

BIOLOGIA

1

A agricultura brasileira sofre grandes prejuízos em virtude do ataque de insetos à lavoura. Para reduzir as perdas, recorre-se ao uso de inseticidas. Contudo, o controle biológico de pragas é uma alternativa ao uso de inseticidas, e mais recentemente têm-se discutido as vantagens e riscos do desenvolvimento de plantas transgênicas resistentes ao ataque de insetos.

- O que vem a ser controle biológico de pragas? O que são plantas transgênicas?
- Cite uma vantagem e uma desvantagem da utilização de qualquer um desses métodos.

Resolução

- Controle biológico é o controle de pragas com a introdução de seus inimigos naturais, que podem ser predadores ou parasitas.*

Transgênicas são plantas que incorporaram no seu genoma genes de outras espécies.

- Controle biológico:**

Vantagem: evita o uso de defensivos agrícolas e a conseqüente contaminação do meio ambiente.

Desvantagem: pode provocar desequilíbrio ecológico.

Plantas transgênicas:

Vantagens: resistência a herbicidas, destruição de predadores e melhor produtividade.

Desvantagens: podem provocar desequilíbrio ecológico e possíveis problemas relacionados à saúde humana.

2

Criadores e sitiantes sabem que a mula (exemplar fêmea) e o burro (exemplar macho) são híbridos estéreis que apresentam grande força e resistência. São o produto do acasalamento do jumento (*Equus asinus*, $2n = 62$ cromossomos) com a égua (*Equus caballus*, $2n = 64$ cromossomos).

- Quantos cromossomos têm o burro ou a mula? Justifique sua resposta.
- Considerando os eventos da meiose I para a produção de gametas, explique por que o burro e a mula são estéreis.

Resolução

- Os animais têm $2n = 63$ cromossomos, porque são resultantes da união de espermatozóide, com $n = 31$ cromossomos, e óvulo, com $n = 32$ cromossomos.*

- Os cromossomos são de 2 espécies diferentes e, portanto, não ocorre pareamento dos chamados cromossomos homólogos, impossibilitando a meiose e a gametogênese.*

3

Os antibióticos e as vacinas fazem parte do arsenal da medicina, auxiliando-nos no combate às doenças provocadas por agentes infecciosos. Dentre essas doenças, podemos citar: tuberculose, gripe, hepatite, febre-amarela, gonorréia.

- Das doenças citadas, para quais delas se prescreve tratamento com antibiótico?
- Por que os antibióticos são indicados para os casos de infecções cujos agentes são bactérias, enquanto as vacinas são indicadas para a prevenção de infecções virais?

Resolução

- Tuberculose e gonorréia.*
- Os antibióticos atuam como bacteriostáticos (impedindo a reprodução de bactérias) ou bactericidas (provocando a morte de bactérias), sendo inócuos em relação aos vírus. As vacinas levam à produção de anticorpos que atuam sobre os vírus, neutralizando sua ação.*

4

O daltonismo é comumente entendido como a incapacidade de enxergar as cores verde e/ou vermelha. A percepção de cores é devida à presença de diferentes tipos do pigmento retinol nos cones da retina. Nos indivíduos daltônicos, alguns desses pigmentos não estão presentes, alterando a percepção das cores. Os genes que participam da síntese desses pigmentos localizam-se no cromossomo X. O daltonismo é um caráter recessivo.

Um homem daltônico casou-se com uma mulher de visão normal em cuja família não havia relatos de casos de daltonismo. Este casal teve dois filhos: João e Maria.

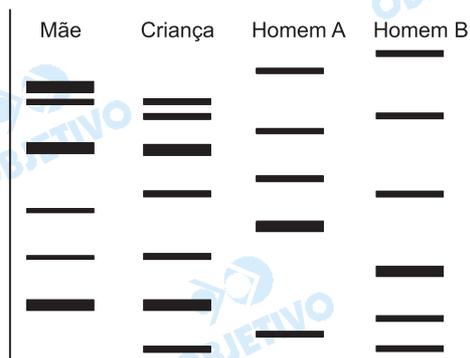
- Qual a probabilidade de João ter herdado do pai o gene para daltonismo? Qual a probabilidade de Maria ter herdado do pai o gene para daltonismo?
- Por que é mais freqüente encontrarmos homens daltônicos que mulheres daltônicas?

Resolução

- A probabilidade de João ter herdado do pai o gene para daltonismo é zero, porque ele recebe do pai o cromossomo Y.
Para Maria é 100%, porque ela recebe o cromossomo X^d do pai que é daltônico (X^dY).*
- O homem, sendo hemizigoto, é daltônico quando apresenta o genótipo X^dY . Sendo homozigota, a mulher daltônica possui genótipo X^dX^d . Para ter a anomalia, a mulher precisa de dois genes e o homem apenas um.*

5

A ilustração apresenta o resultado de um teste de paternidade obtido pelo método do DNA-Fingerprint, ou "impressão digital de DNA".



- Segundo o resultado acima, qual dos homens, A ou B, é o provável pai da criança? Justifique.
- Em linhas gerais, como é feito o teste de identificação individual pelo método do DNA-Fingerprint?

Resolução

- As três bandas de DNA de origem paterna (não encontradas na mãe) ocorrem no homem **B**.
- O teste é feito comparando-se as bandas do DNA repetitivo da mãe da criança com os possíveis pais. Estas bandas não correspondem aos genes e são altamente específicas para cada organismo, daí o seu uso.

6

Darwin ajuda luta contra AIDS

Charles Darwin aprovaria. O novo tratamento contra a AIDS, em desenvolvimento na Universidade Harvard, promete um raro avanço no combate à doença. Mas, melhor ainda, pela primeira vez uma terapia está levando a sério a teoria da evolução darwiniana, baseada no princípio da seleção natural (...). A equipe da Universidade resolveu testar o que aconteceria se uma população de vírus fosse submetida a várias drogas, AZT, DDI e Piridinona, que atacassem o mesmo alvo. O alvo é a enzima transcriptase reversa, que o HIV usa (...) para integrar seu genoma ao da célula infectada. (...). O resultado foi revolucionário (...), o vírus acabou perdendo a capacidade de se multiplicar. (...). O tratamento só é eficaz quando as drogas são ministradas conjuntamente (...)

(Folha de S.Paulo, 28.02.1993.)

Lembre-se de que cada droga reconhece e atua sobre uma região específica da enzima transcriptase reversa, e que as enzimas dependem de sua composição de aminoácidos e estrutura espacial para exercer sua função.

- Do ponto de vista evolutivo, e considerando a ação da seleção, explique o que ocorreria com a população viral se fosse utilizada uma única droga.
- Por que o tratamento só se mostrou eficaz com a administração conjunta das três drogas?

Resolução

- Do ponto de vista evolutivo, o uso de uma única droga aumentaria a probabilidade de serem selecionadas linhagens virais resistentes a esse medi-

- cameto, anulando o seu efeito.*
- b) *O uso conjunto das três drogas pode ocasionar mudanças nos aminoácidos, na estrutura espacial da enzima, no seu centro ativo etc., inativando a enzima e melhorando a eficácia do tratamento.*

7

Alunos de uma escola, em visita ao zoológico, deveriam escolher uma das espécies em exposição e pesquisar sobre seus hábitos, alimentação, distribuição, etc. No setor dos macacos, um dos alunos ficou impressionado com a beleza e agilidade dos macacos-pregos. No recinto desses animais havia uma placa com a identificação:

Nome vulgar: Macaco-prego (em inglês Ring-tail Monkeys ou Weeping capuchins). Ordem Primates. Família Cebidae. Espécie *Cebus apella*.

Esta foi a espécie escolhida por esse aluno. Chegando em casa, procurou informações sobre a espécie em um *site* de busca e pesquisa na internet. O aluno deveria digitar até duas palavras-chaves e iniciar a busca.

- a) Que palavras o aluno deve digitar para obter informações apenas sobre a espécie escolhida?
- b) Justifique sua sugestão.

Resolução

- a) *O aluno deve digitar Cebus apella, o nome científico da espécie.*
- b) *A utilização de qualquer outra categoria taxionômica incluiria informações sobre outras espécies, além daquela escolhida.*

8

Na música *Vila do Sossego*, composta e gravada por Zé Ramalho, encontramos os versos:

Meu treponema não é pálido, nem viscoso. Os meus gametas se agrupam no meu som.

Os versos aparentemente fazem referência a um microorganismo causador de uma doença sexualmente transmissível.

- a) A qual grupo (vírus, bactéria ou protozoário) e espécie pertence este microorganismo? Qual a doença que causa?
- b) Se esta é uma doença sexualmente transmissível, como explicar o fato de algumas crianças, filhas de mães não tratadas, nascerem com lesões no sistema nervoso central?

Resolução

- a) *Trata-se da bactéria Treponema pallidum, causadora da sífilis.*
- b) *A bactéria atravessa a barreira placentária e alcança o feto, provocando a infecção e consequentemente lesões no sistema nervoso central.*

9

Um turista chega a Curitiba (PR). Já na estrada, ficou encantado com a imponência dos pinheiros-do-paraná

(*Araucaria angustifolia*). À beira da estrada, inúmeros ambulantes vendiam sacos de pinhões. Um dos vendedores ensinou-lhe como prepará-los:

– *Os frutos devem ser comidos cozidos. Cozinhe os frutos em água e sal e retire a casca, que é amarga e mancha a roupa.*

O turista percebeu que embora os pinheiros estivessem frutificando (eram muitos os ambulantes vendendo seus frutos), não havia árvores com flores. Perguntou ao vendedor como era a flor do pinheiro, a cor de suas pétalas, etc. Obteve por resposta:

– *Não sei, não, senhor!*

- O que o turista comprou são frutos do pinheiro-do-paraná? Justifique.
- Por que o vendedor disse não saber como são as flores do pinheiro?

Resolução

- Não. O turista comprou sementes do pinheiro-do-paraná, planta pertencente ao grupo das gimnospermas e que nunca produz frutos.*
- O pinheiro-do-paraná produz flores primitivas, formadas apenas pelos esporófilos, que não apresentam sépalas e pétalas.*

10

São muitas as lojas que vendem animais exóticos para serem criados em casa como animais de estimação. Em uma dessas lojas, lagartos eram expostos em caixas de vidro, nas quais havia uma lâmpada acesa.

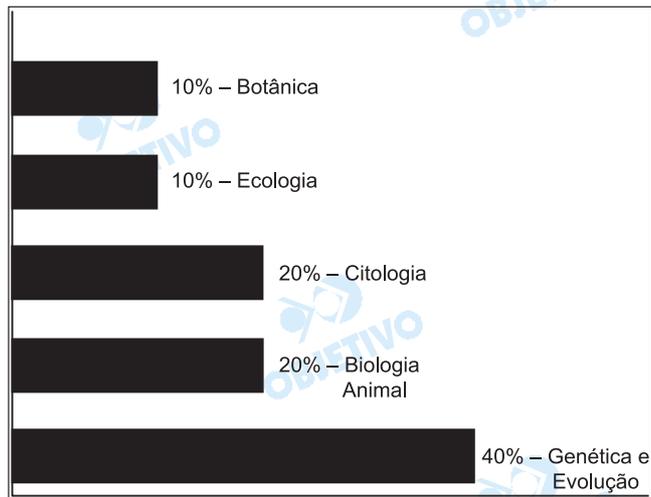
- Qual a razão da lâmpada na caixa em que está colocado o animal? Este procedimento tem alguma relação com algo que o animal experimenta em seu ambiente natural?
- Se esta caixa fosse deixada na vitrine, diretamente sob luz solar intensa, durante todo o dia, haveria prejuízo ao lagarto?

Resolução

- A lâmpada aumenta a temperatura ambiental. O aumento da temperatura eleva a taxa metabólica do animal, aumentando a sua atividade, uma vez que ele é pecilotermo. No ambiente natural, o animal expõe-se periodicamente à luz solar para aumentar a temperatura corpórea.*
- Sim. O lagarto teria um aumento excessivo da temperatura corpórea, o que poderia levar à desnaturação de suas enzimas (hipertermia), podendo, inclusive, ocorrer a morte do animal.*

Comentário

Prova relativamente difícil, que exigiu do vestibulando conhecimentos específicos da matéria, raciocínio e interpretação de textos.



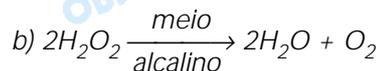
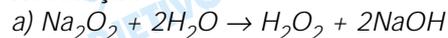
QUÍMICA

11

Entre os peróxidos, apenas o peróxido de hidrogênio (H_2O_2) é molecular, todos os demais são iônicos. Peróxidos metálicos, como por exemplo, peróxido de sódio (Na_2O_2), ao reagirem com água, podem formar peróxido de hidrogênio mais o hidróxido metálico correspondente. No entanto, em meio alcalino, o peróxido de hidrogênio sofre decomposição liberando gás oxigênio (O_2) e água. Com base nas informações dadas escreva:

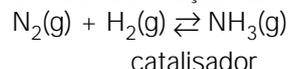
- a equação química da reação entre peróxido de sódio e água;
- a equação química de decomposição do peróxido de hidrogênio em meio alcalino.

Resolução



12

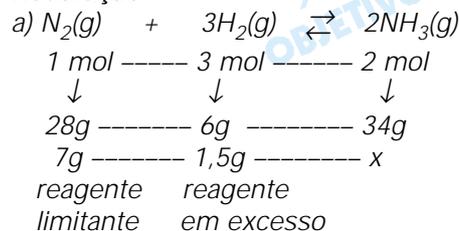
Na indústria, a amônia é obtida pelo processo denominado Haber-Bosh, pela reação entre o nitrogênio e o hidrogênio na presença de um catalisador apropriado, conforme mostra a reação não balanceada:



Com base nessas informações, considerando um rendimento de 100% e sabendo que as massas molares desses compostos são: $N_2 = 28 \text{ g/mol}$, $H_2 = 2 \text{ g/mol}$, $NH_3 = 17 \text{ g/mol}$, calcule

- a massa de amônia produzida reagindo-se 7 g de nitrogênio com 3 g de hidrogênio.
- Nas condições descritas no item a, existe reagente em excesso? Se existir, qual a massa em excesso desse reagente?

Resolução



$$x = 8,5g$$

- b) Massa em excesso de hidrogênio (H_2) =
= $3g - 1,5g = 1,5g$

13

Uma das formas utilizadas na adulteração da gasolina consiste em adicionar a este combustível solventes orgânicos que formem misturas homogêneas, como o álcool combustível. Considere os seguintes sistemas, constituídos por quantidades iguais de:

- 1 – gás oxigênio, gás carbônico e gás argônio;
- 2 – água líquida, clorofórmio e sulfato de cálcio;
- 3 – n-heptano, benzeno e gasolina;

todos nas condições normais de temperatura e pressão.

a) Indique o número de fases dos sistemas 1, 2 e 3 e classifique-os como sistema homogêneo ou heterogêneo.

b) Se fosse adicionado querosene ao sistema 3, quantas fases este apresentaria? Justifique sua resposta.

Resolução

a) *Sistema 1: uma fase (monofásico)*

Mistura gasosa é sempre homogênea.

Sistema 2: três fases (trifásico)

Mistura heterogênea, porque sulfato de cálcio é praticamente insolúvel em água e em clorofórmio. Já a água e o clorofórmio são imiscíveis.

Sistema 3: uma fase (monofásico)

Mistura de líquidos miscíveis (todos hidrocarbonetos apolares), portanto, sistema homogêneo.

b) *Apenas uma fase, ou seja, sistema homogêneo.*

Os compostos são hidrocarbonetos líquidos, todos apolares, portanto, miscíveis.

14

Injeções endovenosas de glicose são aplicadas em pessoas que estão alcoolizadas. A solução de glicose, que é injetada nas veias desses pacientes, deve ser isotônica em relação ao sangue, para não lesar os glóbulos vermelhos. Considerando que o sangue humano possui uma pressão osmótica (π) da ordem de 7,8 atmosferas,

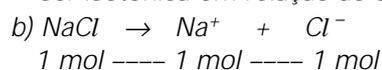
a) qual deve ser o valor da pressão osmótica da injeção endovenosa a ser aplicada no paciente alcoolizado?

b) demonstre através de cálculos que o soro fisiológico, utilizado nas injeções endovenosas, é solução com concentração $C = 0,16 \text{ mol/L}$ em cloreto de sódio (NaCl).

Considere: $R = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $T = 298 \text{ K}$ e $\pi = i\cdot R\cdot T\cdot C$

Resolução

a) *A solução de glicose injetada no paciente deve apresentar pressão osmótica igual a 7,8 atm, pois deve ser isotônica em relação ao sangue.*



$$q = 2$$

$$i = 1 + \alpha (q - 1)$$

$$i = 1 + 1 (2 - 1) = 2$$

$$\pi = i \cdot R \cdot T \cdot C$$

$$\pi = 2 \cdot 0,082 \cdot \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298\text{K} \cdot 0,16 \text{ mol/L}$$

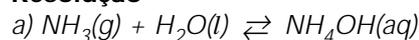
$$\pi \cong 7,8 \text{ atm}$$

15

Alguns produtos de limpeza contêm, em suas composições, amoníaco, que imprópriamente é representado como $\text{NH}_4\text{OH}(\text{aq})$. O cheiro forte e sufocante deste composto básico tende a desaparecer depois de utilizado na remoção de gordura impregnada em pias ou panelas.

- Forneça as equações químicas para a dissolução da amônia e para sua dissociação em água.
- Explique o desaparecimento do cheiro forte do amoníaco após sua utilização.

Resolução

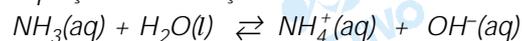


Rigorosamente, o que ocorre é o seguinte:

Equação da dissolução:



Equação da ionização:



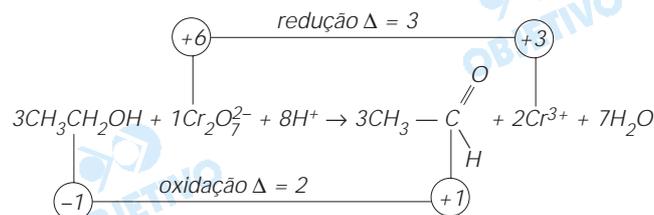
- Quando o amoníaco está sendo utilizado, o equilíbrio é deslocado no sentido dos produtos, pois diminui a concentração do íon OH^- . Este reage com a gordura, formando sabão. O cátion NH_4^+ não tem cheiro.

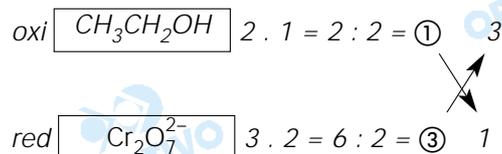
16

Nas rodovias, a polícia rodoviária utiliza o bafômetro para determinar se o motorista consumiu em demasia bebidas alcoólicas. Ao soprar em um tubo contendo solução de dicromato de potássio ($\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$) em meio ácido, que apresenta cor amarela, o teste do bafômetro é positivo se esta solução adquire coloração verde, devido à redução a cromo(III) (Cr^{3+}).

- Escreva a reação de oxidação do álcool etílico ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$) por íons dicromato ($\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$) e indique o nome do aldeído formado.
- Escreva a reação de combustão do álcool etílico.

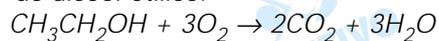
Resolução





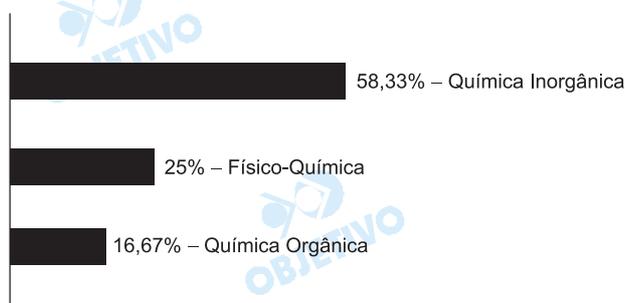
O aldeído formado é o etanal (aldeído acético ou acetaldeído).

b) Equação química da reação de combustão completa do álcool etílico:



Comentário de Química

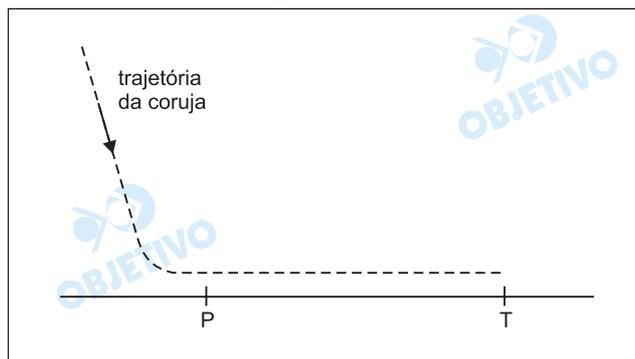
A prova da área de Biológicas foi bem elaborada, inclusive com os enunciados apresentando informações importantes para a resolução das questões. Tal como aconteceu na prova de Conhecimentos Gerais, a Química Orgânica foi muito pouco abordada. A prova apresentou grau médio de dificuldade.



FÍSICA

17

Um rato, em sua ronda à procura de alimento, está parado em um ponto P, quando vê uma coruja espreitando-o. Instintivamente, ele corre em direção à sua toca T, localizada a 42 m dali, em movimento retilíneo uniforme e com velocidade $v = 7 \text{ m/s}$. Ao ver o rato, a coruja dá início à sua caçada, em um mergulho típico, como o mostrado na figura.



Ela passa pelo ponto P, 4 s após a partida do rato e a uma velocidade de 20 m/s.

- Considerando a hipótese de sucesso do rato, em quanto tempo ele atinge a sua toca?
- Qual deve ser a aceleração média da coruja, a partir do ponto P, para que ela consiga capturar o rato no momento em que ele atinge a entrada de sua toca?

Resolução

- a) Sendo o movimento do rato uniforme, temos:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$7 = \frac{42}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 6\text{s}$$

- b) Como a coruja atinge o ponto P 4s após a partida do rato, ela deve fazer o percurso PT em 2s para chegar em T junto com o rato.

A aceleração escalar média da coruja é a aceleração escalar constante para ter a mesma variação de velocidade escalar no mesmo intervalo de tempo.

Isto posto, usando a equação horária do MUV, vem:

$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma_m}{2} t^2$$

$$42 = 20 \cdot 2 + \frac{\gamma_m}{2} (2)^2$$

$$42 = 40 + \frac{\gamma_m}{2} \cdot 4$$

$$2 = 2 \gamma_m$$

$$\gamma_m = 1 \text{ m/s}^2$$

- Respostas:** a) 6s
b) 1m/s²

18

Considere um corpo na superfície da Lua. Pela segunda lei de Newton, o seu peso é definido como o produto de sua massa m pela aceleração da gravidade g . Por outro lado, pela lei da gravitação universal, o peso pode ser interpretado como a força de atração entre esse corpo e a Lua. Considerando a Lua como uma esfera de raio $R = 2 \times 10^6 \text{ m}$ e massa $M = 7 \times 10^{22} \text{ kg}$, e sendo a constante de gravitação universal $G = 7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, calcule

- a) aceleração da gravidade na superfície da Lua;
b) o peso de um astronauta, com 80 kg de massa, na superfície da Lua.

Resolução

a) $P = F_G$

$$mg = \frac{GMm}{R^2}$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Sendo

$$M = 7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$R = 2 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$G = 7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2, \text{ vem:}$$

$$g_L = \frac{7 \cdot 10^{-11} \cdot 7 \cdot 10^{22}}{4 \cdot 10^{12}} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow g_L = \frac{49}{40} \text{ m/s}^2$$

$$g_L = 1,225 \text{ m/s}^2 \cong 1,2 \text{ m/s}^2$$

b) $P_L = mg_L$

$$P_L = 80 \cdot \frac{49}{40} \text{ (N)}$$

$$P_L = 98 \text{ N}$$

- Respostas:** a) 1,225m/s² ou $\cong 1,2 \text{ m/s}^2$
b) 98N

19

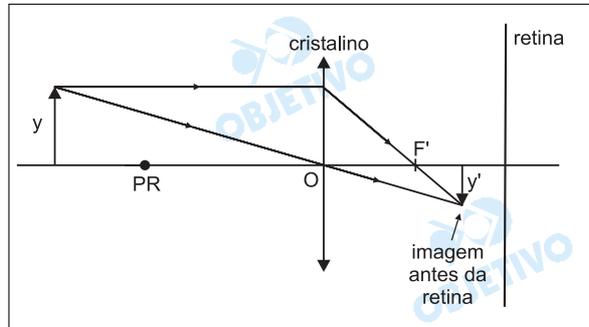
Uma pessoa míope não consegue ver nitidamente um objeto se este estiver localizado além de um ponto denominado ponto remoto. Neste caso, a imagem do objeto não seria formada na retina, como ocorre em um olho humano normal, mas em um ponto entre o cristalino (lente convergente) e a retina. Felizmente, este defeito pode ser corrigido com a utilização de ócu-

los.

- a) Esquematize em uma figura a formação de imagens em um olho míope, para objetos localizados além do ponto remoto.
- b) Qual a vergência da lente a ser utilizada, se o ponto remoto de um olho míope for de 50 cm?

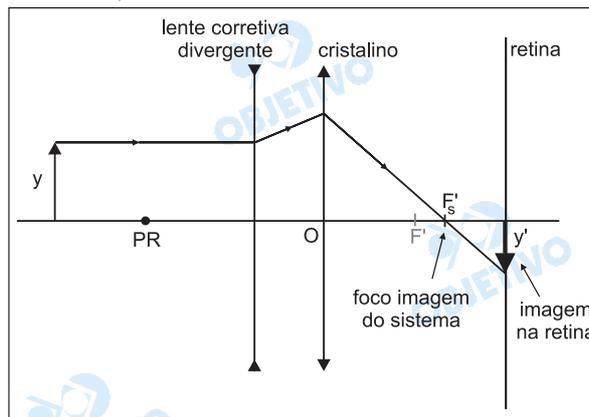
Resolução

a) *Olho míope sem lente corretiva*



Para um objeto colocado além do ponto remoto (PR), o cristalino irá conjugar uma imagem real, invertida e menor, posicionada antes da retina do olho míope.

Olho míope com lente corretiva



b) $d_M = 50\text{cm} = 0,50\text{m}$

$$V = \frac{1}{f}$$

Para o olho míope, o foco principal imagem da lente corretiva coincide com o ponto remoto (PR) do seu olho.

Assim:

$$f = -d_M = -0,50\text{ m}$$

$$V = -\frac{1}{0,50\text{ m}}$$

$$V = -2,0\text{ di}$$

Respostas: a) vide figura

b) $-2,0\text{ di}$

Duas partículas com carga $5 \times 10^{-6} \text{ C}$ cada uma estão separadas por uma distância de 1 m.

Dado $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, determine

- a) a intensidade da força elétrica entre as partículas;
 b) o campo elétrico no ponto médio entre as partículas.

Resolução

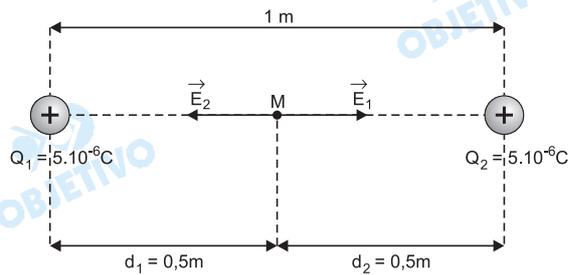
a) Utilizando a Lei de Coulomb, vem:

$$F = \frac{K |Q_1| \cdot |Q_2|}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1^2} \text{ (N)}$$

$$F = 2,25 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

b)



$$E_R = E_1 - E_2$$

Como $E_1 = E_2$, vem:

$$E_R = 0$$

- Respostas:** a) $2,25 \cdot 10^{-1} \text{ N}$
 b) zero

21

Considere um objeto de 10 kg que, suspenso por um fio, está completamente imerso num recipiente com água. O volume do objeto é de 2 litros. Considere que o fio possui massa desprezível, que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a densidade da água é igual a 1 g/cm^3 .

- a) Qual o valor da força de empuxo que atua no objeto?
 b) Qual o valor da tração no fio para manter o objeto suspenso?

Resolução

a) De acordo com o Princípio de Arquimedes, a intensidade do empuxo é igual à intensidade do peso do líquido deslocado:

$$E = P_{\text{liq. deslocado}} = \mu_L V_i g$$

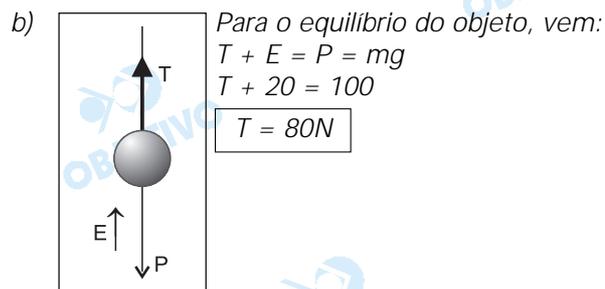
$$\mu_L = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$V_i = 2l = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$E = 1 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \text{ (N)}$$

$$E = 20 \text{ N}$$

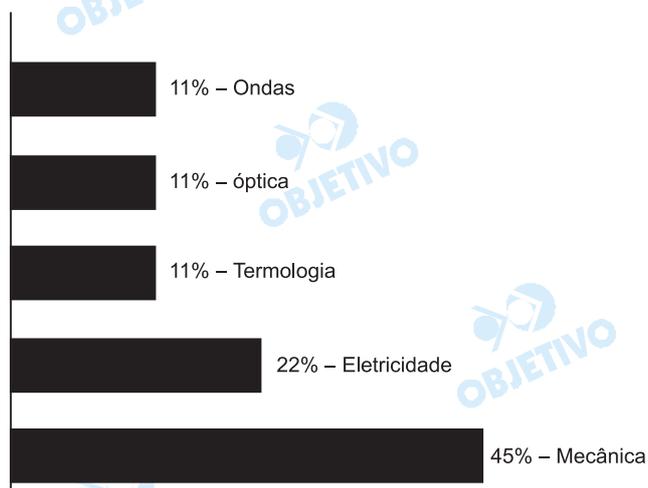


Respostas: a) 20N
 b) 80N

Comentário de Física

A prova apresentou enunciados simples, bastante claros, com várias questões literais de nível médio.

Um aluno bem preparado não deve ter encontrado nenhuma dificuldade na resolução de qualquer uma das questões.



MATEMÁTICA

22

Dados os números n e $m \in \mathbb{N}$,

a) calcule o valor de n de modo a satisfazer

$$\frac{(n+1)!}{n!} = 9.$$

b) Sabendo-se que $b_m = \frac{(m+1)!}{(m+2)!} (m^2 - 4)$, calcule b_{137} .

Resolução

Sejam m e n dois números naturais, temos:

$$a) \frac{(n+1)!}{n!} = 9 \Leftrightarrow \frac{(n+1) \cdot n!}{n!} = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n+1 = 9 \Leftrightarrow n = 8$$

$$b) b_m = \frac{(m+1)!}{(m+2)!} \cdot (m^2 - 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b_m = \frac{(m+1)!(m+2) \cdot (m-2)}{(m+2) \cdot (m+1)!} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b_m = m - 2 \Rightarrow b_{137} = 137 - 2 \Rightarrow b_{137} = 135$$

Respostas: a) $n = 8$

b) $b_{137} = 135$

23

Uma empresa que fabrica o refrigerante Refridagalera fez uma pesquisa para saber a preferência dos consumidores em relação ao seu produto e àquele de um de seus concorrentes, o Refridamoçada. Foram ouvidas 1 000 pessoas, das quais 600 consumiam somente o Refridagalera, 200 consumiam os dois, 500 consumiam somente o Refridamoçada e 100, nenhum deles. Um dos entrevistados foi escolhido ao acaso. Calcule a probabilidade de que ele seja consumidor de

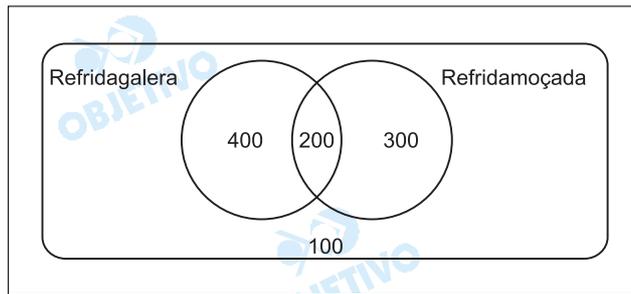
- a) Refridagalera e Refridamoçada.
b) Refridagalera ou Refridamoçada.

Resolução

Os dados são incompatíveis. Resolveremos a questão supondo que:

- a) as pessoas ouvidas foram **apenas** 1000.
b) **apenas** 600 consumiam o Refridagalera e não **somente o Refridagalera**.
c) **apenas** 500 consumiam o Refridamoçada e não **somente o Refridamoçada**.
d) **apenas** 200 consumiam os dois.
e) **apenas** 100 nenhum dos dois.

Com estas alterações, temos o seguinte diagrama de Venn:



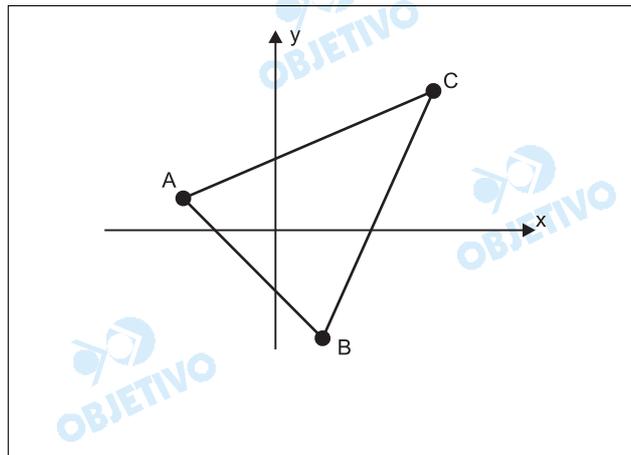
Se um dos entrevistados foi escolhido ao acaso, então a probabilidade de que ele seja consumidor de:

a) Refridagalera e Refridamoçada é $\frac{200}{1000} = 20\%$.

b) Refridagalera ou Refridamoçada é $\frac{900}{1000} = 90\%$.

24

Dados dois pontos, A e B, com coordenadas cartesianas $(-2, 1)$ e $(1, -2)$, respectivamente, conforme a figura,



- a) calcule a distância entre A e B.
 b) Sabendo-se que as coordenadas cartesianas do bari-centro do triângulo ABC são $(x_G, y_G) = (2/3, 1)$, calcule as coordenadas (x_C, y_C) do vértice C do triângulo.

Resolução

a) $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

Assim: $AB = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (1 + 2)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow AB = \sqrt{3^2 + 3^2} \Leftrightarrow AB = \sqrt{2 \cdot 3^2} \Leftrightarrow AB = 3\sqrt{2}$

b) $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$ e $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

$$\text{Assim: } \frac{2}{3} = \frac{-2 + 1 + x_C}{3} \Leftrightarrow x_C = 3$$

$$\text{e } 1 = \frac{1 - 2 + y_C}{3} \Leftrightarrow y_C = 4$$

Respostas: a) $AB = 3\sqrt{2}$

b) $C(3;4)$

25

Considere a variável complexa z dada por $z = x + iy$, onde i é o número imaginário $\sqrt{-1}$, e seja \bar{z} o complexo conjugado de z .

a) Dada a equação $(z - a)(\bar{z} - a) = r^2$, onde r e $a \in \mathbb{R}$, calcule e responda a qual configuração geométrica ela corresponde.

b) Escreva a equação do círculo $x^2 + y^2 = R^2$, $R \in \mathbb{R}$, em variáveis complexas.

Resolução

a) Se $z = x + iy$, então

$$\begin{aligned} (z - a)(\bar{z} - a) = r^2 &\Leftrightarrow (x + iy - a)(x - iy - a) = r^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x - a)^2 - (iy)^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - a)^2 + y^2 = r^2, \text{ que no} \\ &\text{plano cartesiano pode ser:} \end{aligned}$$

1) o ponto de coordenadas $(a;0)$ se $r = 0$.

2) a circunferência de centro $(a;0)$ e raio $|r|$, se $r \neq 0$.

b) Interpretando-se "equação do círculo $x^2 + y^2 = R^2$ " como "equação da circunferência $x^2 + y^2 = R^2$ ", tem-se que:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = R^2 &\Rightarrow x^2 - (-y^2) = R^2 \Leftrightarrow x^2 - (iy)^2 = R^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x + iy)(x - iy) = R^2 \Leftrightarrow z \cdot \bar{z} = R^2, \text{ onde } z = x + iy. \end{aligned}$$

Respostas: a) Um ponto ou uma circunferência.

b) $z \cdot \bar{z} = R^2$, onde $z = x + yi$.