FRENTE: MATEMÁTICA IV

PROFESSOR: MARCELO MENDES

EAD – ITA

AULAS – 20 E 21

ASSUNTO: PERMUTAÇÕES E ARRANJOS

Resumo Teórico

Permutações e Arranjos

Uma **permutação** de um conjunto de **n** elementos distintos é uma sequência ordenada (a ordem importa) desses elementos. Há $P_n = n! = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1$ tais sequências.

Um arranjo de **n** elementos tomados m a m, $m \leq n$, é uma sequência ordenada (a ordem importa) de **m** desses elementos. O total desses arranjos é $A_{(n,m)} = \dfrac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)$.

Exercícios de Fixação

01. Seja A um conjunto com **m** elementos e B, um conjunto com **n** elementos. Quantas funções injetoras $f: A \to B$ existem?

02. Há 4 garotas e 5 garotos em uma sala de aula, dos quais estão dois garotos A e B e uma garota G. Encontre o número de maneiras de arranjá-los em fila nas seguintes condições:
a) Sem restrições.
b) A e B adjacentes.
c) G está na posição central, A está à sua esquerda (não necessariamente adjacente) e B à sua direita.

03. (ITA) O número de anagramas da palavra VESTIBULANDO que não apresentam as cinco vogais juntas é:
a) 12!
b) (8!)(5!)
c) 12! – (8!)(5!)
d) 12! – 8!
e) 12! – (7!)(5!)

04. (ITA) O número de arranjos de n + 2 objetos tomados cinco a cinco vale 180n. Nessas condições, concluímos que:
a) n é um número ímpar.
b) n é um número primo.
c) n está compreendido entre 100 e 200.
d) n é um número par.
e) n é divisível por 5.

05. (ITA) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar, empregando os caracteres 1, 3, 5, 6, 8 e 9?
a) 60
b) 120
c) 240
d) 40
e) 80

Exercícios Propostos

01. Em um programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas 10 músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as possíveis sequências dessas músicas, quantos anos, aproximadamente, serão necessários?

02. Há 4 garotas e 5 garotos em uma sala de aula, dos quais estão dois garotos A e B e uma garota G. Encontre o número de maneiras de arranjá-los em fila nas seguintes condições:
a) A e B estão nas extremidades.
b) G está no centro e adjacentes a A e B.
c) A, B, G formam um bloco único (ou seja, não há mais ninguém entre eles).
d) Todas as garotas formam um bloco único.
e) Todas as garotas formam um bloco único e todos os garotos formam um bloco único.

03. De quantas maneiras podem sentar-se 10 pessoas em um banco, se há 4 assentos disponíveis?

04. (EN) Entre os dez melhores alunos que frequentam o grêmio de informática da Escola Naval, será escolhido um diretor, um tesoureiro e um secretário. O número de maneiras diferentes que podem ser feitas as escolhas é:
a) 720
b) 480
c) 360
d) 120
e) 60

05. Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:
a) 78125
b) 7200
c) 15000
d) 6420
e) 50

06. Quantas são as funções injetoras de um conjunto A com 2021 elementos em um conjunto B com 2022 elementos?

07. Uma linha de metrô tem 25 estações. Quantos bilhetes diferentes existem se cada um se refere às estações de origem e destino?

08. De quantas maneiras três casais podem ocupar 6 cadeiras, dispostas em fila, de tal forma que as duas das extremidades sejam ocupadas por homens?
a) $A_{3,2} \cdot P_4$
b) $A_{10,3} + A_{15,2}$
c) $2 \cdot A_{3,2} \cdot P_4$
d) $3 \cdot A_{3,2} \cdot P_4$
e) nda

09. Num jogo de loteria, de uma urna contendo 90 pedras numeradas de 1 a 90, quatro pedras são retiradas sucessivamente. O número de extrações possíveis tal que a terceira pedra seja 80 será:
a) $A_{90,4}$
b) P_4
c) P_{80}
d) $A_{89,3}$
e) NDA

10. (IME) Considere um torneio de xadrez com 10 participantes. Na primeira rodada, cada participante joga somente uma vez, de modo que há 5 jogos realizados simultaneamente. De quantas formas distintas essa primeira rodada pode ser realizada? Justifique sua resposta.

Exercícios Extra

01. A expansão decimal do número $100! = 100 \cdot 99 \cdot ... \cdot 2 \cdot 1$ possui muitos algarismos iguais a zero. Contando da direita para a esquerda, a partir do dígito das unidades, o número de zeros, que esse número possui antes de um dígito não nulo aparecer, é igual a:
a) 20
b) 21
c) 22
d) 23
e) 24

02. Os números (2 + 100!), (3 + 100!), (4 + 100!),…, (100 + 100!):
a) são todos divisíveis por 100.
b) são todos ímpares.
c) são todos inteiros consecutivos não primos.
d) formam uma progressão aritmética de razão 100!
e) NDA

Gabaritos

Exercícios de Fixação				
01	02	03	04	05
*	*	C	D	B

* **01.** $n(n-1) \ldots (n-m+1)$, se $n \leq m$; se $n > m$.

02. a) 9!
b) $2 \cdot 8!$
c) $16! \cdot 6!$

Exercícios Proposto				
01	**02**	**03**	**04**	**05**
*	*	*	A	C
06	**07**	**08**	**09**	**10**
*	*	A	D	*

*** 01.** 10000

02. a) $2 \cdot 7!$
b) $2 \cdot 6!$
c) $3! \cdot 7!$
d) $4! \cdot 6!$
e) $4! \cdot 5! \cdot 2!$

03. 5040

06. 2022

07. 600

10. $\frac{10!}{5! \cdot 2^5} = 945$

Exercício Extra	
01	**02**
E	C

Anotações

SUPERVISOR(A)/DIRETOR(A): MARCELO PENA – AUTOR(A): MARCELO MENDES
DIG.: REJANE – REV.: KELLY MOURA