

SEQUÊNCIAS



PEGANDO PESADO



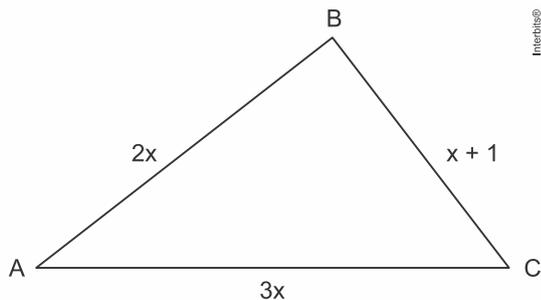
QUESTÃO 01 (FUVEST_2019)

Forma-se uma pilha de folhas de papel, em que cada folha tem 0,1mm de espessura. A pilha é formada da seguinte maneira: coloca-se uma folha na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houverem sido colocadas anteriormente. Depois de 33 dessas operações, a altura da pilha terá a ordem de grandeza

- A** da altura de um poste.
- B** da altura de um prédio de 30 andares.
- C** do comprimento da Av. Paulista.
- D** da distância da cidade de São Paulo (SP) à cidade do Rio de Janeiro (RJ).
- E** do diâmetro da Terra.

QUESTÃO 02 (UPE_2017)

As medidas dos lados AB, BC e CA de um triângulo ABC formam, nessa ordem, uma progressão aritmética.

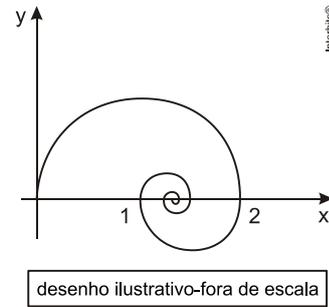


Qual é a medida do perímetro desse triângulo?

- A** 5
- B** 6
- C** 7
- D** 8
- E** 9

QUESTÃO 03 (ESPCEX_2015)

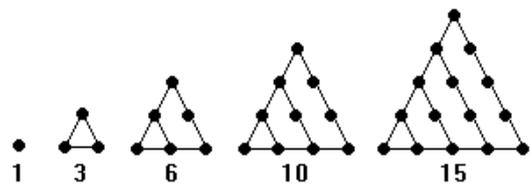
Na figura abaixo temos uma espiral formada pela união de infinitos semicírculos cujos centros pertencem ao eixo das abscissas. Se o raio do primeiro semicírculo (o maior) é igual a 1 e o raio de cada semicírculo é igual à metade do semicírculo anterior, o comprimento da espiral é igual a



- A** π .
- B** 2π .
- C** 3π .
- D** 4π .
- E** 5π .

QUESTÃO 04 (FUVEST_1991)

Os números 1, 3, 6, 10, 15,... são chamados de números triangulares, nomenclatura esta justificada pela sequência de triângulos.



- a) Determinar uma expressão algébrica para o n-ésimo número triangular;
- b) Provar que o quadrado de todo número inteiro maior que 1 é a soma de dois números triangulares consecutivos.

QUESTÃO 05 (ESPCEX_2011)

Um menino, de posse de uma porção de grãos de arroz, brincando com um tabuleiro de xadrez, colocou um grão na primeira casa, dois grãos na segunda casa, quatro grãos na terceira casa, oito grãos na quarta casa e continuou procedendo desta forma até que os grãos acabaram, em algum momento, enquanto ele preenchia a décima casa. A partir dessas informações, podemos afirmar que a quantidade mínima de grãos de arroz que o menino utilizou na brincadeira é

- A** 480
- B** 511
- C** 512
- D** 1023
- E** 1024

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

O número de folhas na pilha, após n operações, constitui a progressão geométrica $(1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^{n-1}, \dots)$. Logo, tomando a aproximação $2^{10} \cong 10^3$, após 33 operações, segue que a altura da pilha será igual a

$$\begin{aligned} 2^{32} \cdot 10^{-1} &= 2^2 \cdot 2^{30} \cdot 10^{-1} \\ &= 4 \cdot (2^{10})^3 \cdot 10^{-1} \\ &\cong 4 \cdot (10^3)^3 \cdot 10^{-1} \\ &\cong 4 \cdot 10^8 \text{ mm} \\ &\cong 400 \text{ km.} \end{aligned}$$

Tal altura é da ordem de grandeza da distância da cidade de São Paulo à cidade do Rio de Janeiro.

Resposta da questão 2: [A]

$(2x, x+1, 3x)$ é uma P.A., então:

$$x+1 = \frac{2x+3x}{2} \Rightarrow 2x+2 = 5x \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

Portanto, o perímetro P será dado por:

$$P = 2x + x + 1 + 3x = 6x + 1$$

$$P = 6 \cdot \frac{2}{3} + 1$$

$$P = 5$$

Resposta da questão 3: [B]

Comprimento de uma semicircunferência de

$$\text{raio } r: \frac{2\pi r}{2} = \pi \cdot r$$

Logo, a soma pedida será dada por:

$$S = \pi \cdot 1 + \pi \cdot 2 + \pi \cdot 4 + \pi \cdot 8 + \dots$$

$$S = \pi \cdot (1 + 2 + 4 + 8 + \dots)$$

$$S = \pi \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S = 2 \cdot \pi$$

Resposta da questão 4:

$$\text{a) } a_n = \frac{[(1+n) \cdot n]}{2}$$

b) Sendo a_{n-1} e a_n ($n > 1$) dois termos consecutivos da sequência (a_n) dos números triangulares, temos:

$$\begin{aligned} a_{n-1} + a_n &= \frac{[(1+n-1) \cdot (n-1)]}{2} + \frac{[(1+n) \cdot n]}{2} \\ &= \frac{(n^2 - n + n + n^2)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2 \end{aligned}$$

Resposta da questão 5: [C]

A quantidade de grãos colocados pelo menino em cada casa constitui uma progressão geométrica cujo primeiro termo é 1 e cuja razão vale 2. Logo, segue que a quantidade de grãos colocados até a nona casa foi de

$$1 \cdot \frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 511.$$

Como os grãos só acabaram na décima casa, temos que a quantidade mínima de grãos que o menino utilizou na brincadeira é $511 + 1 = 512$.