Gabaritei

Método ART de Estudos

Versão Beta

Apostila de Matemática Resumida

por: Thiago Ryo

Youtube: Aprenda Qualquer Coisa

Matemática Básica

Matemática - Porcentagem

APRENDA QUALQUER COISA
Gabaritei
Método ART de Estudos

Definição

PORCENTO = "POR CEM PARTES", ou seja: 10% = 10/100 = 0,1

Dica

Nunca use % em uma conta. Converta para fração ou decimal

Simplificação

Porcentagem é uma Proporção.

Quanto é 10% de 500?
10% está para 100%
Assim como x está para 500
10/100 = x/500
x = 50

Quantos % são 50 de 500?
x% está para 100%
Assim como 50 está para 500
x/100 = 50/500
x = 10%

Desconto

Desconto de 10% significa 90% do valor
Desconto de X% = (100 - X)%

Desconto de 10% de 500
90% de 500 = 450

Aumento

Aumento de 10% significa 110% do valor
Aumento de X% = (100 + X)%

Aumento de 10% de 500
110% de 500 = 550

Porcentagem de Porcentagem

Converta em fração ou decimal e multiplique tudo

10% de 20% de 500
10/100 * 20/100 * 500 = 10

Desconto e Aumento

Calcule na ordem. O valor final nunca será o mesmo do inicial

Desconto de 10% e aumento de 10% sobre 500
90% de 500 = 450
110% de 450 = 495

Média Aritimética

É o valor médio da amostra.

Amostra: 5, 6, 4 e 8
Média: (5+6+4+8)/4 = 5,75

Moda

É o valor que mais se repete, que está na moda

Amostra: 2,3,3,4,5,4,3,2,1,3,5,3
Moda = 3

Mediana

É o valor do meio.
(Ordene Primeiro)

Amostra: 1,2,3,3,5,7,8,9.
Mediana = (3+5)/2 = 4

Média Ponderada

Algumas amostras tem mais peso e valem mais que as outras.

Amostra: 8(peso 2), 6 (peso3), 5 (peso 3)

$$\text{Média: } \frac{(2*8) + (3*6) + (3*5)}{8 \text{ (soma dos pesos)}} = 6{,}1$$

Média Ponderada(%)

Quando existe % na quantidade de amostras, considere como Ponderada com população 100

Amostra: $200(40%), $100(50%), $300 (10%)

$$\text{Média: } \frac{(40*200) + (50*100) + (10*300)}{100} = 160$$

Foram medidas as temperaturas em uma dada Cidade durante o mês. Calcule a Média, Moda e Mediana:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5

Média:
Soma das amostras
15,5 + 14 + 13,5 + 18 + 19,5 + 20 + 13,5 + 13,5 = 127,5
Total de Amostras: 8
Média = 127,5 / 8 = 15,93

Moda:
13,5 foi a temperatura que mais se repete

Mediana:
Valores do meio: 14 e 15,5
Média entre os valores: 29,5/2 = 14,75

Uma competição tem duas provas, sendo Química com Peso 4 e Física com Peso 6.

Para o Candidato 2 Vencer, qual nota ele precisa tirar em Química?

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

Média Candidato 1

(20*4 + 23*6) / 10 = 21,8

Média Candidato 3

*observando as notas e pesos, conclui-se que o Candidato 1 tem nota maior, por isso você não precisa calcular a nota do Candidato 3.

(21*4 + 18*6) / 10 = 19,2

Média Candidato 2

(x*4 + 25*6) / 10 > 21,8 (precisa ser maior que do Cand. 1)

4x/10 + 150 > 218

4x > 68

x > 17

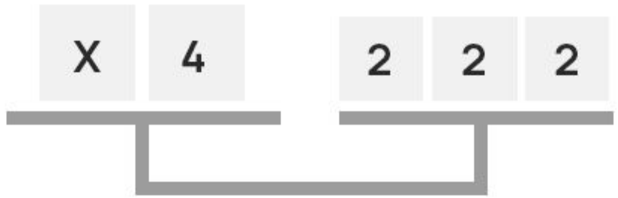
Resposta: A nota precisa ser no mínimo 18

Equações

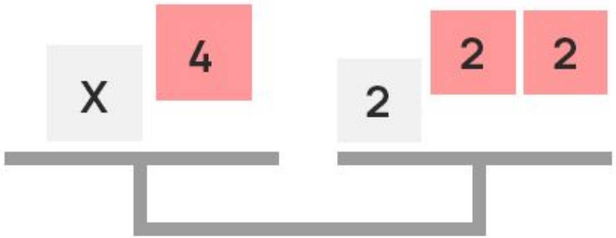
Matemática - Equação

Definição

Estratégia que usa igualdade para descobrir um valor desconhecido



$x + 4 = 6$



$x + 4(-4) = 6\ (-4)$

$x = 2$

Estratégia 1

O que acontece de um lado deve acontecer de forma igual do outro

$2x + 4 = 12$

$2x + 4\ (-4) = 12\ (-4)$

$2x(/2) = 8(/2)$

$x = 4$

Estratégia 2

Por isso "passamos para o outro lado invertendo o sinal"

$2x + 4 = 12$

$2x = 12 - 4$

$x = 8/2$

$x = 4$

Dica

Considere cada lado da equação como um único grupo na hora de multiplicar ou dividir

$-2x/3 = -4 + x$	$2x = 12 - 3x$
$-2x = (-4 + x)*(3)$	$5x = 12$
$(-1)*(-2x) = (-12 + 3x)*(-1)$	$x = 12/5$

Operações básicas

Dominar as 4 operações com sinais e decimais

Incognita

Entender o conceito de uma incognita X

Frações

As 4 operações aplicadas entre frações

Variáveis

Você consegue resolver? $2xy + 3x = 5x$

Distributiva e Evidência

Distribuir multiplicações ou divisões e encontrar o fator comum

$2x = -3(x-4)$

$2x = -3x + 12$

MMC

Entender que $15x + 21 = 27$ pode ser simplificado em:

$5x + 7 = 9$

Tradução de Exercício

Transcrever um problema de linguagem comum para a linguagem matemática

Maria tem 15 anos. João teria o dobro da idade de Maria, se ela fosse 2 anos mais nova. Quantos anos tem João?

$J = 2(15 - 2)$

$J = 26$

Definição

Conjunto de Equações onde as variáveis compartilham os mesmos valores

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$$

Estratégia 1 - Substituição

Isole a variávei mais simples e substitua nas outras equações

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 - y \\ 3(12-y) - y = 20 \end{cases}$$

$$36 - 3y - y = 20$$
$$16 = 4y$$
$$y = 4$$

$$x = 12 - 4$$
$$x = 8$$

Estratégia 2 - Soma

Some ou Subtraia uma equação da outra que tenha a quantidade de uma variável igual

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$$

$$(x+3x) + (y-y) = 12 + 20$$
$$4x = 32$$
$$x = 8$$

Sistemas mais Complexos

Quando houverem 3 ou mais variáveis.

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \text{ (A)} \\ 3x - y + z = 20 \text{ (B)} \\ 2x - y + z = 16 \text{ (C)} \end{cases}$$

$$y = 12 - x - z \text{ (A')}$$
$$3x - (12-x-z) + z = 20 \text{ (B')}$$
$$3x - 12 + x + z + z = 20 \text{ (B')}$$
$$4x + 2z = 32 \text{ (B')}$$

$$2x - (12-x-z) + z = 16 \text{ (C')}$$
$$2x - 12 + x + z + z = 16 \text{ (C')}$$
$$3x + 2z = 28 \text{ (C')}$$

$$\begin{cases} 4x + 2z = 32 \text{ (B')} \\ 3x + 2z = 28 \text{ (C')} \end{cases}$$

$$x = 4 \text{ (B'-C')}$$
$$z = 8$$
$$y = 0$$

Matemática - Inequações

Definição

Utiliza uma desigualdade ao invés de igualdade:
- maior (ou igual)
- menor (ou igual)

A resolução é basicamente a mesma da equação.

Exemplo

$6x - 4 > 14$
$6x > 18$
$x > 3$

Repare: nada muda. Só o IGUAL por MAIOR

Cuidados (os 2 casos são o mesmo, na verdade)

Ao inverter a equação
$2x = 4 \rightarrow 4 = 2x$ (isso está certo)
$2x > 4 \rightarrow 4 > 2x$ (isso está errado)
Note que, ao inverter a inequação, a desigualdade precisa ser invertida tambem:
$2x > 4 \rightarrow 4 < 2x$

Ao inverter o sinal
$-10 < -4$
$10 < 4$ (errado)
$10 > 4$ (certo)

Matemática - Inequação Modular

Módulo

É a distância de um número até o ZERO.
Ou seja, será sempre positivo.
$|-45| = 45$

Passo a Passo

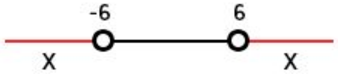
1. Calcule a Inequação com o valor positivo do módulo
2. Calcule a Inequação com o valor negativo do módulo
3. Alinhe os valores em uma "reta"

Inequação Modular (exemplos)

$|x| > 6$
Significa que:
a) $x > 6$
b) $-x > 6$, ou seja, $-6 > x$
Resposta: $\{x > 6 \text{ ou } x < -6\}$

$|x| \leq 6$
Significa que:
a) $x \leq 6$
b) $-x \leq 6$, ou seja, $-6 \leq x$
Resposta: $\{-6 \leq x \leq 6\}$

$|x+3| \leq 6$
Significa que:
a) $+(x+3) \leq 6 \rightarrow x \leq 3$
b) $-(x+3) \leq 6 \rightarrow -6 \leq x+3 \rightarrow -9 \leq x$
Resposta: $\{-9 \leq x \leq 3\}$



Requisitos

1. Equações
2. Módulo
3. Inequações
4. Conjuntos

Matemática - Fatoração

Definição

Estratégia para simplificar polinômios

Fator Comum

Coloque elementos em evidência com o propósito de anular ou simplificar o polinômio

$(4x^2 + 8x) / (x+2) =$

$4x(x + 2) / (x+2) =$

$4x$

Não ficou bem mais simples?

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Sempre que houver diferença entre quadrados

$(x + 4) / (x^2 - 16) =$

$(x + 4) / (x + 4)(x - 4) =$

$1 / (x - 4)$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$25x^2 - 40x + 12 = 0$

$25x^2 - 40x + 16 = 4$

$(5x - 4)^2 = 4$

$5x - 4 = +- 2$

$5x = 6$ ou $5x = 2$

$x = 6/5$ ou $x = 2/5$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

A dica para enxergar esse padrão é procurar valores "quadrados", como 4, 16, 25, etc. Tendo isso tente encaixar uma das três estratégias

$(16x^2 + 40x + 25) / (4x+5) =$

$(4x + 5)^2 / (4x +5) =$

$4x + 5$

se $x^2 + y^2 = 20$ e $xy = 3$, quanto vale $(x+y)^2$?

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$20 + 2*3 = 26$

Funções

Matemática - Funções de 1 Grau

Definição

É um Padrão entre uma ENTRADA e SAÍDA que pode ser previsto por um gráfico e uma relação de causa e efeito

Arquitetura da Função $f(x) = 2x + 1$

Entrada x: 2

Padrão/Fórmula: $2x + 1$

Saída y ou $f(x)$: 5

Propriedades

Uma ENTRADA/CAUSA só pode ter UMA SAÍDA/EFEITO
Mas um EFEITO pode ter diversas CAUSAS

Ex: $f(x) = 4$

$f(2) = 4$

$f(3) = 4$

Funções são como uma máquina!
Você coloca algo na esteira e a máquina processa e te entrega outra coisa...

2	$2x + 1$	5
x	> > > > > > > > > > > > > > >	$f(x)$

$f(2) = 2x + 1 = 5$

Essa máquina dá o "dobro mais um"

4	$2x + 1$	9
x	> > > > > > > > > > > > > > >	$f(x)$

$f(4) = 2x + 1 = 9$

Matemática - Funções de 1 Grau

Gráfico da Função

Representa o padrão de entrada/saída de forma visual.

Os eixos representam o X e Y da função.

X = Abscissa (horizontal)

Y = Ordenada (vertical)

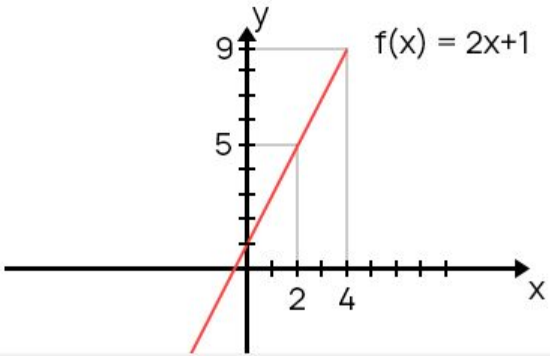
Elementos da Função f(x) = ax + b

a = coeficiente angular

Se positivo, é crescente. Se negativo é decrescente

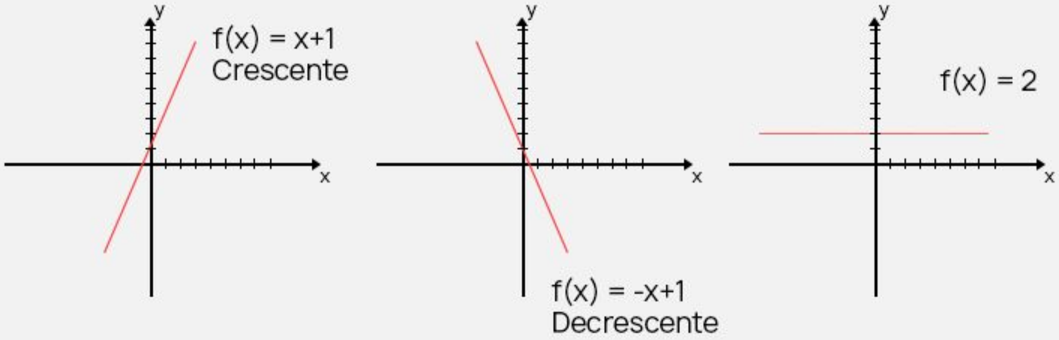
b = coeficiente linear

Indica o valor de Y quando X = 0



- Quanto maior o X, maior o Y (crescente).
- Crescimento constante e aritmético

Tipos de gráficos Lineares (1o Grau)



Matemática - Função Composta

APRENDA QUALQUER COISA   Gabaritei Método ART de Estudos

Definição

Quando duas ou mais funções acontecem em sequência, ou seja, a saída de um vira a entrada do próximo

$f(x) = 2x$; $g(x) = x+2$; calcule $g(f(x) + 1)$
$f(2) = 4$
$g(4 + 1) = 7$

Função Composta Avançada

Quando uma função usa outra função para se definir de forma composta.

$f(x) = 2x + 1$; $g(x) = f(f(x))$; calcule $g(x)$
$g(x) = f(2x+1) = 2(2x+1) + 1 = 4x+2$

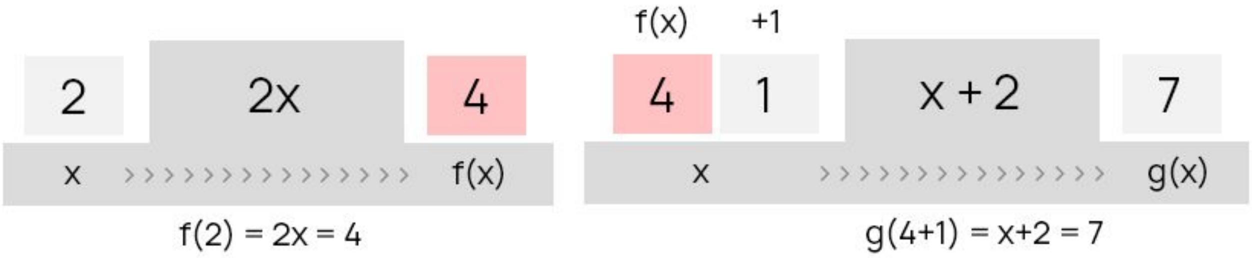


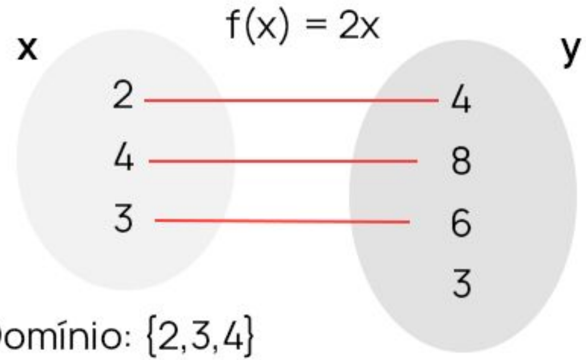
Ilustração do caso $g(f(x) + 1)$

Matemática - Função: Imagem e Domínio

Domínio

É o conjunto de valores possíveis para X.
Todos os valores de X são aceitos nas funções, menos as exceções que ferem as leis da matemática ou que sejam definidas pelo problema

f(x) = 2/(x-2)
Domínio = Reais diferentes de 2



Domínio: {2,3,4}

Imagem: {4,6,8}

Contradominio: {3,4,6,8}

Imagem

É o conjunto de valores possiveis para Y em relação a X

f(x) = 2/x
Imagem = Diferente de 0

Contradomínio

É o conjunto de valores de Y

f(x) = 2x
Contradominio: Naturais
Imagem: Naturais pares

Exceções Comuns

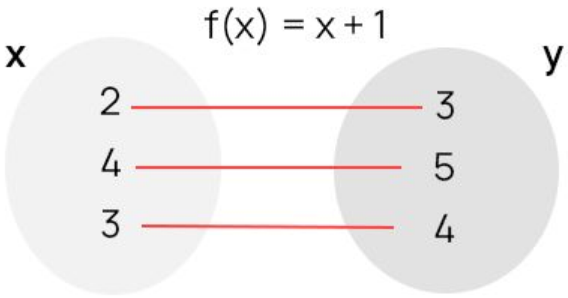
Divisao por 0
X não pode gerar uma divisão por zero

Raiz de Negativo
X não pode gerar um negativo dentro de uma raiz

Matemática - Função: Propriedades

Função Sobrejetora

Se todos os elementos de Y estão ligados a um X,
ou seja, Contradomínio = Imagem.
Vários X podem ter o mesmo Y



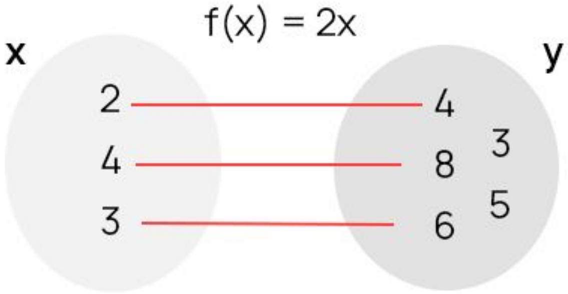
Domínio: {2,3,4}

Imagem: {3,4,5}

Contra: {3,4,5}

Função Injetora

Cada X só pode ter um Y distinto.



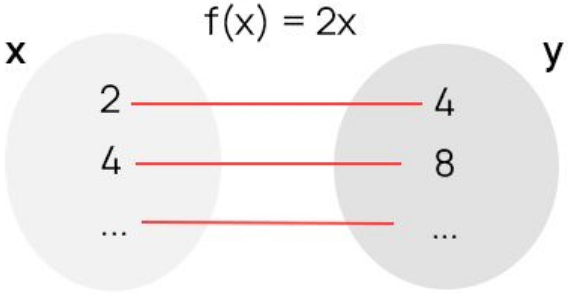
Domínio: {2,3,4}

Imagem: {4,6,8}

Contra: {3,4,5,6,8}

Função Bijetora

Se for Sobrejetora e Injetora ao mesmo tempo



Domínio: Reais

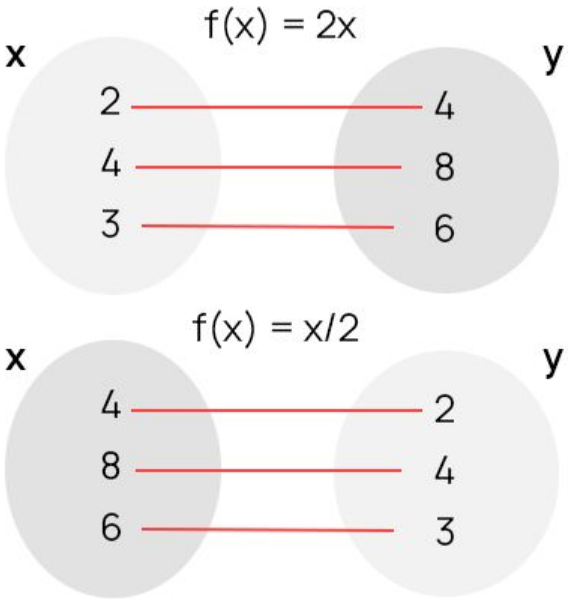
Imagem: Reais

Contra: Reais

Matemática - Função: Inversa

Definição Simples

Função que inverte a relação entre X e Y



Os valores de Y formam um conjunto X onde os mesmos valores continuam relacionados

Passo a Passo

Dado a função $f(x) = 2x + 3$

1. Isole o X

$y = 2x + 3$ (lembre que f(x) e y são a mesma coisa)

$2x = y - 3$

$x = (y-3)/2$

2. Inverta a notação de X por Y

$y = (x-3)/2$

$f'(x) = (x-3)/2$

Definição Tecnica

Se a função x→y é Bijetora (todo Y é efeito de um X único), então existe uma função inversa y→x

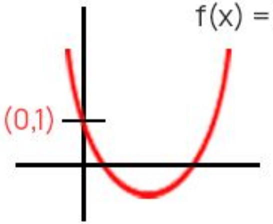
Matemática - Função Quadrática: gráficos

Análise dos Gráficos

Segundo a fórmula $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos 3 coeficientes a,b e c que indicam características do nosso gráfico.

Coeficiente c

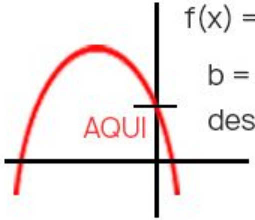
Quando X = 0, Y = c
Ou seja, é o ponto Y que toca na parábola



Coeficiente a

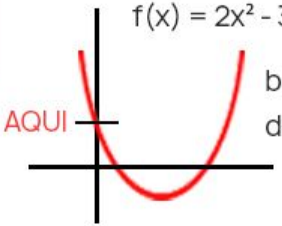
Coeficiente Angular.

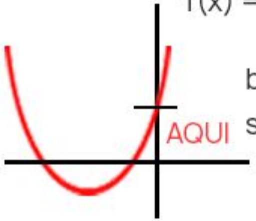
a > 0 = positivo = crescente = feliz
a < 0 = negativo = decrescente = infeliz



Coeficiente b

Quando x=0, se o gráfico estiver na subida, então "b" é positivo.
Se o gráfico estiver descendo, então "b" é negativo





Matemática - Função Quadrática

APRENDA QUALQUER COISA Gabaritei Método ART de Estudos

Definição

Função onde existe x^2 e o gráfico gera uma parábola

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

1.Raízes da Função

São os pontos onde y = 0,
gerando uma equação de 2o grau

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 0$
Delta = 9 - 8 = 1
x = -(-3) +- raiz(1) / 4
x' = 1/2 ; x'' = 1

Raízes: (1/2; 0) e (1;0)

Desenhando a Parábola

Tendo a função, encontre:

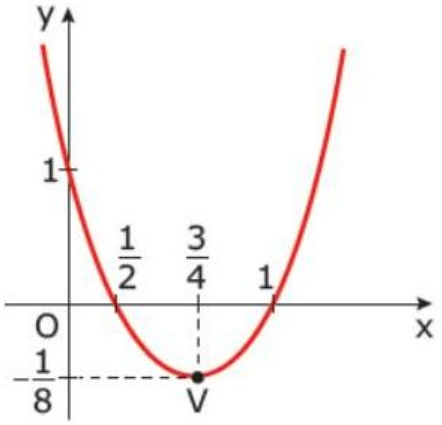
1. As raízes
2. O vértice

Então desenhe a parábola utilizando os 3 pontos

2.Vértice

É o ponto do "cume" da parábola.
Vx = -b/2a ou (x'+x'')/2
Vy = -Delta/4a

a = 2; b = -3; delta = 1
Vx = -(-3/2*2) = 3/4
Vy = - (1/4*2) = -1/8



Trigonometria

Matemática - Teorema de Pitágoras

APRENDA QUALQUER COISA

Gabaritei Método ART de Estudos

Definição

Sabendo 2 lados de um triângulo retângulo, você pode descobrir o terceiro.

Triângulo Retângulo

Um dos lados do triângulo deve ser RETO, ou seja, possuir 90 graus.

Os lados do Triângulo

Catetos

São os lados menores e conectados com o ângulo reto.

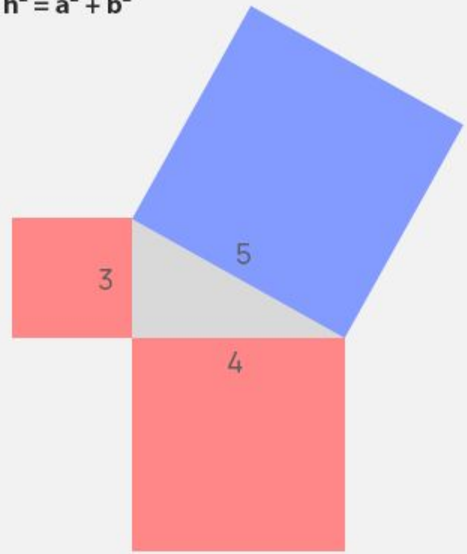
Hipotenusa

É o lado maior e oposto do ângulo reto.

Formula

A soma dos catetos ao quadrado é igual a hipotenusa ao quadrado

$\mathbf{h^2 = a^2 + b^2}$



Matemática - Dicas Pitágoras

A fórmula mais importante

Pelo menos 20% das questões de geometria vão utilizar pitágoras.
Ela é a "regra de 3" da geometria.

Em outras figuras

Toda figura geométrica contém triângulos retângulo

Retas Inclinadas

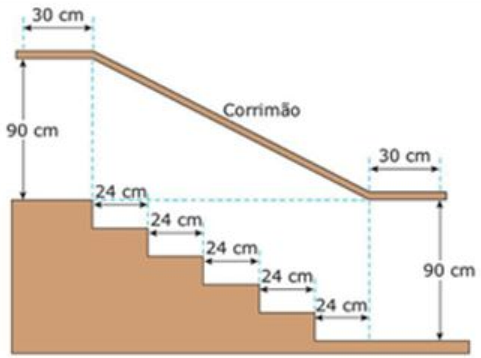
Quase todos os exercícios com retas inclinadas usam pitágoras:

-escadas

-rampas

-diagonais

Qual o tamanho do corrimão? (ENEM)



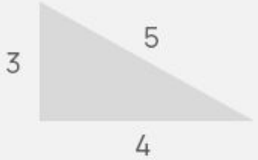
Triângulo 3, 4 e 5

Por regra, o triângulo com medidas 3, 4 e 5 é retângulo.

Se os catetos medem 3 e 4:
A hipotenusa mede 5

Se o cateto 3 e Hipotenusa 5:
o outro cateto é 4

Se o cateto 4 e Hipotenusa 5
o outro cateto é 3

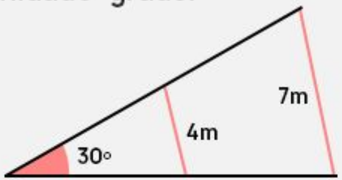


O padrão segue para triângulos proporcionais, como 6,8 e 10, por exemplo.

Matemática - Ângulos: Definições básicas

Definição

Medida da abertura entre duas retas.
Unidade: graus.



O ângulo é a medida fixa da abertura entre duas retas. Se medissemos a distância, teríamos valores diferentes em cada medida.

O valor máximo é de 360 graus, formando a abertura de um círculo.

180 graus (meio círculo) corresponde a **1 pi radiano.**

Tipos

Agudo
Abaixo de 90 graus.
São "pontudos" como uma agulha.

Obtuso
Acima de de 90 graus.

Reto
90 graus

Raso
180 graus

Uso

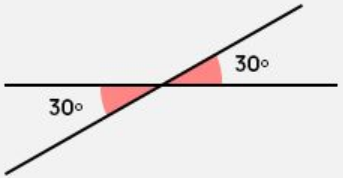
Os ângulos tem relação direta com o tamanho dos lados de um triângulo (e consequentemente qualquer outra forma geométrica).

Sabendo um ângulo e um dos lados do triângulo, podemos descobrir qual o tamanho dos outros lados.

Matemática - Ângulos: Propriedades

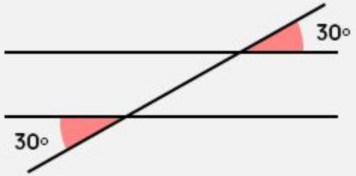
Ângulos opostos

Ângulos opostos são sempre iguais



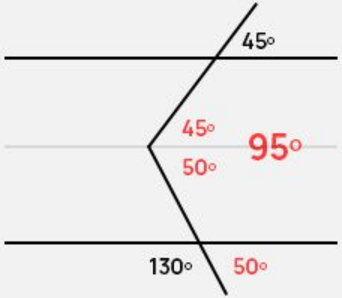
Retas Paralelas

Retas paralelas cortadas por outra reta criam os mesmos ângulos



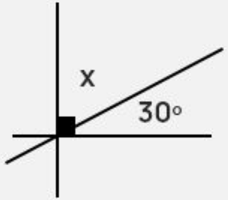
Retas Paralelas Imaginárias

Trace retas paralelas imaginárias para resolver esse tipo de questão



Complementares

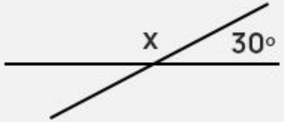
Ângulo Complementar



$x = 90 - 30$

$x = 60$

Ângulo Suplementar



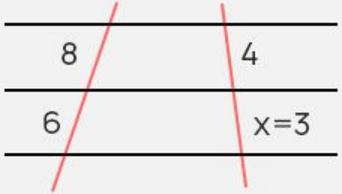
$x = 180 - 30$

$x = 150°$

Matemática - Teorema de Tales

Definição

Duas retas que atravessam 3 ou mais retas paralelas terão seus segmentos proporcionais

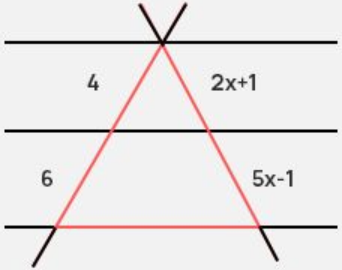


As partes são proporcionais, assim como a soma das partes

$\frac{8}{6}=\frac{4}{x}$ $\frac{14}{6}=\frac{7}{x}$

Tales em formas Geométricas

Treine enxergar a regra em formas geométricas, como Triângulo ou Trapézio.



Exemplo de Equação

$4/6 = (2x+1)/(5x-1)$

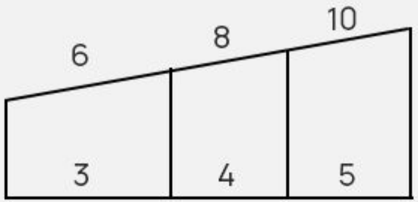
$4(5x-1) = 6(2x+1)$

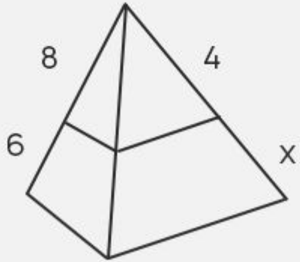
$20x-4 = 12x+6$

$8x = 10$

$x - 10/8 = 5/4$

Outros casos





Entender a proporcionalidade na geometria é essencial para resolver boa parte das questões

Matemática - Seno Cosseno e Tangente

Definição

A razão entre 2 lados do triângulo retângulo seguem um padrão de acordo com seus ângulos

Seno (CO/H)

É a razão entre Cateto Oposto sobre a Hipotenusa

Cosseno (CA/H)

É a razão entre Cateto Adjacente sobre a Hipotenusa

Tangente (CO/CA)

É a razão entre Cateto Oposto sobre o Cateto Adjacente

Dica: lembre de COCA.

Co/H, Ca/H, Co/Ca

Tabela para Decorar

É essencial memorizar a tabela:

	30	45	60	
SEN	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{Co}{h}$
COS	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{Ca}{h}$
TG	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\frac{Co}{Ca}$

Pitágoras vs Sen/Cos/Tg

Pitágoras

Quando houverem 2 lados definidos

Sen/Cos/Tg

Existe um lado e um ângulo

Aplicação

1. Onde está o Ângulo?
2. Quais informações você tem?
   R: Cateto Oposto ao Ângulo = 3
3. Qual informação você quer?
   R: Hipotenusa
4. Qual opção usa Cateto Oposto e a Hipotenusa?
   R: Seno
5. Aplique usando a tabela

Sen30 = Co/h = 1/2

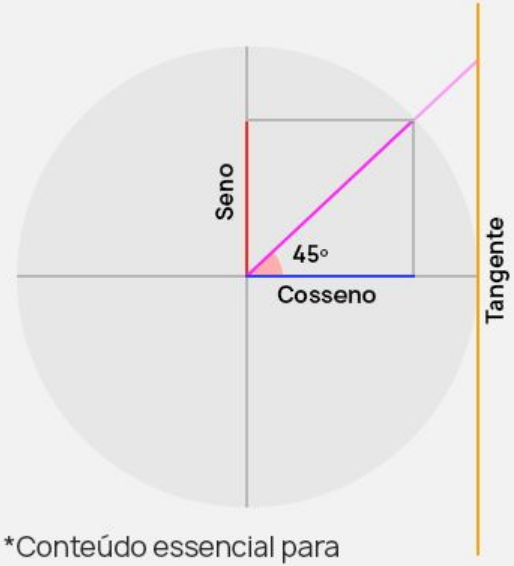
1/2 = 3/x

x = 6

Matemática - Círculo Trigonométrico

Definição

É a razão trigonométrica aplicada na relação entre o raio (hipotenusa), um ângulo e um eixo.



*Conteúdo essencial para função trigonométrica

Quadrantes

Existem 4 Quadrantes no círculo. Dependendo do Quadrante, teremos valores diferentes para os graus: 0, 90, 180, 270 e seus intermediários.

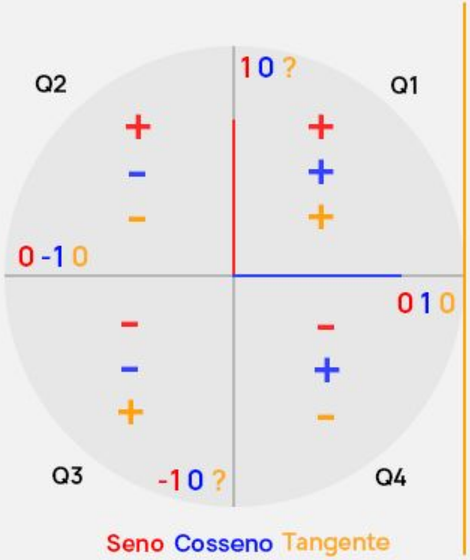


Tabela para Decorar

É essencial memorizar a tabela:

	30	45	60		0,90 180,270
SEN(Y)	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{Co}{h}$	++-- 010-1
COS(X)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{Ca}{h}$	+--+ 10-10
TG	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\frac{Co}{Ca}$	+-+- 0?0?

Na última coluna estão os sinais de cada quadrante, além dos valores para os ângulos 0, 90, 180 e 270

Dica: Aconselho que aprenda o assunto por vídeo aula

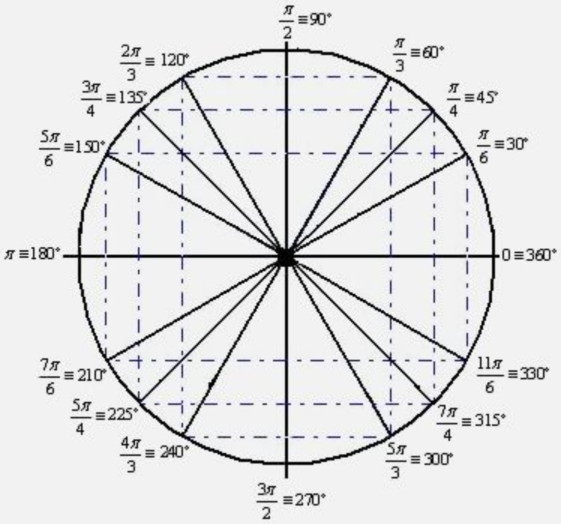
Matemática - Radianos

APRENDA QUALQUER COISA

Gabaritei — Método ART de Estudos

Definição

O comprimento da circunferência é de 2π , então consideramos que π = 180º.



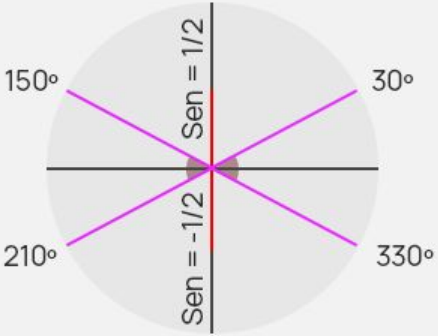
Sen/Cos/Tg nos Quadrantes

Cada valor de Sen/Cos/Tg possui seu valor correspondente nos outros quadrantes.

Ex: Sen 30 = Sen 150 =

-Sen 210 = -Sen 330 (ver ao lado)

Para descobrir isso, você precisa saber que o Seno é o Eixo Y, então espelhar o ângulo nos eixos.



Conversão

A conversão pode ser feita por Regra de 3.

Sabemos que 180 = 1 pi rad, então nosso ângulo ou pi radianos desejados também ficarão igualados.

$$\frac{180}{\text{ângulo}} = \frac{1\,\pi\,\text{rad}}{x\,\pi\,\text{rad}}$$

Converta 60º para Pi Radianos:

180/60 = pi/x

x = 60pi/180

x = pi/3

Converta 5pi/6 em ângulos:

180/x = pi/(5pi/6)

180 * (5pi/6) = x*pi

30*5*pi = x*pi (cancela os pi)

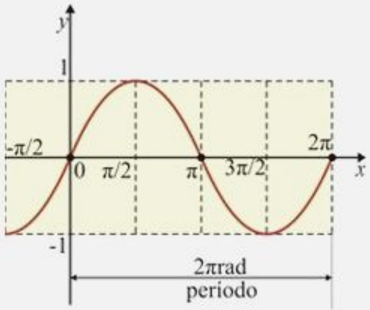
150º = x

Matemática - Função Trigonométrica

APRENDA QUALQUER COISA · Gabaritei · Método ART de Estudos

Definição

Função que utiliza Sen e Cos para obter resultados cíclicos. O gráfico resultante é como uma onda.



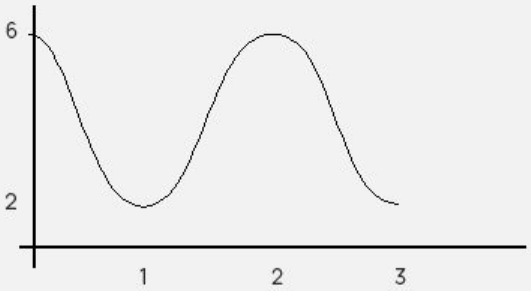
Sen(0) = 0
Sen(pi/2) = 1
Sen(pi) = 0
Sen(3pi/2) = -1
Sen(2pi) = 0

Cos(0) = 1
Cos(pi/2) = 0
Cos(pi) = -1
Cos(3pi/2) = 0
Cos(2pi) = 1

Função

A função trigonométrica tem uma Imagem limitada e cíclica.

f(x) = 4 + 2cos(x pi)
f(0) = 4 + 2*1 = 6
f(1) = 4 + 2*(-1) = 2
f(2) = 4 + 2*1 = 6
f(3) = 4 + 2*(-1) = 2



Macete Pi Radianos

Seno
Se os Pi Radianos forem Inteiros, então o resultado será Zero.
Se o valor em Pi Radianos for uma fração, então converta para Graus.
Se for divisível por 270, é -1
Se for divisível por 90, é 1

Cosseno
Se o valor em Pi Radianos for:
PAR = positivo
ÍMPAR = negativo
Ex: Sen(1200pi) = 1

Análise de Gráfico: É função Sen ou Cos?
Olhando um gráfico, analise o ponto inicial.
O Seno inicia o gráfico do valor Zero, pois Sen(0) = 0
Já o Cosseno inicia do valor máximo, já que Cos(0) = 1

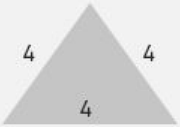
Geometria

Matemática - Geometria: Triângulos

Pelos Lados

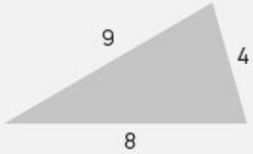
Os triângulos se diferenciam pelos tamanhos dos seus lados e ângulos

Equilátero (3 lados iguais) [EQ]



Isósceles (2 lados iguais) [ISO]

Escaleno (todos diferentes)



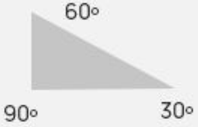
Ângulos (total 180°)

Soma dos ângulos Internos = 180°
Soma dos ângulos externos = 360°

Obtusângulo (1 ângulo obtuso)

Acutângulo (todos agudos)

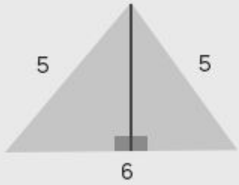
Reto (1 ângulo de 90°)



Propriedades

3 Vértices (pontos)
3 Arestas (lados)
3 Ângulos

Base: lado de baixo (é relativo), usado para definir a altura.
Altura: parte da base em um ângulo de 90° até o vértice oposto



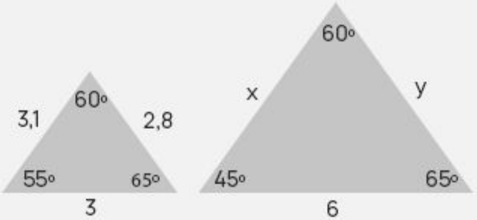
Sendo Isósceles, podemos achar a altura dividindo a base no meio, formando 2 triângulos retângulo de cateto 3 e hipotenusa 5.
$\text{Altura} + 3^2 = 5^2$
$\text{Altura} = 4$

Matemática - Triângulos e Proporção

Arte da Dedução

Se o triângulo tem 180º, isso significa que:
-Sabendo 2 ângulos, você pode deduzir o terceiro (a+b+c = 180º).

Mesmos ângulos = proporcionais
Dois triângulos com os mesmos ângulos serão sempre proporcionais.



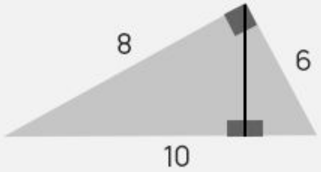
$3/3{,}1 = 6/x$

$x = 6{,}2$

$3/2{,}8 = 6/y$

$y = 5{,}6$

Triângulo Retângulo



A altura do Triângulo-pai cria dois "filhos" proporcionais, já que possuem os mesmos ângulos.
Identifique os ângulos e use a proporção para encontrar as outras medidas

$10/8 = 6/h$
$h = 4{,}8$

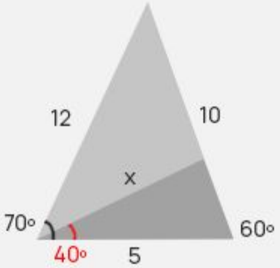
$10/6 = 6/b$
$b = 3{,}6$

$10/8 = 8/c$
$c = 6{,}4$

$10 = b + c = 3{,}6 + 6{,}4$

Outros Triângulos

Observe se o enunciado informa que os ângulos são iguais. Se for esse o caso, os lados serão proporcionais.



No caso acima, concluímos que o ângulo do vértice superior vale 40.
Logo, o triângulo menor interno também possui os mesmos ângulos, sendo proporcional ao maior.
$10/12 = 5/x$
$x = 6$
O seu desafio maior é encontrar essas proporções. Treine isso!

Matemática - Triângulos: Pontos Notáveis

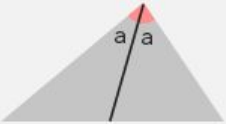
Básicos

Mediana

Reta que divide um dos lados ao meio

Bissetriz

Reta que divide o ângulo ao meio



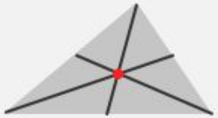
Altura

Reta que parte de um lado formando 90º até o vértice

Intermediário

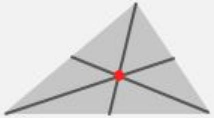
Baricentro

Ponto de união das medianas



Incentro

Ponto de união das bissetrizes



Ortocentro

Ponto de união das alturas

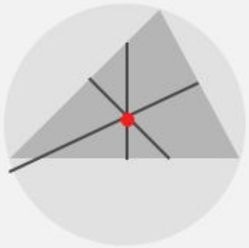
Avançado

Mediatriz

É a reta que divide o lado na metade de forma perpendicular

Circuncentro

Encontro das Mediatrizes que também indica o centro de um círculo passando pelos 3 vértices



Matemática - Geometria Básica

APRENDA QUALQUER COISA
Gabaritei
Método ART de Estudos

Princípio Básico

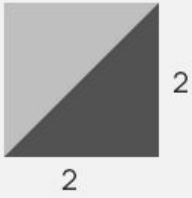
Todas as figuras são feitas de Triângulos. Entenda os triângulos. Enxergue os triângulos e resolva por triângulos.

Ângulo Interno = 180º

Área = Base * altura / 2

Ex: Quadrilátero

São 2 Triângulos, ou seja, a área das formas são calculadas pela soma das duas áreas dos triângulos.



2*(Base * Altura / 2)
2*(2*2/2) = 4

Por isso a área é Lado^2

Quadrilátero - 4 Lados

Losango

4 Lados Iguais, mas ângulos diferentes

Área = Diagonal 1 * Diagonal 2

Quadrado e Retângulo

Possui os 4 Lados Iguais.

Área = Base * Altura

Paralelogramo

Dois pares de lados paralelos.

Área = Base * Altura ou soma das áreas das figuras internas

Trapézio

Apenas dois lados paralelos.

Área =
(base maior + Base Maior)*altura / 2

Propriedades Gerais

Perímetro (1D)

Soma dos lados

Área (2D)

Preenchimento da Superfície

Volume (3D)

Preenchimento da figura 3D

Diagonal

Reta que liga dois vértices não consecutivos

Ângulos Internos

Cada triângulo que forma a figura adiciona 180º

Ângulos Externos

Ângulo gerado pelo prolongamento de um dos lados, somando 360º sempre.

Matemática - Geometria Básica - Círculo

APRENDA QUALQUER COISA   Gabaritei Método ART de Estudos

Círculo

Não possui lados.

Raio: é a medida do centro até a borda

Diâmetro: é uma reta que vai de uma ponta até a outra, passando pelo centro.

Corda: uma reta que liga dois pontos do círculo, sem passar pelo centro

Arco: é uma parte da circunferência

Perímetro: 2 * pi * raio

Área: pi * raio^2

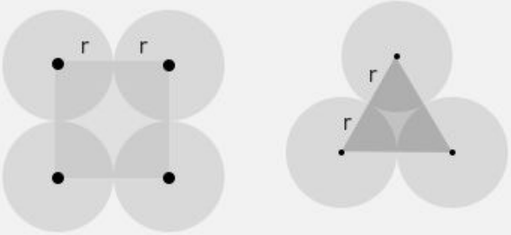
Pi: aproximadamente 3,14

Perímetro
$2*3*pi = 6pi$

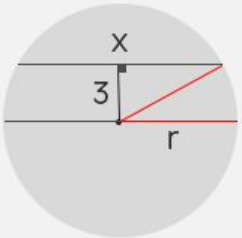
Área
3^2 pi = 9pi

Com outras figuras

Sempre busque outras figuras geométricas nos círculos, em especial os triângulos



Encontre o Triângulo



Caiu no ENEM.
Qual o tamanho da corda x da circunf. de raio 5cm que fica a 3 cm do centro?

Círculos e Triângulos

Algumas questões exigem alguns conhecimentos sobre triângulos equiláteros inscritos e circunscritos.

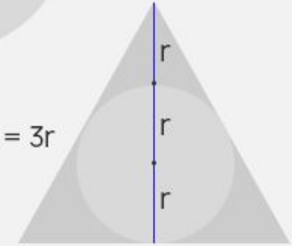
O ponto central do círculo na figura 1 é o circuncentro do triângulo.

$h = r + a$

$r = 2h/3$

$a = h/3$

$h = 3r$



Matemática - Geometria Espacial

APRENDA QUALQUER COISA Gabaritei Método ART de Estudos

É Fácil...

Em geral, se você souber Geometria Plana, você não precisa decorar mais fórmulas.

Legendas

Ab = Área da Base
Al = Área lateral
Pb = Perímetro da base
Pl = Perímetro das laterais
h = altura


Cilindro


Prisma


Pirâmide


Cone

Base das Fórmulas

Perímetro (soma dos lados)

-Prismáticas: 2 Pb + soma das Pl

-Piramidais: Pb + soma das Pl

Área (soma das áreas/superfícies)

-Prismáticas e cilíndricas:

2 Ab + soma das Al

-Pirâmides e Cones: Ab + soma das Al

Volume (preenchimento = base * h)

-Prismáticas e cilíndricas: Ab * h

-Pirâmides e Cones: Ab * h / 3

Altura (base até o topo, perpendicular)

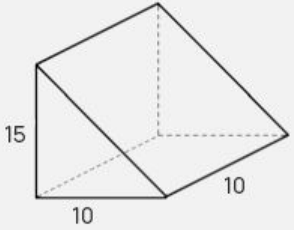
-Prismas e cilindros retos: h = lateral

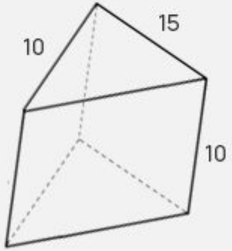
-Outros: encontre por pitágoras ou sen/cos/tg

Erros comuns

Volume do Prisma

Muitos exercícios vão dar um prisma "deitado" e pedir o volume. Mas lembre-se: você precisa "rotacionar" o prisma para que ele tenha base inferior E superior.





Errado:
Área da base = 100
Altura = 15
Volume = $1500cm^3$

Certo:
Área da base = 75
Altura = 10
Volume = $750cm^3$

Matemática - Geometria Espacial: Prismas

APRENDA QUALQUER COISA

Gabaritei

Método ART de Estudos

Definição

-Figura geométrica em 3 dimensões

-Base inferior e superior paralelas e de medidas iguais ligadas por arestas laterais

-Quantidade de lados da base: 3 ou mais.

Prisma triangular reto

Prisma obtuso (não cai)

Dicas

Priorize as bases

Comece sempre entendendo a figura da base. Seus lados vão determinar o tamanho e quantidade de figuras laterais.

Quantas Laterais?

O número de laterais é igual ao número de lados da figura da base.

Ex: Base de 5 lados = 5 laterais.

Tamanho das laterais

Cada lateral é feita de uma das medidas da base x a altura

Dicas

Diagonais

Ao invés de decorar uma fórmula para as diagonais (gasto inútil de memória), entenda como calcular e enxergar as diagonais dos prismas.

-Os mais comuns são do cubo e paralelogramo

Perímetro

1. Calcule o perímetro da base.
2. Multiplique por 2 (são duas bases)
3. Multiplique o número de lados da base pela altura (quantidade de colunas)
4. Some tudo

Matemática - Geometria: Pirâmides e Cones

Pirâmides

-Figura geométrica em 3 dimensões
-Quantidade de lados da base: 3 ou mais.

Prismas vs Pirâmides

- Pirâmides tem apenas uma base
- As laterais da pirâmide são triangulares
- Existem duas alturas nas pirâmides: da pirâmide e dos triângulos laterais
- Para encontrar as alturas, utilize o teorema de pitágoras

Dicas

Não confunda as alturas

Não confunda a altura da pirâmide com dos triângulos. Os exercícios vão informar claramente qual é qual.

Volume

Se a área do triângulo é base*altura/2, então o volume das figuras piramidais e cônicas é:

V = Ab * altura / 3

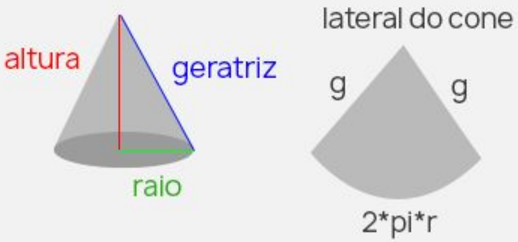
Área

É a soma das áreas das superfícies. Calcule as áreas individuais e some.

*A exceção será a área lateral do cone, como visto ao lado

Cones

- São como pirâmides, mas com a base circular
- Ao invés de usar a altura do triângulo lateral, temos o valor da geratriz



Área lateral

pi * raio * geratriz

Probabilidade

Definição

A contagem, ou análise combinatória, serve para calcular quantas combinações são possíveis de serem feitas em uma dada situação.

Elementos (e)
São a quantidade de elementos ou itens possíveis no problema
Posições (p)
São a quantidade de lugares em que os elementos podem ser organizados
3 posições = _._._

Ex: Em uma competição com 10 participantes, de quantas formas podemos ter os 3 primeiros colocados?
e = 10; p = 3

Passo a Passo

De quantas formas podemos combinar 5 camisetas, 3 calças, 2 tênis e 2 bermudas?

1. Entenda quais são as POSIÇÕES.
São 3: Torso, pernas e pés
_._._

2. Defina quais elementos podem ir em cada posição.
Torso: 5 camisetas
Pernas: 3 calças + 2 bermudas
pés: 2 tênis

3. Preencha as posições com os valores possíveis e multiplique
5 . 5 . 2 = 50 combinações

$$\frac{\text{5 Camisetas}}{\text{torso}} \times \frac{\text{3 Calças + 2 Bermudas}}{\text{pernas}} \times \frac{\text{2 Crocs}}{\text{pés}}$$

PFC

O Princípio Fundamental da Contagem é entender que:

-Se duas coisas acontecem ao mesmo tempo ou se complementam, então MULTIPLICAMOS (E).

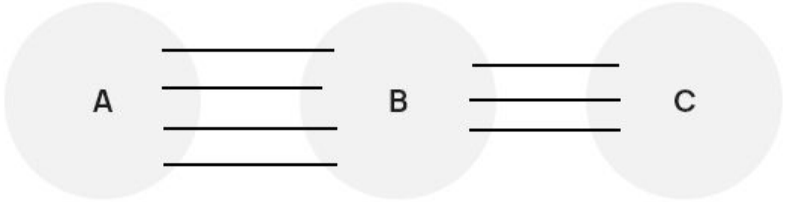
Ex: De quanta formas podemos usar 2 calças E 3 tênis?

R: Podemos combinar as opções, então são 2*3 = 6

-Se duas coisas não podem acontecer ao mesmo tempo, então SOMAMOS(OU)

Ex: De quantas formas podemos usar 2 tênis ou 3 chinelos?

R: Não podemos usar ambos ao mesmo tempo, então são 3+2=5



Indo das cidades A até B existem quatro estradas. Indo de B até C existem três estradas. De quantas formas podemos ir e voltar de A até B e depois C, sem passar pelas mesmas estradas?

1. Quais são as posições?

Embora existam 3 cidades, as possibilidades estão nas estradas da viagem.

AB, BC, CB e BA, ou seja, 4 posições.

_._._._

2. Quantos elementos por posição?

Em AB temos 4 opções. Em BC temos 3 opções. Na volta, CB oferece 2 estradas (1 das 3 já foi utilizada) e BA tem 3 estradas.

3. Multiplique

4.3.2.3 = 72

Matemática - Permutação

APRENDA QUALQUER COISA Gabaritei Método ART de Estudos

Definição

Permutação acontece quando:
a) [e=p] temos o mesmo número de elementos e de posições.

b) cada elemento só pode ser usado uma única vez

Um caso comum é o anagrama, ou seja, embaralhamento das letras de uma palavra.

Como calcular (Permutação = Fatorial)
Para calcular permutações, basta calcular o Fatorial do número de elementos.

Introdução ao Fatorial

É a multiplicação do número pelos seus antecessores.
4! = 4*3*2*1
5! = 5*4*3*2*1

Exemplo

Anagrama de AMOR
4 letras em 4 posições
e=4; p=4

_._._._
Posição 1: 4 letras
Posição 2: 3 letras
Posição 3: 2 letras
Posição 4: 1 letra
4.3.2.1 = 4! = 24 possibilidades.

Fatoriais

Fatorial de Zero
0! = 1

Simplificação de Fatoriais
5! / 3! =
5*4*3*2*1 / 3*2*1 =
5*4 = 20

Ou seja, enxergue quais são as multiplicações e anule normalmente na fração.
8!/5! = 8*7*6
12!/10! = 12*11

Matemática - Permutação Com Repetição

Definição

Qual o anagram de AMAR?
Problema: temos duas letras repetidas, ou seja, a nossa fórmula de permutação precisa de alguns ajustes.

Para calcular a combinação final, precisamos fazer:

$$\frac{\textbf{Permutação Total}}{\textbf{Permutação da Repetição}}$$

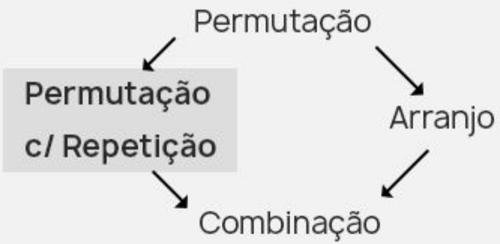
No caso de AMAR, temos 2 repetições:
e =4; p=4; r=2
Permutação Total = 4!
Permutação das Repetições = 2!
4!/2! = 4*3 = 12

Explicação

Fazendo a Permutação de Repetições, descobrimos quantas repetições aconteceriam.
Como só queremos 1 dessas repetições, entao temos:

Permutação * 1/Repetições

Mapa das Combinações



Várias Repetições

Qual o anagrama de ITALIANA?
e = 8
letra i = 2 vezes
letra a = 3 vezes
8! / (2! * 3!)
8*7*6*5*4*3! / 2*1*3!
8*7*6*5*4 / 2
4*7*6*5*4 = 3360

Quando houver diversas repetições, apenas multiplique a permutação das repetições e calcule normalmente.

Matemática - Arranjo e Combinação

Arranjo Simples

Quando o número de elementos é MAIOR que o número de posições. $e > p$

Nomenclatura:

A(4,3) = Arranjo de 4 elementos em 3 posições

Fórmula: $A(4,3) = \dfrac{e!}{(e-p)!}$

Ou seja, precisamos eliminar das possibilidades a permutação da sobra entre os elementos e posições.

Ex: se temos 7 competidores e 3 posições:
7! / 4! = 7*6*5 = 210

Interpretação e tudo

Grande parte das questões de análise combinatória dependem da sua capacidade de interpretar e traduzir o texto. Uma dica é desenhar as possibilidades antes de ir para os números e testar em situações mais simples

Mapa das Combinações

Permutação → Permutação c/ Repetição
Permutação → Arranjo
Permutação c/ Repetição → Combinação
Arranjo → Combinação

Combinação Simples

É a combinação da Permutação com repetição e Arranjo.
Acontece quando a posição dos elementos importa, ou seja, cria uma repetição.

Ex: De 4 livros, escolher 3.
Nesse caso, ABC = BAC

Nomenclatura = C (4,3)

Fórmula: $C(4,3) = \dfrac{e!}{p!(e-p)!}$

Ou seja, além do arranjo, eliminamos as repetições que acontecem nas 3 posições (p):
4! / 3! 1! = 4

Matemática - Combinação com Repetição

APRENDA QUALQUER COISA   Gabaritei Método ART de Estudos

Definição

Quando os elementos podem se repetir nas posições.

O caso ainda continua sendo uma Combinação, mas precisamos redefinir quantos elementos e posições reais temos.

Exemplo:

Combinações para 3 sabores (C,B e M) de sorvete em 4 bolas.

E eis o problema: podemos ter 4 bolas de chocolate e nenhum dos outros sabores.

Também vemos que a ordem das bolas de sorvete não importam.

CCBM = CMCB

E agora, como resolver?

Nova Estratégia

Podemos representar o problema dos sorvetes da seguinte forma. Vamos imaginar que cada bola é representada por um espaço: _ _ _ _ .

Agora vamos agrupar e separar as bolas de sorvete em sabores de acordo com a sua posição :

Chocolate I Baunilha I Morango

Logo:

_ I _ _ I _ significa: CBBM

I _ _ _ I _ significa: BBBM

Dessa forma criamos uma representação com 6 posições e 6 elementos (_ e I), onde _ se repete 4 vezes e I se repete duas.

Fórmula

Como reduzimos nossa representação onde temos e = p, então podemos aplicar a permutação com repetição:

6! / 4! 2!

$$Pr(e) = e! / r!\, r'!$$

Outra forma de chegar nesse valor é converter o número de elementos segundo a transformação:

e’ = e + n - 1

e’ = 3 + 4 - 1 = 6

e aplicar a fórmula comum:

$$C(e',n) = \frac{e'!}{p!(e'-p)!}$$

Logo, C(6,4) = 6! / 4! 2! = 15