Resolução – Matemática Básica
S13.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

Na primeira equação teremos:

$$3x-18+7x=-29-2x-13$$
$$3x+7x+2x=-29-13+18$$
$$12x=-24$$
$$x=-2$$

E na segunda teremos:

$$3x-2(x-5)-\frac{5-3x}{2}=0$$
$$2\cdot 3x-2\cdot 2(x-5)-(5-3x)=2\cdot 0$$
$$6x-4x+20-5+3x=0$$
$$5x=-15$$
$$x=-3$$

Exercício 02 ====================================

Para o primeiro sistema é bem rápido encontrar o valor de x, depois é só substituir esse valor na segunda equação:

$$\begin{cases}2x=12\\x-8y=-2\end{cases}$$

$$2x=12$$
$$x=6$$

$$6-8y=-2$$
$$-8y=-8$$
$$y=1$$

No segundo sistema vale a pena usar o método da adição, assim a gente cancela o +3y com o -3y:

$$\begin{cases}x+3y=7\\5x-3y=-1\end{cases}$$

$$6x+0y=6$$
$$x=1$$

$$1+3y=7$$
$$3y=6$$
$$y=2$$

E no terceiro sistema, o segredo é não perder o controle, e notar que todos os números na primeira equação são divisíveis por 37, assim como todos os números na segunda são divisíveis por 22, e fazendo essas simplificações, teremos:

$$37x+111y=259 \Leftrightarrow x+3y=7$$
$$110x-66y=-22 \Leftrightarrow 5x-3y=-1$$

E agora podemos usar novamente o método da adição para finalizar a resolução:

$$\begin{cases}x+3y=7\\5x-3y=-1\end{cases}$$

$$6x=6$$
$$x=1$$

$$1+3y=7$$
$$y=2$$

Exercício 03 ====================================

Essa primeira equação é um trinômio quadrado perfeito, então podemos fatorá-la para acelerar a resolução:

$$x^2-4x+4=0$$
$$(x-2)^2=0$$

E a única possibilidade dessa expressão ser 0 é se o x for 2, assim nossa solução fica:

$$(x-2)^2=0$$
$$x=2$$

$$S=\{2\}$$

Na Letra B não temos um Trinômio quadrado perfeito, então vamos de Bhaskara mesmo. Primeiro, para encontrar o Delta:

$$a=1$$
$$b=-2$$
$$c=4$$

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$\Delta=(-2)^2-4\cdot 1\cdot 4$$
$$\Delta=4-16=-12$$

O Delta foi menor que 0, o que significa que essa equação não tem solução nos reais, e nossa solução fica:

$$S=\varnothing$$

Por fim, na Letra C nós temos números muito grandes, e não ia ficar legal tentar resolver por Bhaskara, então vamos tentar usar soma e produto:

A soma será 2020, e o produto será 2019. Quais dois números somam 2020 e o produto dá 2019?

Quando a diferença entre o produto e a soma for de uma unidade, já fica bem suspeito que uma das soluções é o número 1, e testando com 2019 e 1 como raízes, vemos que dá certo:

$$2019+1=2020$$
$$2019\cdot 1=2019$$

Então as soluções possíveis são:

$$x'=1$$
$$x''=2019$$

$$S=\{1;\ 2019\}$$

Exercício 04 ===================================

Se chamarmos de H a quantidade inicial de homens e de M a quantidade inicial de mulheres, podemos montar um sistema de duas equações, expondo a relação entre esses valores no início e no final do evento:

$$\begin{cases} \dfrac{H}{M}=\dfrac{7}{10} \\ \dfrac{H+240}{M-160}=\dfrac{9}{10} \end{cases}$$

O que a questão nos pede para encontrar é o valor de M, logo basta isolar o valor de H na primeira equação e substituir na segunda:

$$\frac{H}{M}=\frac{7}{10}$$
$$H=\frac{7}{10}M$$

$$\frac{H+240}{M-160}=\frac{9}{10}$$
$$\frac{\frac{7}{10}M+240}{M-160}=\frac{9}{10}$$
$$10\left(\frac{7}{10}M+240\right)=9(M-160)$$
$$7M+2.400=9M-1.440$$
$$7M-9M=-1.440-2.400$$
$$-2M=-3.840$$
$$M=1.920$$

E ficamos com a **Letra D.**

Exercício 05 ===================================

Isolando x na segunda equação, teremos:

$$x=30+y$$

E substituindo isso na primeira equação:

$$\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}y=37$$
$$\frac{2}{5}(30+y)+\frac{3}{5}y=37$$
$$12+\frac{2}{5}y+\frac{3}{5}y=37$$
$$y=25$$

$$x=55$$

Com isso, x + y = 80, e ficamos com a **Letra A.**

Exercício 06 ===================================

A questão ilustra um produto e uma divisão, e para que o resultado de um produto de uma divisão seja 0, é necessário que um de seus fatores também seja 0. Com isso, ou (x-15) = 0 ou (x+7)=0.

Note que (x-3)=0 não é uma opção, já que o denominador de uma fração não pode ser 0.

Com isso, nós vamos ter duas raízes:

$$x-15=0$$
$$x'=15$$
ou
$$x+7=0$$
$$x''=-7$$

E a soma das raízes será:

$$15+(-7)=8$$

E ficamos com a **Letra D.**

Exercício 07 ===================================

Uma maneira de olhar para essa questão é visualizar cada uma das situações na balança como uma equação. Para que a balança fique em equilíbrio, é necessário que o peso do lado esquerdo seja igual ao peso do lado direito. Com isso, na situação 1 temos:

$$C+B+\frac{1}{4}+2+0,800+2,2=5+5+\frac{5}{4}+2+\frac{3}{4}$$
$$C+B+2,25+3=10+2+\frac{8}{4}$$
$$C+B+5,25=14$$
$$C+B=8,75$$

E na situação 2 temos:

$$B+5,5+\frac{3}{2}=C+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+8\frac{1}{4}$$
$$B+7=C+9,25$$
$$B-C=2,25$$

E nós podemos usar essas duas equações para montar um sistema e encontrar os valores de B e C usando o método da adição:

$$\begin{cases} B+C=8,75 \\ B-C=2,25 \end{cases}$$

$$2B=11$$
$$B=5,5$$

$$C=3,25$$

E fazendo a razão entre C e B teremos:

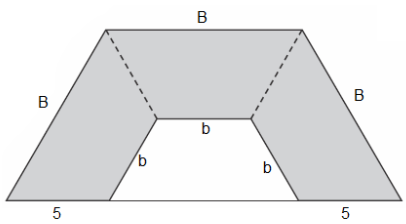
$$\frac{3,25}{5,5}=\frac{325}{550}=\frac{25\times 13}{25\times 22}=\frac{13}{22}$$

E ficamos com a **Letra D.**

Exercício 08 ====================================

Se o perímetro do trapézio é 30 e a soma das bases é 20, podemos concluir que a soma das laterais é 10, e se o trapézio é isósceles, temos certeza que os dois lados são iguais, e cada um mede 5.

Com isso, vemos que a figura sombreada tem em seu perímetro 3 vezes cada uma das bases do trapézio, além de ter 2 vezes a lateral do trapézio, que mede 5:



Na imagem, b representa a base menor do trapézio, enquanto B representa a base maior. Com isso, o perímetro da figura será:

$$3B+3b+5+5$$
$$3(B+b)+10$$

Mas a própria questão já disse que a soma das bases é 20, logo teremos:

$$3\cdot 20+10=70$$

E ficamos com a **Letra C.**

Exercício 09 ====================================

Vamos primeiro de H a quantidade total de hortaliças e de "x" a quantidade de canteiros.

Com isso, pela primeira tentativa de organização (8 hortaliças por canteiro) vemos que:

$$H=8x+32$$

Pela segunda tentativa (12 por canteiro), temos:

$$H=12(x-8)$$

E resolvendo esse sistema com H e x, temos:

$$\begin{cases} H=12(x-8) \\ H=8x+32 \end{cases}$$

$$12x-96=8x+32$$
$$4x=128$$
$$x=32$$

$$H=288$$

Agora pela última situação, quando o plantio deu certo, vimos que para cada 10 hortaliças escuras (E) temos 8 hortaliças claras (C). Logo, de cada 18 hortaliças, 10 são escuras, e podemos resolver o final de nosso problema por regra de 3:

$$\frac{E}{288}=\frac{10}{18}$$
$$E=160$$
Logo
$$C=128$$

E nossas respostas são 160 e 128.

Exercício 10 ====================================

Primeiro, vamos ver quanto Elisa recebeu da herança. Convertendo a dízima periódica de sua parte em uma fração, temos:

$$0,27777...=x$$
$$2,77777...=10x$$

$$2,77777...-0,277777...=9x$$
$$2,5=9x$$
$$x=\frac{25}{90}$$

E a parte que Lavínia recebeu era 7/18. Com isso, a parte de Daniella recebeu precisa ser exatamente a parcela que sobrou. Se retirarmos de um inteiro as parcelas de Elisa e Lavínia, o que sobrar precisa ser justamente a fração de Daniella:

$1-\frac{25}{90}-\frac{7}{18}=$

$\frac{90}{90}-\frac{25}{90}-\frac{35}{90}=$

$\frac{30}{90}=\frac{1}{3}$

Se a parte de Daniella era um terço, e foram 1.200 reais, a herança inteira era de 3.600 reais, e 25/90 desse total foram para Elisa:

$\frac{25}{90}\cdot 3.600=25\cdot 40=1.000$

Agora, após receber esses 1.000 reais, ainda faltavam 200 reais para a compra do computador. Se antes de receber a herança, ainda faltavam 30% do valor do computador, e esses 30% equivalem aos 1.000 reais que ela recebeu mais 200 reais que ainda, temos que 1.200 reais são 30% do valor do computador:

$30\%\cdot x=1.200$

$x=\frac{1200}{\frac{30}{100}}$

$X=4.000$

E depois desse trabalho todo, ainda temos que descobrir o número de divisores naturais desse número. Para isso precisamos fatorá-lo em fatores primos:

$4.000=2^2\times 1.000=2^2\times 10^3=2^2\times 2^3\times 5^3=2^5\times 5^3$

E o número de divisores naturais desse número pode ser encontrado adicionando 1 a cada um dos expoentes de seus fatores e multiplicando-os:

$n=(5+1)(3+1)=6\cdot 4=24$

E ficamos com a **Letra D.**

Exercício 11 ===================================

Pegando as informações do enunciado:

João compilou $\frac{1}{4}\cdot T$, onde T é total de questionários a serem tabulados.

Alfredo tabulou três quintos do restante. O restante é o total T menos o que foi tabulado por João, ou seja, $T-\frac{1}{4}\cdot T=\frac{3T}{4}$.

Com isso, Alfredo tabulou $\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3T}{4}\right)$.

E por último Enéias tabulou 1020 questionários.

Compilando esses dados em uma tabela e chamando de J, A e E, a quantidade de questionários tabuladas por João, Alfredo e Enéias, respectivamente.

Pessoa	Quantidade Tabulada
J	$\frac{T}{4}$
A	$\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3T}{4}\right)$
E	1020

Somando todas as quantidades da segunda coluna e igualando ao total T:

$\frac{T}{4}+\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3T}{4}\right)+1020=T$

$\frac{T}{4}+\frac{9T}{20}+1020=T$

$\frac{5T}{20}+\frac{9T}{20}+1020=\frac{20T}{20}$

$\frac{5T}{20}+\frac{9T}{20}-\frac{20T}{20}=-1020$

$\frac{-6T}{20}=-1020$

$\frac{6T}{20}=1020$

$6T=1020\cdot 20$

$6T=20400$

$T=\frac{20400}{6}$

$T=\frac{10200}{3}$

$T=3400$

Substituindo o valor de T na tabela anterior:

Pessoa	Quantidade Tabulada
J	$\frac{1}{4}\cdot 3400=\frac{3400}{4}=850$
A	$\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3\cdot 3400}{4}\right)=\frac{3}{5}\cdot(3\cdot 850)=$ $=\frac{3}{5}\cdot(2550)=3\cdot 510=1530$
E	1020

Fazendo a diferença entre os números de questionários tabulados por Enéias e João:

$E-J=1020-850=170$

Resposta: Letra A.

Resolução – Matemática Básica
S13.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 12 ====================================

As dimensões iniciais da serpente são x e 5x + 12 milímetros, e com isso sua área inicial é de:

$$\text{Área Inicial} = x \cdot (5x + 12) = 5x^2 + 12x$$

Como a serpente comeu 8 insetos, sua área aumentou em:

$$10\,mm^2 \cdot 8 = 80\,mm^2$$

Portanto, a área final da serpente será de:

$$\text{Área Final em } mm^2 = 5x^2 + 12x + 80$$

Igualando a área final a 112 mm^2, temos

$$5x^2 + 12x + 80 = 112 \rightarrow 5x^2 + 12x - 32 = 0$$

Resolvendo a equação acima por Bháskara:

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-32)}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 640}}{10}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{784}}{10}$$

$$x = \frac{-12 \pm 28}{10}$$

Descobrindo cada umas das raízes possíveis:

$$x = \frac{-12 \pm 28}{10}$$

$$x_1 = \frac{-12 + 28}{10} = \frac{16}{10} = 1,6$$

$$x_2 = \frac{-12 - 28}{10} = \frac{-40}{10} = -4$$

Desconsideramos a raiz x_2, pois esta daria origem a dimensões negativas.

Substituindo x_1 nas dimensões:

Dimensão 1: $x = 1,6\,mm$

Dimensão 2: $x = 5 \cdot 1,6 + 12 = 8 + 12 = 20\,mm$

Portanto, as dimensões iniciais da serpente eram de 1,6 mm e 20 mm.

Resposta: Letra A.

Exercício 13 ====================================

Chamando o número de moças que compraram o ingresso de M e o número de rapazes que compraram o ingresso de R.

Como o total de pessoas que compraram foi de 312, temos que

$$M + R = 312 \text{ (I)}$$

O total da receita arrecadada nos ingressos das moças foi de

$$R\$\,5,00 \cdot M$$

O total da receita arrecadada nos ingressos dos rapazes foi de

$$R\$\,7,00 \cdot R$$

Portanto, o total arrecada pode ser escrito como:

$$R\$\,5,00 \cdot M + R\$\,7,00 \cdot R = R\$\,1880,00$$

Simplificando:

$$5M + 7R = 1880 \text{ (II)}$$

Montando um sistema de duas equações com (I) e (II):

$$\begin{cases} M + R = 312 \\ 5M + 7R = 1880 \end{cases}$$

Resolvendo:

$$M = 312 - R$$

$$\downarrow$$

$$5 \cdot (312 - R) + 7R = 1880$$

$$1560 - 5R + 7R = 1880$$

$$2R = 1880 - 1560$$

$$2R = 320$$

$$R = 160$$

Substituindo o R em (I):

$$M + 160 = 312$$

$$M = 312 - 160$$

$$M = 152$$

O número de moças que compraram ingresso foi 152 e o de rapazes foi 160.

Resposta: Letra D.

Resolução – Matemática Básica
S13.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 14 ====================================

Inicialmente, a parte de cada amigo (P) na compra do presente de R$ 396,00 foi de

$$\frac{R\$\,396,00}{N} = P \quad (I)$$

onde N é o número de amigos.

Como no dia de comprar o presente, um deles desistiu, o número de amigo que irão dividir o valor do presente será:

N – 1

Com isso o novo valor devido por cada amigo será:

$$\frac{R\$\,396,00}{N-1} = P + R\$\,3,00 \quad (II)$$

Simplificando e juntando (I) e (II) em um sistema de duas equações:

$$\begin{cases} \frac{396}{N} = P \\ \frac{396}{N-1} = P + 3 \end{cases}$$

Substituindo P da primeira equação na segunda:

$$\frac{396}{N-1} = P + 3 \rightarrow \frac{396}{N-1} = \frac{396}{N} + 3$$

Resolvendo a equação que chegamos:

$$\frac{396}{N-1} = \frac{396}{N} + 3$$

$$\frac{396}{N-1} - \frac{396}{N} = 3$$

$$\frac{396N - 396 \cdot (N-1)}{(N-1) \cdot N} = 3$$

$$396N - 396N + 396 = 3 \cdot (N-1) \cdot N$$

$$396 = (3N - 3) \cdot N$$

$$396 = 3N^2 - 3N$$

Dividindo os dois lado da equação por 3:

$$132 = N^2 - N$$

$$N^2 - N - 132 = 0$$

Resolvendo a equação acima por Bháskara:

$$N = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-132)}}{2 \cdot 1}$$

$$N = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 528}}{2}$$

$$N = \frac{1 \pm \sqrt{529}}{2}$$

$$N = \frac{1 \pm 23}{2}$$

Descobrindo cada um dos N_1 e N_2 possíveis:

$$N = \frac{1 \pm 23}{2}$$

$$N_1 = \frac{1+23}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$N_2 = \frac{1-23}{2} = \frac{-22}{2} = -11$$

O valor negativo de N (N_2) não faz sentido, pois não temos número de negativo de pessoas, logo descartamos ele.

Com isso o número N de amigos do grupo original era de 12 pessoas.

Resposta: Letra C.

Exercício 15 ====================================

Chamando de x o número de mesas de 4 lugares, de y o número de mesas de 5 lugares e de z o número de mesas de 6 lugares temos que:

$$x + y + z = 22 \ (I)$$

Como compareceram no total 113 pessoas que foram totalmente acomodadas nessas 22 mesas temos o seguinte:

Total de pessoas sentadas na mesa de 4 lugares: 4x

Total de pessoas sentadas na mesa de 5 lugares: 5y

Total de pessoas sentadas na mesa de 6 lugares: 6z

O que nos dá:

$$4x + 5y + 6z = 113 \ (II)$$

A última informação que o enunciado fornece é que o número de mesas com 6 lugares é o dobro do número de mesas com 5 lugares. A partir dessa informação podemos escrever:

$$z = 2y \ (III)$$

Juntando (I), (II) e (III) em um sistema de 3 equações:

$$\begin{cases} x + y + z = 22 \\ 4x + 5y + 6z = 113 \\ z = 2y \end{cases}$$

Podemos substituir o z da última equação acima nas 2 primeiras equações e transformar esse sistema de 3 equações em um mais simples de 2 equações.

$$z = 2y$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} x + y + z = 22 \rightarrow x + y + (2y) = 22 \\ 4x + 5y + 6z = 113 \rightarrow 4x + 5y + 6 \cdot (2y) = 4x + 5y + (12y) = 113 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} x + 3y = 22 \\ 4x + 17y = 113 \end{cases}$$

Agora, resolvendo o sistema acima:

$$x = 22 - 3y$$

$$\downarrow$$

$$4 \cdot (22 - 3y) + 17y = 113$$

$$88 - 12y + 17y = 113$$

$$88 + 5y = 113$$

$$5y = 113 - 88$$

$$5y = 25$$

$$y = 5$$

Com isso achamos o número de mesas com 5 lugares, substituindo esse valor (y) na equação $x + 3y = 22$, achamos x, que é o número de mesas com 4 lugares:

$$y = 5 \text{ e } x + 3y = 22 \rightarrow x + 3 \cdot (5) = 22$$

$$x + 15 = 22$$

$$x = 7$$

Portanto, o número de mesas com 4 lugares é 7.

Resposta: Letra B.