cm^2, é

(a) 9π.
(b) $9\pi^2$.
(c) 6π.
(d) $6\pi^2$.

(EEAR-2005) QUESTÃO 102

Na figura, os pontos M, N e P dividem o lado $\overline{AB}$ do paralelogramo $ABCD$ em 4 partes iguais, e os pontos E e F dividem a diagonal $\overline{AC}$ em 3 partes iguais.

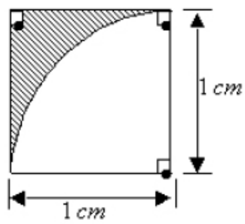


A área do triângulo APE é uma fração da área do paralelogramo $ABCD$, equivalente a

(a) $\frac{1}{12}$
(b) $\frac{1}{16}$
(c) $\frac{1}{20}$
(d) $\frac{1}{24}$

(EEAR-2006) QUESTÃO 103

A área da região hachurada, em cm^2, é



(a) $\frac{4-\pi}{4}$
(b) $1-\frac{\pi}{2}$
(c) $\frac{1-\pi}{4}$
(d) $\pi-1$

(EEAR-2006) QUESTÃO 104

Um quadrado e um losango têm o mesmo perímetro. Se as diagonais do losango estão entre si como 3 para 5, então a razão entre a área do quadrado e a do losango é

(a) $\frac{17}{15}$
(b) $\frac{13}{15}$
(c) $\frac{17}{13}$
(d) $\frac{11}{13}$

(EEAR-2007) QUESTÃO 105

Um trapézio isósceles tem bases medindo 12cm e 20cm. Se a medida de um de seus lados oblíquos é 5cm, então sua área, em cm^2, é

(a) 25.
(b) 39.
(c) 48.
(d) 54.

(EEAR-2007) QUESTÃO 106

A casa de João tem um quintal retangular de $30\,\text{m}$ por $20\,\text{m}$. Se ele usar 30% da área do quintal para fazer uma horta também retangular, de $10\,\text{m}$ de comprimento, então a largura desta horta, em m, será

(a) 18.
(b) 15.
(c) 12.
(d) 11.

(EEAR-2007) QUESTÃO 107

As medidas da diagonal menor e do perímetro de um losango são, respectivamente, $36\,\text{cm}$ e $120\,\text{cm}$. A área desse losango, em cm^2, é

(a) 864.
(b) 728.
(c) 600.
(d) 548.

(EEAR-2007) QUESTÃO 108

Um triângulo isósceles tem perímetro igual a $36\,\text{cm}$ e altura relativa à base medindo $12\,\text{cm}$. A área desse triângulo, em cm^2, é,

(a) 60.
(b) 56.
(c) 48.
(d) 40.

(EEAR-2007) QUESTÃO 109

S_6 e S_3 são, respectivamente, as áreas do hexágono regular e do triângulo equilátero, ambos inscritos na mesma circunferência. Nessas condições, a relação verdadeira é

(a) $S_6 \quad S_3$.
(b) $S_6 \quad 3S_3$.
(c) $S_6 \quad 2S_3$.
(d) $S_3 \quad 2S_6$.

(EEAR-2007) QUESTÃO 110

Os lados de um triângulo medem $7\,\text{cm}$, $8\,\text{cm}$ e $9\,\text{cm}$. A área desse triângulo, em cm^2, é

(a) $12\sqrt{3}$
(b) $12\sqrt{5}$
(c) $8\sqrt{2}$
(d) $8\sqrt{3}$

(EEAR-2007) QUESTÃO 111

Dois círculos concêntricos têm $4\,\text{m}$ e $6\,\text{m}$ de raio. A área da coroa circular por eles determinada, em m^2, é

(a) 2π.
(b) 10π.
(c) 20π.
(d) 52π.

(EEAR-2008) QUESTÃO 112

Se $S \quad 6L\,\text{cm}^2$ é a área de um quadrado de lado $L\,\text{cm}$, o valor de L é

(a) 3.
(b) 6.
(c) 9.
(d) 12.

(EEAR-2009) QUESTÃO 113

Um triângulo de $40\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ de área tem dois de seus lados medindo $10\,\text{cm}$ e $16\,\text{cm}$. A medida do ângulo agudo formado por esses lados é

(a) $75°$.
(b) $60°$.
(c) $45°$.
(d) $30°$.

(EEAR-2009) QUESTÃO 114

Com 4 palitos de mesmo comprimento, forma-se um quadrado com $x\,\text{cm}^2$ de área e $y\,\text{cm}$ de perímetro. Se $x - y$ 0, o comprimento de cada palito, em cm, é

(a) 2.
(b) 4
(c) 6.
(d) 8.

(EEAR-2009) QUESTÃO 115

O perímetro de um losango é $20\,\text{cm}$. Se sua diagonal maior tem o dobro da medida da menor, então sua área, em cm^2, é

(a) 35.
(b) 30.
(c) 25.
(d) 20.

(EEAR-2009) QUESTÃO 116

A área de um setor circular de $30°$ e raio $6\,\text{cm}$, em cm^2, é, aproximadamente,

(a) $7,48$.
(b) $7,65$.
(c) $8,34$.
(d) $9,42$.

(EEAR-2010) QUESTÃO 117

Um setor circular, cujo arco mede 15cm, tem 30cm^2 de área. A medida do raio desse setor, em cm, é

(a) 4.
(b) 6.
(c) 8.
(d) 10.

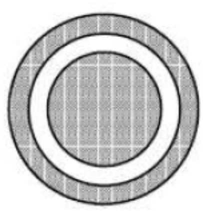
(EEAR-2010) QUESTÃO 118

Seja um retângulo de comprimento c e largura ℓ. Aumentando-se o comprimento em $\frac{1}{10}$ do seu valor, para que a área não se altere, a sua largura deverá ser igual a

(a) $\frac{1}{10}\ell$
(b) $\frac{10}{11}\ell$
(c) $\frac{9}{11}\ell$
(d) $\frac{9}{10}\ell$

(EEAR-2011) QUESTÃO 119

Considere a figura composta de três círculos concêntricos de raios medindo, respectivamente, 5cm, 4cm e 3cm.

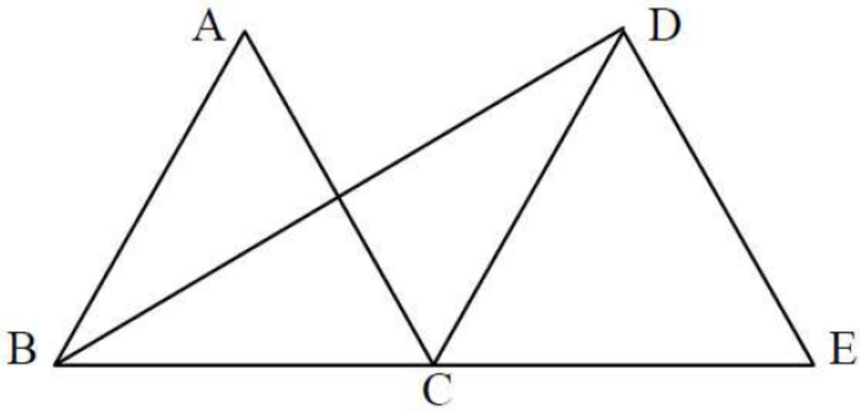


A área, em cm^2, da parte hachurada é

(a) 9π.
(b) 16π.
(c) 18π.
(d) 24π.

(EEAR-2011) QUESTÃO 120

Na figura, $\overline{BC}$ e $\overline{CE}$ são segmentos colineares de 4 cm cada um.



Se os triângulos ABC e DCE são equiláteros, a área do triângulo BDE é

(a) $4\sqrt{3}$
(b) $6\sqrt{3}$
(c) $8\sqrt{3}$
(d) $10\sqrt{3}$

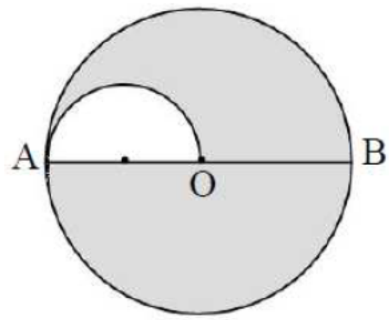
(EEAR-2011) QUESTÃO 121

Os números que expressam as medidas, em cm ou em cm^2, do lado, da superfície e do perímetro de um quadrado, dados nessa ordem, formam uma PA. O lado desse quadrado, em cm, mede

(a) $\frac{5}{2}$
(b) $\frac{5}{3}$
(c) $\frac{3}{4}$
(d) $\frac{3}{2}$

(EEAR-2013) QUESTÃO 122

Na figura, AB 8 cm é o diâmetro do círculo de centro O e AO é o diâmetro do semicírculo.

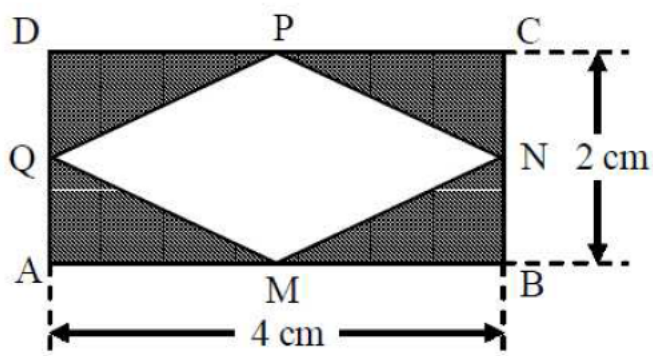


Assim, a área sombreada dessa figura é ____ πcm^2.

(a) 14
(b) 13
(c) 11
(d) 10

(EEAR-2013) QUESTÃO 123

Considere o retângulo $ABCD$, e os pontos médios dos seus lados M, N, P e Q.



Unindo esses pontos médios, conforme a figura, pode-se concluir que a área hachurada, em cm^2, é

(a) 8
(b) 4
(c) $4\sqrt{2}$
(d) $2\sqrt{2}$

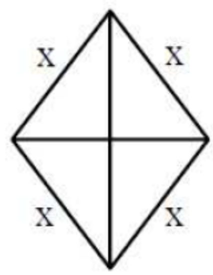
(EEAR-2014) QUESTÃO 124

Em uma circunferência de raio r 6cm, a área de um setor circular de $30°$ é ____ π cm^2.

(a) 3
(b) 4
(c) 5
(d) 6

(EEAR-2014) QUESTÃO 125

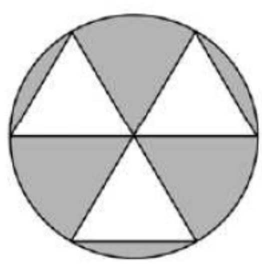
A área de um losango é $24\,\text{cm}^2$. Se uma das diagonais desse losango mede $6\,\text{cm}$, o lado dele, em cm, mede



(a) 4.
(b) 5.
(c) 6.
(d) 7.

(EEAR-2014) QUESTÃO 126

A figura é formada por um círculo de raio $R \quad 4\,\text{cm}$ e três triângulos equiláteros de lados congruentes ao raio do círculo.



Os triângulos têm apenas um ponto de intersecção entre si e dois vértices na circunferência. A área hachurada, em cm^2, é

(a) $6\pi - 12\sqrt{3}$
(b) $16\pi - 6\sqrt{3}$

(c) $12\pi - 8\sqrt{3}$
(d) $16\pi - 12\sqrt{3}$

(EEAR-2015) QUESTÃO 127

Um triângulo isósceles de base 10cm e perímetro 36cm tem ____ cm^2 de área.

(a) 75
(b) 72
(c) 60
(d) 58

(EEAR-2015) QUESTÃO 128

Em um pedaço de papel de formato quadrado foi desenhado um círculo de raio 10cm. Se o papel tem 20cm de lado e considerando $\pi \quad 3,14$, a área do papel, em cm^2, não ocupada pelo círculo é igual a

(a) $82.$
(b) $86.$
(c) $92.$
(d) $96.$

(EEAR-2015) QUESTÃO 129

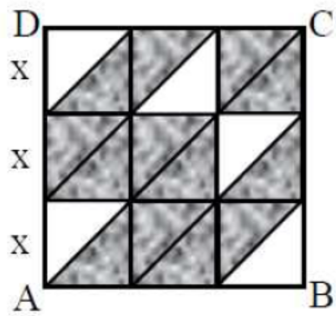
Considere um quadrado de diagonal $5\sqrt{2}\text{m}$ e um losango de diagonais 6m e 4m. Assim, a razão entre as áreas do quadrado e do losango é aproximadamente igual a

(a) $3,5.$
(b) $3,0.$
(c) $2,5.$
(d) $2,1.$

(EEAR-2015) QUESTÃO 130

Na figura, $ABCD$ é um quadrado formado por pequenos quadrados de lado x divididos por uma de suas diagonais.

Assim, a área sombreada, em função de x é



(a) $\dfrac{15x^2}{2}$
(b) $\dfrac{13x^2}{2}$
(c) $5,5x^2$
(d) $3,5x^2$

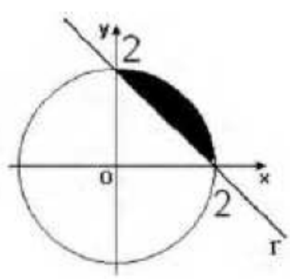
(EEAR-2016) QUESTÃO 131

O lado, o perímetro e a área de um triângulo equilátero, nesta ordem, são termos de uma Progressão Geométrica. Assim, a medida da altura desse triângulo equilátero é ____ unidades de comprimento.

(a) $12\sqrt{3}$
(b) $6\sqrt{3}$
(c) 3
(d) 18

(EEAR-2016) QUESTÃO 132

A figura abaixo ilustra um círculo com centro em O, origem do plano cartesiano, e uma reta r.



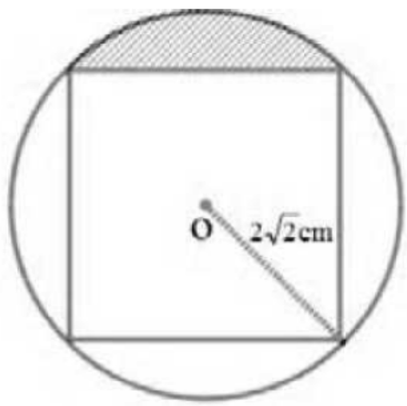
Considerando tal figura, a área da região sombreada corresponde a

(a) $2\pi - 4$

(b) $2\pi - 2$
(c) $\pi - 4$
(d) $\pi - 2$

(EEAR-2016) QUESTÃO 133

A figura abaixo apresenta um quadrado inscrito em um círculo de raio $2\sqrt{2}$cm e centro O.

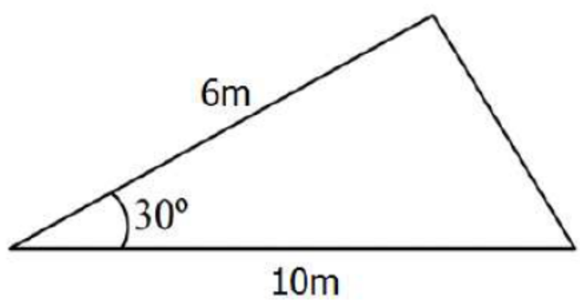


Considerando π 3, a área da região hachurada é igual a ____ cm^2.

(a) 2
(b) 8
(c) 16
(d) 24

(EEAR-2016) QUESTÃO 134

Assinale a alternativa que representa, corretamente, a área do triângulo esboçado na figura abaixo.

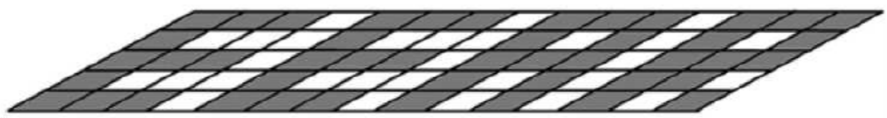


(a) $15\,m^2$
(b) $30\sqrt{2}\,m^2$
(c) $15\sqrt{3}\,m^2$

(d) $30\sqrt{3}\,m^2$

(EEAR-2017) QUESTÃO 135

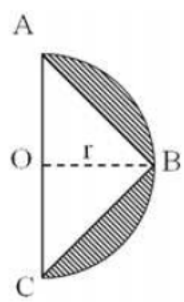
A malha da figura abaixo é formada por losangos cujas diagonais medem $0,50$ cm e $2,00$ cm. A área hachurada é de ____ cm^2.



(a) 20
(b) 22
(c) 23
(d) 25

(EEAR-2017) QUESTÃO 136

Na figura, O é o centro do semicírculo de raio r $\quad 2$cm.

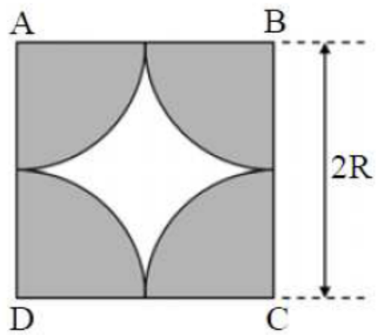


Se A, B e C são pontos do semicírculo e vértices do triângulo isósceles, a área hachurada é ____ cmq. (Use π $\quad 3,14$)

(a) $2,26$
(b) $2,28$
(c) $7,54$
(d) $7,56$

(EEAR-2018) QUESTÃO 137

Na figura, os arcos que limitam a região sombreada são arcos de circunferências de raio R e centrados nos vértices do quadrado $ABCD$. Se o lado do quadrado mede $2R$ e considerando π $\quad 3$, então a razão entre a área sombreada e a área branca é



(a) $\frac{1}{2}$
(b) $\frac{1}{3}$
(c) 2
(d) 3

(EEAR-2019) QUESTÃO 138

A área de um hexágono regular inscrito em um círculo de $\sqrt{6}$cm de raio é ____ $\sqrt{3}$cm^2.

(a) 6
(b) 9
(c) 12
(d) 15

(EEAR-2019) QUESTÃO 139

Um trapézio tem 12cm de base média e 7cm de altura. A área desse quadrilátero é ____ cm^2.

(a) 13
(b) 19
(c) 44
(d) 84

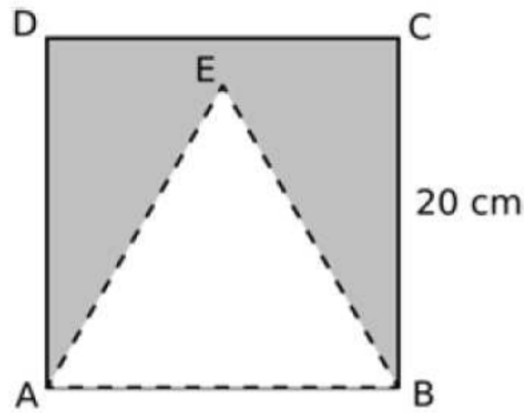
(EEAR-2019) QUESTÃO 140

O piso de uma sala foi revestido completamente com 300 placas quadradas justapostas, de 20cm de lado. Considerando que todas as placas utilizadas não foram cortadas e que não há espaço entre elas, a área da sala, em metros quadrados, é

(a) 120
(b) 80
(c) 12
(d) 8

(EEAR-2019) QUESTÃO 141

Uma "bandeirinha de festa junina" foi feita recortando o triângulo equilátero ABE do quadrado $ABCD$, de $20\,\text{cm}$ de lado, conforme a figura.

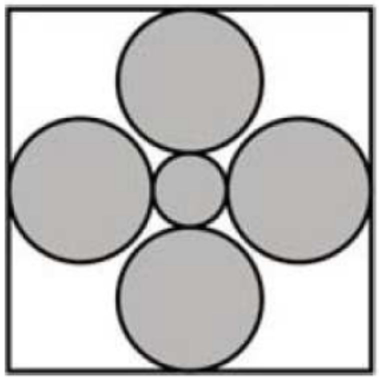


Considerando $\sqrt{3} \approx 1,7$, essa bandeirinha tem uma área de ____ cm^2.

(a) 180
(b) 190
(c) 210
(d) 230

(EEAR-2019) QUESTÃO 142

A figura mostra um quadro que possui quatro círculos de raio R e um de raio r, ambos medidos em cm.



Considerando que os círculos não são secantes entre si, que $r \quad \frac{R}{2}$ e $4R + 2r \quad 30\,\text{cm}$, a área que os círculos ocupam é ____$\pi\,\text{cm}^2$.

(a) 120
(b) 138
(c) 150
(d) 153

2.5– GABARITO

Q. 1: C
Q. 2: A
Q. 3: C
Q. 4: B
Q. 5: D
Q. 6: C
Q. 7: E
Q. 8: E
Q. 9: D
Q. 10: E
Q. 11: D
Q. 12: C
Q. 13: C
Q. 14: B
Q. 15: A
Q. 16: B
Q. 17: E
Q. 18: D
Q. 19: C
Q. 20: D
Q. 21: E
Q. 22: D
Q. 23: A
Q. 24: E
Q. 25: D
Q. 26: E
Q. 27: A
Q. 28: C
Q. 29: B
Q. 30: B
Q. 31: E
Q. 32: D
Q. 33: D
Q. 34: B
Q. 35: B
Q. 36: C
Q. 37: E
Q. 38: B
Q. 39: C
Q. 40: B
Q. 41: B
Q. 42: A
Q. 43: A
Q. 44: A
Q. 45: B
Q. 46: C
Q. 47: A
Q. 48: B
Q. 49: B
Q. 50: E
Q. 51: D
Q. 52: B
Q. 53: D
Q. 54: B
Q. 55: B
Q. 56: C
Q. 57: A
Q. 58: B
Q. 59: B
Q. 60: E
Q. 61: D
Q. 62: A
Q. 63: E
Q. 64: C
Q. 65: C
Q. 66: A
Q. 67: A
Q. 68: A
Q. 69: A
Q. 70: A
Q. 71: C
Q. 72: A
Q. 73: C
Q. 74: B
Q. 75: B
Q. 76: B
Q. 77: C
Q. 78: B
Q. 79: D
Q. 80: D
Q. 81: A
Q. 82: B
Q. 83: D
Q. 84: C
Q. 85: A
Q. 86: C
Q. 87: B
Q. 88: B
Q. 89: B
Q. 90: B
Q. 91: C
Q. 92: C
Q. 93: B
Q. 94: C
Q. 95: C
Q. 96: D
Q. 97: A
Q. 98: D
Q. 99: B
Q. 100: C
Q. 101: B
Q. 102: D
Q. 103: A
Q. 104: A
Q. 105: C
Q. 106: A
Q. 107: A
Q. 108: A
Q. 109: C
Q. 110: B
Q. 111: C
Q. 112: B
Q. 113: C
Q. 114: B
Q. 115: D
Q. 116: D
Q. 117: A
Q. 118: B
Q. 119: C
Q. 120: C
Q. 121: A
Q. 122: A
Q. 123: B
Q. 124: A
Q. 125: B
Q. 126: D
Q. 127: C
Q. 128: B
Q. 129: D
Q. 130: B
Q. 131: D
Q. 132: D
Q. 133: A
Q. 134: A
Q. 135: C
Q. 136: B
Q. 137: D
Q. 138: B
Q. 139: D
Q. 140: C
Q. 141: D
Q. 142: D