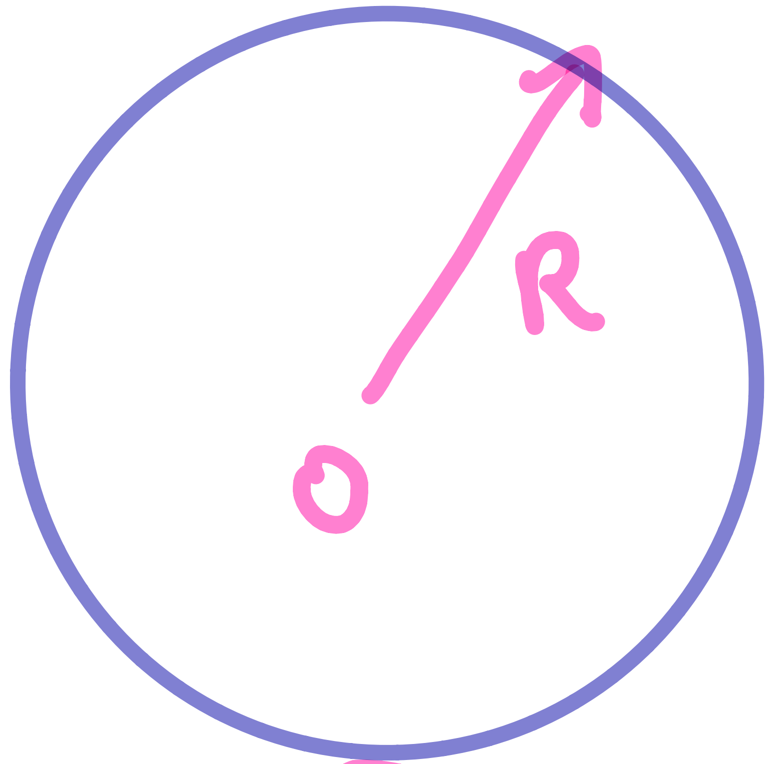
Área do círculo (e suas partes)

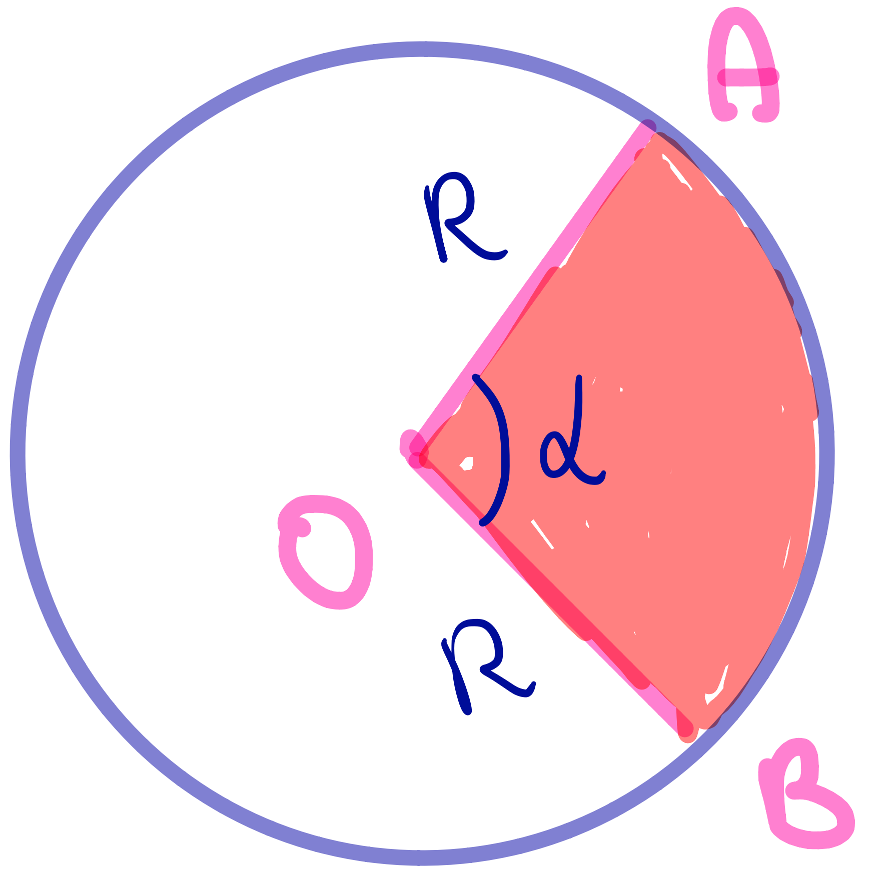


$$\boxed{A = \pi R^2} \text{ (área)}$$

$$\boxed{C = 2\pi R} \text{ (comprimento ou perímetro)}$$

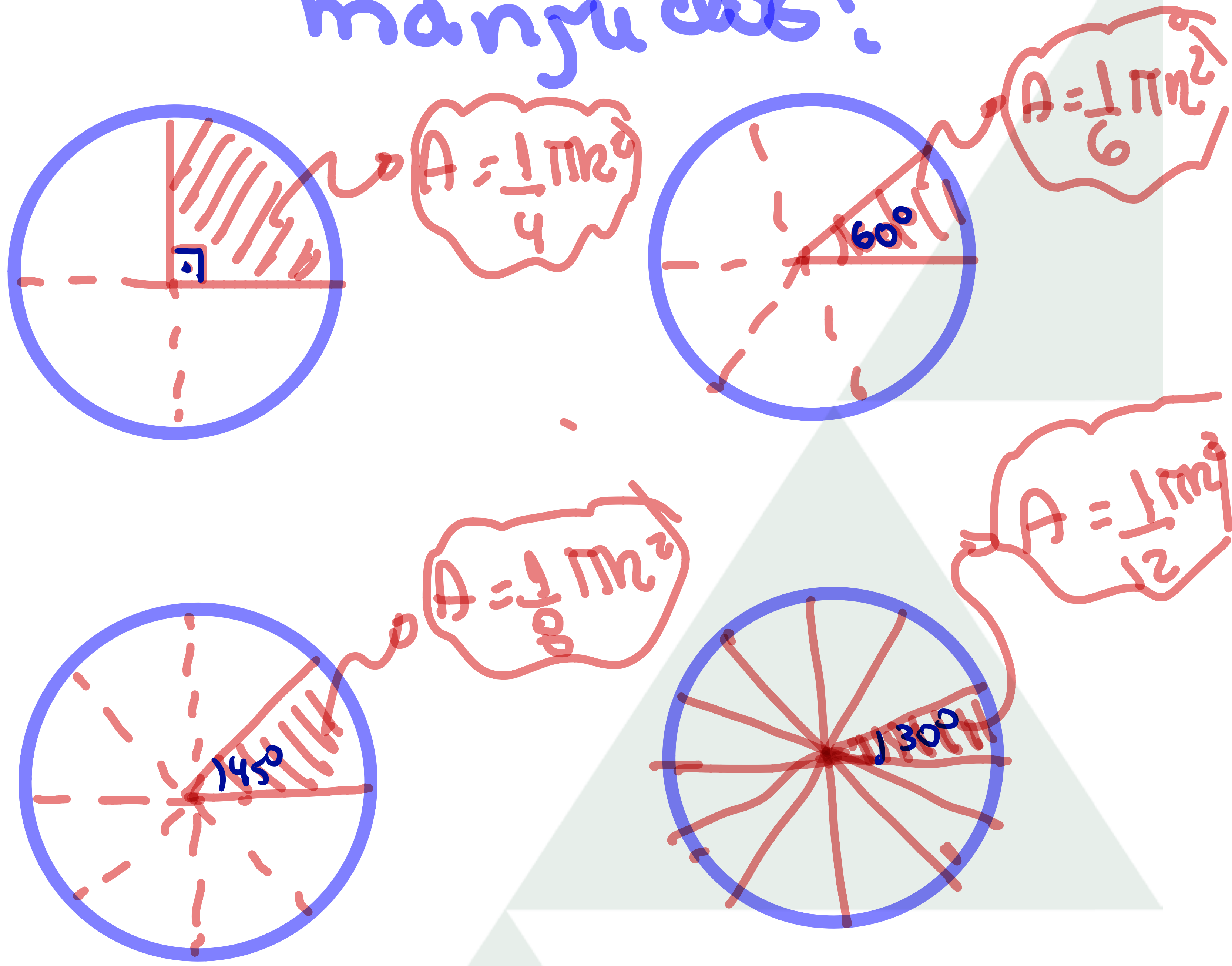
- $\boxed{\text{Setor circular}}$

(Fatia da pizza)



$$A_{\text{setor circular}} = \frac{\alpha \cdot \pi R^2}{360^\circ}$$

OBS: Setores circulares manjados!



Reguinha de 3!

360° — πR^2

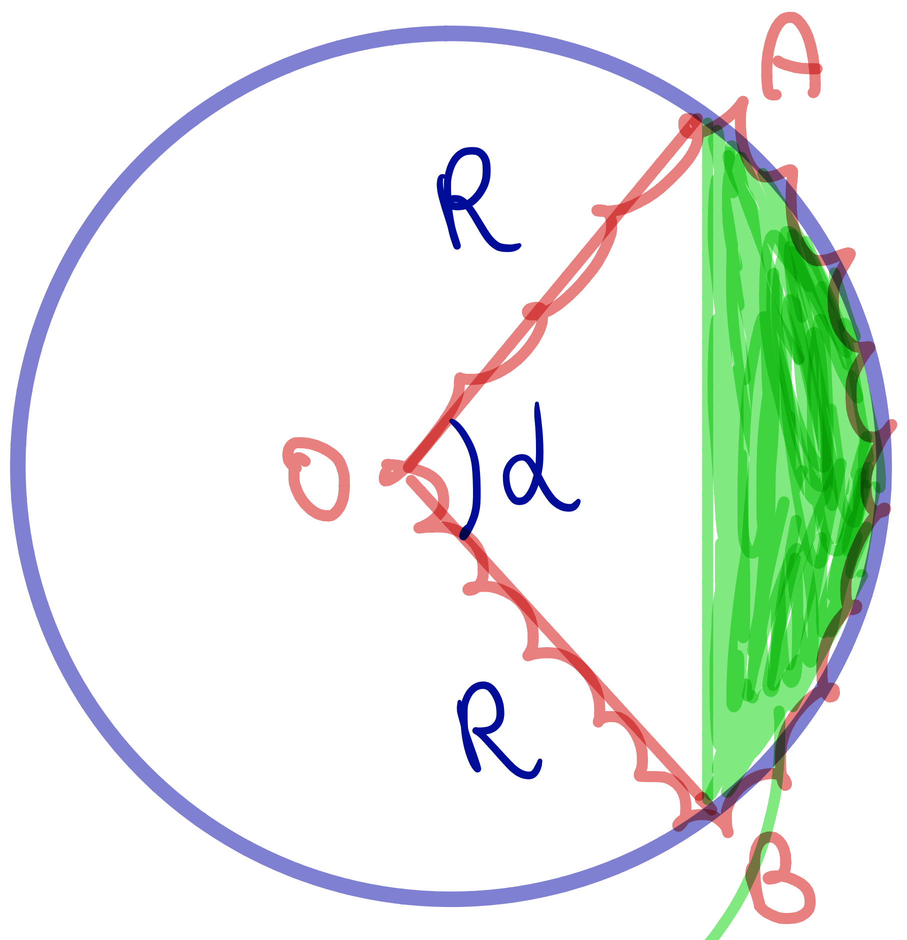
α — $A = ?$

$360^\circ \cdot A = \alpha \cdot \pi R^2$

$$A = \frac{\alpha \cdot \pi R^2}{360^\circ}$$

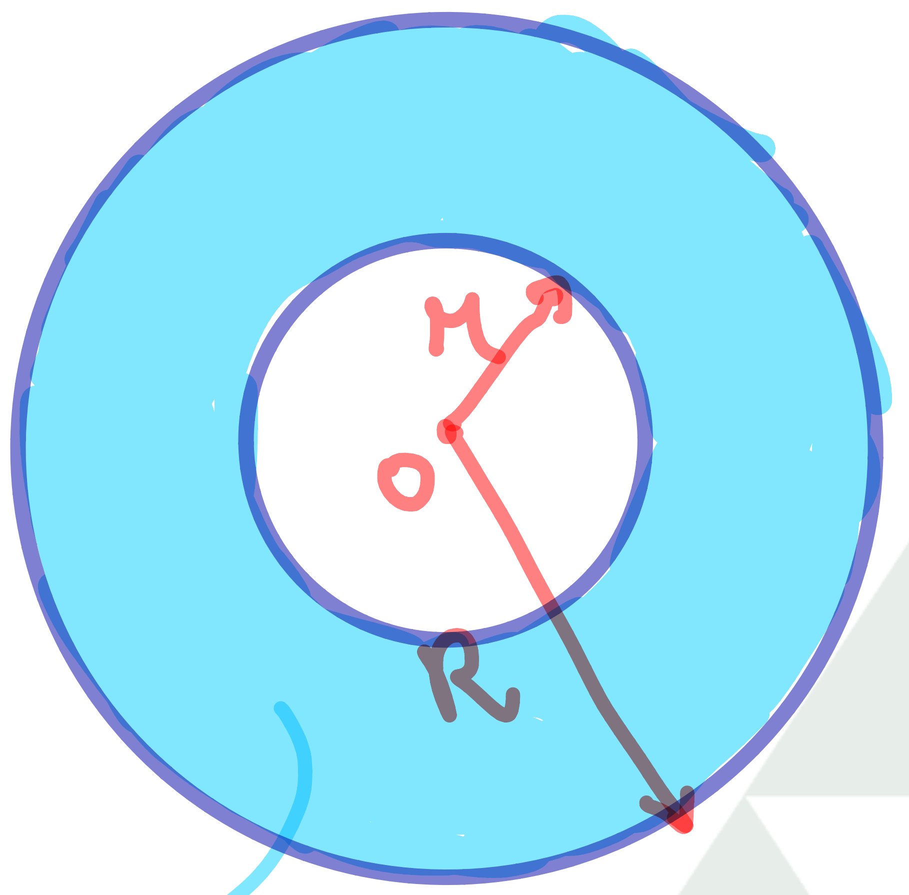
MESTRES DA MATEMÁTICA

- Segmento circular



$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{setor } OAB} - A_{\Delta OAB}$$

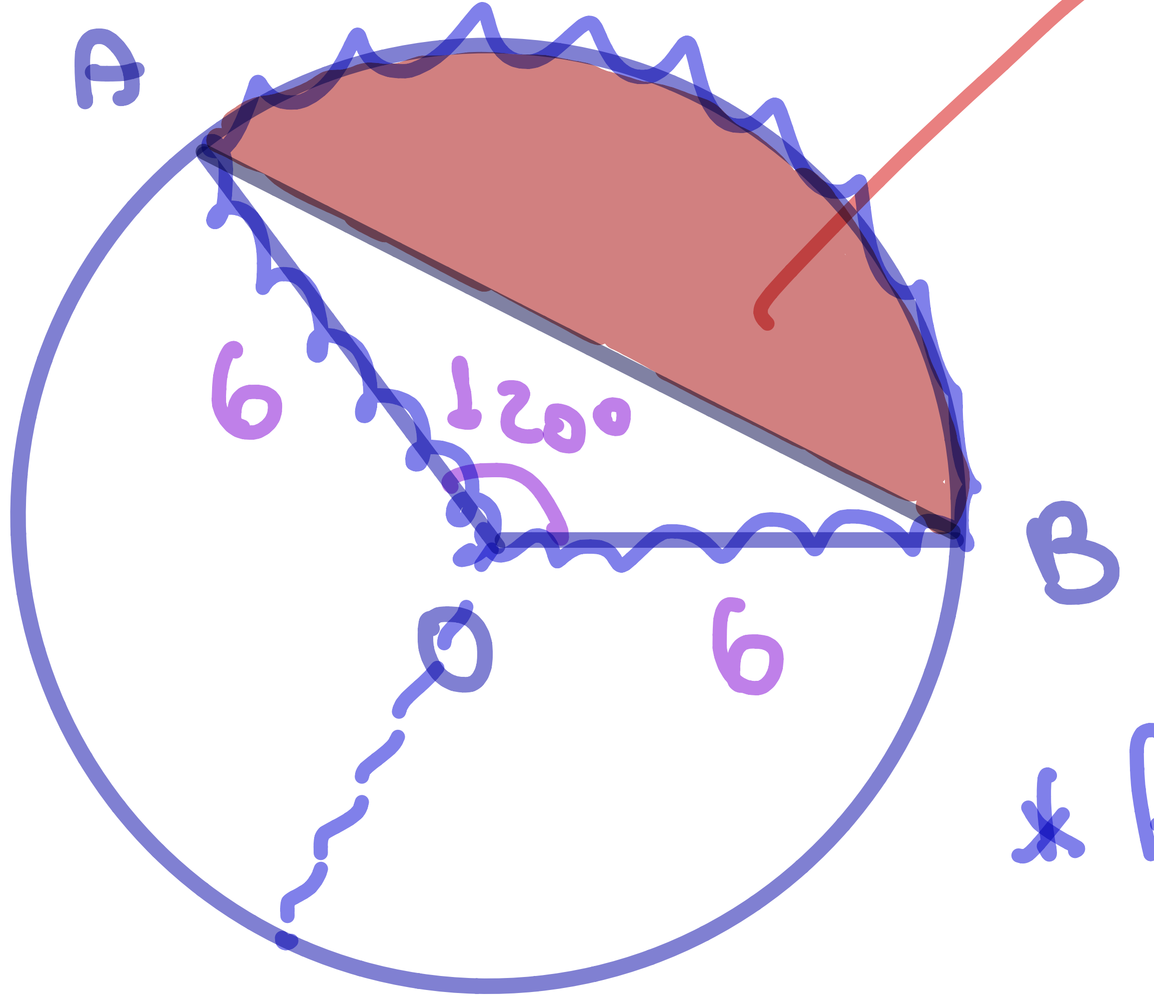
- Coroa circular



$$A_{\text{coroa circular}} = \pi R^2 - \pi r^2$$

Exemplo 1) Determine as áreas sombreadas (ou hachuradas) das figuras abaixo:

a) $R = 6cm$; $A\hat{O}B = 120°$



$$A_{somb} = ?$$

$$A_{somb} = \underbrace{A_{setor\,OAB}}_{*} - \underbrace{A_{\Delta\,OAB}}_{**}$$

$$A_{somb} = 12\pi - 9\sqrt{3}$$

$$A_{somb} = 3(4\pi - 3\sqrt{3})\,cm^2$$

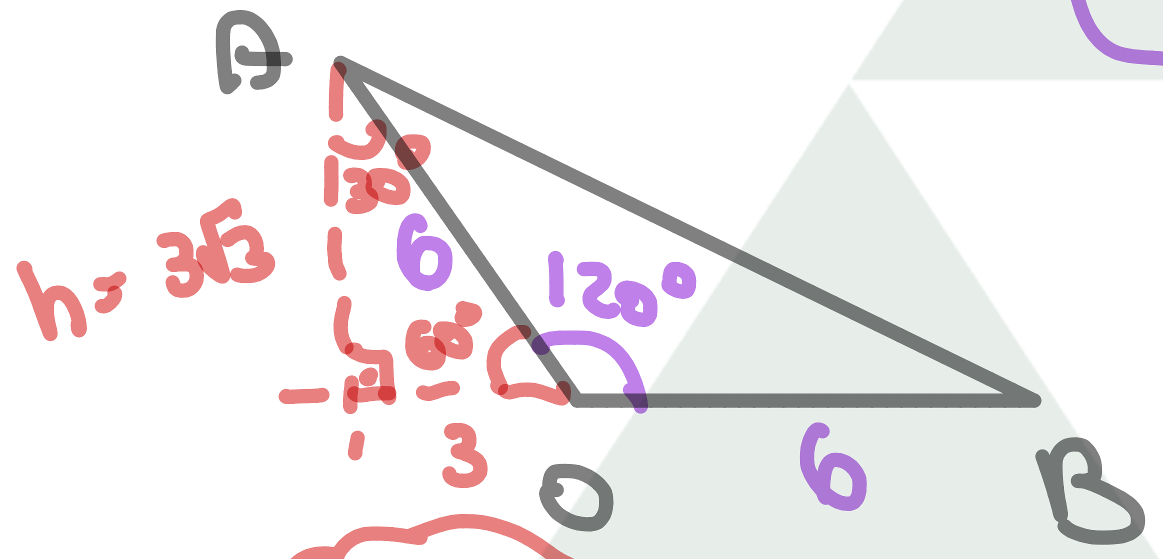
$*$ $A_{setor} = ?$

$$A = \frac{1}{3}\pi R^2$$

$$A = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2$$

$$A = 12\pi\,cm^2$$

$**$ $A_\Delta = ?$



$$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\,cm^2$$

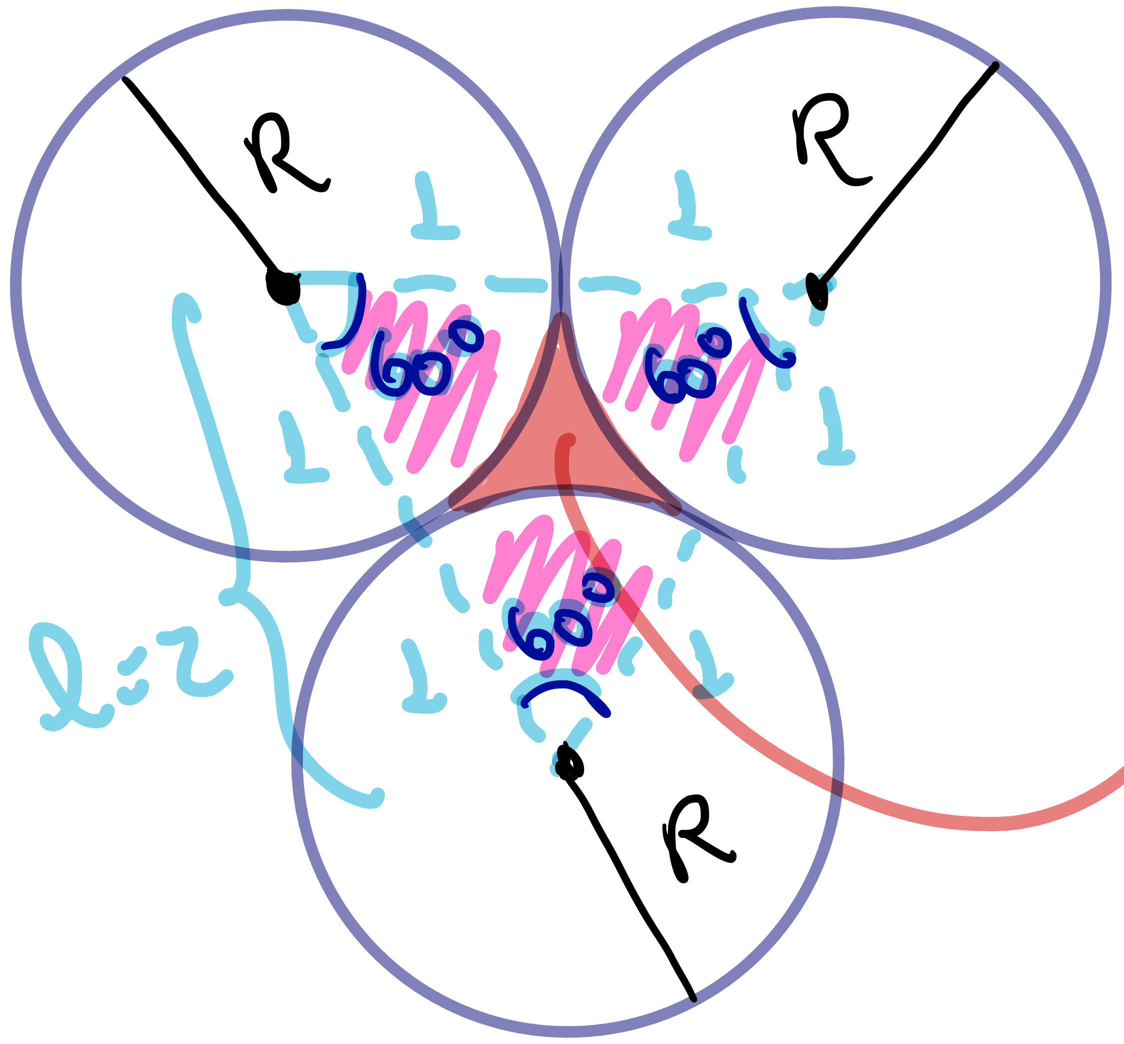
$$A_\Delta = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen} \alpha$$

$$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \operatorname{sen} 120°$$

$$A_\Delta = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_\Delta = 9\sqrt{3}\,cm^2$$

b) $R = 1\,cm$



$A_{somb} = ?$

$A = {}^{*}A_{\Delta\, equilátero} - {}^{**}3\,A_{setor\ de\ 60°}$

$A = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) cm^2$ //

$* \; A_\Delta = ?$

$A_\Delta = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

$A_\Delta = \frac{\cancel{2^2}\sqrt{3}}{\cancel{4}}$

$A_\Delta = \sqrt{3}\,cm^2$ //

$h_\Delta = \frac{l\sqrt{3}}{2}$

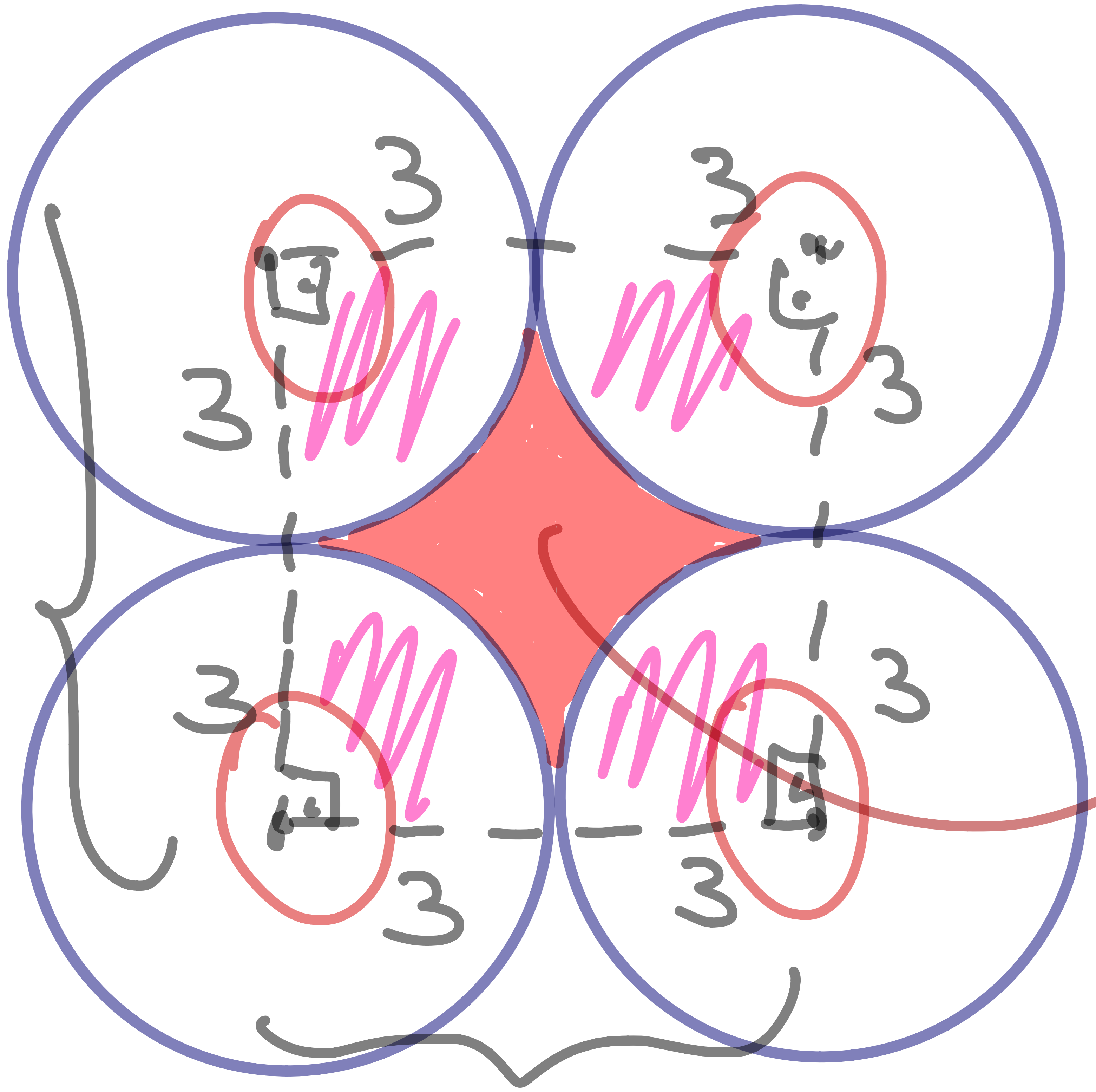
$** \; A_{3\,setores} = ?$

$A = \cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{6}_{2}} \pi R^2$

$A = \frac{\pi R^2}{2}$

$A = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}\,cm^2$ //

c) $R = 3cm$



$A_{somb} = A_\square - A_{4\,setores}$

$= \ell^2 - \pi r^2$

$= 6^2 - \pi \cdot 3^2$

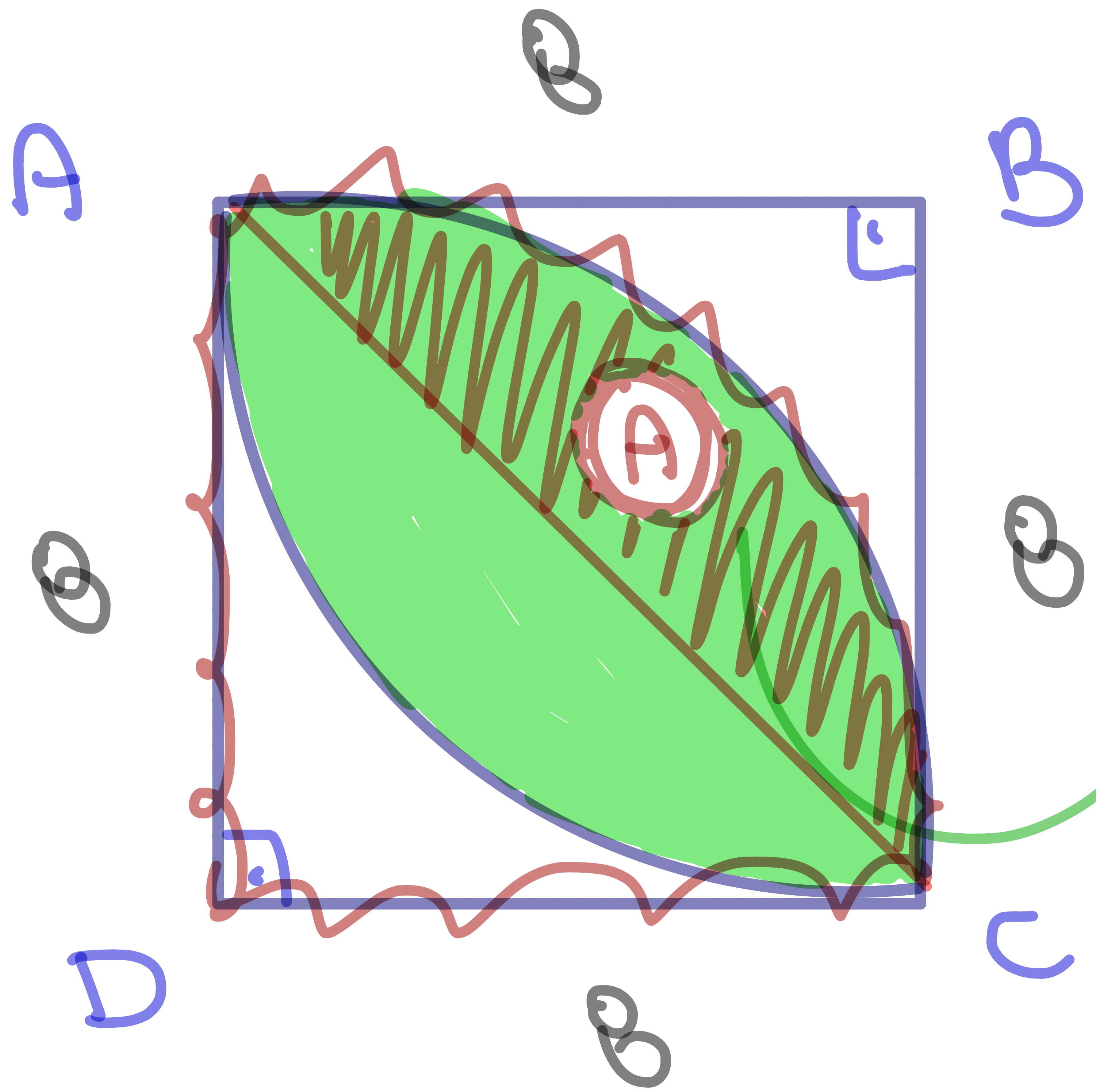
$= 36 - 9\pi$

$= 9(4 - \pi)\,cm^2$

πr^2

$\cancel{4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} \pi r^2$

d) $l_{\square} = 8cm$



$A_{somb} = ?$

$A_{somb} = 2 \cdot A$

$A_{somb} = 2 \cdot (16\pi - 32)$

$A_s = (32\pi - 64)\,cm^2$

$A_s = 32(\pi - 2)\,cm^2$

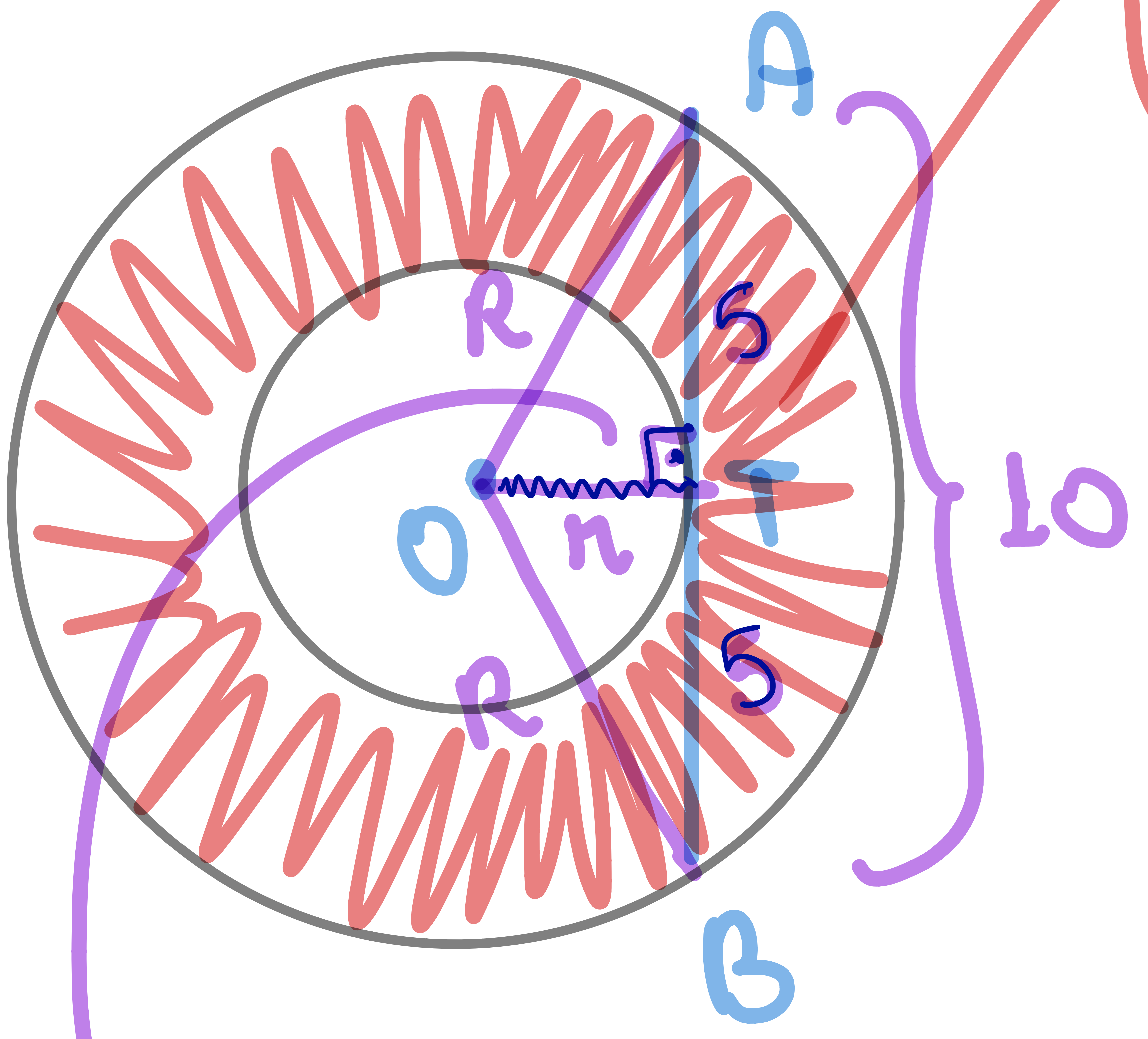
$* \; A = A_{setor\,DAC} - A_{DAC}$

$A = \frac{1}{4}\pi R^2 - \frac{cat \cdot cat}{2}$

$A = \frac{1}{\cancel{4}}\pi \cdot \cancel{8^2}^{\,16} - \frac{8 \cdot 8}{2}$

$A = (16\pi - 32)\,cm^2$

e) $AB = 10cm$



$A_{coroa} = ?$

$$A_{coroa} = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$= \pi(\underbrace{R^2 - r^2})$$

$$= \pi \cdot 25$$

$$= 25\pi \, cm^2$$

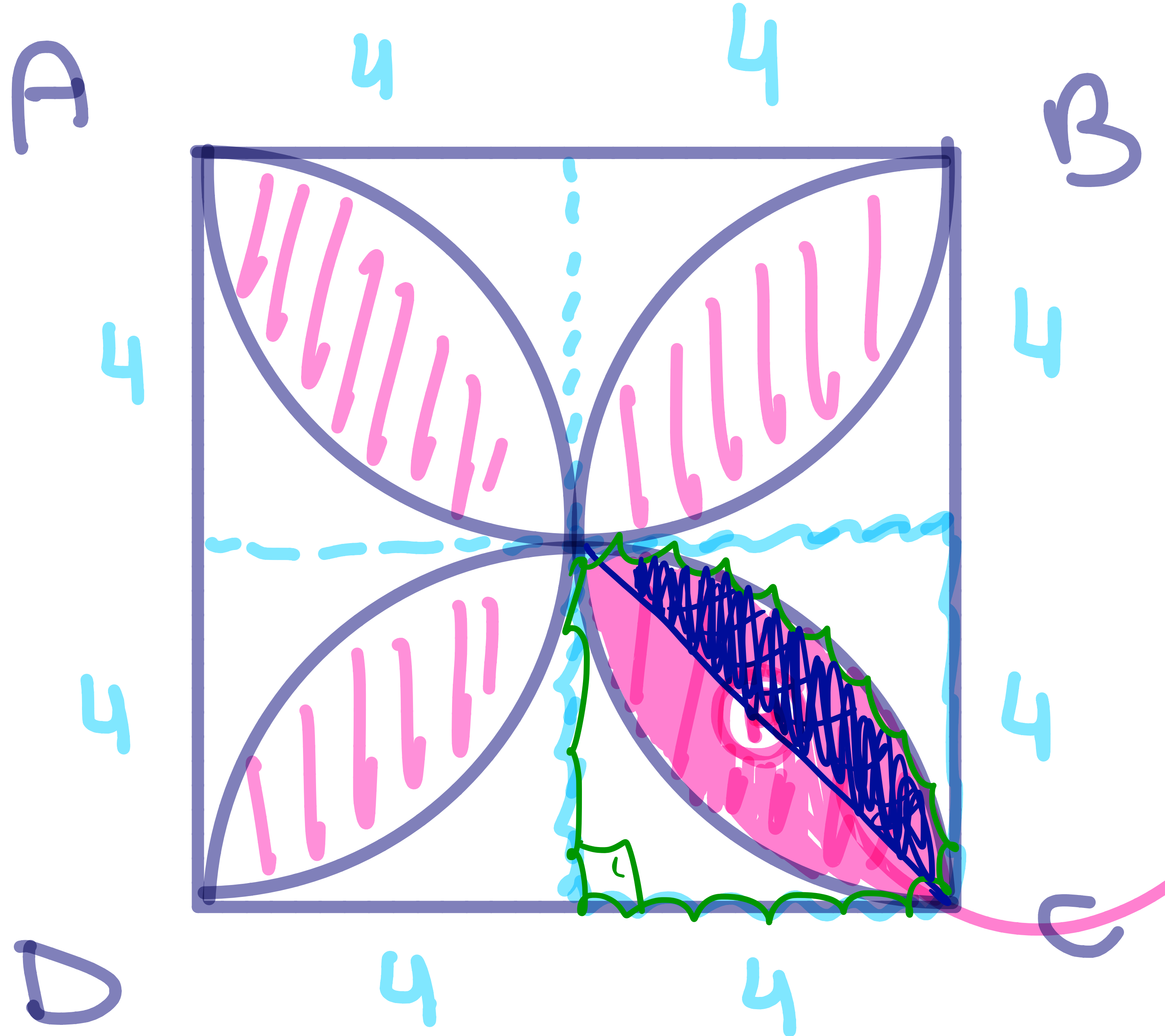
(Pit.)

$$R^2 = r^2 + 5^2$$

$$R^2 = r^2 + 25 \Rightarrow R^2 - r^2 = 25$$

f)

$l_{\square} = 8\,cm$



$A = ? \Rightarrow A = 2 \cdot A_{AZUL}$

$A = 2 \cdot (4\pi - 8)$

$A = 8\pi - 16$

$* \; A_{AZUL} = ?$

$\boxed{A_{AZUL} = A_{setor} - A_{\Delta}}$

$A_{AZUL} = \frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{cat \cdot cat}{2}$

$A_{AZUL} = \frac{1}{\cancel{4}}\pi \cdot \cancel{4}^2 - \frac{4 \cdot 4}{2}$

$\boxed{A_{AZUL} = 4\pi - 8}$

R: $A_{flor} = 4 \cdot A_{pétala}$

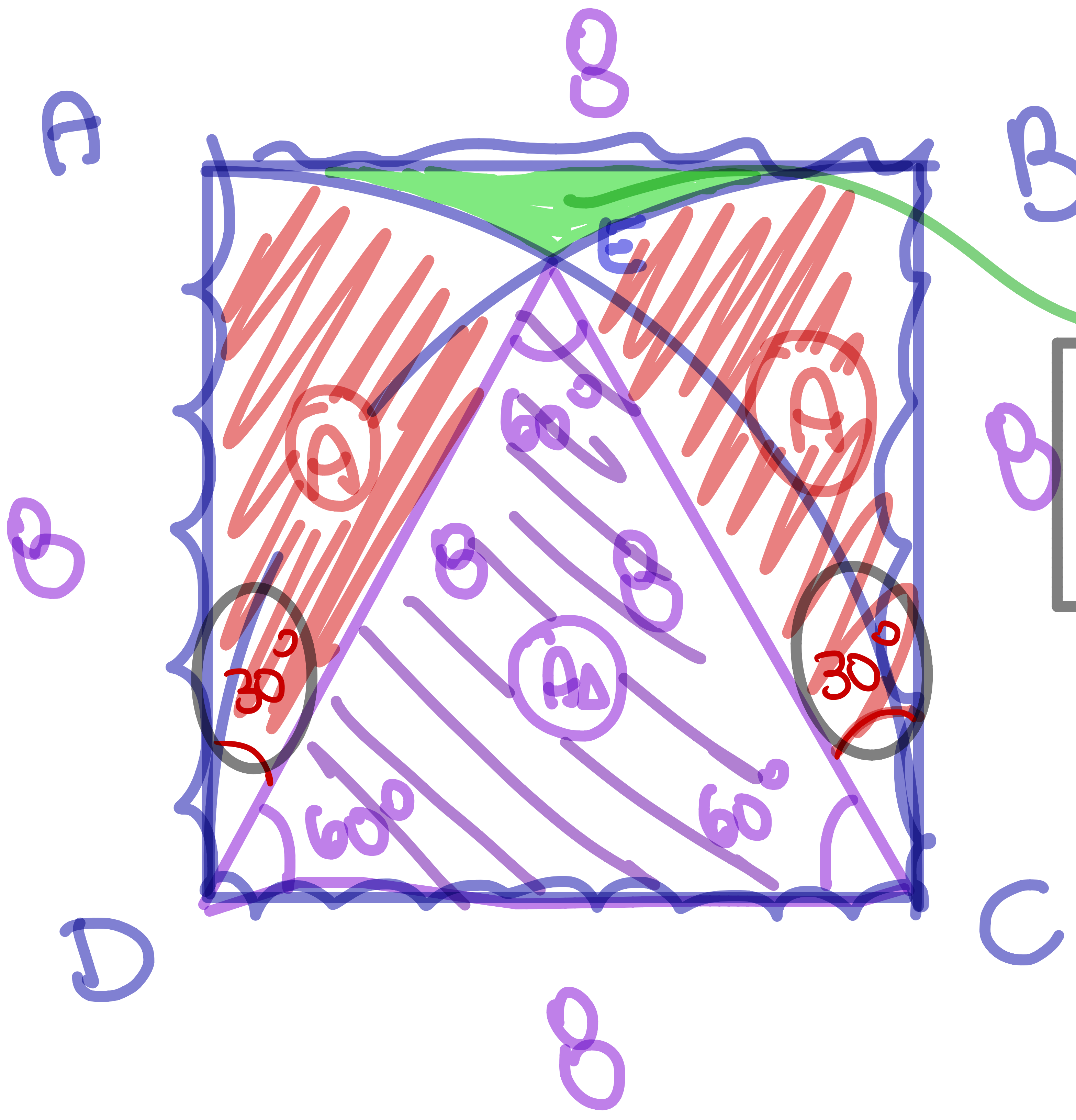
$= 4(8\pi - 16)$

$= (32\pi - 64)\,cm^2$ //

g)

$\ell_{\square} = 8cm$

(ENEM 2009) Trash...



$\rightarrow$ Asomb = ?

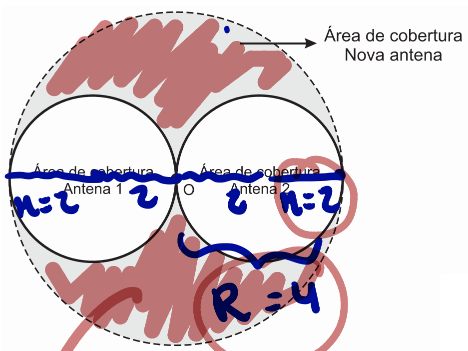
$$\boxed{A_{somb} = A_{\square ABCD} - A_{\substack{2\text{ setores}\\ \text{de } 30°}} - A_\Delta}$$

$$= \ell^2 - \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{12}\,6} \pi r^2 - \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

$$= 8^2 - \frac{\pi \cdot \cancel{8^2}\,32}{\cancel{6}\,3} - \frac{\cancel{8^2}\,16\sqrt{3}}{\cancel{4}}$$

$$= \left(64 - \frac{32\pi}{3} - 16\sqrt{3}\right) cm^2$$

14) Enem 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores. Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

a) 8π
b) 12π
c) 16π
d) 32π
e) 64π

$A = A_{\text{circ maior}} - A_{\text{2 círculos menores}}$

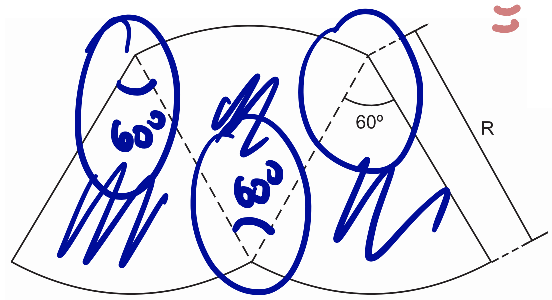
$= \pi R^2 - 2\pi r^2$

$= \pi \cdot 4^2 - 2\pi \cdot 2^2$

$= 16\pi - 8\pi$

$= 8\pi \text{ Km}^2$

15) (Enem 2015) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60º. O raio R deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões $\boxed{50 \text{ m x } 24 \text{ m.}}$

O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente. Considere 3,0 como aproximação para π. O maior valor possível para R, em metros, deverá ser

a) 16
b) 28
c) 29
d) 31
e) 49

$A_{pisc} < A_{atual}$

$3 \cdot \frac{1}{6}\pi R^2 < 50 \times 24$

$\frac{\pi R^2}{2} < 50 \times 24$

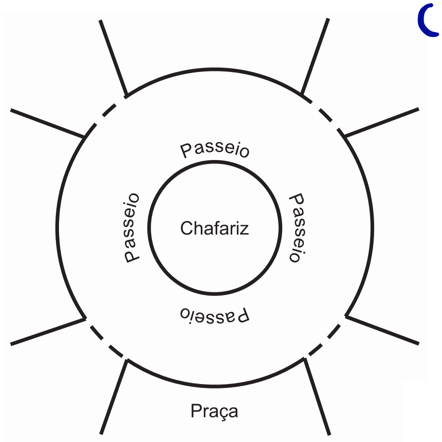
$R^2 < 50 \times 16$

$\boxed{R^2 < 800}$

$28^2 = 784$

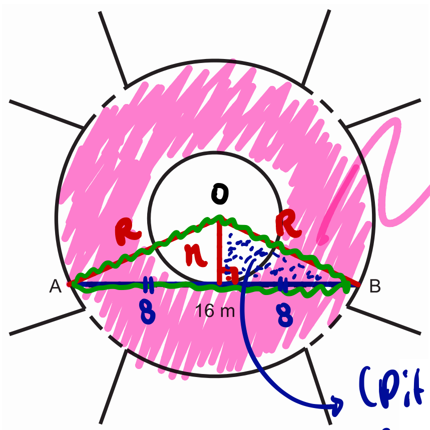
28) (Enem 2018) A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.

(mesmo centro!)



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura.

Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB = 16 m.



$A = \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(\underbrace{R^2 - r^2}_{64})$

$= 64\pi\, m^2$

(pit.)

$R^2 = r^2 + 8^2$

$R^2 = r^2 + 64$

$\boxed{R^2 - r^2 = 64}$

Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

A medida encontrada pelo engenheiro foi

a) 4π
b) 8π
c) 48π
d) 64π
e) 192π