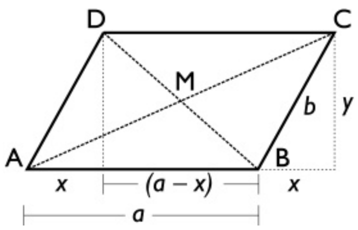
PADRÃO DE RESPOSTAS

QUESTÃO 01

(A)



$$\overline{AC}^2 = (a+x)^2 + y^2 = a^2 + 2ax + x^2 + y^2$$

$$\overline{BD}^2 = (a-x)^2 + y^2 = a^2 - 2ax + x^2 + y^2$$

$$\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = 2a^2 + 2\,(x^2 + y^2) = \mathbf{2a^2 + 2b^2}$$

(B) As bases $\overline{AM}$ e $\overline{MC}$ são iguais a $\dfrac{\overline{AC}}{2}$. As alturas de AMB e BMC são iguais à distância entre B e a reta $\overleftrightarrow{AC}$.

Logo, se ambos possuem a mesma área, razão = **1**

QUESTÃO 02

(A) $C(p(t)) = 0{,}5 \times (10 + 0{,}1\,t^2) + 1 = 5 + 0{,}05\,t^2 + 1$

$C(p(t))$ $\mathbf{= 6 + 0{,}05\,t^2}$

(B) $13{,}2 = 6 + 0{,}05\,t^2$

$0{,}05\,t^2 = 7{,}2$

$t^2 = \dfrac{7{,}2}{0{,}05}$

$t^2 = 144$

$t =$ **12 anos**

QUESTÃO 03

(A) Como 10 é um número par, qualquer potência de 10 com expoente natural não nulo é um número par; se **n** é par, temos aí a diferença entre dois números pares, o que é um número par.

(B) Observe a seqüência:

$10^3 - 92 = 908$

$10^4 - 92 = 9908$

$10^5 - 92 = 99908$

$10^6 - 92 = 999908$

Logo, $10^n - 92 = 99...908$, onde 9 aparece ($\mathbf{n} - 2$) vezes;

$10^{92} - 92 = 99...908$, onde 9 aparece 90 vezes.

Soma $= 90 \times 9 + 8 = \mathbf{818}$

QUESTÃO 04

(A) $P = \dfrac{\mathbf{2^5 \times 5!}}{\mathbf{10!}}$

(B) $P = \dfrac{\mathbf{2^5 \times (5!)^2}}{\mathbf{10!}}$

QUESTÃO 05

(A)

FRUTAS	PERÍODO DA COLHEITA				
	DIA 1	DIA 2	DIA 3	...	DIA n + 1
VALOR (R$)	2,00	2,00 – 0,02 × 1	2,00 – 0,02 × 2	...	2,00 – 0,02 × n
QUANTIDADE	80	80 + 1	80 + 2	...	80 + n

Ganho $= (80 + n) \times (2{,}00 - 0{,}02 \times n) = \mathbf{160 + 0{,}4\, n - 0{,}02\, n^2}$

(B) $n = \dfrac{-0{,}4}{2 \times (-0{,}02)} = \dfrac{-0{,}4}{-0{,}04} = 10^{\text{o}}$ dia

$n + 1 = \mathbf{11}$

QUESTÃO 06

(A) Pelas relações de Girard:

$$\begin{cases} a + b + c = \dfrac{13}{3} \\ ab + ac + bc = \dfrac{7}{3} \\ abc = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$$V = abc = \frac{1}{3}$$

$$S_T = 2 \times (ab + ac + bc) = 2 \times \frac{7}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\frac{S_T}{V} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{1}{3}} = \mathbf{14}$$

(B) Raízes racionais possíveis: ± 1 e $\pm \dfrac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$	3	–13	7	–1
	3	–12	3	0

Logo, $a = \dfrac{1}{3}$. As outras são raízes de $3x^2 - 12x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow 2 \pm \sqrt{3}$$

Dimensões = $\mathbf{\dfrac{1}{3}}$, $\mathbf{2 + \sqrt{3}}$ e $\mathbf{2 - \sqrt{3}}$

QUESTÃO 07

(A) $S = \frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 12 & 15 & 1 \\ -\frac{15}{2} & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{matrix}\right\| = \frac{195}{2} = \mathbf{97{,}5}$

(B) O centro O da circunferência circunscrita é tal que $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OA}$.

Fazendo O = (a, b), temos:

$(a-12)^2 + (b-15)^2 = \left(a+\frac{15}{2}\right)^2 + (b-2)^2 = a^2 + (b+3)^2$

$a = \frac{9}{4}$ e $b = \frac{17}{2}$

Logo, $O = \left(\frac{9}{4}, \frac{17}{2}\right)$, portanto r = OA = OB = OC $\Rightarrow$

$r = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 + \left(\frac{17}{2}+3\right)^2} = \frac{13\sqrt{13}}{4}$

Equação da circunferência: $\mathbf{\left(x-\frac{9}{4}\right)^2 + \left(y-\frac{17}{2}\right)^2 = \frac{2197}{16}}$

QUESTÃO 08

(A) Considere $\sqrt[3]{\frac{x+3}{2}} = t$

Assim, $t^3 = \frac{x+3}{2} \Rightarrow x = 2t^3 - 3$

$\Rightarrow f(t) = 2\times(2t^3-3)^2 - 18 \quad \Rightarrow f(t) = 8t^3 \times (t^3-3)$

Os zeros de f são as raízes de $8t^3 \times (t^3 - 3) = 0$

Raízes = **0** e $\mathbf{\sqrt[3]{3}}$

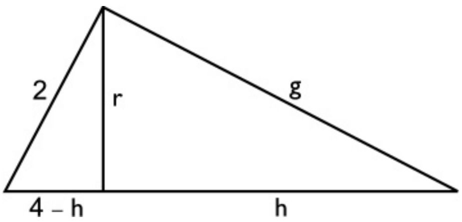
(B) $f(t) = 8t^3 \times (t^3 - 3) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 8\times 1^3 \times (1^3 - 3) = -16$

e

$f(-1) = 8\times(-1)^3 \times ((-1)^3 - 3) = 32$

Logo, $\frac{f(1)+f(-1)}{2} = \frac{-16+32}{2} = \mathbf{8}$

QUESTÃO 09



(A) $V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \dfrac{\pi \times (\sqrt{3})^2 \times 3}{3} = \mathbf{3p\ m^3}$

(B) $A_L = \pi \times r \times g = \pi \times \sqrt{3} \times (2\sqrt{3}) = \mathbf{6p\ m^2}$

QUESTÃO 10

(A) $\left.\begin{array}{l} A = x - r \\ B = x \\ C = x + r \end{array}\right| \quad A + B + C = 180$

$(x - r) + x + (x + r) = 180 \quad \Rightarrow 3x = 180 \quad \Rightarrow \quad x = 60$

Assim,

$\left.\begin{array}{l} A = 60 - r \\ B = 60 \\ C = 60 + r \end{array}\right\} \text{ onde } r > 0$

Calculando sen A + sen B + sen C, temos:

sen (60 – r) + sen 60 + sen (60 + r) = sen 60 + 2 × sen 60 × cos r =

$= \text{sen } 60 \times (1 + 2 \cos r) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times (1 + 2 \cos r) = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad 1 + 2 \cos r = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Þ $2 \cos r = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \cos r = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ Þ $r = 30^o$

Logo, **A = 30°** , **B = 60°** e **C = 90°**

(B) Se $\overline{BC} = a$, $\overline{AB} = 2a$

Pela lei dos cossenos:

$\overline{AC}^2 = (2a)^2 + a^2 - 2 \times (2a) \times a \times \dfrac{1}{2} = 3a^2$ Þ $\overline{AC} = a\sqrt{3}$

$a^2 = (a\sqrt{3})^2 + (2a)^2 - 2 \times (a\sqrt{3}) \times (2a) \times \cos A$

$a^2 = 7a^2 - 4\sqrt{3} \times a^2 \times \cos A$

$4\sqrt{3} \times a^2 \times \cos A = 6a^2$

$\cos A = \dfrac{6}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

A = 30° , **B = 60°** e **C = 90°**