$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

1. Calcule a distância entre os pontos A(1, 2) e B(5, 5).

$d_{AB} = \sqrt{(1-5)^2 + (2-5)^2}$

$d_{AB} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$

$d_{AB} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$

$\boxed{d_{AB} = 5}$

2. Calcule a distância entre P(0 , 1) e Q(6, -1).

$d_{PQ} = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}$

$d_{PQ} = \sqrt{(0-6)^2 + (1-(-1))^2}$

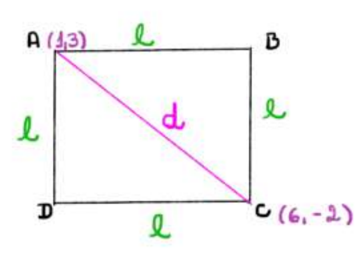
$d_{PQ} = \sqrt{(-6)^2 + 2^2}$

$d_{PQ} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \rightarrow \sqrt{4 \cdot 10}$

$\boxed{d_{PQ} = 2\sqrt{10}}$

Os pontos A(1, 3) e C(6, -2) são extremidades de uma diagonal de um quadrado. Calcule:

3. O lado do quadrado.



$d = \sqrt{(1-6)^2 + (3-(-2))^2}$

$d = \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$

$d = \sqrt{2 \cdot 25}$

$d = \sqrt{\ell^2 + \ell^2}$

$d = \sqrt{2\ell^2}$ → $\sqrt{2 \cdot \ell^2} = \sqrt{2 \cdot 25}$

$\ell^2 = 25$ → $\boxed{\ell = 5}$

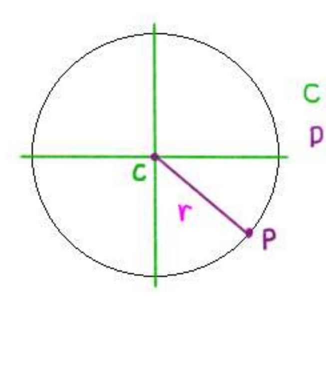
4. A área do quadrado.

$A = \ell \cdot \ell$

$A = 5 \cdot 5$

$\boxed{A = 25 \text{ u.a.}}$

5. Uma circunferência tem centro no ponto C(12, 30) e passa pelo ponto P(27, 18). Calcule o seu diâmetro.



C(12,30)
P(27,18)

$r = d_{CP} = \sqrt{(12-27)^2 + (30-18)^2}$

$r = \sqrt{(-15)^2 + (12)^2}$

$r = \sqrt{225 + 144}$

$r = 369$

diâmetro $= 2 \cdot r$

$d = 2 \cdot \sqrt{369}$

$\boxed{d = 6 \cdot \sqrt{41}}$

6. Obtenha no eixo *y* o ponto equidistante de A(-2, -2) e B(4, 0).

No eixo y: $C(0, y_C)$, $x = 0$

$d_{AC} = d_{BC}$

$\left(\sqrt{(-2-0)^2 + (-2-y_C)^2} = \sqrt{(4-0)^2 + (0-y_C)^2}\right)^2$

$(-2)^2 + (-2-y_C)^2 = 4^2 + (-y_C)^2$

$4 + 4 + 4y_C + \cancel{y_C^2} = 16 + \cancel{y_C^2}$

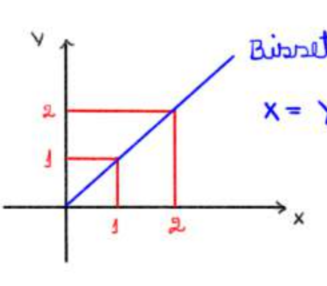
$4y_C = 16 - 8$

$y_C = \frac{8}{4}$

$y_C = 2$

$\boxed{C(0, 2)}$

7. Obtenha o ponto da bissetriz do 1º quadrante que equidista de P(0, 1) e Q(7, 0).



Bissetriz
$x = y = b$

$d_{BP} = d_{BQ}$

$(b-0)^2 + (b-1)^2 = (b-7)^2 + (b-0)^2$

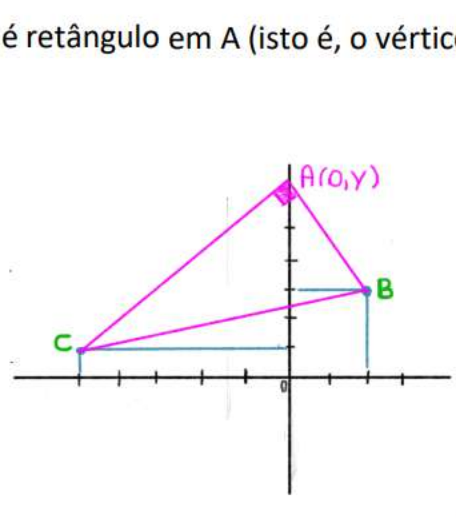
$b^2 + b^2 - 2b + 1 = b^2 - 14b + 49 + b^2$

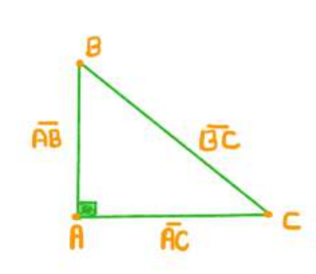
$12b = 48$

$b = 4$

$\boxed{B(4, 4)}$

8. Dados B(2, 3) e C(-4, 1), determine o ponto A no eixo *y*, sabendo que o triângulo ABC é retângulo em A (isto é, o vértice do ângulo reto é A).





Pelo teorema de pitágoras:

$(\overline{AC})^2 + (\overline{AB})^2 = (BC)^2$

$\overline{AC} = d_{AC} = \sqrt{0-(-4)^2 + (y-1)^2}$ $\quad d_{AC} = \sqrt{y^2 - 2y + 17}$

$\overline{AB} = d_{AB} = \sqrt{(0-2)^2 + (y-3)^2}$ $\quad d_{AB} = \sqrt{y^2 - 6y + 13}$

$\overline{BC} = d_{BC} = \sqrt{(2-(-4))^2 + (3-1)^2}$ $\quad d_{BC} = \sqrt{40}$

$(\overline{AC})^2 + (\overline{AB})^2 = (\overline{BC})^2$

$\left(\sqrt{y^2 - 2y + 17}^2 + \sqrt{y^2 - 6y + 13}^2 = \sqrt{40}^2\right)$

$2y^2 - 8y + 30 = 40$

$2y^2 - 8y - 10 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -10$

$\Delta = 144$ → $y_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 2}$

$y_1 = \frac{8+12}{4}$ $\quad y_2 = \frac{8-12}{4}$

$y_1 = 5$ $\quad y_2 = -1$

O ponto é A(0,5) ou (0,-1).

9. Determine um ponto que dista dez unidades da origem do sistema cartesiano e tem a ordenada igual ao dobro da abscissa.

$\cdot A(0,0)$ $\quad \cdot B(x, y)$ $\quad$ A e B são os pontos.

$y = 2x$

$d_{AB} = 10$ substituímos aqui

$d_{AB} = 10 = \sqrt{(0-x)^2 + (0-y)^2}$

$10 = \sqrt{x^2 + (0-2x)^2}$ → pois $y = 2x$

$\left(10 = \sqrt{\underbrace{x^2 + 4x^2}_{\text{somar}}}\right)^2$ → elevando tudo ao quadrado

$10^2 = \sqrt{5x^2}^2$ → $100 = 5x^2$ → $\frac{100}{5} = x^2$

$20 = x^2$

$x = \pm\sqrt{20}$

$x = \pm\sqrt{4 \cdot 5}$ → $x = \pm 2\sqrt{5}$

Como $y = 2x$

$y = 2 \cdot \pm 2\sqrt{5}$ → $y = \pm 4\sqrt{5}$

$\boxed{B(2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}) \text{ ou } B(-2\sqrt{5}, -4\sqrt{5})}$

Determine o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ em cada caso:

10. A(4, 3) e B(8, 11)

ponto médio → $M(x_m, y_m)$

$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$A(\underset{y_1}{\overset{x_1}{4, 3}})$ $\quad B(\underset{y_2}{\overset{x_2}{8, 11}})$

$\cdot\ x_m = \frac{4+8}{2}$ → $x_m = 6$

$\cdot\ y_m = \frac{3+11}{2}$ → $y_m = 7$

M(6,7)

11. A(-4, -7) e B(4, -4)

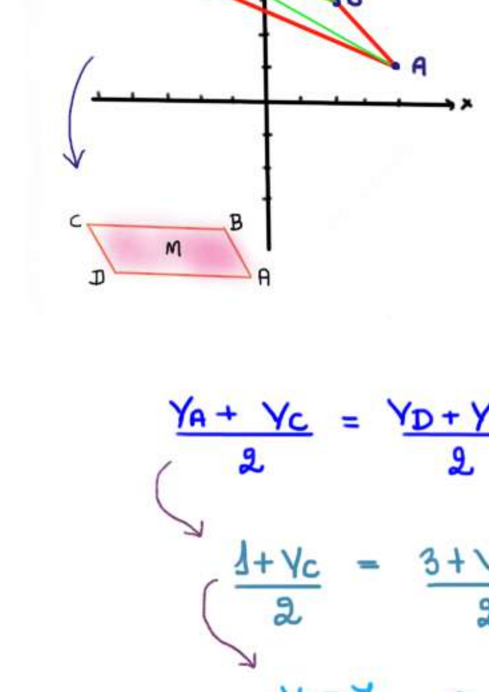
$x_1 \; y_1 \quad x_2 \; y_2$

$x_m = \frac{-4+4}{2}$ → $x_m = 0$

$y_m = \frac{-7-4}{2}$ → $y_m = -\frac{11}{2}$

$\boxed{M\left(0, -\frac{11}{2}\right)}$

12. As diagonais de um paralelogramo intersectam- se no ponto M(-2, 4). Dados os vértices A(4, 1) e B(2, 3), determine os outros dois vértices.



m = ponto médio entre A e C
m = ponto médio entre D e B

$\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_D + x_B}{2} = x_m$

$\frac{4 + x_C}{2} = \frac{x_B + 2}{2} = -2$

$x_C = -8$ e $x_B = -6$

$\frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_D + y_B}{2} = y_m$

$\frac{1 + y_C}{2} = \frac{3 + y_D}{2} = 4$

$y_C = 7$ e $y_D = 5$

$\boxed{C(-8,7) \text{ e } D(-6,5)}$