CONJUNTO DOS DIVISORES NATURAIS DE UM NÚMERO

Decompomos um número em fatores primos, traçamos outra reta vertical à direita da decomposição. Acima e à direita do novo traço, escrevemos o número um. Multiplicamos cada um dos fatores da decomposição, pelo número um e pelos seus sucessivos resultados, não repetindo os resultados iguais.

Exemplo:

		1
84	2	2
42	2	4
21	3	3 – 6 – 12
7	7	7 – 14 – 28 – 21 – 42 – 84
1		

D(84) = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84}

Cálculo Do Número De Divisores Naturais

O total de divisores é igual ao produto das somas dos expoentes de cada um dos fatores primos da decomposição com a unidade.

Exemplo:

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Quantidade de divisores naturais:

(3 + 1) x (2 + 1) x (1 + 1) =

= 4 x 3 x 2 =

= 24

Cálculo Dos Divisores Ímpares Naturais

A quantidade de divisores ímpares naturais de um número é dada, exclusivamente, pelo produto entre os consecutivos dos expoentes de seus fatores primos ímpares.

Quantos são os divisores ímpares naturais de 360	
Decomposição em fatores primos	$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
Expoentes dos Fatores primos ímpares	2 e 1
Consecutivos dos Expoentes	2 + 1 = 3 e 1 + 1 = 2
Produto entre os consecutivos	3 x 2 = 6
O Número 540 possui 6 divisores ímpares naturais	

Quantos são os divisores ímpares naturais de 6300	
Decomposição em fatores primos	$3150 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$
Expoentes dos Fatores primos ímpares	3, 1 e 1
Consecutivos dos Expoentes	3 + 1 = 4 , 1 + 1 = 2 e 1 + 1= 2
Produto entre os consecutivos	4 x 2 x 2 = 16
O Número 6300 possui 16 divisores ímpares naturais	

Cálculo Dos Divisores Pares Naturais

Lembremos que somente um número par terá divisores pares.

A quantidade de divisores pares de um número par é dado pelo produto entre o expoente do fator primo 2 e os consecutivos dos expoentes dos demais fatores primos.

Quantos são os divisores pares naturais de 360	
Decomposição em fatores primos	$360 = 2^3 \text{ X } 3^2 \text{ X } 5$
Expoente do fator primo 2	3
Expoentes dos Fatores primos ímpares	2 e 1
Consecutivos dos Expoentes	2 + 1 = 3 e 1 + 1 = 2
Produto entre 3 (expoente do fator primo 2) e os consecutivos dos demais fatores primos	3 x 3 x 2 = 18
O Número 360 possui 18 divisores pares naturais	

Quantos são os divisores pares de 1680	
Decomposição em fatores primos	$1680 = 2^4 \text{ X } 3 \text{ X } 5 \text{ X } 7$
Expoente do fator primo 2	4
Expoentes dos Fatores primos ímpares	1, 1 e 1
Consecutivos dos Expoentes	1 + 1 = 2 , 1 + 1 = 2 e 1 + 1 = 2
Produto entre 2 (expoente do fator primo 2) e os consecutivos dos demais fatores primos	4 x 2 x 2 x 2 = 32
O Número 1680 possui 32 divisores pares	

Cálculo da Quantidade dos Múltiplos naturais de um número P Dentre os divisores naturais de um Número N

Observação: Esse cálculo somente terá sentido se p for divisor de N

1ºCaso: O número p é um fator primo de N

A quantidade de divisores múltiplos de um número p é dado pelo produto entre o expoente do fator primo p e os consecutivos dos expoentes dos demais fatores primos.

Quantos divisores de 2 880 são múltiplos de 5	
Decomposição em fatores primos	$1\ 440 = 2^5 \times 3^2 \times 5$
Expoente do fator primo 5	1
Expoentes dos demais fatores primos	5 e 2
Consecutivos dos Expoentes	5 + 1 = 6 , 2 + 1 = 3
Produto entre 1 (expoente do fator primo 5) e os consecutivos dos demais fatores primos	1 x 6 x 3 = 18
O número 1440 possui 18 divisores múltiplos de 5	

Quantos divisores de 720 são múltiplos de 3	
Decomposição em fatores primos	$1440 = 2^5 \times 3^2 \times 5$
Expoente do fator primo 3	2
Expoentes dos demais fatores primos	5 e 1
Consecutivos dos Expoentes	5 + 1 = 6 , 1 + 1 = 2
Produto entre 2 (expoente do fator primo 3) e os consecutivos dos demais fatores primos	2 x 6 x 2 = 24
O Número 1440 possui 24 divisores múltiplos de 3	

2º Caso: O número p é composto e é um produto de fatores primos de N

A quantidade de divisores múltiplos de um número composto p é dado pelo produto entre os consecutivos dos expoentes dos fatores primos restante.

Quantos divisores de 720 são múltiplos de 12	
Decomposição em fatores primos	$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$
Isolemos o produto 12	$(2^2 X 3) X 2^2 X 3 X 5$
Expoentes dos demais fatores primos	2, 1 e 1
Consecutivos dos Expoentes	2 + 1=3, 1 + 1=2 e 1 + 1=2
Produto entre os consecutivos	3 X 2 X 2= 12
O número 720 possui 12 divisores múltiplos de 12	

IPC: Uma regra prática e bastante útil nesse caso seria a de dividirmos o número N pelo número p e a quantidade de divisores desse quociente nos dará a quantidade de múltiplos de p dentre os divisores de N.**Exemplos:**

Quantos divisores de 720 são múltiplos de 12?

Vamos resolver pelo método prático, logo, teremos:

$\frac{720}{12} = 60$, agora, vamos determinar a quantidade de divisores de 60.

Como 60= 2^2.3.5, temos $(2+1).(1+1).(1+1) = 3.2.2 = 12\ divisores$

Conclusão o número 720 tem 12 divisores que são múltiplos de 12.

EXERCÍCIOS:

1)Quais são os divisores de :

a)20 b) 45 c) 72 d) 128

2) Quantos são os divisores de :

a)72 b)96 c)360 d)450 e)600

3) Quantos são os divisores pares de :

a)36 b)60 c)96 d)420 e)660

4) Quantos são os divisores ímpares de:

a)54 b)234 c)275 d)1428 e)7425

5) Dentre os divisores de 60, quantos são múltiplos de:

a) 2 b)3 c)15 d)6 e)20

6) Dentre os divisores de 120, quantos são múltiplos de:

a)8 b)10 c)12 d)15 e)30

7) Dentre os divisores de 180, quantos não terminam em 0 ?

8) Dentre os divisores de 90, quantos terminam em cinco?

9) (ITA – 2002/2003) O número de divisores positivos de 17640 que, por sua vez são divisíveis por 3 é:

a) 24 b) 36 c) 48 d) 54 e) 72

10) Determine o número que admite 6 divisores e cuja soma deles seja igual a 104.

11) (CN) - Sendo $\frac{N}{7^A}$ uma divisão que gera quociente exato, e N o produto dos 60 primeiros números naturais, a partir de 1, qual é o maior valor que pode assumir o expoente A ?

12) (EsPCEx - 2013) Se escolhermos, ao acaso, um elemento do conjunto dos divisores inteiros positivos do número 360, a probabilidade de esse elemento ser um número múltiplo de 12 é:

a) 1/2 b) 3/5 c) 1/3 d) 2/3 e) 3/8