



FRENTE A, FUNÇÃO: aula 14

EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS

PARTE 01

EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS: são aquelas cujas variáveis aparecem no logaritmando, nas bases dos logaritmos ou nos logaritmos.

ESTRATÉGIAS:

(1)

Não se esqueça!

(2)

Não se esqueça!

(3) caso apareçam mais de dois logaritmos:

EXERCÍCIOS

01. Resolva as equações logarítmicas:

(a) $\log_2(x - 2) = 3$

(b) $\log(x - 2) = \log(1 - x)$

(c) $\log_2(x - 3) + 2 \cdot \log_4 x = 2$

(d) (FUVEST) $\log_2(x - 2) - \log_4 x = 1$



02. (UNICAMP 2016) A solução da equação na variável real x , $\log_x(x+6) = 2$, é um número

- (a) primo
- (b) par
- (c) negativo
- (d) irracional

04. (IFCE 2014) Seja (a, b) a solução

$$\begin{cases} 2\log_2 x + \log_2 y = 5 \\ \log_2 x + 3\log_2 y = 10 \end{cases}$$

O valor de a^b será igual a

- (a) 2.
- (b) 10.
- (c) 16.
- (d) 64.
- (e) 256.

03. (FAMEMA 2021) O sistema de equações a seguir é composto por uma equação linear e uma equação logarítmica, na base 10.

$$\begin{cases} x - y = -20 \\ \log(x + y) = 2 \end{cases}$$

Sendo (x, y) a solução do sistema, o valor de $y \div x$ é igual

- a
- (a) 0,6
- (b) 0,8
- (c) 1
- (d) 1,2
- (e) 1,5

05. (FAMEMA 2016) Considere as funções $f(x) = 3^{x-k}$ e $g(x) = \log_2 x$, sendo k um número real.

Usando $\log_{10} 2 = 0,30$, $\log_{10} 3 = 0,48$ e sabendo que $f(g(8)) = 3$, o valor de $g(f(5))$ é

- (a) 4,8
- (b) 5,6
- (c) 5,3
- (d) 3,9
- (e) 4,2



06. (ENEM libras 2017) Em 2011, a costa nordeste do Japão foi sacudida por um terremoto com magnitude de 8,9 graus na escala Richter. A energia liberada E por esse terremoto, em kWh, pode ser calculada por $R = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$, sendo $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh e R a magnitude desse terremoto na escala Richter. Considere 0,84 como aproximação para $\log 7$.

Disponível em: <http://oglobo.globo.com>. Acesso em: 2 ago. 2012.

A energia liberada pelo terremoto que atingiu a costa nordeste do Japão em 2011, em kWh, foi de

- (a) $10^{10,83}$
- (b) $10^{11,19}$
- (c) $10^{14,19}$
- (d) $10^{15,51}$
- (e) $10^{17,19}$

07. (ENEM PPL 2018) Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina. A magnitude de um terremoto, medida pela escala Richter, é $R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$, em que A é

a amplitude do movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo, A_0 é uma amplitude de referência e \log representa o logaritmo na base 10.

Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é

- (a) 1,28
- (b) 2,0
- (c) $10^{\frac{9}{7}}$
- (d) 100
- (e) $10^9 - 10^7$



PARTE 02

USANDO LOG NAS EQ. EXPONENCIAIS:

EXEMPLOS:

adotando $\log_{10} 2 \approx 0,3$ e $\log_{10} 3 \approx 0,48$

(a) $2^x = 3$

(b) $10^x = 12$

(c) $2^x = 5$

EXERCÍCIOS

01. (SANTA CASA 2024) Considere, no plano cartesiano, o ponto P dado pela interseção do gráfico da função exponencial $f(x) = 2^x$ com a reta horizontal de equação $y = \frac{700}{27}$. Usando os valores $\log_2 3 = 1,58$, $\log_2 5 = 2,32$ e

$\log_2 7 = 2,8$, a abscissa do ponto P é

- (a) 4,8.
- (b) 4,5.
- (c) 4,9.
- (d) 4,7.
- (e) 4,6.

02. (UNICAMP 2013) Uma barra cilíndrica é aquecida a uma temperatura de 740°C . Em seguida, é exposta a uma corrente de ar a 40°C . Sabe-se que a temperatura no centro do cilindro varia de acordo com a função

$$T(t) = (T_0 - T_{AR}) \cdot 10^{-\frac{t}{12}} + T_{AR}$$

sendo t o tempo em minutos, T_0 a temperatura inicial e T_{AR} a temperatura do ar. Com essa função, concluímos que o tempo requerido para que a temperatura no centro atinja 140°C é dado pela seguinte expressão, com o log na base 10:

- (a) $12 \cdot [\log(7) - 1]$ minutos
- (b) $12 \cdot [1 - \log(7)]$ minutos
- (c) $12 \cdot \log(7)$ minutos
- (d) $\frac{1 - \log(7)}{12}$ minutos



03. (UNICAMP 2023) Uma pesquisadora está testando o efeito de um medicamento em uma bactéria. Sabe-se que a função que descreve a quantidade de bactérias vivas na amostra em um tempo t , dado em minutos, é $Q(t) = C \cdot 10^{-bt}$, com b e C dependendo de características da bactéria e do medicamento.

Dados: $\log_{10} 2 \approx 0,3$.

a) Para uma certa amostra com 5 milhões de bactérias, verificou-se que, nos primeiros 10 minutos, $9/10$ da quantidade de bactérias na amostra morreram. Qual é a quantidade de bactérias vivas que restaram após 20 minutos?

b) Numa outra amostra, onde foi descoberto experimentalmente que $b = 3$, quanto tempo levará para que a quantidade de bactérias fique reduzida à metade?

04. (UNISC 2021) Numa população de insetos, o número de indivíduos, em função do tempo t (em dias), pode ser dado pela função $N(t) = 500 \cdot e^{0,08t}$.

Considerando-se $\ln 5 = 1,6$, em quanto tempo, em dias, o número de indivíduos será igual a 2500?

- (a) 15
- (b) 30
- (c) 25
- (d) 20
- (e) 40

05. (UNESP 2012) Em 2010, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) realizou o último censo populacional brasileiro, que mostrou que o país possuía cerca de 190 milhões de habitantes.

Supondo que a taxa de crescimento populacional do nosso país não se altere para o próximo século, e que a população se estabilizará em torno de 280 milhões de habitantes, um modelo matemático capaz de aproximar o número de habitantes (P), em milhões, a cada ano (t), a partir de 1970, é dado por:

$$P(t) = 280 - 190 \cdot e^{-0,019 \cdot (t-1970)}$$

Baseado nesse modelo, e tomando a aproximação para o logaritmo natural

$$\ln\left(\frac{14}{95}\right) \cong -1,9$$

a população brasileira será 90% da suposta população de estabilização aproximadamente no ano de:

- (a) 2065
- (b) 2070
- (c) 2075
- (d) 2080
- (e) 2085



06. (UNICAMP 2021) Dados preliminares da pandemia do Covid-19 indicam que, no início da disseminação, em determinada região, o número de pessoas contaminadas dobrava a cada 3 dias. Usando que $\log_{10} 2 \approx 0,3$ e $\log_{10} 5 \approx 0,7$, após o primeiro contágio, o número de infectados atingirá a marca de 4 mil entre

- (a) o 18º dia e o 24º dia.
- (b) o 25º dia e o 31º dia.
- (c) o 32º dia e o 38º dia.
- (d) o 39º dia e o 45º dia.

08. (FPP 2020) A meia-vida de uma substância é o tempo necessário para que metade dessa substância seja desintegrada. Sabendo que uma determinada substância tem meia-vida de 200 anos, é CORRETO afirmar que o tempo necessário, aproximado, para que a quantidade dessa substância se reduza a 10% da quantidade original é de

(Use as aproximações $\ln(2) \approx 0,7$ e $\ln(10) \approx 2,3$):

- (a) 20 anos.
- (b) 400 anos.
- (c) 535 anos.
- (d) 657 anos.
- (e) 1384 anos.

07. (UNIFESP 2022) Um estudo de caso acompanhou um homem que tinha 30 anos de vida e possuía inicialmente 100 mil fios de cabelo. Ao longo desse estudo, foi possível observar que, para esse homem, a taxa média de queda de cabelo foi de 4% ao ano.

- a) Sendo N o número médio de fios de cabelo desse homem e t o tempo, em anos, decorrido desde os seus 30 anos de idade, determine a função $N(t)$ e utilize-a para calcular o número de fios de cabelo observados nesse homem quando ele completou 31 anos de vida.
- b) Decorrido certo número de anos após os 30 anos de idade desse homem, ele terá a metade dos fios de cabelo que tinha aos 30 anos. Utilizando $\log_{10} 2 \approx 0,3$. e $\log_{10} 3 \approx 0,48$, determine qual será sua idade nessa ocasião.