

1

Alguns antibióticos são particularmente usados em doenças causadas por bactérias. A tetraciclina é um deles; sua ação impede que o RNA transportador (RNAt) se ligue aos ribossomos da bactéria, evitando a progressão da doença.

- Que processo celular é interrompido pela ação da tetraciclina? Qual é o papel do RNAt nesse processo?
- Em que local, na bactéria, ocorre a síntese do RNAt? Cite dois outros componentes bacterianos encontrados nesse mesmo local.

Resolução

- Tradução, no qual o RNAt transporta os aminoácidos e os encadeia, de acordo com o RNAm.**
- Citosol, onde aparecem ribossomos e plasmídeos.**

2

Ao longo da evolução dos metazoários, verifica-se desde a ausência de um sistema excretor específico até a presença de sistemas excretores complexos, caso dos rins dos mamíferos. As substâncias nitrogenadas excretadas variam segundo o ambiente em que os animais vivem: vários grupos excretam a amônia, que é altamente tóxica para o organismo, enquanto outros eliminam excretas menos tóxicas, como a ureia e o ácido úrico.

- Correlacione cada tipo de excreta predominante (amônia, ureia ou ácido úrico) com um exemplo de vertebrado que excrete tal substância e o ambiente em que ocorre, se terrestre ou aquático.
- Cite um grupo animal que não apresenta um sistema excretor específico e explique como se dá a excreção de produtos nitrogenados nessa situação.

Resolução

a)

Excretas	Vertebrados	Ambiente
amônia	peixes ósseos	aquático
ureia	mamíferos	principalmente terrestre
ácido úrico	répteis, aves	principalmente terrestre

- Poríferos e celenterados (cnidários) não apresentam sistema excretor. Nestes animais, a excreção é feita por difusão simples.**

Recomenda-se frequentemente aos vestibulandos que, antes do exame, prefiram alimentos ricos em carboidratos (glicídios) em vez de gorduras (lípidios), pois estas são digeridas mais lentamente. Além da função energética, os carboidratos exercem também funções estruturais, participando, por exemplo, dos sistemas de sustentação do corpo de animais e vegetais.

- a) Cite duas estruturas, uma no corpo de um animal e outra no corpo de um vegetal, em que se verifica a função estrutural dos carboidratos.
- b) Ao chegar ao duodeno, as gotas de gordura são processadas por agentes não enzimáticos e por uma enzima em especial. Identifique estes agentes e esta enzima, mencionando a ação de cada um.

Resolução

- a) **Celulose, na parede celular do vegetal.
Quitina, no exoesqueleto do artrópode.**
- b) **Sais biliares, glicolato e taurocolato de sódio, emulsificam as gorduras.
A enzima lipase pancreática realiza a hidrólise da gordura, formando ácidos graxos e álcoois, por exemplo, o glicerol.**

Charles Darwin explicou o mecanismo evolutivo por meio da ação da seleção natural sobre a variabilidade dos organismos, mas não encontrou uma explicação adequada para a origem dessa variabilidade. Essa questão, no entanto, já havia sido trabalhada anos antes por Gregor Mendel e, em 2015, comemoram-se os 150 anos da publicação de seus resultados, conhecidos como Leis de Mendel.

- a) A que se refere a Segunda Lei de Mendel? Por que ela explica o surgimento da variabilidade dos organismos?
- b) Cite e explique um outro processo que também tenha como resultado a geração de variabilidade no nível genético.

Resolução

- a) **A Segunda Lei de Mendel (ou lei da segregação independente) produz variabilidade genética, porque durante o processo os genes não alelos, situados em cromossomos diferentes, combinam-se de todas as maneiras possíveis na formação das células reprodutoras e na descendência das espécies sexuadas.**
- b) **A geração de variabilidade genética também ocorre por meio do *crossing-over*, que envolve a troca de segmentos entre as cromátides internas dos cromossomos homólogos e mutações que mudam o número e/ou a ordem dos nucleotídeos do DNA ou o número e a estrutura dos cromossomos.**

Alguns animais alimentam-se exclusivamente de frutos (frugívoros); outros alimentam-se apenas de sementes (granívoros). Alguns pesquisadores defendem que a granivoria surgiu antes da frugivoria, na evolução das interações biológicas na Terra. Assim também, consideram a granivoria como um tipo de predação e não de herbivoria, como pretendem outros pesquisadores.

- a) Apresente uma evidência, com base evolutiva e biológica, que apoie a hipótese de que a granivoria tenha surgido antes da frugivoria.
- b) Explique por que a granivoria é considerada um tipo de predação e por que a frugivoria contribui para a manutenção das espécies vegetais no planeta.

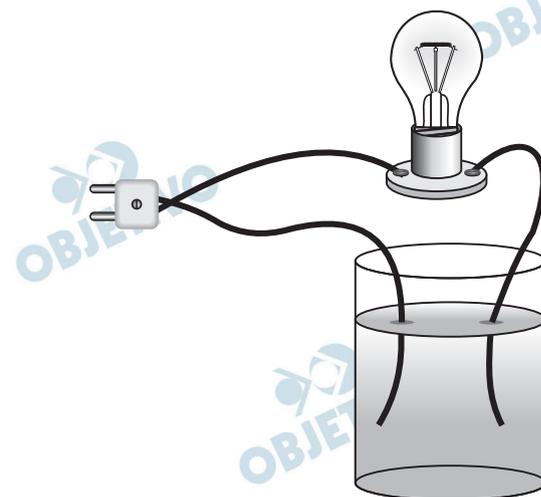
Resolução

- a) **Durante a evolução dos vegetais, a primeira estrutura que surgiu foi a semente, no grupo das gimnospermas; em vista disso, a granivoria foi anterior à frugivoria.**
- b) **Quando um animal se alimenta da semente, está comendo um vegetal inteiro representado pelo embrião em estado de quiescência no interior daquela estrutura, caracterizando a predação. Na frugivoria, que ocorre a partir das angiospermas, o animal alimenta-se do fruto e elimina as sementes, contribuindo para a dispersão das espécies vegetais.**

O sulfato de cobre (II) hidratado, $\text{CuSO}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}$, é um composto utilizado como fungicida na agricultura, principalmente na cultura de frutas como uva e figo. Para compreender as ligações químicas predominantes nesse composto e o seu grau de hidratação, foram realizados dois experimentos.

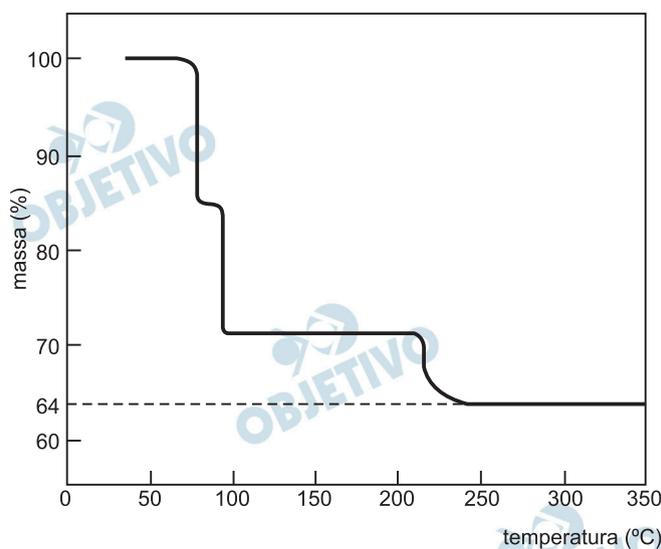
1) Teste de condutividade

Utilizando o aparato indicado na figura, certo volume de solução aquosa de sulfato de cobre (II) hidratado foi colocado dentro do béquer. Quando o plugue foi conectado à tomada de energia elétrica, a lâmpada acendeu.



2) Grau de hidratação

Uma amostra de $\text{CuSO}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}$ foi aquecida até a obtenção do sal na forma anidra (massa molar 160 g/mol). A porcentagem de massa da amostra em função da temperatura é apresentada no gráfico.

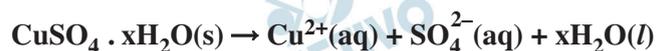


(www.hitachi-hitec-science.com. Adaptado.)

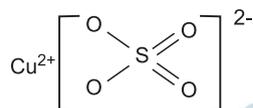
- a) Que tipo de ligação química no sulfato de cobre (II) pode ser explicada pelo resultado do teste de condutividade?
- b) A partir do gráfico, determine o número (x) de moléculas de água no sal $\text{CuSO}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}$. Apresente os cálculos efetuados.

Resolução

- a) A lâmpada acendeu devido à presença de íons dispersos na solução, de acordo com a equação química:



Essa dissociação é causada pelo rompimento da ligação iônica entre os íons Cu^{2+} e SO_4^{2-} , em água.

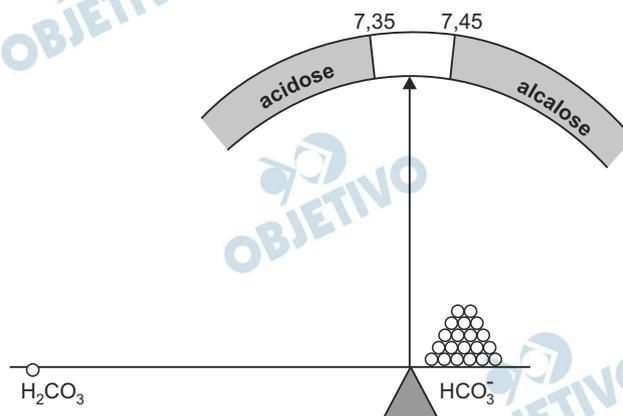


- b) $\text{CuSO}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}$

$$\begin{array}{r} 64\% \quad \text{---} \quad 36\% \\ 160\text{g} \quad \text{---} \quad x \cdot 18\text{g} \end{array}$$

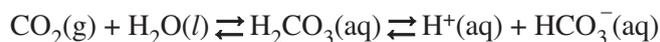
$$x = 5$$

Um esquema com a escala de pH do nosso sangue está representado na figura. O pH do sangue é mantido por volta de 7,4, devido à ação de vários tampões, que impedem a acidose e a alcalose.



(David A. Ucko. *Química para as ciências da saúde*, 1992)

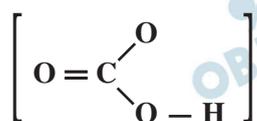
O principal tampão de plasma sanguíneo consiste de ácido carbônico e íon hidrogenocarbonato. A equação que representa o equilíbrio é:



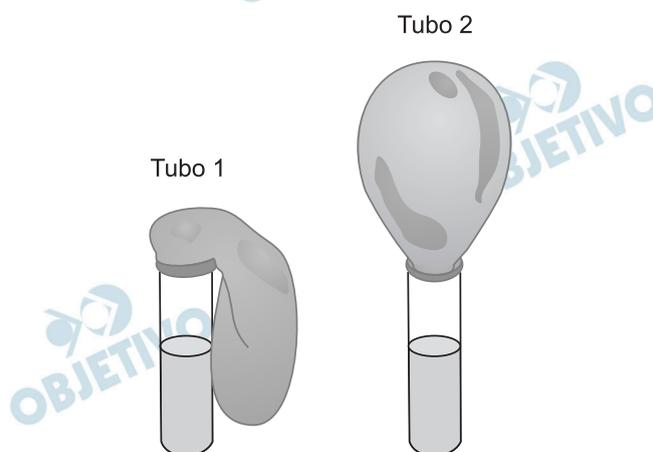
- Quando uma pessoa prende a respiração por alguns segundos, há uma variação no pH do seu sangue. Nessa situação, ocorre alcalose ou acidose? Com base no equilíbrio reacional, justifique sua resposta.
- Explique como a presença de uma substância básica no sangue altera a concentração de íons hidrogenocarbonato. Represente a fórmula estrutural deste íon.

Resolução

- Quando uma pessoa prende a respiração, ocorre um aumento da concentração de CO_2 no plasma sanguíneo, deslocando o equilíbrio para a direita. Teremos um aumento da concentração de íons H^+ , portanto, teremos uma acidose.
- A concentração de íons hidrogenocarbonato vai aumentar, pois ocorre a diminuição da concentração de íons H^+ devido à neutralização; o equilíbrio será deslocado para a direita.



Um professor de química realizou com seus alunos um experimento utilizando tubos de ensaio, balões de borracha, solução de peróxido de hidrogênio e iodeto de potássio. Em cada um dos tubos de ensaio foram colocados 11,3 g de solução de peróxido de hidrogênio, e somente em um deles foi adicionado o catalisador iodeto de potássio. Em seguida, os balões de borracha foram fixados, simultaneamente, nas bocas dos dois tubos. Após determinado tempo, observou-se um aumento de temperatura em ambos os tubos, mas os volumes coletados de gás foram bem diferentes, conforme mostram as figuras.



- a) Considerando que a reação no tubo 2 foi completa, que o volume de gás coletado no balão de borracha foi de 1,2 L a 300 K e 1 atm, e utilizando

$$R = 0,08 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1},$$

calcule o teor percentual de H_2O_2 em massa presente na solução de peróxido de hidrogênio.

- b) No gráfico contido no campo de Resolução e Resposta, trace duas curvas, uma referente à reação ocorrida no tubo 1 e a outra referente à reação ocorrida no tubo 2. Identifique as curvas.

Resolução

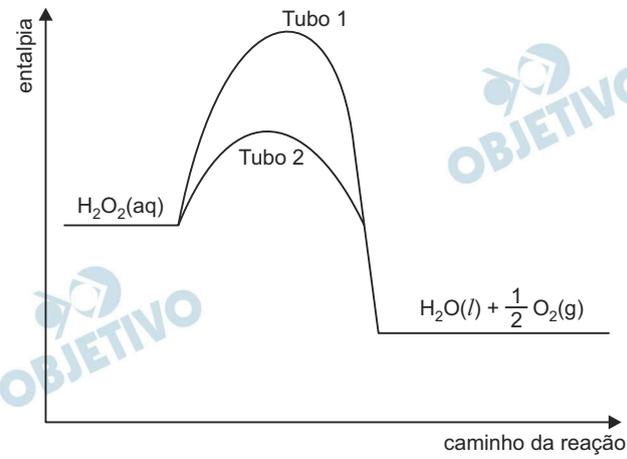
a) $pV = nRT$

$$1 \text{ atm} \cdot 1,2\text{L} = n \cdot 0,08 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300\text{K}$$

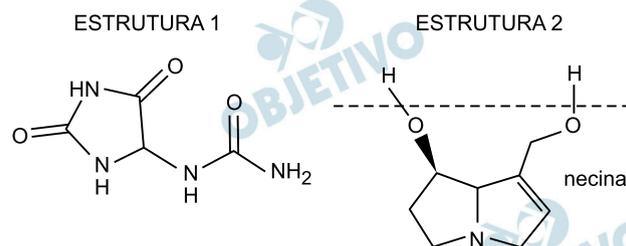
$$n = 0,05\text{mol}$$

$$\begin{array}{l} \text{H}_2\text{O}_2 \quad \frac{1}{2} \text{O}_2 \\ 34\text{g} \quad \text{---} \quad 0,5\text{mol} \\ x \quad \text{---} \quad 0,05\text{mol} \\ x = 3,4\text{g} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11,3\text{g} \quad \text{---} \quad 100\% \\ 3,4\text{g} \quad \text{---} \quad p \\ p = 30\% \end{array}$$



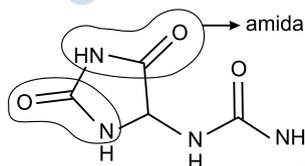
O confrei (*Symphytum officinale L.*) é uma planta utilizada na medicina tradicional como cicatrizante, devido à presença da alantoína (estrutura 1), mas também possui alcaloides pirrolizidínicos, tais como o da estrutura 2, os quais são comprovadamente hepatotóxicos e carcinogênicos. O núcleo destacado na estrutura 2 recebe o nome de necina ou núcleo pirrolizidina.



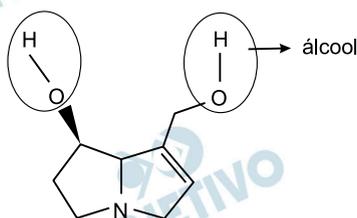
- a) Nas estruturas 1 e 2, os grupos funcionais que contêm átomos de oxigênio caracterizam duas funções orgânicas. Relacione cada função com o respectivo composto.
- b) A estrutura 1 apresenta isomeria óptica? Qual é o caráter ácido-básico do grupo necina? Justifique suas respostas.

Resolução

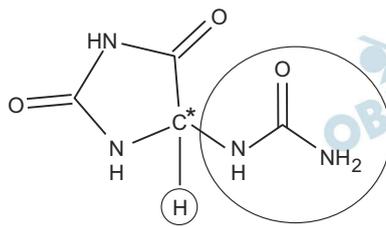
- a) Na estrutura 1, a função orgânica que contém átomos de oxigênio é AMIDA.



Na estrutura 2, a função orgânica que contém átomos de oxigênio é ÁLCOOL.



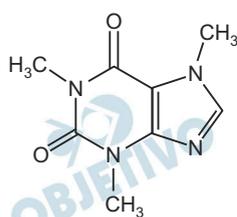
- b) A estrutura 1 apresenta isomeria óptica, pois possui um átomo de carbono quiral ou assimétrico.



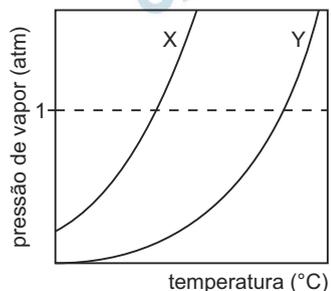
O grupo necina possui uma amina, com caráter BÁSICO (doa par eletrônico).

A cafeína é um dos estimulantes presentes em bebidas energéticas. Em laboratório, a cafeína pode ser extraída para fase aquosa, aquecendo até fervura uma mistura de chá preto, água e carbonato de cálcio. Após filtração, a fase aquosa é colocada em contato com um solvente orgânico, para extração da cafeína. Com evaporação do solvente, obtém-se a cafeína sólida. O solvente orgânico utilizado deve ter baixa temperatura de ebulição. A evaporação deve ser feita com cuidado, para não degradar a cafeína, pois esta, quando queimada em atmosfera rica de oxigênio, produz gás carbônico, água e gás nitrogênio.

No gráfico são representadas as curvas de pressão de vapor para os líquidos X e Y, que são os dois solventes citados no procedimento de extração da cafeína.



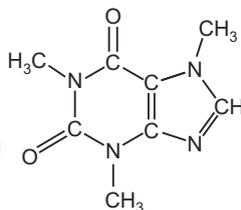
cafeína



- Escreva a equação balanceada para reação de queima da cafeína descrita no texto, utilizando coeficientes estequiométricos inteiros.
- Qual é a curva do gráfico que se refere ao solvente orgânico utilizado? Justifique sua resposta.

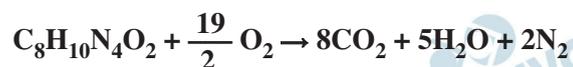
Resolução

A cafeína

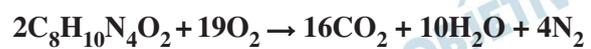


possui fórmula molecular: $C_8H_{10}N_4O_2$

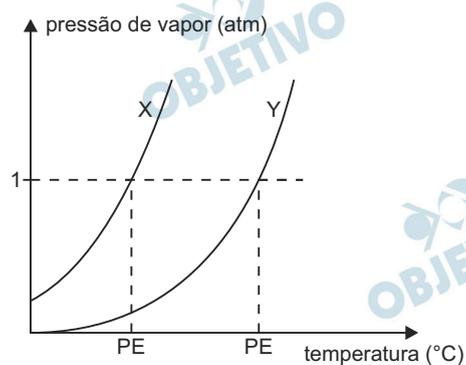
- A reação de queima da cafeína:



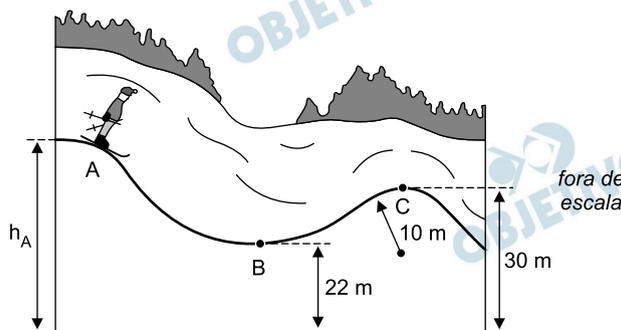
Utilizando coeficientes estequiométricos inteiros:



- b) O solvente orgânico utilizado deve ter baixa temperatura de ebulição. Considerando pressão de 1 atm, o solvente X é o mais indicado (menor PE).



Uma pista de esqui para treinamento de principiantes foi projetada de modo que, durante o trajeto, os esquiadores não ficassem sujeitos a grandes acelerações nem perdessem contato com nenhum ponto da pista. A figura representa o perfil de um trecho dessa pista, no qual o ponto C é o ponto mais alto de um pequeno trecho circular de raio de curvatura igual a 10 m.



Os esquiadores partem do repouso no ponto A e percorrem a pista sem receber nenhum empurrão, nem usam os bastões para alterar sua velocidade. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze o atrito e a resistência do ar.

- Se um esquiador passar pelo ponto B da pista com velocidade $10\sqrt{2} \text{ m/s}$, com que velocidade ele passará pelo ponto C?
- Qual a maior altura h_A do ponto A, indicada na figura, para que um esquiador não perca contato com a pista em nenhum ponto de seu percurso?

Resolução

- Conservação da energia mecânica entre B e C

$$E_C = E_B \quad (\text{referência em B})$$

$$\frac{mV_C^2}{2} + mg h = \frac{mV_B^2}{2}$$

$$\text{em que } h = h_C - h_B$$

$$V_C^2 = V_B^2 - 2g h$$

$$V_C = \sqrt{V_B^2 - 2g h}$$

$$V_C = \sqrt{200 - 2 \cdot 10 \cdot 8,0}$$

$$V_C = \sqrt{40} \text{ m/s}$$

$$V_C = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

- b) 1) Na condição limite, na iminência de perder contato com a pista no ponto C, temos:

$$P = F_{cpC}$$

$$mg = \frac{m V_C^2}{R} \Rightarrow V_C^2 = g R = 10 \cdot 10 \text{ (SI)}$$

$$V_C = 10 \text{ m/s}$$

- 2) Conservação da energia mecânica entre A e C:

$$E_A = E_C \text{ (referência em C)}$$

$$mg (h_A - h_C) = \frac{m V_C^2}{2}$$

$$h_A - h_C = \frac{V_C^2}{2g}$$

$$h_A = h_C + \frac{V_C^2}{2g}$$

$$h_A = 30 + \frac{100}{20} \text{ (m)}$$

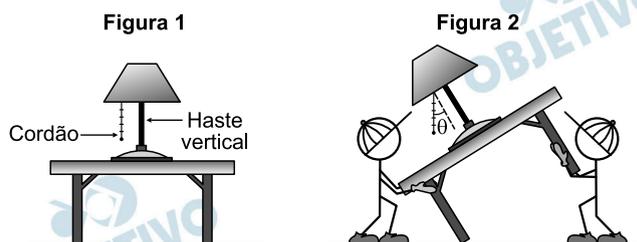
$$h_A = 35 \text{ m}$$

Respostas: a) $V_C = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$

b) $h_A = 35 \text{ m}$

Um abajur está apoiado sobre a superfície plana e horizontal de uma mesa em repouso em relação ao solo. Ele é acionado por meio de um cordão que pende verticalmente, paralelo à haste do abajur, conforme a figura 1.

Para mudar a mesa de posição, duas pessoas a transportam inclinada, em movimento retilíneo e uniforme na direção horizontal, de modo que o cordão mantém-se vertical, agora inclinado de um ângulo $\theta = 30^\circ$, constante em relação à haste do abajur, de acordo com a figura 2. Nessa situação, o abajur continua apoiado sobre a mesa, mas na iminência de escorregar em relação a ela, ou seja, qualquer pequena inclinação a mais da mesa provocaria o deslizamento do abajur.



Calcule:

- a) o valor da relação $\frac{N_1}{N_2}$, sendo N_1 o módulo da força

normal que a mesa exerce sobre o abajur na situação da figura 1 e N_2 o módulo da mesma força na situação da figura 2.

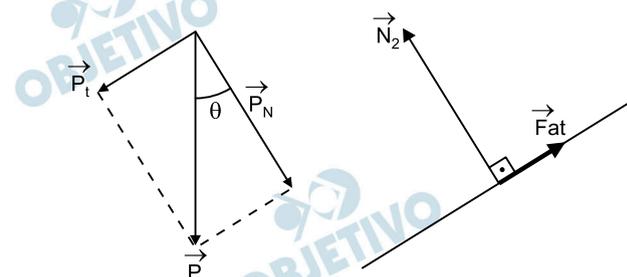
- b) o valor do coeficiente de atrito estático entre a base do abajur e a superfície da mesa.

Resolução

- a) Na figura 1, a condição de equilíbrio é:

$$N_1 = P$$

Na figura 2, a condição de equilíbrio é:



$$|\vec{F}_{at}| = |\vec{P}_t|$$

$$N_2 = |\vec{P}_N| = P \cos \theta$$

A razão $\frac{N_1}{N_2}$ é dada por:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{P}{P \cos \theta} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

b) Na iminência de escorregar:

$$P_t = F_{\text{atmáx}} = \mu_E P_N$$

$$mg \sin \theta = \mu_E mg \cos \theta$$

$$\mu_E = \operatorname{tg} \theta$$

$$\mu_E = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Respostas: a) $\frac{N_1}{N_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

b) $\mu_E = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Em um copo, de capacidade térmica $60 \text{ cal}/^\circ\text{C}$ e a 20°C , foram colocados 300 mL de suco de laranja, também a 20°C , e, em seguida, dois cubos de gelo com 20 g cada um, a 0°C .

Considere os dados da tabela:

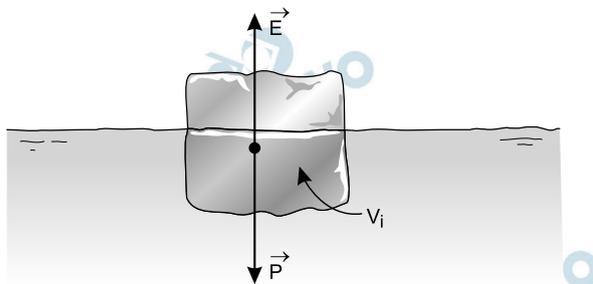
densidade da água líquida	1 g/cm^3
densidade do suco	1 g/cm^3
calor específico da água líquida	$1 \text{ cal}/(\text{g}^\circ\text{C})$
calor específico do suco	$1 \text{ cal}/(\text{g}^\circ\text{C})$
calor latente de fusão do gelo	80 cal/g

Sabendo que a pressão atmosférica local é igual a 1 atm , desprezando perdas de calor para o ambiente e considerando que o suco não transbordou quando os cubos de gelo foram colocados, calcule:

- o volume submerso de cada cubo de gelo, em cm^3 , quando flutua em equilíbrio assim que é colocado no copo.
- a temperatura da bebida, em $^\circ\text{C}$, no instante em que o sistema entra em equilíbrio térmico.

Resolução

a)



\vec{P} = peso do bloco de gelo

\vec{E} = empuxo exercido pelo suco sobre o bloco de gelo

V_i = volume imerso do bloco de gelo

Situação de equilíbrio: $E = P$

$$\rho_{\text{suco}} V_i g = m_{\text{gelo}} g \Rightarrow 1,0 \cdot V_i = 20$$

Da qual: $V_i = 20 \text{ cm}^3$

b) No equilíbrio térmico: $\Sigma Q = 0$

$$\text{Logo: } Q_{\text{copo}} + Q_{\text{suco}} + Q_{\text{gelo}} = 0$$

$$(C\Delta\theta)_{\text{copo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{suco}} + (m L_F + m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} = 0$$

$$\text{Sendo } C_{\text{copo}} = 60 \text{ cal/}^\circ\text{C}, m_{\text{suco}} = 300\text{g},$$

$$c_{\text{suco}} = c_{\text{água}} = 1,0\text{cal/g}^\circ\text{C},$$

$$m_{\text{gelo}} = 40 \text{ g e } L_E = 80 \text{ cal/g, vem:}$$

$$60(\theta - 20) + 300 \cdot 1,0 (\theta - 20) + 40 \cdot 80 + 40 \cdot 1,0 (\theta - 0) = 0$$

$$60\theta - 1200 + 300\theta - 6000 + 3200 + 40\theta = 0$$

$$400\theta = 4000$$

$$\text{Da qual: } \theta = 10^\circ\text{C}$$

Respostas: a) 20 cm³ b) 10°C

O pingente de um colar é constituído por duas peças, A e B, feitas de materiais homogêneos e transparentes, de índices de refração absolutos $n_A = 1,6\sqrt{3}$ e $n_B = 1,6$. A peça A tem o formato de um cone reto e a peça B, de uma semiesfera.

Um raio de luz monocromático R propaga-se pelo ar e incide, paralelamente ao eixo do cone, no ponto P da superfície cônica, passando a se propagar pelo material da peça A. Atinge o ponto C, no centro da base do cone, onde sofre nova refração, passando a propagar-se pelo material da peça B, emergindo do pingente no ponto Q da superfície esférica. Desde a entrada até a sua saída do pingente, esse raio propaga-se em um mesmo plano que contém o vértice da superfície cônica. A figura 1 representa o pingente pendurado verticalmente e em repouso e a figura 2, a intersecção do plano que contém o raio R com o pingente. As linhas tracejadas, indicadas na figura 2, são paralelas entre si e $\alpha = 30^\circ$.

Figura 1

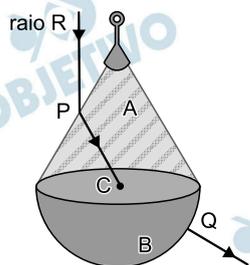
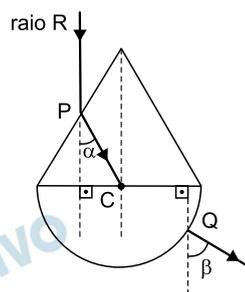


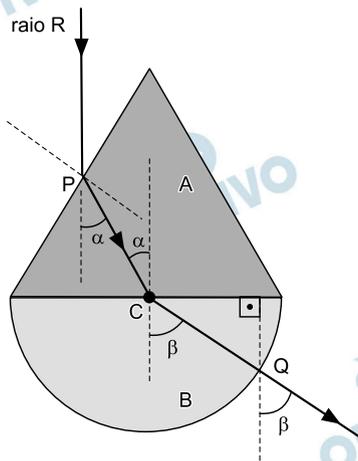
Figura 2



- Calcule o valor do ângulo β indicado na figura 2, em graus.
- Considere que a peça B possa ser substituída por outra peça B', com o mesmo formato e com as mesmas dimensões, mas de maneira que o raio de luz vertical R sempre emerja do pingente pela superfície esférica. Qual o menor índice de refração do material de B' para que o raio R não emerja pela superfície cônica do pingente?

Resolução

- A trajetória da luz ao atravessar as peças A e B está representada no esquema a seguir.



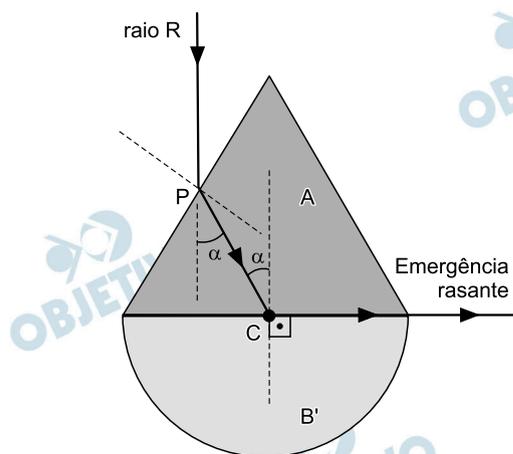
Lei de Snell: $n_B \text{ sen } \beta = n_A \text{ sen } \alpha$

$$1,6 \text{ sen } \beta = 1,6\sqrt{3} \text{ sen } 30^\circ$$

$$\text{sen } \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = 60^\circ}$$

b) Vamos admitir no cálculo abaixo que a superfície plana do hemisfério (peça B') só reflita luz no caso de reflexão total.

No caso de B' apresentar o mínimo índice absoluto de refração, a luz emergirá rasante, junto à interface de A com B'. Veja a figura.



O ângulo α é o ângulo-limite (L) do dióptro AB'.

Logo:

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } L \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{n_{B'}}{n_A}$$

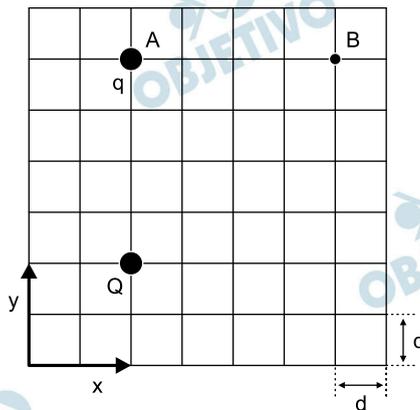
$$\text{sen } 30^\circ = \frac{n_{B'}}{1,6\sqrt{3}} \Rightarrow n_{B'} = \frac{1}{2} \cdot 1,6\sqrt{3}$$

Da qual: $\boxed{n_{B'} = 0,8\sqrt{3}}$

Respostas: a) $\beta = 60^\circ$ b) $n_{B'} = 0,8\sqrt{3}$

Uma carga elétrica puntiforme $Q > 0$ está fixa em uma região do espaço e cria um campo elétrico ao seu redor.

Outra carga elétrica puntiforme q , também positiva, é colocada em determinada posição desse campo elétrico, podendo mover-se dentro dele. A malha quadriculada representada na figura está contida em um plano xy , que também contém as cargas.

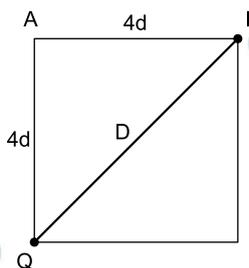


Quando na posição A, q fica sujeita a uma força eletrostática de módulo F exercida por Q .

- Calcule o módulo da força eletrostática entre Q e q , em função apenas de F , quando q estiver na posição B.
- Adotando $\sqrt{2} = 1,4$ e sendo K a constante eletrostática do meio onde se encontram as cargas, calcule o trabalho realizado pela força elétrica quando a carga q é transportada de A para B.

Resolução

a)



Usando Pitágoras:

$$D^2 = (4d)^2 + (4d)^2$$

$$D = 4\sqrt{2}d$$

1. Estando a carga elétrica q na posição A:

$$F = K \cdot \frac{q \cdot Q}{d_A^2} \Rightarrow F = K \cdot \frac{q \cdot Q}{(4d)^2} = K \cdot \frac{q \cdot Q}{16d^2} \quad (1)$$

2. Estando a carga q na posição B:

$$F' = K \cdot \frac{q \cdot Q}{(4\sqrt{2}d)^2} \Rightarrow F' = K \cdot \frac{q \cdot Q}{32d^2} \quad (2)$$

Dividindo-se (2) por (1):

$$\frac{F'}{F} = \frac{K \frac{q \cdot Q}{32d^2}}{K \frac{q \cdot Q}{16d^2}} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{F' = \frac{F}{2}}$$

b) Inicialmente, vamos determinar os potenciais elétricos em A e B, gerados pela carga Q :

$$V = K \frac{Q}{d}$$

$$V_A = \frac{KQ}{4d}$$

$$V_B = \frac{KQ}{4\sqrt{2}d}$$

O trabalho da força elétrica ao se transportar a carga q de A para B é dado por:

$$\tau_{AB} = q (V_A - V_B)$$

$$\tau_{AB} = q \left(\frac{KQ}{4d} - \frac{KQ}{4\sqrt{2}d} \right) = \frac{KQq}{d} = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \right)$$

$$\tau_{AB} = \frac{KQq}{d} \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{8} \right) = \frac{KQq}{d} \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{8} \right)$$

Usando $\sqrt{2} = 1,4$ (dado fornecido no enunciado):

$$\tau_{AB} = \frac{K Q q}{d} \left(\frac{2 - 1,4}{8} \right)$$

$$\tau_{AB} = \frac{0,6}{8} \cdot \frac{K Q q}{d}$$

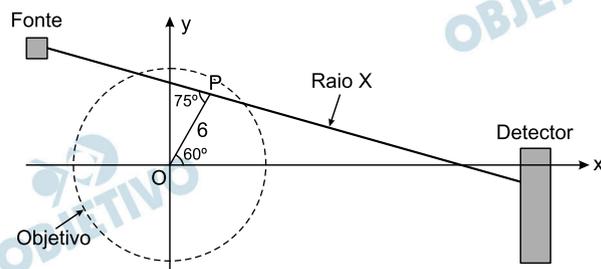
$$\tau_{AB} = \frac{3 K Q q}{40 d}$$

Respostas: a) $F' = \frac{F}{2}$

b) $\tau_{AB} = \frac{3}{40} \frac{K Q q}{d}$

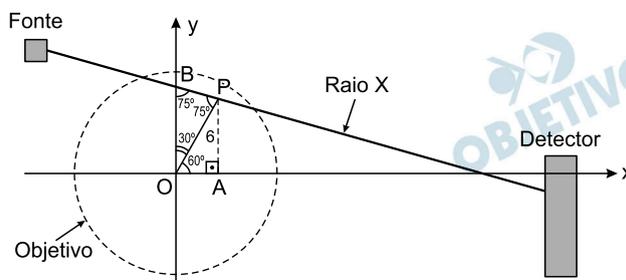
Um tomógrafo mapeia o interior de um objeto por meio da interação de feixes de raios X com as diferentes partes e constituições desse objeto. Após atravessar o objeto, a informação do que ocorreu com cada raio X é registrada em um detector, o que possibilita, posteriormente, a geração de imagens do interior do objeto.

No esquema indicado na figura, uma fonte de raios X está sendo usada para mapear o ponto P, que está no interior de um objeto circular centrado na origem O de um plano cartesiano. O raio X que passa por P se encontra também nesse plano. A distância entre P e a origem O do sistema de coordenadas é igual a 6.



- Calcule as coordenadas (x, y) do ponto P.
- Determine a equação reduzida da reta que contém o segmento que representa o raio X da figura.

Resolução



- No triângulo retângulo PAO, temos:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{PA}{PO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PA}{6} \Rightarrow PA = 3\sqrt{3} \text{ e}$$

$$\operatorname{cos} 60^\circ = \frac{AO}{PO} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AO}{6} \Rightarrow AO = 3$$

Assim, o ponto P tem coordenadas $(3; 3\sqrt{3})$

- O triângulo POB é isósceles, pois $\hat{POB} = 30^\circ$ e $\hat{OPB} = \hat{OBP} = 75^\circ$. Assim $OP = OB = 6$ e, portanto, o ponto B tem coordenadas $(0; 6)$.

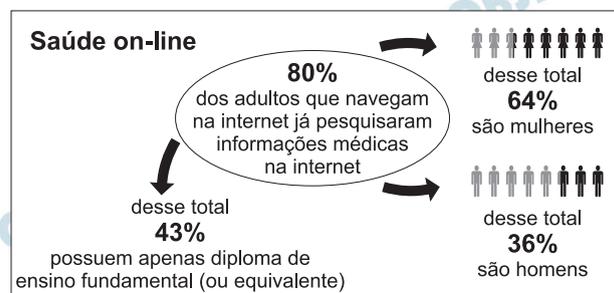
A equação da reta que representa o raio X é dada por

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 6 & 1 \\ 3 & 3\sqrt{3} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x + 3y - 18 - 3\sqrt{3}x = 0 \Rightarrow y = (\sqrt{3} - 2)x + 6$$

Respostas: a) $(3; 3\sqrt{3})$

b) $y = (\sqrt{3} - 2)x + 6$



Os resultados apresentados no infográfico foram obtidos a partir de um levantamento informal feito com 1840 adultos, dos quais 210 eram mulheres que nunca haviam navegado na internet, 130 eram homens que nunca haviam navegado na internet, e os demais pesquisados navegam na internet.

- Dos 1840 adultos, quantos nunca pesquisaram informações médicas na internet?
- Do grupo das pessoas que navegam na internet e já fizeram pesquisas de informações médicas nesse ambiente, sabe-se que 12,5% das mulheres possuem apenas o diploma de ensino fundamental (ou equivalente) em sua escolarização. Desse mesmo grupo de pessoas, quantos são os homens que possuem apenas o diploma de ensino fundamental (ou equivalente) em sua escolarização?

Resolução

- Total de pessoas que nunca navegaram na internet**
 $210 + 130 = 340$

Total de pessoas que navegam na internet
 $1840 - 340 = 1500$

Total de pessoas que nunca pesquisaram informações médicas na internet

$$340 + \frac{20}{100} \cdot 1500 = 640$$

- Já pesquisaram informações médicas na internet**

$$\frac{80}{100} \cdot 1500 = 1200$$

Já pesquisaram informações médicas na internet e tem apenas o ensino fundamental

$$\frac{43}{100} \cdot 1200 = 516$$

Total de mulheres que já pesquisaram na internet e tem apenas o ensino fundamental

$$\frac{12,5}{100} \cdot \frac{64}{100} \cdot 1200 = 96$$

Assim, o número de homens que fizeram pesquisas sobre informações médicas e possuem apenas ensino fundamental é $516 - 96 = 420$

Respostas: a) 640 pessoas

b) 420 homens

A concentração C , em partes por milhão (ppm), de certo medicamento na corrente sanguínea após t horas da sua ingestão é dada pela função polinomial $C(t) = -0,05t^2 + 2t + 25$. Nessa função, considera-se $t = 0$ o instante em que o paciente ingere a primeira dose do medicamento.

Álvaro é um paciente que está sendo tratado com esse medicamento e tomou a primeira dose às 11 horas da manhã de uma segunda-feira.

- A que horas a concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingirá 40 ppm pela primeira vez?
- Se o médico deseja prescrever a segunda dose quando a concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingir seu máximo valor, para que dia da semana e horário ele deverá prescrever a segunda dose?

Resolução

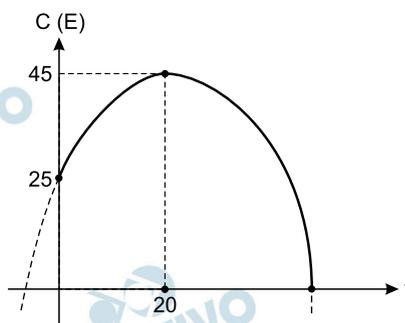
Se $C(t) = -0,05t^2 + 2t + 25$ for a concentração, em partes por milhão, de certo medicamento na corrente sanguínea após t horas da ingestão, então:

$$\begin{aligned} \text{a) } C(t) = 40 &\Rightarrow -0,05t^2 + 2t + 25 = 40 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow t^2 - 40t + 300 = 0 \Leftrightarrow t = 10 \text{ ou } t = 30 \end{aligned}$$

A primeira vez que a concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingirá 40 ppm será 10 horas após a ingestão do medicamento, que foi às 11h da manhã de uma segunda-feira. Portanto, às 21h da mesma segunda-feira.

- A concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingirá o valor máximo para

$$t = -\frac{2}{2 \cdot (-0,05)} = 20$$

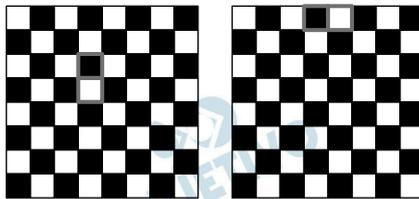


Vinte horas após 11h da manhã de segunda-feira serão 7h da manhã de terça-feira.

Respostas: a) 21h

b) 7h da manhã de terça-feira

Um tabuleiro de xadrez possui 64 casas quadradas. Duas dessas casas formam uma dupla de casas contíguas se estão lado a lado, compartilhando exatamente um de seus lados. Veja dois exemplos de duplas de casas contíguas nos tabuleiros.

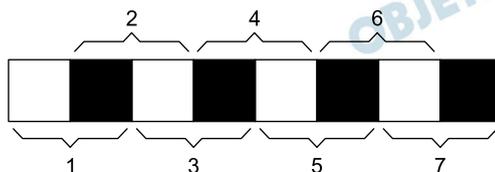


Dispõem-se de duas peças, uma na forma ☺, e outra na forma ☹, sendo que cada uma cobre exatamente uma casa do tabuleiro.

- De quantas maneiras diferentes é possível colocar as peças ☺ e ☹ em duplas de casas contíguas de um tabuleiro de xadrez?
- Considere as 64 casas de um tabuleiro de xadrez como sendo os elementos de uma matriz $A=(a_{ij})_{8 \times 8}$. Coloque a peça ☺, ao acaso, em uma casa qualquer do tabuleiro tal que $i = j$. Em seguida, a peça ☹ será colocada, também ao acaso, em uma casa qualquer do tabuleiro que esteja desocupada. Na situação descrita, calcule a probabilidade de que as peças ☺ e ☹ tenham sido colocadas em duplas de casas contíguas do tabuleiro.

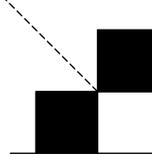
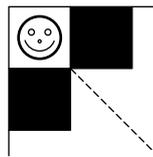
Resolução

- Existem 7 duplas de casas contíguas em cada uma das 8 linhas do tabuleiro, como se pode ver no esquema a seguir.



De modo análogo, também existem 7 duplas de casas contíguas em cada uma das 8 colunas. Ao todo são $2 \cdot 7 \cdot 8 = 112$ duplas de casas contíguas. Como as peças ☺ e ☹ podem trocar de lugar em cada dupla, ao todo existem $2 \cdot 112 = 224$ formas de colocar as duas peças em duplas de casas contíguas.

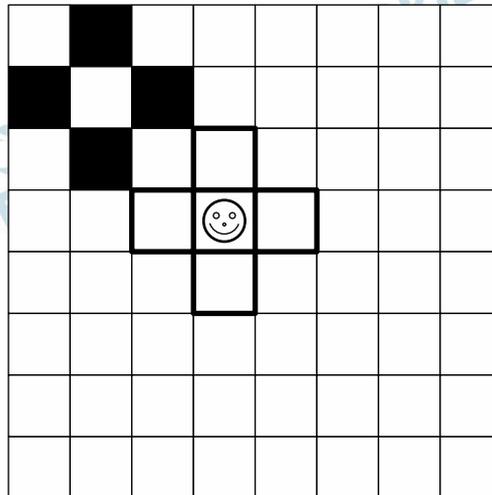
- Se a primeira peça ☺ for colocada em uma das extremidades da diagonal, existiram somente duas casas contíguas onde se pode colocar a peça ☹.



A probabilidade disso ocorrer é

$$\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{63} = \frac{1}{126}$$

Se a primeira peça ☺ for colocada em uma casa da diagonal, que não for extremidade, existirão quatro casas contíguas onde se pode colocar a peça ☹.



A probabilidade, neste caso, é

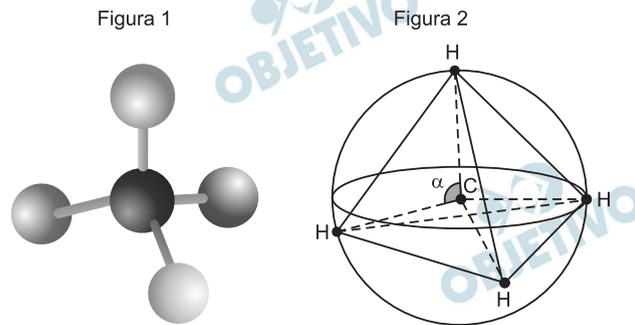
$$\frac{6}{8} \cdot \frac{4}{63} = \frac{6}{126}$$

Assim, a probabilidade pedida é

$$\frac{1}{126} + \frac{6}{126} = \frac{7}{126}$$

Respostas: a) 224 b) $\frac{7}{126}$

O metano (CH_4) possui molécula de geometria tetraédrica (figura 1). Do ponto de vista matemático, isso significa que, em uma molécula de metano, os 4 átomos de hidrogênio localizam-se idealmente nos vértices de um tetraedro regular, e o átomo de carbono localiza-se no centro da esfera que circunscreve esse tetraedro (figura 2). Nesse modelo de molécula, a distância entre um átomo de hidrogênio e o átomo de carbono é de 0,109 nanômetro (nm).



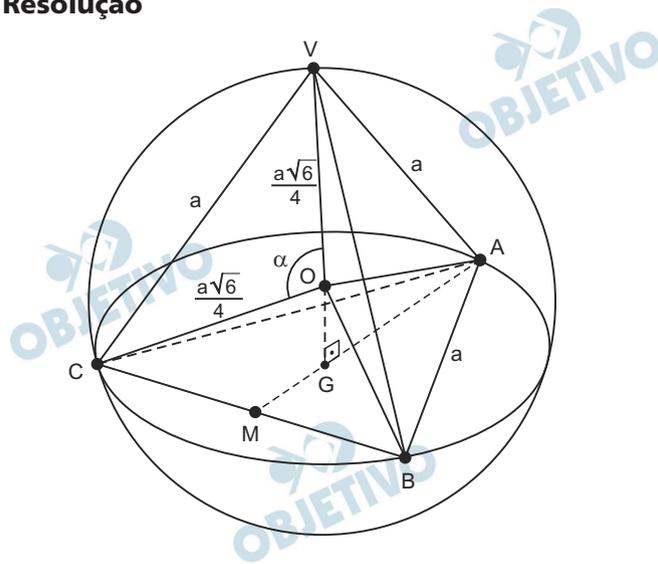
a) Sabendo que $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$, calcule, em milímetros, a medida da distância entre hidrogênio e carbono na molécula de metano. Registre sua resposta em notação científica.

b) Uma importante propriedade do tetraedro regular é a de que, sendo P um ponto interior qualquer, a soma das distâncias de P às quatro faces do tetraedro será igual à altura do tetraedro. Nas condições do problema, isso equivale a dizer que a altura do tetraedro é igual a $\frac{4}{3}$

do raio da esfera. Na figura 2, α indica a medida do ângulo de ligação HCH na molécula de metano. Considerando a tabela trigonométrica a seguir e as informações fornecidas, calcule o valor aproximado de α .

α (em grau)	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$	α (em grau)	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
70	0,9397	0,3420	2,7475	73,5	0,9588	0,2840	3,3759
70,5	0,9426	0,3338	2,8239	74	0,9613	0,2756	3,4874
71	0,9455	0,3256	2,9042	74,5	0,9636	0,2672	3,6059
71,5	0,9483	0,3173	2,9887	75	0,9659	0,2588	3,7321
72	0,9511	0,3090	3,0777	75,5	0,9681	0,2504	3,8667
72,5	0,9537	0,3007	3,1716	76	0,9703	0,2419	4,0108
73	0,9563	0,2924	3,2709				

Resolução



- a) A distância entre os átomos de hidrogênio e carbono é $V_0 = 0,109 \cdot (\text{nm}) = 0,109 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,109 \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 \text{ mm} = 0,109 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 1,09 \cdot 10^{-7} \text{ mm}$

- b) No triângulo ABC equilátero, temos:

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ e } AG = \frac{2}{3} \cdot AM =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

No triângulo retângulo VGA, temos:

$$VG^2 + AG^2 = VA^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow VG^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 = a^2 \Rightarrow VG = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Assim, $VO = CO = BO = AO =$

$$= \frac{3}{4} VG = \frac{3}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Pela lei dos cossenos no triângulo

VOC resulta

$$VC^2 = VO^2 + CO^2 - 2VO \cdot CO \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \left(\frac{a\sqrt{6}}{4} \right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{4} \right)^2 -$$

$$-2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{4} \right) \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{4} \right) \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{3a^2}{8} + \frac{3a^2}{8} - \frac{6a^2}{8} \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6a^2 \cos \alpha = -2a^2 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \cos \alpha = -0,3333... \approx -\cos(70,5^\circ)$ e, portanto,
 $\alpha = 109,5^\circ$

Respostas: a) $1,09 \cdot 10^{-7} \text{mm}$

b) $\alpha \approx 109,5^\circ$