POTENCIAÇÃO

1.1 POTÊNCIAS

1.1.1 Potências com expoente inteiro positivo

DEFINIÇÃO:

Seja A um número real ou expressão algébrica e n um inteiro positivo, a expressão A^n representa o produto de n fatores iguais a A. Matematicamente temos: $A^n = \underbrace{AxAxAxAx \ldots xA}_{n\ vezes}$. O número expressão algébrica A é denominado de base da potência e n é o expoente.

1.1.1.2 Propriedades

a) Toda potência de um número positivo é positiva.

b) Toda potência de um número negativo é positiva se o expoente for par e é negativa se o expoente for ímpar.

c) Se A e B são números reais ou expressões algébricas e n é um número inteiro positivo:

$$(A.B)^n = A^n.B^n.$$

d) Se A é um número real ou expressão algébrica e m e n são números inteiros positivos:

$$A^n.A^m = A^{n+m}.$$

e) Se A é um número real ou expressão algébrica e n e m são números inteiros positivos:

$$(A^n)^m = A^{nm} = (A^m)^n.$$

f) Se A e B são números reais (B ≠ 0) ou expressão algébrica e n é um inteiro positivo:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}.$$

g) Se A é um número real não nulo ou expressão algébrica e n e m são números inteiros positivos:

$$\frac{A^n}{B^n} = A^{n-m}.$$

1.1.2 Potências com expoente nulo

Se A é um número real não nulo ou expressão algébrica, pela propriedade anterior pode-se fazer:

$$1 = \frac{A^n}{A^n} = A^{n-n} = A^0 \Rightarrow A^0 = 1$$

Assim, conclui-se que todo número real não nulo elevado a zero tem como resultado o número 1.

1.1.3 Potências com expoente inteiro negativo

Sendo A um número real não nulo ou expressão algébrica e n um inteiro positivo:

$$A^{-n} = A^{0-n} = \frac{A^0}{A^n} = \frac{1}{A^n}$$

Quando n = 1 tem-se uma conhecida função matemática, que denomina-se inverso ou recíproco de um número real:

$$A^{-1} = \frac{1}{A}.$$

1.1.3.1 Propriedades

a) Se A e B são números reais ou expressões algébricas e n é um número inteiro positivo:

$$(A.B)^{-n} = A^{-n}.B^{-n}$$

b) Se A é um número real ou expressão algébrica e m e n são números inteiros positivos:

$$A^{-n}.A^{-m} = A^{-n-m}$$

c) Se A é um número real ou expressão algébrica e n e m são números inteiros positivos:

$$(A^{-n})^{-m} = A^{n\,m} = (A^{-m})^{-n}$$

d) Se A e B são números reais (B ≠ 0) ou expressão algébricas e n é um inteiro positivo:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{-n} = \frac{A^{-n}}{B^{-n}}$$

e) Se A é um número real não nulo ou expressão e n e m são números inteiros positivos:

$$\frac{A^{-n}}{A^{-m}} = A^{-n+m}$$

EXERCICIOS

1) Considerando-se a expressão $E = \frac{10^{-2} + 100^{-2^{-1}} + (-10)^{-1}}{10^{-3}}$, pode-se afirmar que E é igual a:

(A) -100
(B) -10
(C) 0,1
(D) 10
(E) 100

2) Considerando-se a expressão $M = \frac{2^{-2} + 0{,}25^{-2^{-1}} - 2^{2}}{-2^{-3}}$ pode-se afirmar que o valor de M é?

(A) -14
(B) -2
(C) 0,5
(D) 2
(E) 14

3) Qualquer que seja o natural n, $(2^{n+1} + 2^{n}).(3^{n+1} - 3^{n}) : 6^{n}$ é sempre igual a:

(A) 6^{n}

(B) 6^{n+1}

(C) $\frac{1}{6}$

(D) 1

(E) 6

4) A fração $\frac{2^{98} + 4^{50} - 8^{34}}{2^{99} - 32^{20} + 2^{101}}$ é igual a?

(A) 1

(B) $-\frac{11}{6}$

(C) 2

(D) $-\frac{5}{2}$

(E) $\frac{7}{4}$

5) O número de algarismos do produto $5^{15}.4^{6}$ é:

(A) 21

(B) 15

(C) 18

(D) 17

(E) 23

6) O valor da expressão $\frac{2^{n} + 2^{n+1} + 2^{n+2}}{2^{n+3} + 2^{n+4}}$ é:

(A) $\frac{2}{3}$

(B) 2

(C) -1

(D) $\frac{7}{24}$

(E) $\frac{4}{7}$

7) Os números inteiros x e y satisfazem a equação $2^{x+3} + 2^{x+1} = 5^{y+3} + 3.5^{y}$. Então x - y é:

(A) 8

(B) 5

(C) 9

(D) 6

(E) 7

8) A expressão numérica $(-2)^{3^2}.(-2)^{2^3}.(-2^2)^3.(-2^3)^2$ equivale a:

(A) 2^{29}

(B) -2^{29}

(C) 2^{24}

(D) -2^{24}

(E) 2^{26}

9) O resultado da expressão $\frac{\left[2^9 : \left(2.2^2\right)^3\right]^{-3}}{2}$ é:

(A) 1/5

(B) 1/4

(C) 1/3

(D) 1/2

(E) 1

10) Se $a = 10^{-3}$, o valor de $\frac{0{,}01 . 0{,}001 . 10^{-1}}{100 . 0{,}0001}$, em função de a, é:

(A) 100a

(B) 10a

(C) a

(D) a/10

(E) a/100

11) O resultado da expressão $\frac{(3x5)^{10}}{\left(15^3\right)^3}$ é:

(A) 15^4

(B) 15^6

(C) 15

(D) 15^9

12) Calculando $\frac{2^7 \cdot 2^3 \cdot 2}{\frac{(16)^8}{(8)^8}}$, encontramos:

(A) 6

(B) 2^2

(C) 1^3

(D) 8

13) A expressão $\left(\dfrac{2^0 - 2^{-1}}{2^{-1} - 2}\right)^{-1}$ é igual a:

(A) –1

(B) 3

(C) –3

(D) $\frac{1}{3}$

14) O resultado de $\{[(-1)^2]^2\}^3$ é:

(A) –1

(B) 1

(C) 0

(D) 12

15) Reduzindo a uma só potência a expressão $\dfrac{x^{3^2}}{\left(x^3\right)^2}$, vamos obter:

(A) 1

(B) 0

(C) x

(D) x^3

16) Efetuando $\frac{2^3 \cdot 2^2}{2^4}$, encontramos:

(A) 2

(B) 2^2

(C) 2^9

(D) 2^{20}

17) A expressão $(3 \cdot 3^2 \cdot 3^3)^4$ é igual a:

(A) 3^{20}

(B) 3^{1296}

(C) 3^{625}

(D) 3^{24}

18) Resolvendo $a^2 \cdot a^3 \cdot a^{-4}$, obtemos:

(A) a^2

(B) 1

(C) a^{-24}

(D) a

19) Simplificar $\frac{0{,}01 \cdot 1000}{10^{-2} \cdot 0{,}001 \cdot 10^{4}}$:

(A) 0,1

(B) 10

(C) 100

(D) 10^{-2}

20) O número $(0{,}02)^x$ tem 20 casas decimais. O valor de <u>x</u> é:

(A) 5

(B) 7

(C) 8

(D) 9

(E) 10

21) Resolvendo a expressão $\frac{\frac{3^{n+1}}{3^{2n-1}}}{3^{3-n}}$, obtemos:

(A) 3

(B) 1/27

(C) 1/3

(D) 3^{-2n-3}

(E) $3^{-(2n+1)}$

22) Calculando $\frac{3^{-1}+3^{-2}}{2^{-2}-2^{-3}}$, obtemos:

(A) $\frac{2}{9}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $3\frac{5}{9}$

(D) 4

(E) 6

23) Efetuando $(-8)^{-2/3}$, obtemos:

(A) –2

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 2

(E) 4

24) Representando a expressão $\frac{\frac{1}{16}\cdot 0{,}25\cdot 128\cdot 2^{-5}}{4^{-2}}$ por uma só potência de base 2, obtemos:

(A) 2^{-2}

(B) 2^{2}

(C) 2^{-1}

(D) 2^{-3}

(E) 2^{0}

25) Calculando $\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{30}\right)^6$, obtemos:

(A) 0,0001

(B) 0,000 01

(C) 0,000 001

(D) 0,000 000 1

(E) 0,000 000 01

26) O valor da expressão x = 25 . 10^3 . 8 . 10^{-7} é:

(A) 20 . 10^{-3}

(B) 20 . 10^{-4}

(C) 2 . 10^{-3}

(D) 2 . 10^{-2}

(E) 20 . 10^{-2}

27) O valor da expressão $\frac{(x+1)^{100}.(x-1)^{49}}{(1-x)^{50}.(-x-1)^{99}}$ para x = 101/99 é:

(A) -100

(B) 101

(C) -1

(D) 100

(E) 1

28) Dividindo 2^{100} por meio, encontra-se:

(A) 2^{50}

(B) 1^{100}

(C) 2^{99}

(D) 2^{101}

(E) 4^{100}

29) Quantos algarismos são necessários para escrever o produto $(16)^{13,25} \cdot (25)^{25}$?

(A) 50

(B) 51

(C) 54

(D) 52

(E) 53

30) Encontre o valor numérico da expressão $11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7$.

(A) 11^8

(B) 11^{14}

(C) 11^{77}

(D) 121^7

(E) 121^{77}

31) O valor da expressão $10^{\frac{n}{2}}(10^{m-1} + 10^{m+1}) : \left[10^m\left(10^{\frac{n}{2}} + 10^{\frac{n}{2}+2}\right)\right]$ é:

(A) 10

(B) 1

(C) 10^{-1}

(D) $10^{M-\frac{N}{2}-2}$

32) Se $3^x + 3^{-x} = 5$ então $2.(9^x + 9^{-x})$ é igual a:

(A) 50

(B) 46

(C) 25

(D) 23

33) Simplificando a expressão $S = \dfrac{(x^{-2})^{2^{2^2}} . \left[(-x^{-2})^{3^{2^2}}\right]^{-1}}{x^{2^3} . \left[(-x^3)^{3^2}\right]^{2^3}}$, onde x ≠ 0, x ≠ 1 e x ≠ -1, obtém-se:

(A) $-x^{-94}$

(B) x^{94}

(C) x^{-94}

(D) $-x^{94}$

34) Analise as afirmativas seguintes e classifique cada uma em (V) verdadeira ou (F) falsa:

(I) Se $A = \frac{5-5\,.5^{\frac{1}{2}}}{5-\,5^{\frac{1}{2}}}$, então A $\in$ {(R - Q) $\cap$ (R - Z)}

(II) O Valor da expressão $\left[\frac{(0{,}001)^4\,.\;100^7}{10^5}\right]$. $(0{,}1)^{-4}$ é $100^{\frac{1}{2}}$

(III) Sendo a $\in R_+^*$, uma forma simplificada para a expressão $\sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}}$ é a^{-4}

A sequência correta é:

(A) V - V - V

(B) V - V - F

(C) V - F - V

(D) F - V - F

35) Considere $a = 11^{50}$, $b = 4^{100}$ e $c = 2^{150}$ e assinale a alternativa correta:

(A) c < a < b

(B) c < b < a

(C) a < b < c

(D) a < c < b

36) Sendo $x^2 = 343$, $y^3 = 49^2$ e $z^6 = 7^5$, o algarismo das unidades simples do resultado de $\left(\frac{xy}{z}\right)^{24}$ é:

(A) 1

(B) 3

(C) 5

(D) 7

(E) 9

37) Considere as sentenças dadas abaixo:

(I) 3^{5^0} = 1

(II) $2^{3^{\sqrt{3}}}$ = $2^{3^{\frac{3}{2}}}$

(III) $-3^{-2} = \frac{1}{9}$

(IV) $-81^{\frac{1}{2}} = +9$

Pode-se afirmar que o número de sentenças verdadeiras é?

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

(E) 0

PRÉ-MILITAR E EDITORA OLIMPO

38) A expressão $\frac{(0,5)^{-2}.2^{0,333\ldots}.\sqrt[3]{16}}{(0,125)^{-3}}$ escrita como potência de base 2, tem como expoente:

(A) $-\frac{14}{3}$

(B) $-\frac{16}{3}$

(C) -6

(D) $-\frac{22}{3}$

(E) -8

39) Para registrar o resultado da operação $2^{101}.5^{97}$, o número de dígitos necessários é:

(A) 96

(B) 97

(C) 98

(D) 99

(E) 100

40) Considere as afirmativas abaixo:

(I) $2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2x5)^{68} = 2^{68} + 2^{68}\,x\,5^{68} = 4^{68}\,x\,5^{68} = 20^{68}$

(II) $2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2x5)^{68} = 2^{68} + 2^{68}\,x\,5^{68} = 2^{136}\,x\,5^{68}$

(III) $6^{17} + 10^{23} = (2x3)^{17} + (2x5)^{23} = 2^{17}\,x\,3^{17} + 2^{23}\,x\,5^{23} = (2^{17}x2^{23}) + (3^{17}x5^{23})$

Pode-se afirmar que:

(A) apenas a afirmativa I é verdadeira

(B) apenas as afirmativas I e III são verdadeiras

(C) apenas a afirmativa II é verdadeira

(D) apenas as afirmativas II e III são verdadeiras

(E) as afirmativas I, II e III são falsas

41) Se $x = 7^{200}$, $y = 1024^{40}.3^{100}$ e $z = 16^{25}.625^{50}$, pode-se afirmar que:

(A) x < y < z

(B) x < z < y

(C) y < x < z

(D) y < z < x

(E) z < x < y

42) Para x = 2013, qual é o valor da expressão $(-1)^{6x} - (-1)^{x-3} + (-1)^{5x} - (-1)^{x+3} - (-1)^{4x} - (-1)^{2x}$?

(A) -4

(B) -2

(C) 0

(D) 1

(E) 4

43) Seja a, b, x, y números naturais não nulos. se $a.b = 5$, $k = \frac{2^{(a+b)^2}}{2^{(a-b)^2}}$ e $x^2 - y^2 = \sqrt[5]{k}$, qual é o algarismo das unidades do número $(y^x - x^y)$?

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 7

(E) 8

44) Analise as afirmativas abaixo:

(I) Se $2^x = A, A^y = B, B^z = C$ e $C^k = 4096,$ então $x.y.z.k = 12$

(II) $t^m + (t^m)^p = (t^m)(1 + (t^m)^{p-1})$ para quaisquer reais t, m e p não nulos

(III) $r^q + r^{q^w} = (r^q)\left(1 + r^{q^{(w-1)}}\right)$, para quaisquer reais q, r e w não nulos

(IV) Se$(10^{100})^x$ é um número que tem 200 algarismos, então x é 2

Assinale a opção correta.

(A) Apenas as afirmativas I e II são falsas

(B) Apenas as afirmativas III e IV são falsas

(C) Apenas as afirmativas I e III são falsas

(D) Apenas as afirmativas I, II e IV são falsas

(E) Apenas as afirmativas I, III e IV são falsas

45) Seja $K = \left(\frac{9999.997^2 - 9}{9999...994}\right)^3$ onde cada um dos números 9999...997 e 9999.994, são constituídos de 2015 algarismos 9. Deseja-se que $\sqrt[l]{k}$ seja um número racional. Qual a maior potência de 2 que o índice i pode assumir?

(A) 32

(B) 16

(C) 8

(D) 4

(E) 2

GABARITO
1) D
2) D
3) E
4) B
5) B
6) D
7) B
8) A
9) D
10) D
11) C
12) D
13) C
14) B
15) D
16) A
17) D
18) D
19) C
20) E
21) C
22) C
23) B
24) E
25) C
26) D
27) A
28) D
29) B
30) A
31) C
32) B
33) A
34) B
35) A
36) A
37) E
38) B

39) D
40) E
41) C
42) A
43) E
44) B
45) A