Prova de Geometria Espacial – ITA

1 - (ITA-13) Um plano intercepta as arestas de um triedro trirretângulo de vértice V, determinando um triângulo ABC cujos lados medem, respectivamente, $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$ e 5 cm. O volume, em cm3, do sólido VABC é
a) 2 b) 4 c) $\sqrt{17}$ d) 6 e) $5\sqrt{10}$

2 - (ITA-13) No sistema xOy os pontos A = (2,0) , B = (2,5) e C = (0,1) são vértices de um triângulo inscrito na base de um cilindro circular reto de altura 8. Para este cilindro, a razão $\frac{\text{volume}}{\text{área total da superfície}}$, em unidades de comprimento, é igual a
a) 1 b) 100/105 c) 10/11 d) 100/115 e) 5/6

3 - (ITA-12) Um cone circular reto de altura $1\,\text{cm}$ e geratriz $\frac{2\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$ é interceptado por um plano paralelo à sua base, sendo determinado, assim, um novo cone. Para que este novo cone tenha o mesmo volume de um cubo de aresta $\left(\frac{\pi}{243}\right)^{1/3}\text{cm}$, é necessário que a distância do plano à base do cone original seja, em cm, igual a
a) $\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{1}{2}$. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{3}{4}$.

4 - (ITA-12) A superfície lateral de um cone circular reto é um setor circular de 120° e área igual a $3\pi\,\text{cm}^2$. A área total e o volume deste cone medem, em cm^2 e cm^3, respectivamente
a) 4π e $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$. b) 4π e $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$. c) 4π e $\pi\sqrt{2}$.
d) 3π e $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$. e) π e $2\pi\sqrt{2}$.

5 - (ITA-11) Uma esfera está inscrita em uma pirâmide regular hexagonal cuja altura mede 12 cm e a aresta da base mede $10\sqrt{3}/3$ *cm.* Então o raio da esfera, em *cm,* é igual a:
A( ) $10\sqrt{3}/3$ B( ) 13/3 C( ) 15/4 D( ) $2\sqrt{3}$ E( ) 10/3

6 - (ITA-11) Considere as afirmações:
I - Existe um triedro cujas 3 faces têm a mesma medida $\alpha = 120^\circ$.
II - Existe um ângulo poliédrico convexo cujas faces medem, respectivamente, 30°, 45°, 50°, 50° e 170°.
III - Um poliedro convexo que tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 face pentagonal e 2 faces hexagonais tem 9 vértices.
IV - A soma das medidas de todas as faces de um poliedro convexo com 10 vértices é 2880°.

Destas, é(são) correta(s) apenas
A ( ) II. B ( ) IV. C ( ) II e IV.
D ( ) I, II, IV. E ( ) II, III, IV.

7 - (ITA-10) Um cilindro reto de altura $\frac{\sqrt{6}}{3}$ está inscrito num tetraedro regular e tem sua base em uma das faces do tetraedro. Se as arestas do tetraedro medem 3 *cm*, o volume do cilindro, em *cm*³, é igual a
(A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$. (B) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$. (C) $\frac{\pi\sqrt{6}}{6}$. (D) $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. (E) $\frac{\pi}{3}$.

8 - (ITA-10) Sejam A,B,C e D os vértices de um tetraedro regular cujas arestas medem 1cm. Se M é o ponto médio do segmento AB e N é o ponto médio do segmento CD, então a área do triângulo MND, em cm², é igual a:

(A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

9 - (ITA-09) Uma esfera é colocada no interior de um cone circular reto de 8 *cm* de altura e de 60° de ângulo de vértice. Os pontos de contato da esfera com a superfície lateral do cone definem uma circunferência e distam $2\sqrt{3}\,cm$ do vértice do cone. O volume do cone não ocupado pela esfera, em cm^3, é igual a
a) $\frac{416}{9}\pi$ b) $\frac{480}{9}\pi$ c) $\frac{500}{9}\pi$ d) $\frac{512}{9}\pi$ e) $\frac{542}{9}\pi$

10 - (ITA-08) Um diedro mede 120º. A distância da aresta do diedro ao centro de uma esfera de volume $4\sqrt{3}\,\pi$ cm³ que tangencia as faces do diedro é, em cm, igual a:
a) $3\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{2}$ e) 2

11 - (ITA-07) Considere uma pirâmide regular de base hexagonal, cujo apótema de base mede $\sqrt{3}$ cm. Secciona-se a pirâmide por um plano paralelo à base, obtendo-se um tronco de volume igual a 1 cm^3 e uma nova pirâmide. Dado que a razão entre as alturas das pirâmides é $1/\sqrt{2}$, a altura do tronco, em centímetros, é igual a

a) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})/4$ b) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})/3$

c) $(3\sqrt{3}-\sqrt{6})/21$ d) $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})/6$ e) $(2\sqrt{6}-\sqrt{2})/22$

12 - (ITA-05) Uma esfera de raio *r* é seccionada por *n* planos meridianos. Os volumes das respectivas cunhas esféricas contidas em uma semi-esfera formam uma progressão aritmética de razão $\frac{\pi r^3}{45}$. Se o volume da menor cunha for igual a $\frac{\pi r^3}{18}$, então *n* é igual a

a) 4 b) 3 c) 6 d) 5 e) 7

13 - (ITA-05) Considere um prisma regular em que a soma dos ângulos internos de todas as faces é 7200º. O número de vértices deste prisma é igual a

a) 11 b) 32 c) 10 d) 20 e) 22

14 - (ITA-04) Considere um cilindro circular reto, de volume igual a **360π cm^3**, e uma pirâmide regular cuja base hexagonal está inscrita na base do cilindro. Sabendo que a altura da pirâmide é o dobro da altura do cilindro e que a área da base da pirâmide é de **$54\sqrt{3}$ cm^3**, então, a área lateral da pirâmide mede, em **cm^2**.

a) $18\sqrt{427}$ b) $27\sqrt{427}$ c) $36\sqrt{427}$

d) $108\sqrt{427}$ e) $45\sqrt{427}$

15 - (ITA-04) A área total da superfície de um cone circular reto, cujo raio da base mede **$\mathbb{R}$ cm**, é igual à terça parte da área de um círculo de diâmetro igual ao perímetro da seção meridiana do cone. O volume deste cone, em **cm^3**, é igual a:

a) πR^3 b) $\pi\sqrt{2}\,R^3$ c) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}\Re^3$ d) $\pi\sqrt{3}\,R^3$ e) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}\Re^3$

16 - (ITA-03) Considere o triângulo isósceles *OAB*, com lados $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ de comprimento $\sqrt{2}$ R e lado $\overline{AB}$ de comprimento 2R. O volume do sólido, obtido pela rotação deste triângulo em torno da reta que passa por O e é paralela ao lado $\overline{AB}$, é igual a:

a) $\frac{\pi}{2}R^3$ b) πR^3 c) $\frac{4\pi}{3}R^3$ d) $\sqrt{2}\,\pi R^3$ e) $\sqrt{3}\,\pi R^3$

17 - (ITA-03) Considere uma pirâmide regular de altura igual a 5 cm e cuja base é formada por um quadrado de área igual a 8 cm^2. A distância de cada face desta pirâmide ao centro de sua base, em cm, é igual a:

a) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ b) $\frac{5\sqrt{6}}{9}$ c) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$ d) $\frac{7}{5}$ e) $\sqrt{3}$

18 - (ITA-02) Considere a região do plano cartesiano xy definida pela desigualdade

$x^2 + 4x + y^2 - 4y - 8 \leq 0.$

Quando esta região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{6}$ radianos em torno da reta x + y = 0, ela irá gerar um sólido de superfície externa total com área igual a:

a) $\frac{128}{3}\pi$ d) $\frac{128}{6}\pi$

b) $\frac{128}{4}\pi$ e) $\frac{128}{7}\pi$

c) $\frac{128}{5}\pi$

19 - (ITA-02) Considere a região do plano cartesiano xy definida pela desigualdade

$x^2 + 4x + y^2 - 4y - 8 \leq 0.$

Quando esta região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{6}$ radianos em torno da reta x + y = 0, ela irá gerar um sólido de superfície externa total com área igual a:

a) $\frac{128}{3}\pi$ d) $\frac{128}{6}\pi$

b) $\frac{128}{4}\pi$ e) $\frac{128}{7}\pi$

c) $\frac{128}{5}\pi$

20 - (ITA-02) Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10 m. A que distância do vértice devemos cortá-la por um plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja $\frac{1}{8}$ do volume da pirâmide original?

a) 2m b) 4m c) 5m d) 6m e) 8m

21 - (ITA-01) O raio da base de um cone circular reto é igual à média aritmética da altura e a geratriz do cone. Sabendo-se que o volume do cone. Sabendo-se que o volume do cone é 128m^3, temos que o raio da base e altura do cone medem, respectivamente, em metros:

a) 9 e 8 b) 8 e 6 c) 8 e 7 d) 9 e 6 e) 10 e 8

22 - (ITA-01) A razão entre a área da base de uma pirâmide regular de base quadrada e a área de uma das

faces é 2. Sabendo que o volume da pirâmide é de 12 m^3, temos que a altura da pirâmide mede (em metros):
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

23 - (ITA-00) Um cilindro circular reto é seccionado por um plano paralelo ao seu eixo. A secção fica a $5cm$ do eixo e separa na base um arco de 120º. Sendo de $30\sqrt{3}\,cm^2$ a área da secção plana regular, então o volume da parte menor do cilindro seccionado mede, em cm^3:
(A) $30\pi - 10\sqrt{3}$ (B) $30\pi - 20\sqrt{3}$
(C) $20\pi - 10\sqrt{3}$ (D) $50\pi - 25\sqrt{3}$
(E) $100\pi - 75\sqrt{3}$

24 - (ITA-00) Um cone circular reto com altura de $\sqrt{8}\,cm$ cm e raio da base de $2\,cm$ está inscrito numa esfera que, por sua vez, está inscrita num cilindro. A razão entre as áreas das superfícies totais do cilindro e do cone é igual a :
(A) $\frac{3}{2}(\sqrt{2}-1)$ (B) $\frac{9}{4}(\sqrt{2}-1)$
(C) $\frac{9}{4}(\sqrt{6}-1)$ (D) $\frac{27}{8}(\sqrt{3}-1)$
(E) $\frac{27}{16}(\sqrt{3}-1)$

25 - (ITA-00) Considere uma pirâmide regular com altura de $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}cm$. Aplique a esta pirâmide dois cortes planos e paralelos à base de tal maneira que a nova pirâmide e os dois troncos tenham, os três, o mesmo volume. A altura do tronco cuja base é a base da pirâmide original é igual a :
(A) $2(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6})cm$ (B) $2(\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{2})cm$
(C) $2(\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{3})cm$ (D) $2(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})cm$
(E) $2(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3})cm$

26 - (ITA-99) Considere a circunferência C de equação $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ e a elipse E de equação $x^2 + 4y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$. Então:
a) C e E interceptam-se em dois pontos distintos.
b) C e E interceptam-se em quatro pontos distintos.
c) C e E são tangentes exteriormente.
d) C e E são tangentes interiormente.
e) C e E têm o mesmo centro e não se interceptam.

27 - (ITA-99) Num cone circular reto, a altura é a média geométrica entre o raio da base e a geratriz. A razão entre a altura e o raio da base é:
a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{2}$
d) $\frac{\sqrt[3]{5}-1}{3}$ e) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$

28 - (ITA-99) Um poliedro convexo de 10 vértices apresenta faces triangulares e quadrangulares. O número de faces quadrangulares, o número de faces triangulares e o número total de faces formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. O número de arestas é:
a) 10 b) 17 c) 20 d) 22 e) 23

29 - (ITA-99) Um triedro tri-retângulo é cortado por um plano que intercepta as três arestas, formando um triângulo com lados medindo 8m, 10m, e 12m. O volume, em m^3, do sólido formado é:
a) $15\sqrt{6}$ b) $5\sqrt{30}$ c) $6\sqrt{15}$
d) $30\sqrt{6}$ e) $45\sqrt{6}$

30 - (ITA-98) Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado 2 cm. Sabe-se que as faces formam com a base ângulos de 45º . Então, a razão entre a área da base e a área lateral é igual a:
a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\sqrt{6}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

31 - (ITA-98) Um poliedro convexo de 16 arestas é formado por faces triangulares e quadrangulares. Seccionando-o por um plano convenientemente escolhido , dele se destaca um novo poliedro convexo, que possui apenas faces quadrangulares. Este novo poliedro possui um vértice a menos que o original e uma face a mais que o número de faces quadrangulares do original. Sendo **m** e **n**, respectivamente, o número de faces e o número de vértices do poliedro original, então:
a) m = 9, n = 7 b) m = n = 9c) m = 8, n = 10
d) m = 10 , n = 8 e) m = 7 , n = 9

32 - (ITA-98) Considere um cone circular reto cuja geratriz mede $\sqrt{5}$ cm e o diâmetro da base mede 2 cm. Traçam-se **n** planos paralelos à base do cone, que o seccionam determinando **n + 1** cones, incluindo o original, de modo que a razão entre os volumes do cone maior e do cone menor é 2. Os volumes destes cones formam uma progressão aritmética crescente cuja soma é igual a 2π. então, o volume, em cm^3, do tronco de cone determinado por dois planos consecutivos é igual a:

a) $\frac{\pi}{33}$ b) $\frac{2\pi}{33}$ c) $\frac{\pi}{9}$ d) $\frac{2\pi}{15}$ e) π

33 - (ITA-97) A altura e o raio da base de um cone de revolução medem 1 cm e 5 cm respectivamente. Por um ponto do eixo do cone situado a d cm de distância do vértice, traçamos um plano paralelo à base, obtendo um tronco de cone. O volume deste tronco é a média geométrica entre os volumes do cone dado e do cone menor formado. Então d é igual a:

a) $\sqrt[3]{\frac{2-\sqrt{3}}{3}}$ b) $\sqrt[3]{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$

d) $\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}$ e) $\sqrt{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}$

34 - (ITA-97) Dentro de um tronco de pirâmide quadrangular regular, considera-se uma pirâmide regular cuja base é a base maior do tronco e cujo vértice é o centro da base menor do tronco. As arestas das bases medem a cm e 2a cm. As áreas laterais do tronco e da pirâmide são iguais. A altura (em cm) do tronco mede:

a) $a\sqrt{3}/\sqrt{5}$ b) $a\sqrt{35}/10$ c) $a\sqrt{3}/2\sqrt{5}$

d) $a\sqrt{35}/\sqrt{10}$ e) $a\sqrt{7}/\sqrt{5}$

35 - (ITA-96) Numa pirâmide regular, a área da base é igual ao quadrado da altura H. Seja R o raio da esfera inscrita nesta pirâmide. Deste modo, a razão H/R é igual a:

a) $\sqrt{\sqrt{3}+1}$ b) $\sqrt{\sqrt{3}-1}$ c) $1+\sqrt{3\sqrt{3}+1}$

d) $1+\sqrt{3\sqrt{3}-1}$ e) $\sqrt{3}+1$

36 - (ITA-96) A aresta de um cubo mede x cm. A razão entre o volume e a área total do poliedro cujos vértices são centros das faces do cubo será:

a) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ x cm b) $\frac{\sqrt{3}}{18}$ x cm c) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ x cm

d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ x cm e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ x cm

37 - (ITA-96) As dimensões x, y e z de um paralelepípedo retângulo estão em progressão aritmética. Sabendo que a soma dessas medidas é igual a 33 cm e que a área total do paralelepípedo é igual a 694 cm^2, então o volume deste paralelepípedo, em cm^3, é igual a:

a) 1200 b) 936 c) 1155 d) 728 e) 834

38 - (ITA-95) Um cone reto tem altura 12 cm e raio da base 5 cm. O raio da esfera inscrita neste cone mede, em cm:

a) 10/3 b) 4/4 c) 12/5 d) 3 e) 2

39 - (ITA-95) O raio de um cilindro de revolução mede 1,5m. Sabe-se que a área da base do cilindro coincide com a área da secção determinada por um plano que contém o eixo do cilindro. Então, a área total do cilindro, em m^2, vale:

a) $\frac{3\pi^2}{4}$ b) $\frac{9\pi(\pi+2)}{4}$ c) $\pi(\pi+2)$

d) $\frac{\pi^2}{2}$ e) $\frac{3\pi(\pi+1)}{2}$

40 - (ITA-95) Dado o prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3 cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume deste prisma, em cm^3, é:

a) $27\sqrt{3}$ b) $13\sqrt{2}$ c) 12 d) $54\sqrt{3}$ e) $17\sqrt{5}$

41 - (ITA-95) Dada uma pirâmide triangular, sabe-se que sua altura mede 3a cm, onde a é a medida da aresta de sua base. Então, a área total desta pirâmide, em cm^2, vale:

a) $\frac{a^2\sqrt{327}}{4}$ b) $\frac{a^2\sqrt{109}}{2}$ c) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{a^2\sqrt{3}(2+\sqrt{33})}{2}$ e) $\frac{a^2\sqrt{3}(1+\sqrt{109})}{4}$

42 - (ITA-94) Um prisma regular tem como altura o dobro da aresta da base. A razão entre o volume deste prisma e o volume do cone reto, nele inscrito, é igual a:

a) $(6\sqrt{2})/\pi$ b) $(9\sqrt{2})/\pi$ c) $(3\sqrt{6})/\pi$

d) $(6\sqrt{3})/\pi$ e) $(9\sqrt{3})/\pi$

43 - (ITA-94) Um tetraedro regular tem área total igual a $6\sqrt{3}$ cm^2. Então sua altura, em cm, é igual a:

a) 2 b) 3 c) $2\sqrt{2}$ d) $3\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{3}$

44 - (ITA-94) Num cilindro circular reto sabe-se que a altura h e o raio da base r são tais que os números π, h, r formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de soma 6π. O valor da área total deste cilindro é:

a) π^3 b) $2\pi^3$ c) $15\pi^3$ d) $20\pi^3$ e) $30\pi^3$

45 - (ITA-94) Um tronco de pirâmide regular tem como bases triângulos equiláteros, cujos lados medem, respectivamente, 2 cm e 4 cm. Se a aresta lateral do tronco mede 3 cm, então o valor de sua altura h, em cm, é tal que:

a) $\sqrt{7} < h < \sqrt{8}$ b) $\sqrt{6} < h < \sqrt{7}$ c) $2\sqrt{3} < h < 3\sqrt{3}$

d) $1 < h < \sqrt{2}$ e) $2\sqrt{2} < h < 3\sqrt{2}$

46 - (ITA-93) A área lateral de uma pirâmide quadrangular regular de altura 4 m e de área da base 64 m^2 vale:

a) 128 m^2 b) $64\sqrt{2}$ m^2 c) 135 m^2

d) $60\sqrt{2}$ m^2 e) $32(\sqrt{2} + 1)$ m^2

47 - (ITA-93) São dados dois cubos I e II de áreas totais S_1 e S_2 e de diagonais d_1 e d_2, respectivamente. Sabendo-se que $S_1 - S_2 = 54$ m^2 e que $d_2 = 3$ m, então o valor da razão d_1/d_2 é:

a) 3/2 b) 5/2 c) 2 d) 7/3 e) 3

48 - (ITA-93) Sabendo-se que um cone circular reto tem 3 dm de raio e 15π dm^2 de área lateral, o valor de seu volume em dm^3 é:

a) 9π b) 15π c) 36π d) 20π e) 12π

49 - (ITA-92) Num cone de revolução, o perímetro da seção meridiana mede 18 cm e o ângulo do setor circular mede 288°. Considerando-se o tronco de cone cuja razão entre as áreas das bases é 4/9, então sua área total mede:

a) 16π cm^2 b) $\frac{308\pi}{9}$ cm^2 c) $\frac{160\pi}{3}$ cm^2

d) $\frac{100\pi}{9}$ cm^2 e) n.d.a.

50 - (ITA-92) Uma seção plana que contém o eixo de um tronco de cilindro é um trapézio cujas bases menor e maior medem, respectivamente, h cm e H cm. Duplicando-se a base menor, o volume sofre um acréscimo de 1/3 em relação ao seu volume original. Deste modo:

a) 2H = 3h b) H = 2h c) H = 3h d) 2H = 5h e) n.d.a.

51 - (ITA-92) Um cone de revolução está circunscrito a uma esfera de raio R cm. Se a altura do cone for igual ao dobro do raio da base, então a área de sua superfície lateral mede:

a) $\pi(1 + \sqrt{5})^2R^2/4$ cm^2. b) $\pi\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})^2R^2/4$ cm^2.

c) $\pi\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})R^2/4$ cm^2. d) $\pi\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})^2R^2$ cm^2.

e) n.d.a.

52 - (ITA-91) As arestas da base de uma pirâmide triangular regular medem ℓ cm e as faces laterais são triângulos retângulos. O volume desta pirâmide é:

a) $\frac{\sqrt{3}}{6}\ell^3 cm^3$ b) $\frac{\sqrt{3}}{12}\ell^3 cm^3$ c) $\frac{\sqrt{3}}{24}\ell^3 cm^3$

d) $\frac{\sqrt{2}}{12}\ell^3 cm^3$ e) n.d.a.

53 - (ITA-90) Considere um prisma triangular regular cuja aresta da base mede x cm. Sua altura é igual ao menor lado de um triângulo ABC inscritível num círculo de raio x cm. Sabendo-se que o triângulo ABC é semelhante ao triângulo de lados 3 cm, 4 cm e 5 cm, o volume do prisma em cm^3 é:

a) $\frac{\sqrt{2}}{3}x^3$ b) $\frac{2\sqrt{2}}{5}x^3$ c) $\frac{3\sqrt{3}}{10}x^3$ d) $\frac{\sqrt{3}}{10}x^3$ e) n.d.a.

54 - (ITA-90) Seja V o vértice de uma pirâmide com base triangular ABC. O segmento AV, de comprimento unitário, é perpendicular à base. Os ângulos das faces laterais, no vértice V, são todos de 45 graus. Deste modo, o volume da pirâmide será igual a:

a) $\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-2}$ b) $\frac{1}{6}\sqrt{2-\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{3}\sqrt{2-\sqrt{2}}$

d) $\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-1}$ e) n.d.a.

55 - (ITA-90) Considere a região do plano cartesiano xOy definida pelas desigualdades $x - y \leq 1$, $x + y \geq 1$ e $(x - 1)^2 + y^2 \leq 2$. O volume do sólido gerado pela rotação desta região em torno do eixo x é igual a:

a) $\frac{4}{3}\pi$ b) $\frac{8}{3}\pi$ c) $\frac{4}{3}(2-\sqrt{2})\pi$ d) $\frac{8}{3}(\sqrt{2}-1)\pi$ e) n.d.a.

56 - (ITA-89) Um cone e um cilindro, ambos retos, possuem o mesmo volume e bases idênticas. Sabendo-se que ambos são inscritíveis em uma esfera de raio R, então a altura H do cone será igual a

a) 6R/5 b) 3R/2 c) 4R/3 d) 2R/3 e) 7R/5

57 - (ITA-89) Justapondo-se as bases de dois cones retos e idênticos de altura H, forma-se um sólido de volume v. Admitindo-se que a área da superfície deste sólido é igual a área da superfície de uma esfera de raio H e volume V, a razão v/V vale:

a) $\frac{\sqrt{11}-1}{4}$

b) $\frac{\sqrt{13}-1}{4}$

c) $\frac{\sqrt{15}-1}{4}$

d) $\frac{\sqrt{17}-1}{4}$

e) $\frac{\sqrt{19}-1}{4}$

58 - (ITA-89) Os lados congruentes de um triângulo isósceles formam um ângulo de 30 graus e o lado oposto a este ângulo mede x cm. Este triângulo é a base de um pirâmide de altura H cm, que está inscrita em um cilindro de revolução. Deste modo, o volume V, em centímetros cúbicos, deste cilindro é igual a

a) $2\pi x^2H$ b) $\pi x^2H/3$ c) $2\pi x^2H/3$ d) $3\pi x^2H$ e) πx^2H

59 - (ITA-88) A geratriz de um cone circular reto forma com o eixo deste cone um ângulo de 45º. Sabendo-se que o perímetro da secção meridiana mede 2 cm, podemos afirmar que a área deste cone vale:

a) $\frac{\pi}{3}(2\sqrt{2}-2)$ cm² b) $\pi(\sqrt{2}-1)$ cm²

c) $\pi(\sqrt{3}-1)$ cm² d) $\frac{\pi}{2}(\sqrt{2}-1)$ cm²

e) $\pi(\sqrt{5}-1)$ cm²

60 - (ITA-88) As arestas laterais de uma pirâmide regular de 12 faces laterais têm comprimento ℓ. O raio do círculo circunscrito ao polígono da base desta pirâmide mede $\frac{\sqrt{2}}{2}\ell$. Então o volume desta pirâmide vale:

a) $3\sqrt{2}\ell^3$ b) $2\ell^3$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\ell^3$ d) $\sqrt{2}\ell^3$ e) $\frac{\sqrt{2}}{4}\ell^3$

61 - (ITA-88) Considere uma pirâmide qualquer de altura h e de base B. Traçando um plano paralelo à base B, cuja distância ao vértice da pirâmide é 5h/7 cm, obtêm-se uma secção plana de área 7 cm². Então a área da base B da pirâmide vale:

a) $\sqrt{35}$ cm² b) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ cm² c) $\frac{7\sqrt{7}}{5}$ cm²

d) $\frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ cm² e) $\frac{7}{\sqrt{5}}$ cm²

62 - (ITA-87) Se um poliedro convexo possui 20 faces e 12 vértices, então o número de arestas deste poliedro é:

a) 12 b) 18 c) 28 d) 30 e) 32

63 - (ITA-87) Suponha que (I) é um cubo, tal que a medida de sua diagonal é a cm e admita que (II) é um cubo, cujo volume é o triplo do volume de (I). Designando por x a medida da diagonal de (II), concluímos que:

a) $x = a\sqrt{2}$ cm b) $x = a(1 + \sqrt{2})$ cm c) $x = a\sqrt[3]{2}$ cm

d) $x = a\sqrt[3]{3}$ cm e) $x = \sqrt[3]{3a}$ cm

64 - (ITA-87) Seja (T) um cubo com aresta de medida *a*. Considere (P) a pirâmide que tem vértice no centro de uma face de (T) e como base a face oposta de (T). Sendo *x* a área lateral de (P), temos:

a) $x = a^2.\sqrt{3}$ b) $x = a^2.\sqrt{5}$ c) $x = (a + 1)^2.\sqrt{5}$

d) $x = (a + 1)^2.\sqrt{3}$ e) $x = (\sqrt{3} + \sqrt{5})a^2$

65 - (ITA-87) Seja (P) um paralelepípedo retângulo de dimensões dadas por três números consecutivos. Se a área total de (P) é 10 m², então seu volume é:

a) $\sqrt{3}$ m³ b) $\sqrt{5}$ m³ c) $\sqrt{7}$ m³

d) $\sqrt{2}$ m³ e) $2\sqrt{3}$ m³

66 - (ITA-87) Considere (P) um prisma reto de base quadrada, cuja altura mede 3 m e tem área total de 80 m². O lado dessa base quadrada mede:

a) 1 m b) 8 m c) 4 m d) 6 m e) 16 m

67 - (ITA-87) A área lateral de um cilindro de revolução, de x metros de altura, é igual a área de sua base. O volume deste cilindro é:

a) $2\pi x^3$ m³ b) $4\pi x^3$ m³ c) $\sqrt{2}\,\pi x^3$ m³

d) $\sqrt{3}\,\pi x^3$ m³ e) $6\pi x^3$ m³

68 - (ITA-87) O desenvolvimento da superfície lateral de um cone reto é um setor circular de raio a e ângulo central igual a 60º. O volume deste cone é:

a) $a^3/6$ b) $\pi\sqrt{35}\,a^3$ c) $\pi a^3/3$

d) $\pi(a/6)^3$ e) $[\pi(a/6)^3\sqrt{35}]/3$

69 - (ITA-87) A razão entre o volume de uma esfera de raio R e o volume de um cubo nela inscrito é:

a) $3(2)^{1/2}/2\pi$ b) $\pi/2$ c) 2π d) $\pi(2)^{1/2}/3$ e) $\pi(3)^{1/2}/2$

70 - (ITA-86) Um cilindro equilátero de raio 3 cm está inscrito num prisma triangular reto, cujas arestas da base estão em progressão aritmética de razão s, s > 0. Sabendo-se que a razão entre o volume do cilindro e do prisma é $\pi/4$ podemos afirmar que área lateral do prisma vale

a) 144 cm²
b) 12π cm²
c) 24 cm²
d) $\pi/5$ da área lateral do cilindro
e) 5/3 da área lateral do cilindro

71 - (ITA-86) Seja *k* uma constante real e considere a equação em *x*

$$\text{arcsen}\,\frac{1+x^2}{2x} = k \text{, sendo } x \neq 0$$

Então podemos afirmar que:

a) Para cada $k \in \Re$, a equação admite uma única solução.

b) Para cada $k \in \Re$, a equação admite duas soluções.

c) Existe $k \in \Re$ tal que a equação admite uma infinidade de solução.

d) Não existe $k \in \Re$ tal que a equação admita solução.

e) Existe $k \in \Re$ tal que a equação admite uma única solução.

72 - (ITA-85) Um tronco de cone reto com bases paralelas está inscrito em uma esfera cujo raio mede 2 m. Se os raios das bases do tronco do cone medirem, respectivamente, r m e 2 m. Então o seu volume medirá:

a) $\frac{2}{3}\pi r^2(\sqrt{4-r^2} - \sqrt{1-r^2})$

b) $\frac{3}{2}\pi r^2(\sqrt{4-r^2} + \sqrt{1-r^2})$

c) $\frac{7}{3}\pi r^2(\sqrt{4-r^2} - 2\sqrt{1-r^2})$

d) $\frac{7}{3}\pi r^2(\sqrt{4-r^2} + 2\sqrt{1-r^2})$

e) $\frac{3}{2}\pi r^2(\sqrt{4-r^2} + 2\sqrt{1-r^2})$

73 - (ITA-85) Uma esfera de raio $r = \sqrt{3}$ cm está inscrita num prisma hexagonal regular que, por sua vez, está incrito numa esfera de raio R. Pode-se afirmar que a medida do raio R vale:

a) $\sqrt{7}$ cm b) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ cm c) $2\sqrt{3}$ cm

d) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ cm e) $4\sqrt{3}$ cm

74 - (ITA-84) Sejam as afirmações:

I. Por um ponto passa uma única reta.

II. Um ponto e uma reta determinam um plano.

III. Se dois pontos de uma reta pertencem a um plano, então a reta está contida nesse plano.

IV. Por um ponto situado fora de uma reta, existe uma reta paralela à reta dada.

Podemos garantir que:

a) apenas III é verdadeira.

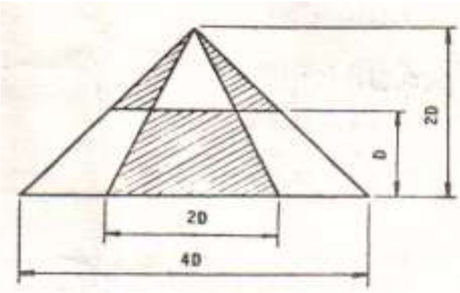
b) I e II são falsas.

c) apenas I é falsa.

d) apenas II e III são verdadeiras.

e) apenas II e IV são verdadeiras.

75 - A figura abaixo é a secção de dois cones retos cortados por um plano paralelo às bases. O volume da região hachurada é:



a) $\frac{5}{6}\pi D^3$. b) $\frac{7}{12}\pi D^3$. c) $\frac{1}{3}\pi D^3$. d) πD^3. e) $2\pi D^3$.

76 - (ITA-83) Ao girarmos o gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} x; & x \in [0,1] \\ \sqrt{2x - x^2}; & x \in (1,2] \end{cases}$$

em torno do eixo das abscissas (eixo dos x), obtemos uma superfície de revolução cujo volume é:

a) $\pi/3$ b) $\pi/2$ c) π d) 2π e) 3π

77 - (ITA-83) Consideremos uma pirâmide regular cuja base quadrada tem área que mede 64 cm^2. Numa seção paralela à base que dista 30 mm desta, inscreve-se um círculo. Se a área deste círculo mede 4π cm^2, então a altura desta pirâmide mede:

a) 1 cm b) 2 cm c) 4 cm d) 6 cm e) 60 cm

GABARITO

1	A
2	B
3	D
4	A
5	E
6	C
7	D
8	B
9	A
10	E
11	C
12	A
13	C
14	E
15	A
16	E
17	C
18	B
19	A
20	C
21	B
22	C
23	E
24	D
25	D
26	C
27	E
28	C
29	A
30	D
31	B
32	C
33	B
34	B
35	C
36	B
37	C
38	A
39	B
40	E
41	D
42	D
43	A
44	E
45	A
46	B
47	C
48	E
49	B
50	B
51	B
52	E
53	C
54	A
55	B
56	A
57	D
58	E
59	B
60	E
61	C
62	D
63	C
64	B
65	SR
66	C
67	B
68	E
69	SR
70	D
71	SR
72	C/D
73	A
74	B
75	A
76	C
77	D