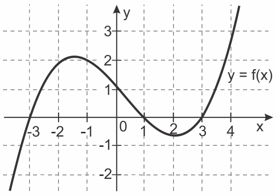
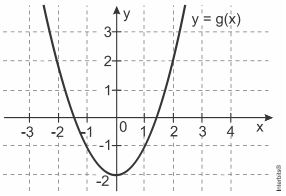
FRENTE 1 – AULAS 07 E 08

Prof. Gabriel Miranda

1. (Unicamp 2022) As figuras abaixo ilustram, respectivamente, os gráficos das funções y = f(x) e y = g(x).





Então $f(g(-1)) - g(f(1))$ vale:
a) 1. b) 2. c) 3. d) 4.

2. (Unicamp 2020) Sabendo que a é um número real, considere a função $f(x) = ax + 2$, definida para todo número real x. Se $f(f(1)) = 1$ então
a) $a = -1$. b) $a = -\frac{1}{2}$. c) $a = \frac{1}{2}$. d) $a = 1$.

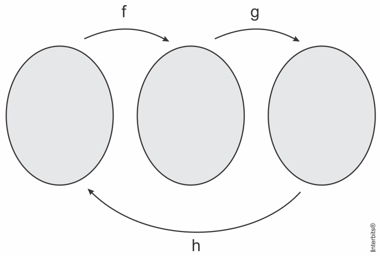
3. (Fuvest 2019) Se a função $f: \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$ é definida por $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ e a função $g: \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$ é definida por $g(x) = f(f(x))$, então $g(x)$ é igual a
a) $\frac{x}{2}$ b) x^2 c) $2x$ d) $2x + 3$ e) x

4. (Unicamp 2018) Seja a função $h(x)$ definida para todo número real x por

$$h(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & se \quad x \leq 1, \\ \sqrt{x-1} & se \quad x > 1. \end{cases}$$

Então, $h(h(h(0)))$ é igual a
a) 0. b) 2. c) 4. d) 8.

5. (Espm 2018) Se $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = 3 - x$, a função $h(x)$ representada no diagrama abaixo é:



a) $h(x) = \frac{2-x}{2}$ b) $h(x) = \frac{2-x}{x}$ c) $h(x) = \frac{x}{2-x}$ d) $h(x) = \frac{x}{x-2}$
e) $h(x) = \frac{x-2}{2x}$

6. (Unigranrio - Medicina 2017) Sabe-se que $f\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = x + 1$. Desta forma, pode-se afirmar que $f(-1)$ vale:
a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

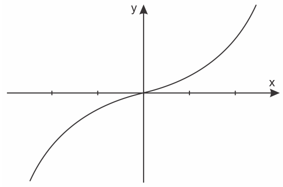
7. (Uece 2017) Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x^2 - 2x + 1$. O valor da função composta $f \circ g$ no elemento $x = 2$ é igual a
a) 1. b) 8. c) 2. d) 4.

8. (Espm 2017) O conjunto imagem de uma função inversível é igual ao domínio de sua inversa. Sendo $f: A \to B$ tal que $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ uma função real inversível, seu conjunto imagem é:
a) $\mathbb{R} - \{1\}$ b) $\mathbb{R} - \{-1\}$ c) $\mathbb{R} - \{-2\}$ d) $\mathbb{R} - \{0\}$ e) $\mathbb{R} - \{2\}$

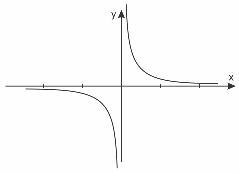
9. (Eear 2017) Sabe-se que a função $f(x) = \frac{x+3}{5}$ é invertível. Assim, $f^{-1}(3)$ é
a) 3 b) 4 c) 6 d) 12

10. (Unicamp 2017) Considere as funções $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x^3$, definidas para todo número real x. O número de soluções da equação $f(g(x)) = g(f(x))$ é igual a
a) 1. b) 2. c) 3. d) 4.

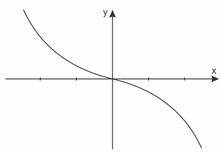
11. (Unicamp 2016) Considere o gráfico da função $y = f(x)$ exibido na figura a seguir.



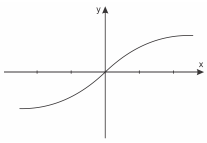
O gráfico da função inversa $y = f^{-1}(x)$ é dado por



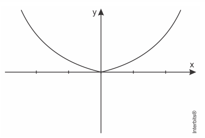
a)



b)



c)

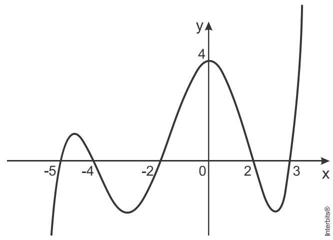


d)

12. (Uece 2016) A função real de variável real definida por $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ é invertível. Se f^{-1} é sua inversa, então, o valor de $[f(0) + f^{-1}(0) + f^{-1}(-1)]^2$ é
a) 1. b) 4. c) 9. d) 16.

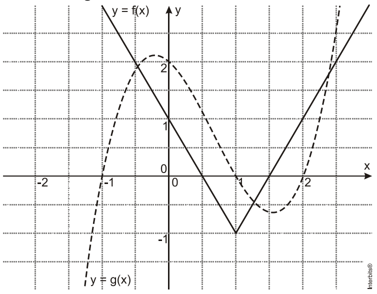
13. (Fuvest-Ete 2022) Sejam $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}*$ e $g: \mathbb{R}* \to \mathbb{R}$ duas funções tais que $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$ e $g(f(x)) = x^2 + x + 2$.
Então f(x) é igual a
a) x^2 b) $\frac{1}{x^2+1}$ c) $x^2 + x + 2$ d) $\frac{1}{x^2+x+1}$ e) $1 + \frac{1}{x^2+1}$

14. (Upf 2015) Considere a função real g, cuja representação gráfica está parcialmente ilustrada na figura a seguir. Sendo $g \circ g$ a função composta de g com g, então, o valor de $(g \circ g)(-2)$ é:



a) 0 b) 4 c) 2 d) -2 e) -5

15. (Unicamp 2014) Considere as funções f e g, cujos gráficos estão representados na figura abaixo.



O valor de $f(g(1)) - g(f(1))$ é igual a
a) 0. b) – 1. c) 2. d) 1.

16. (Uepb 2013) Dada $f(x) = x^2 + 2x + 5$, o valor de $f(f(-1))$ é:
a) – 56 b) 85 c) – 29 d) 29 e) – 85

17. (G1 - ifsul 2017) Em uma disciplina, o número de alunos reprovados por ano é descrito pela função $g(t)$, em que t é dado em anos. Considerando $f(g(t)) = \sqrt{2t+1}$ e $f(t) = \sqrt{t-2}$, é possível afirmar que a função $g(t)$ é
a) $g(t) = 2t + 3$ b) $g(t) = \sqrt{2t+3}$ c) $g(t) = 2t - 3$
d) $g(t) = \sqrt{2t-3}$

Gabarito:
Resposta da questão 1: [D]

$$\begin{aligned} f(g(-1)) - g(f(1)) &= f(-1) - g(0) \\ &= 2 - (-2) \\ &= 4. \end{aligned}$$

Resposta da questão 2: [A]

$$\begin{aligned} f(f(1)) = 1 &\Leftrightarrow f(a+2) = 1 \\ &\Leftrightarrow a(a+2) + 2 = 1 \\ &\Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (a+1)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow a = -1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 3: [E]

$$\begin{aligned} g(x) &= f(f(x)) \\ &= f\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) \\ &= \frac{2 \cdot \frac{2x+1}{x-2} + 1}{\frac{2x+1}{x-2} - 2} \\ &= \frac{5x}{5} \\ &= x. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4: [C]

Desde que $h(0) = 2^1 = 2$ temos, $h(2) = \sqrt{2-1} = 1$ e, portanto, vem $h(1) = 2^{1+1} = 4$.

Portanto, a resposta é
$h(h(h(0))) = h(h(2)) = h(1) = 4.$

Resposta da questão 5: [A]

$$g(f(x)) = 3 - (2x+1) = 2 - 2x$$

$g^{-1}(f(x)) \Rightarrow x = 2 - 2x \Rightarrow y = \frac{2-x}{2}$

Resposta da questão 6: [A]

$$f\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = x + 1$$

$$\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = -1 \Rightarrow x = 3$$

$f\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = f(3) = 3 + 1 \Rightarrow f(-1) = 4$

Resposta da questão 7: [C]

Queremos calcular $f(g(2))$. Assim, como $g(2) = (2-1)^2 = 1$, segue que $f(g(2)) = 2^1 = 2$.

Resposta da questão 8: [E]

Lembrando que é possível definir tantas funções quanto queiramos por meio da lei $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$, vamos supor que o domínio de f seja o conjunto dos números reais x, tal que $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$. Assim, temos

$$\begin{aligned} y = \frac{2x-1}{x+1} &\Rightarrow yx + y = 2x - 1 \\ &\Rightarrow x(y-2) = -(y+1) \\ &\Rightarrow x = \frac{y+1}{2-y}. \end{aligned}$$

Portanto, sendo $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2-x}$ a lei da inversa de f, podemos afirmar que a imagem de f é o conjunto dos números reais y tal que $y \in \mathbb{R} - \{2\}$.

Resposta da questão 9: [D]

$\frac{x+3}{5} = 3 \Leftrightarrow x = 12.$

Resposta da questão 10: [C]

$$f(g(x)) = f(x^3) = (3)^{x^3}$$
$$g(f(x)) = g(3^x) = (3^x)^3$$

$(3^x)^3 = (3)^{x^3} \rightarrow x^3 = 3x \rightarrow x^3 - 3x = 0 \rightarrow x \cdot (x^2 - 3) = 0 \rightarrow$

$$\begin{cases} x' = 0 \\ x'' = \sqrt{3} \\ x''' = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Resposta da questão 11: [C]

Lembrando que o gráfico de uma função e o de sua inversa são simétricos em relação à reta $y = x$, segue-se que o gráfico de $y = f^{-1}(x)$ é o da alternativa [C].

Resposta da questão 12: [C]

$$\begin{aligned} y = \frac{x+2}{x-2} &\Rightarrow yx - 2y = x + 2 \\ &\Rightarrow (y-1)x = 2y + 2 \\ &\Rightarrow x = \frac{2y+2}{y-1}. \end{aligned}$$

Portanto, sendo $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$, a inversa de f é $f^{-1}: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$, com $f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{x-1}$.

Daí, como $f(0) = -1$, $f^{-1}(0) = -2$ e $f^{-1}(-1) = 0$, vem
$[f(0) + f^{-1}(0) + f^{-1}(-1)]^2 = (-1 + (-2) + 0)^2 = 9.$

Resposta da questão 13: [D]

$$g(f(x)) = 1 + \frac{1}{f(x)}$$
$$x^2 + x + 2 = 1 + \frac{1}{f(x)}$$
$$x^2 + x + 2 = \frac{f(x) + 1}{f(x)}$$
$$f(x)(x^2 + x + 2) = f(x) + 1$$
$$f(x)(x^2 + x + 1) = 1$$

$\therefore f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$

Resposta da questão 14: [B]

De acordo com o gráfico, temos $g(-2) = 0$. Logo, segue que
$(g \circ g)(-2) = g(g(-2)) = g(0) = 4.$

Resposta da questão 15: [D]

Do gráfico, sabemos que $g(1) = 0$ e $f(1) = -1$. Logo, como $f(0) = 1$ e $g(-1) = 0$, obtemos

$$\begin{aligned} f(g(1)) - g(f(1)) &= f(0) - g(-1) \\ &= 1 - 0 \\ &= 1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 16: [D]

Como $f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 5 = 4$, segue que
$f(f(-1)) = f(4) = 4^2 + 2 \cdot 4 + 5 = 29.$

Resposta da questão 17: [A]

Aplicando $g(t)$ em $f(t)$ temos:
$f(t) = \sqrt{t-2} \Rightarrow f(g(t)) = \sqrt{g(t) - 2} \Leftrightarrow \sqrt{2t+1} = \sqrt{g(t) - 2}$
Elevando ambos lados ao quadrado para extrair as raízes temos:
$2t + 1 = g(t) - 2 \Rightarrow g(t) = 2t + 3$