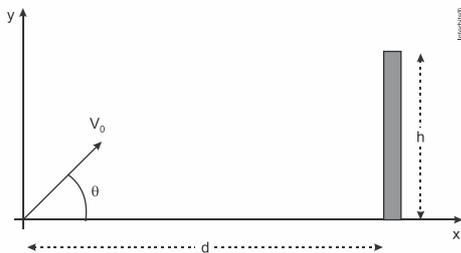




# LANÇAMENTOS

1. (UEMA 2016) Os professores de História e de Física lançaram um desafio a uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, para que compreendessem alguns métodos de combate em larga escala. O Professor de História descreveu alguns combates medievais, onde eram feitos cercos a castelos de grandes muralhas. Com o objetivo de causar maior dano aos castelos, e assim levá-los à rendição, os exércitos invasores faziam uso de grandes catapultas, capazes de atirar enormes projéteis para dentro das muralhas dos castelos.

O professor de Física forneceu o seguinte diagrama esquemático:



A partir dele, explicou que os projéteis eram lançados com uma velocidade inicial  $v_0$  e um ângulo em relação ao plano. Considerando que o projétil parte da origem do sistema de coordenadas, os deslocamentos serão dados em função do tempo (em segundos) por

$$x(t) = v_0 \cos(\theta)t \text{ e } y(t) = v_0 \sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

[www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/CursoI/mr35lp.html](http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/CursoI/mr35lp.html).

- Esboce o gráfico do deslocamento de  $y$  em função do tempo.
- Qual valor mínimo da velocidade inicial  $v_0$  deve ser imposto ao projétil

para que, ao ser lançado com ângulo  $\theta = 45^\circ$ , ultrapasse a muralha de 18 metros de altura com 2 metros de folga? Use  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\sqrt{2} = 1,41$ .

c. A que distância da muralha a catapulta se encontra, ou seja, qual o valor de  $d$ ?

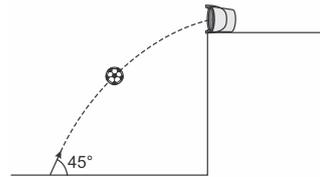
---

---

---

---

2. (Fmj 2016) Uma bola de massa 1 kg é chutada a 12 m/s a partir do solo, formando um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. Ao atingir o ponto mais alto de sua trajetória, a bola colide e adere a um balde de massa 2 kg, que se encontra em repouso na extremidade de uma plataforma plana e horizontal, conforme mostra a figura.



Considerando a aceleração da gravidade  $10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sqrt{2} \approx 1,4$  e a resistência do ar desprezível, determine:

- a altura máxima, em metros, atingida pela bola.
- a velocidade da bola, em m/s, imediatamente antes e depois da colisão totalmente inelástica com o balde.

---

---

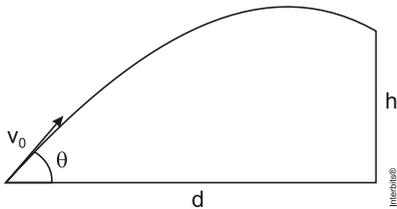
---

---



3. (Fuvest 2011) Os modelos permitem-nos fazer previsões sobre situações reais, sendo, em geral, simplificações, válidas em certas condições, de questões complexas. Por exemplo, num jogo de futebol, a trajetória da bola após o chute e o débito cardíaco dos jogadores podem ser descritos por modelos.

- Trajetória da bola: quando se despreza a resistência do ar, a trajetória da bola chutada, sob a ação da gravidade ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ), é dada por  $h = d \operatorname{tg} \theta - 5(d^2/v_0^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$ , em que  $v_0$  é a velocidade escalar inicial (em m/s),  $\theta$  é o ângulo de elevação (em radianos) e  $h$  é a altura (em m) da bola a uma distância  $d$  (em m), do local do chute, conforme figura abaixo.



- Débito cardíaco (DC) : está relacionado ao volume sistólico VS (volume de sangue bombeado a cada batimento) e à frequência cardíaca FC pela fórmula  $DC = VS \times FC$ .

Utilize esses modelos para responder às seguintes questões:

- a. Durante uma partida, um jogador de futebol quer fazer um passe para um companheiro a 32 m de distância. Seu chute produz uma velocidade inicial na bola de 72 km/h. Calcule os valores de  $\operatorname{tg} \theta$  necessários para que o passe caia exatamente nos pés do companheiro.
- b. Dois jogadores, A e B, correndo moderadamente pelo campo, têm frequência cardíaca de 120 batimentos por minuto. O jogador A tem o volume sistólico igual a 4/5 do volume sistólico do jogador B. Os dois passam a correr mais rapidamente. A frequência cardíaca do jogador B eleva-se para 150 batimentos por minuto. Para quanto

subirá a frequência cardíaca do jogador A se a variação no débito cardíaco ( $DC_{\text{final}} - DC_{\text{inicial}}$ ) de ambos for a mesma?

---

---

---

---

---

4. (UFPR 2011) Na cobrança de uma falta durante uma partida de futebol, a bola, antes do chute, está a uma distância horizontal de 27 m da linha do gol. Após o chute, ao cruzar a linha do gol, a bola passou a uma altura de 1,35 m do chão quando estava em movimento descendente, e levou 0,9 s neste movimento. Despreze a resistência do ar e considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- a. Calcule o módulo da velocidade na direção vertical no instante em que a bola foi chutada.
- b. Calcule o ângulo, em relação ao chão, da força que o jogador imprimiu sobre a bola pelo seu chute.
- c. Calcule a altura máxima atingida pela bola em relação ao solo.

---

---

---

---

---

5. (UNIFESP 2010) No campeonato paulista de futebol, um famoso jogador nos presenteou com um lindo gol, no qual, ao correr para receber um lançamento de um dos atacantes, o goleador fenomenal parou a bola no peito do pé e a chutou certeira ao gol. Analisando a jogada pela TV, verifica-se que a bola é chutada pelo armador da jogada a partir do chão com uma velocidade inicial de 20,0 m/s, fazendo um ângulo com a horizontal de  $45^\circ$  para cima.



Dados:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$  e  $\sqrt{2} = 1,4$

Determine a distância horizontal percorrida pela bola entre o seu lançamento até a posição de recebimento pelo artilheiro (goleador fenomenal).

No instante do lançamento da bola, o artilheiro estava a 16,0 m de distância da posição em que ele estimou que a bola cairia e, ao perceber o início da jogada, corre para receber a bola. A direção do movimento do artilheiro é perpendicular à trajetória da bola, como mostra a figura. Qual é a velocidade média, em km/h, do artilheiro, para que ele alcance a bola imediatamente antes de ela tocar o gramado?



---

---

---

---

---

6. (UFSC 2017) As histórias em quadrinhos (HQ) de super-heróis vêm povoando o imaginário dos jovens de várias gerações desde a década de 1930. As histórias com personagens dotadas de superpoderes constituem-se numa forma de entretenimento, mas também possibilitam a divulgação científica. Podemos encontrar nas HQ situações em que princípios físicos são explorados. Hoje, o universo das HQ passou para o formato cinematográfico e grandes estúdios de cinema têm apostado no gênero.

Na tabela abaixo, estão descritas algumas características de cinco super-heróis e alguns princípios físicos que podem ser associados a elas.

Super-herói	Algumas Características	Alguns Princípios Físicos Associados
Hulk	Criatura com força ilimitada e poderoso fator de cura. Não voa, porém consegue saltar a grandes distâncias e alturas.	Salto como lançamentos oblíquos.
Homem-Aranha	Possui força super-humana, sentido de aranha e habilidade de aderir a superfícies sólidas. Para se balançar sobre os prédios, criou lançadores de teias.	Movimento oscilante como um pêndulo.
Senhor Fantástico	Seu corpo apresenta grande elasticidade, o que dá a ele muita resistência a ataques físicos.	A elasticidade de seu corpo obedece à Lei de Hooke.
Aquaman	Possui telepatia capaz de controlar os seres marinhos e influenciar as pessoas. Dono de força super-humana, possui grande resistência ao impacto físico e grande velocidade para nadar, além de visão capaz de enxergar com pouca luz.	Dentro d'água, obedece às leis da hidrostática.
Flash	O homem mais rápido do mundo no universo DC possui alto fator de cura, velocidade super-humana e reflexos apuradíssimos.	Seus movimentos podem ser descritos pela cinemática e pela dinâmica.

Com base nos dados da tabela, é correto afirmar que:

01. num salto (lançamento oblíquo), o Hulk atinge grande alcance horizontal e no ponto mais alto de sua trajetória a velocidade é nula.



02. quando o Senhor Fantástico recebe um golpe (soco) de um inimigo, seu corpo armazena energia na forma de energia cinética.

04. quando o Homem-Aranha fica oscilando em sua teia, seu período de oscilação será maior quanto maior for o comprimento da teia.

08. o Aquaman tem que fazer mais força para sustentar uma pedra totalmente submersa na água de um rio do que totalmente submersa na água do Mar Morto.

16. quando o Flash está correndo, aumenta a produção de energia térmica em seu corpo.

32. por ser muito forte, o Hulk consegue, com um soco, quebrar uma rocha sem machucar sua mão, pois a força que ele exerce sobre a rocha é maior do que a força que a rocha exerce sobre a mão dele.

7. (Uepg 2016) Considere um pequeno avião voando horizontalmente com velocidade constante. Se a roda do avião se soltar durante o voo, desprezando o atrito da roda com o ar, assinale o que for correto.

01. Para o piloto do avião, a trajetória da roda é retilínea e vertical.

02. Para um observador no solo, a trajetória da roda é descrita por um arco de parábola.

04. O tempo de queda da roda não depende do valor de sua massa.

08. O local onde a roda irá atingir o solo depende da velocidade do avião no momento em que ela se solta.

16. A velocidade da roda, ao atingir o solo, terá um componente vertical.

8. (UEM 2012) Do topo de uma plataforma vertical com 100 m de altura, é solto um corpo  $C_1$  e, no mesmo instante, um corpo  $C_2$  é arremessado de um ponto na plataforma situado a 80 m em relação ao solo, obliquamente formando um ângulo de elevação de  $30^\circ$  com a horizontal e com velocidade inicial de 20 m/s. Considerando que os corpos estão, inicialmente, na mesma linha vertical, desprezando a resistência do ar, e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , assinale o que for correto.

01. A altura máxima, em relação ao solo, atingida pelo corpo  $C_2$  é de 85 m.

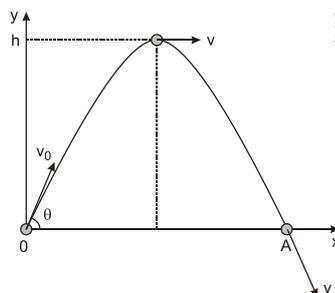
02. Os dois corpos atingem a mesma altura, em relação ao solo, 1,5 segundos após o lançamento.

04. O corpo  $C_2$  demora mais de 6 segundos para atingir o solo.

08. Os dois corpos atingem o solo no mesmo instante de tempo.

16. A distância entre os corpos, 2 segundos após o lançamento, é de metros.

9. (UEPG 2011) Um projétil quando é lançado obliquamente, no vácuo, ele descreve uma trajetória parabólica. Essa trajetória é resultante de uma composição de dois movimentos independentes. Analisando a figura abaixo, que representa o movimento de um projétil lançado obliquamente, assinale o que for correto.



01. As componentes da velocidade do projétil, em qualquer instante nas direções x e y, são respectivamente



dadas por,

$$V_x = V_0 \cdot \cos\theta \text{ e } V_y = V_0 \cdot \sin\theta - gt$$

02. As componentes do vetor posição do projétil, em qualquer instante, são dadas por,

$$x = V_0 \cdot \cos\theta \cdot t \text{ e } y = V_0 \cdot \sin\theta \cdot t - gt^2$$

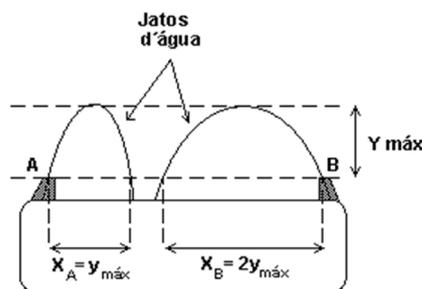
04. O alcance do projétil na direção horizontal depende da velocidade e do ângulo de lançamento.

08. O tempo que o projétil permanece no ar é  $t = 2 \frac{V_0 \cdot \sin\theta}{g}$

16. O projétil executa simultaneamente um movimento variado na direção vertical e um movimento uniforme na direção horizontal.

10. (UFMS 2008) Um bebedouro de água possui dois bicos de saída d'água, bico A e bico B, um em frente do outro, no mesmo nível e ambos alimentados pela mesma fonte. Os orifícios de saída de água nos bicos possuem diâmetros internos iguais e, quando acionados simultaneamente, a altura máxima ( $y_{\text{máx}}$ ) alcançada pelos jatos d'água é igual. O alcance horizontal ( $x_A$ ) do jato de água que sai do bico A é igual à altura máxima ( $y_{\text{máx}}$ ). O alcance horizontal ( $x_B$ ) do jato de água que sai do bico B é o dobro do alcance horizontal ( $x_A$ )

do jato que sai do bico A, veja a figura. Considerando a água um fluido ideal e desprezando a resistência do ar, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).



01. As componentes vertical e horizontal, da velocidade de saída do jato d'água do bico B, são iguais.

02. A componente vertical, da velocidade de saída do jato d'água do bico A, é maior que sua componente horizontal.

04. Se, no bico A, temos uma vazão de saída de água igual a 1 litro/s, no bico B teremos uma vazão de saída de água igual a 2 litros/s.

08. A velocidade de saída, do jato d'água do bico B, faz um ângulo maior que  $30^\circ$  com a direção horizontal.

16. O tempo que um elemento de massa  $\Delta m$  de água, que saiu do bico B, permaneceu no ar é maior que o tempo que um elemento de massa  $\Delta m$  de água, que saiu do bico A, até atingirem o mesmo nível horizontal dos bicos.

### ANOTAÇÕES

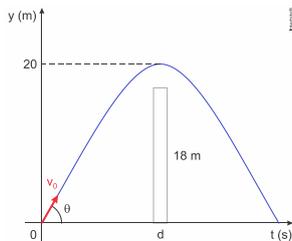
Área reservada para anotações com linhas horizontais para escrita.



# GABARITO

1.

a. O gráfico da altura em função do tempo será uma parábola com a sua concavidade voltada para baixo.



b. Na altura máxima, o projétil estaria passando sobre o muro com a velocidade inicial mínima:

$$(v_y)^2 = (v_{0y})^2 + 2gy \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{(v_y)^2 - 2gy}$$

Como na altura máxima a velocidade vertical (em y) é nula:

$$v_{0y} = \sqrt{0 - 2gy} \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{0 - 2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot 20 \text{ m}} \therefore v_{0y} = 20 \text{ m/s}$$

E a velocidade inicial de lançamento é:

c. Para achar a distância do muro, precisamos saber o tempo necessário para que o projétil atinja a altura máxima.

$$v_y = v_{0y} + gt \Rightarrow t = \frac{v_y - v_{0y}}{g}$$

Lembrando que na altura máxima a velocidade vertical é nula:

$$t = \frac{0 - 20 \text{ m/s}}{-10 \text{ m/s}^2} \therefore t = 2 \text{ s}$$

Assim, a distância horizontal da muralha será:

$$x(t) = v_0 \cos(\theta)t \Rightarrow x(2 \text{ s}) = d = 28,2 \text{ m/s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \text{ s} \therefore d = 40 \text{ m}$$

2.

a. A bola é lançada obliquamente, então as velocidades iniciais serão tomadas nos eixos vertical ( $v_{0y}$ ) e horizontal ( $v_{0x}$ ), de acordo com a trigonometria:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ \Rightarrow v_{0x} = v_{0y} = 8,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

O tempo para atingir a altura máxima é obtido quando a velocidade vertical ( $v_y$ ) é igual a zero:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = 8,4 - 10t \Rightarrow t = 0,84 \text{ s}$$

A altura máxima será:

$$h_{\text{máx}} = h_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow h_{\text{máx}} = 0 + 8,4 \cdot 0,84 - 5 \cdot 0,84^2 \therefore h_{\text{máx}} = 3,528 \text{ m}$$

b. Imediatamente antes da colisão, a velocidade da bola é igual à velocidade horizontal ( $v_{0x}$ ).

$$v_{0x} = v_{0y} = 8,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A velocidade final ( $v_f$ ) após o choque inelástico é calculada com a conservação da quantidade de movimento (Q).

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}}$$

$$m_{\text{bola}} \cdot v_{\text{bola}} + m_{\text{balde}} \cdot v_{\text{balde}} = (m_{\text{bola}} + m_{\text{balde}}) \cdot v_f$$

$$v_f = \frac{m_{\text{bola}} \cdot v_{\text{bola}} + m_{\text{balde}} \cdot v_{\text{balde}}}{(m_{\text{bola}} + m_{\text{balde}})} \Rightarrow v_f = \frac{1 \cdot 8,4 + 2 \cdot 0}{1 + 2} \therefore v_f = 2,8 \text{ m/s}$$

3.

a. Dados:  $d = 32 \text{ m}$ ;  $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ ;  $[h = d \text{ tg}\theta - 5(d^2/v_0^2)(1 + \text{tg}^2\theta)]$

Como a bola cai exatamente no pé do companheiro,  $h = 0$

Substituindo esses valores na expressão dada:

$$0 = 32 \text{ tg}\theta - 5 \left( \frac{32^2}{20^2} \right) (1 + \text{tg}^2\theta) \Rightarrow 0 = 32 \text{ tg}\theta - 12,8 (1 + \text{tg}^2\theta) \Rightarrow$$

$$12,8 \text{ tg}^2\theta - 32 \text{ tg}\theta + 12,8 = 0.$$

Dividindo por 12,8 vem:

$$\text{tg}^2\theta - 2,5 \text{ tg}\theta + 1 = 0.$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$$\text{tg}\theta = \frac{2,5 \pm \sqrt{2,5^2 - 4(1)(1)}}{2} \Rightarrow \text{tg}\theta = \frac{2,5 \pm 1,5}{2} \begin{cases} \text{tg}\theta_1 = 2. \\ \text{tg}\theta_2 = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

b. Dados:  $FC_{\text{inicial}}^A = FC_{\text{inicial}}^B = 150 \text{ bpm}$ ;  $FC^B =$

$150 \text{ bpm}$ ;  $vs^A = \frac{4}{5}vs^B$ . Calculando a variação do débito cardíaco de B=

$$(DC_{\text{final}}^B - DC_{\text{inicial}}^B) = vs^B (FC_{\text{final}}^B - FC_{\text{inicial}}^B) = vs^B (150 - 120) \Rightarrow$$

$$(DC_{\text{final}}^B - DC_{\text{inicial}}^B) = 30 vs^B$$

A variação do débito cardíaco de A é:

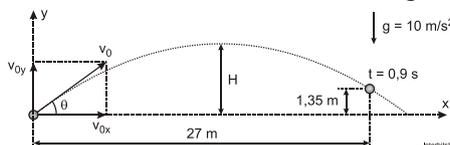
$$(DC_{\text{final}}^A - DC_{\text{inicial}}^A) = vs^A (FC_{\text{final}}^A - FC_{\text{inicial}}^A) = vs^A (FC_{\text{final}}^A - 120).$$

Como as variações são iguais e  $vs^A = \frac{4}{5}vs^B$ , temos:

$$\frac{4}{5}vs^B (FC_{\text{final}}^A - 120) = 30 vs^B \Rightarrow FC_{\text{final}}^A = 30 \frac{5}{4} + 120 \Rightarrow$$

$$FC_{\text{final}}^A = 157,5 \text{ batimentos/minuto.}$$

4. Os dados estão mostrados na figura abaixo.





a. Equacionando o eixo y:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow 1,35 = 0 + v_{0y}(0,9) - \frac{10}{2}(0,9)^2 \Rightarrow$$

$$1,35 + 4,05 = 0,9 v_{0y} \Rightarrow v_{0y} = \frac{5,4}{0,9} \Rightarrow$$

$$v_{0y} = 6 \text{ m/s.}$$

b. Equacionando o eixo x:

$$x = x_0 + v_{0x}t \Rightarrow 27 = 0 + v_{0x}(0,9) \Rightarrow v_{0x} = \frac{27}{0,9} \Rightarrow$$

$$v_{0x} = 30 \text{ m/s.}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{6}{30} = 0,2 \Rightarrow$$

$$\theta = \arctg 0,2.$$

c. Aplicando Torricelli ao eixo y e notando que no ponto mais alto  $v_y = 0$  e  $y = H$ :

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gy \Rightarrow 0 = 6^2 - 20H \Rightarrow 20H = 36 \Rightarrow$$

$$H = 1,8 \text{ m.}$$

5. Dados:  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ;  $\sqrt{2} = 1,4$ ;  $\theta = 45^\circ$ ;  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ .

a. Consideremos desprezível a resistência do ar e que, ao matar a bola, o pé do artilheiro estivesse bem próximo ao chão. Assim, podemos considerar o ponto de lançamento e o ponto de chegada pertencente a um mesmo plano horizontal. Então, o tempo de subida ( $t_s$ ) é igual ao de descida ( $t_d$ ).

Lembrando que no ponto mais alto a componente vertical da velocidade ( $v_y$ ) é nula, calculemos esses tempos:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = v_0 \sin \theta - gt_s \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{20 \sin 45^\circ}{10} =$$

$$\frac{20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{10} \Rightarrow t_s = \sqrt{2} \text{ s.}$$

O tempo total é:

$$t_T = 2t_s \Rightarrow t_T = 2\sqrt{2} \text{ s.}$$

Na horizontal o movimento é uniforme. A velocidade  $v_x$  é:

$$v_x = v_0 \cos \theta = v_0 \cos 45^\circ = 20 \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

O alcance horizontal é:

$$D = v_x t_T = (10\sqrt{2}) \times (2\sqrt{2}) \Rightarrow D = 40 \text{ m.}$$

b. A velocidade média ( $v_A$ ) do artilheiro pode ser calculada considerando que ele percorreu a distância ( $\Delta S$ ) de 16 m enquanto a bola esteve no ar. Então:

$$v_A = \frac{\Delta S}{t_T} = \frac{16}{2\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{4} = 4\sqrt{2} = 4(1,4) = 5,6 \text{ m/s} \Rightarrow$$

$$v_A = 20,16 \text{ km/h.}$$

6.  $04 + 08 + 16 = 28$ .

[01] Falsa. No ponto mais alto do lançamento oblíquo ainda resta a componente horizontal da velocidade inicial, desconsiderando-se os atritos;

[02] Falsa. Como o corpo do Senhor fantástico é elástico; ele armazena energia potencial elástica;

[04] Verdadeira. O período de oscilação de um pêndulo depende diretamente da raiz quadrada do seu comprimento;

[08] Verdadeira. Quanto maior a densidade do líquido maior é o empuxo e menor é a força para sustentar o corpo submerso;

[16] Verdadeira. Para aumento de velocidade é necessário movimentação de pernas mais rapidamente, bem como o batimento do coração, refletindo em aumento da energia interna e, conseqüentemente, aumento da temperatura.

7.  $01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31$ .

[01] Correta. À medida que a roda cai, ela avança com a mesma velocidade horizontal do avião, pois o movimento é considerado sem atrito, com isso, o piloto pode ver a roda abaixo do avião.

[02] Correta. Para um observador no solo, lateralmente ao avião, ele observa um arco de parábola. Somente não consegue enxergar a parábola se o observador estiver alinhado com o trajeto do avião, vendo uma trajetória retilínea, nestes casos.

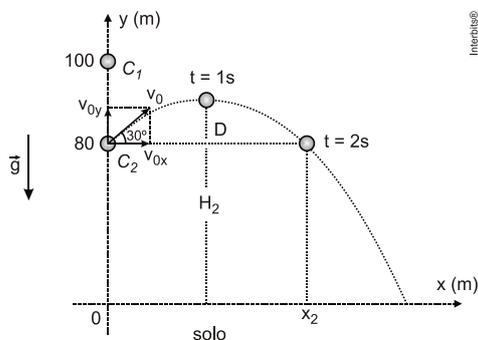
[04] Correta. O tempo de queda da roda depende somente da altura da qual foi abandonada:  $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ .

[08] Correta. Quanto maior a velocidade horizontal e a altura de lançamento, maior será o alcance  $x$  do objeto abandonado pelo avião:  $x = v_x \cdot t = v_x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ .

[16] Correta. O componente vertical da velocidade surge devido à aceleração da gravidade:  $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ .

8.  $01 + 16 = 17$ .

A figura ilustra a situação descrita.



Dados:  $v_{01} = 0$ ;  $x_{01} = 0$ ;  $y_{01} = 100 \text{ m}$ ;  $v_{02} = 30 \text{ m/s}$ ;  $x_{02} = 0$ ;  $y_{02} = 80 \text{ m}$ ;  $a = -g = -10 \text{ m/s}^2$ ;

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Equacionemos os dois movimentos:

$$C_1 \begin{cases} x_1 = 0. \\ y_1 = y_{01} + v_{01}t + \frac{a}{2}t^2 \Rightarrow y_1 = 100 - 5t^2. \end{cases}$$

$$C_2 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_{0x} = 10\sqrt{3} \text{ m/s.} \\ v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = 20 \frac{1}{2} \Rightarrow v_{0y} = 10 \text{ m/s.} \\ x_2 = v_{0x} t \Rightarrow x_2 = 10\sqrt{3} t. \\ y_2 = y_{02} + v_{0y}t + \frac{a}{2}t^2 \Rightarrow y = 80 + 10t - 5t^2. \end{cases}$$

01) Correto. Lembrando que no ponto mais alto a componente vertical da velocidade é nula ( $v_{2y} = 0$ ), apliquemos a equação de Torricelli para  $C_2$ :  
 $v_{2y}^2 = v_{0y}^2 - 2g(H_2 - y_{02}) \Rightarrow 0 = 10^2 - 20(H_2 - 80) \Rightarrow (H_2 - 80) = \frac{100}{20} \Rightarrow H_2 = 85 \text{ m.}$

02) Incorreto.  
 $y_1 = y_2 \Rightarrow 100 - 5t^2 = 80 + 10t - 5t^2 \Rightarrow 10t = 20 \Rightarrow t = 2 \text{ s.}$

04) Incorreto. O corpo 2 leva 5,1 s para atingir o solo, conforme justificado no item seguinte.

08) Incorreto. Nos instantes em que os dois corpos atingem o solo,  $y_1 = y_2 = 0$ . Sejam  $t_1$  e  $t_2$  esses respectivos instantes.

$$C_1 \{ 0 = 100 - 5t_1^2 \Rightarrow t_1 \cong 4,5 \text{ s.}$$

$$C_2 \begin{cases} 0 = 80 + 10t_2 - 5t_2^2 \Rightarrow t_2^2 - 2t_2 - 16 = 0 \Rightarrow \\ t_2 = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 64}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = -3,1 \text{ s (não convém);} \\ t_2 = 5,1 \text{ s.} \end{cases} \end{cases}$$

16) Correto. Conforme calculado no item [02] e ilustrado na figura, no instante  $t = 2 \text{ s}$  os corpos estão na mesma altura,  $h = 80 \text{ m}$ .

Calculemos, então, a abscissa ( $x_2$ ) do corpo 2.  
 $x_2 = v_{0x} t \Rightarrow x_2 = 10\sqrt{3}(2) \Rightarrow x_2 = 20\sqrt{3} \text{ m.}$

A distância (**D**) entre os dois corpos é:  
 $D = x_2 - x_1 \Rightarrow D = 20\sqrt{3} - 0 \Rightarrow D = 20\sqrt{3} \text{ m.}$

9. 01 + 04 + 08 + 16 = 29

**Justificando a incorreta:**

02) A componente horizontal está correta, pois no eixo x o movimento é uniforme, porém, no eixo y, o movimento é uniformemente variado.

A equação correta é:

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2}g t^2 .$$

Mas:  $y_0 = 0$  e  $v_{0y} = v_0 \sin \theta$ .

Então, a equação correta para o eixo y é:

$$y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2}g t^2 .$$

10. (02 + 08) = 10

Resolução

O lançamento oblíquo pode ser analisado separando-se o movimento na direção horizontal como uniforme e na direção vertical como uniformemente variado.

Na horizontal  $x = v_x t$

Na vertical  $y = v_{0y} t - gt^2/2$  com  $v_y = v_{0y} - gt$

O tempo total de voo corresponde aquele no qual

$v_y = -v_{0y} \rightarrow -v_{0y} = v_{0y} - gt_{\text{total}} \rightarrow gt_{\text{total}} = 2 \cdot v_{0y}$  e desta forma  $t_{\text{total}} = 2 \cdot v_{0y}/g$

Neste tempo a distância horizontal é máxima  $\rightarrow x_{\text{máximo}} = v_x \cdot (2 \cdot v_{0y}/g) = 2 \cdot v_x \cdot v_{0y}/g$

Na metade do tempo total a partícula atinge a altura máxima  $\rightarrow t_{\text{subida}} = t_{\text{total}}/2 = v_{0y}/g$

$$y_{\text{máxima}} = v_{0y} \cdot (v_{0y}/g) - g(v_{0y}/g)^2/2 = v_{0y}^2/g - v_{0y}^2/2g = v_{0y}^2/2g$$

Na condição de que  $x_{\text{máximo}} = 2 \cdot y_{\text{máxima}} \rightarrow 2 \cdot v_x \cdot v_{0y}/g = 2 \cdot v_{0y}^2/2g \Rightarrow v_x = v_{0y}$

Isto invalida a afirmação 01.

Na condição de que  $x_{\text{máximo}} = y_{\text{máximo}} \rightarrow 2 \cdot v_x \cdot v_{0y}/g = v_{0y}^2/2g \rightarrow 2 \cdot v_x = v_{0y}/2 \rightarrow v_{0y} = 4 \cdot v_x$

Isto valida a afirmação 02.

O alcance do bico B é o dobro do alcance do bico A, contudo isto não significa que a velocidade tenha dobrado e conseqüentemente que tenha sido dobrado o fluxo.

No caso do bico B a relação  $v_{0y}/v_x = 2$  que é a tangente do ângulo de lançamento. Esta tangente é maior que a tangente de  $30^\circ$ .

O tempo de voo depende da altura máxima atingida, que é a mesma para os dois bicos e desta forma a afirmação 16 é falsa.

## ANOTAÇÕES

---



---



---

-  contato@biologiatotal.com.br
-  /biologiajubilit
-  Biologia Total com Prof. Jubilut
-  @biologiatotaloficial
-  @Prof\_jubilut
-  biologijubilut