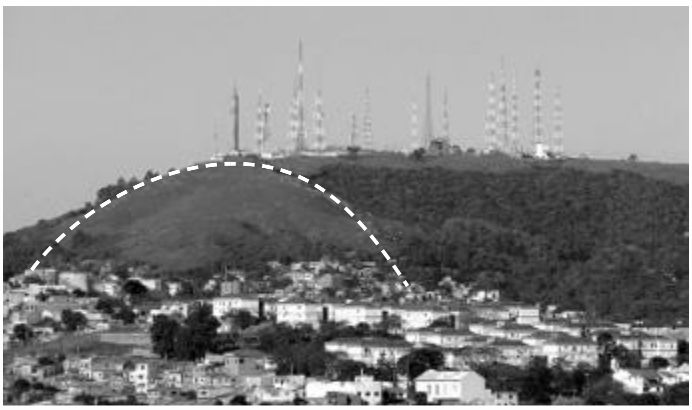
FUNÇÃO QUADRÁTICA

1. Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função quadrática definida por $f(x) = x^2 + bx + c$. Se f assume o menor valor para $x = -1$ e se 2 é uma raiz da equação $f(x) = 0$, então, a soma $b + c$ é igual a
a) -4.
b) 4.
c) -3.
d) -6.

2. Em um jogo de futebol, um jogador chuta uma bola parada, que descreve uma parábola até cair novamente no gramado. Sabendo-se que a parábola é descrita pela função $y = 20x - x^2$, a altura máxima atingida pela bola é
a) $100\ m$
b) $80\ m$
c) $60\ m$
d) $40\ m$
e) $20\ m$

3. Em uma partida de futebol, um dos jogadores lança a bola e sua trajetória passa a obedecer à função $h(t) = 8t - 2t^2$, onde h é a altura da bola em relação ao solo medida em metros e t é o intervalo de tempo, em segundos, decorrido desde o instante em que o jogador chuta a bola. Nessas condições, podemos dizer que a altura máxima atingida pela bola é
a) $2\ m$.
b) $4\ m$.
c) $6\ m$.
d) $8\ m$.
e) $10\ m$.

4. O morro onde estão situadas as emissoras de TV em Porto Alegre pode ser representado graficamente, com algum prejuízo, em um sistema cartesiano, através de uma função polinomial de grau 2 da forma $y = ax^2 + bx + c$, com a base da montanha no eixo das abscissas.



Para que fique mais adequada essa representação, devemos ter
a) $a > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$
b) $a > 0$ e $b^2 - 4ac < 0$
c) $a < 0$ e $b^2 - 4ac < 0$
d) $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0$
e) $a < 0$ e $b^2 - 4ac = 0$

5. Seja a função $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$. Se $P(a,\ b)$ é o vértice do gráfico de f, então $|a + b|$ é igual a
a) 5
b) 4
c) 3
d) 2

6. A temperatura, em graus Celsius, de um objeto armazenado em um determinado local é modelada pela função $f(x) = -\frac{x^2}{12} + 2x + 10$, com x dado em horas.

A temperatura máxima atingida por esse objeto nesse local de armazenamento é de
a) $0\ °C$
b) $10\ °C$
c) $12\ °C$
d) $22\ °C$
e) $24\ °C$

7. Durante as competições Olímpicas, um jogador de basquete lançou a bola para o alto em direção à cesta. A trajetória descrita pela bola pode ser representada por uma curva chamada parábola, que pode ser representada pela expressão:

$$h = -2x^2 + 8x$$

(onde "h" é a altura da bola e "x" é a distância percorrida pela bola, ambas em metros)

A partir dessas informações, encontre o valor da altura máxima alcançada pela bola:
a) $4\ m$
b) $6\ m$
c) $8\ m$
d) $10\ m$
e) $12\ m$

8. Seja o número real x tal que $W = \frac{2x^2}{9} - \frac{\sqrt{6}}{6}x + 21$. Sendo assim, qual o valor de x para que W seja mínimo?
a) $3\sqrt{6}$
b) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$
c) $7\sqrt{9}$
d) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
e) $6\sqrt{6}$

9. Analisando a função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 12$, podemos afirmar que seu valor mínimo é
a) 12.

b) 4.
c) 0.
d) -4.
e) -12.

10. O lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática $L = R - C$, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto.
Uma fábrica de tratores produziu n unidades e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(n) = n^2 - 1000n$ e a receita representada por $R(n) = 5000n - 2n^2$.

Com base nas informações acima, a quantidade n de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo corresponde a um número do intervalo
a) $580 < n < 720$
b) $860 < n < 940$
c) $980 < n < 1300$
d) $1350 < n < 1800$

11. Considere o movimento de um corpo atirado ou jogado verticalmente para cima, sendo modelado de acordo com a equação $y = -20x^2 + 50x$, em que y representa a altura, em metros, alcançada por esse corpo em x segundos depois de ser arremessado.

Dessa forma, a altura máxima atingida por esse corpo e o tempo em que permanece no ar, respectivamente, são
a) $31,25\ m$ e $2,5\ s$.
b) $1,25\ m$ e $2,5\ s$.
c) $31,25\ m$ e $1,25\ s$.
d) $2,5\ m$ e $1,25\ s$.

12. O saldo S de uma empresa A é calculado em função do tempo t, em meses, pela equação $S(t) = 3\,t^2 - 39t + 66$.

Considerando essa função, o saldo da empresa é negativo entre o
a) 2º e o 11º mês.
b) 4º e o 16º mês.
c) 1º e 4º e entre o 5º do 16º mês.
d) 2º e 5º e entre o 7º do 14º mês.

13. Sejam f, $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções quadráticas dadas por $f(x) = -x^2 + 8x - 12$ e $g(x) = x^2 + 8x + 17$. Se M é o valor máximo de f e m o valor mínimo de g, então, o produto $M \cdot m$ é igual a
a) 8.
b) 6.
c) 4.
d) 10.

14. A soma dos quadrados das coordenadas do vértice da parábola de equação $y = x^2 – 6x + 8$ é igual a
a) 10.
b) 20.
c) 2.
d) 36.
e) 14.

15. Sejam f e g funções reais dadas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = 1 + 2x^2$.
Os valores de x tais que $f(x) = g(x)$ são:
a) $x = 0$ ou $x = 1$
b) $x = 0$ ou $x = 2$
c) $x = 1$ ou $x = \frac{1}{2}$
d) $x = 2$ ou $x = 1$
e) $x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

Desde que f assume o menor valor para $x = -1$, temos

$$-1 = -\frac{b}{2 \cdot 1} \Leftrightarrow b = 2.$$

Ademais, sendo $f(2) = 0$, vem

$$2^2 + 2 \cdot 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8.$$

Portanto, a resposta é $b + c = 2 + (-8) = -6$.

Resposta da questão 2:
[A]

Escrevendo a equação da parábola sob a forma canônica, temos $y = 100 - (x - 10)^2$. Portanto, segue que para $x = 10\ m$ a bola atinge sua altura máxima, qual seja, $100\ m$.

Resposta da questão 3:
[D]

Para obter a altura máxima basta obter o valor do vértice y_v da função $h(t)$. Logo,

$$V = (x_v;\ y_v) = \left(\frac{-b}{2a};\ \frac{-\Delta}{4a}\right)$$
$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$
$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (0)$$
$$\Delta = 64$$
$$V = \left(\frac{-8}{2 \cdot (-2)}; \frac{-64}{4 \cdot (-2)}\right) = (2;\ 8)$$

A altura máxima é $8\ m$.

Resposta da questão 4:
[D]

Desde que a parábola apresenta concavidade para baixo e intersecta o eixo das abscissas em dois pontos distintos, temos $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0$.

Resposta da questão 5:
[A]

Escrevendo a lei de f na forma canônica, encontramos $f(x) = 2(x + 2)^2 - 3$. Daí, vem $(a,\ b) = (-2,\ -3)$ e, portanto, $|a + b| = |-2 - 3| = 5$.

Resposta da questão 6:
[D]

Reescrevendo a lei de f sob a forma canônica, vem

$$f(x) = -\frac{1}{12}(x^2 - 24x) + 10 = -\frac{1}{12}(x - 12)^2 + 22.$$

Portanto, segue que a temperatura máxima é atingida após 12 horas, correspondendo a $22\ ℃$.

Resposta da questão 7:
[C]

$$x_{máx} = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot (-2)} \Rightarrow x_{máx} = 2$$
$$h_{máx} = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 \Rightarrow h_{máx} = 8\ m$$

Resposta da questão 8:
[B]

Sabemos que W é uma função do segundo grau na variável x real, portanto, o valor de x para o qual W é mínimo será dado por:

$$x = -\frac{b}{2 \cdot a} = \frac{-\frac{\sqrt{6}}{6}}{2 \cdot \frac{2}{9}} = -\frac{\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{9}{4} = -\frac{3 \cdot \sqrt{6}}{8}$$

Resposta da questão 9:
[D]

O valor mínimo da função é igual à coordenada y do vértice, pois $a > 0$, ou seja:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-((-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12)}{4 \cdot 1} = \frac{-16}{4} \rightarrow y_v = -4$$

Resposta da questão 10:
[C]

Tem-se que

$$L = 5000n - 2n^2 - (n^2 - 1000n)$$
$$= 3000000 - 3(n - 1000)^2.$$

Portanto, deverão ser produzidas 1.000 peças para que o lucro seja máximo.

Resposta da questão 11:
[A]

Calculando:

$$x_{máx} = -\frac{b}{2a} = -\frac{50}{2 \cdot (-20)} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$
$$\rightarrow 1{,}25s\ para\ subir$$
$$+ 1{,}25s\ para\ descer = 2{,}5\ s\ no\ ar$$
$$y_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{50^2 - 4 \cdot (-20) \cdot 0}{4 \cdot (-20)} = \frac{2500}{80} = \frac{250}{8} = 31{,}25\ m$$

Resposta da questão 12:
[A]

Tem-se que

$$S(t) = 3t^2 - 39t + 66 = 3(t - 2)(t - 11).$$

Portanto, $S(t) < 0$ para todo $t \in]2,\ 11[$.

Resposta da questão 13:
[C]

Tem-se que $f(x) = -(x-4)^2 + 4$ e $g(x) = (x+4)^2 + 1$. Portanto, segue que $M = 4$ e $m = 1$, implicando em $M \cdot m = 4$.

Resposta da questão 14:
[A]

$$x_V = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{(-6)}{2 \cdot 1} = 3$$
$$y_V = -\frac{\Delta}{4 \cdot a} = -\frac{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}{4 \cdot 1} = -\frac{4}{4} = -1$$

Portanto,

$$(x_V)^2 + (y_V)^2 = 3^2 + (-1)^2 = 10$$

Resposta da questão 15:
[E]

Os valores de x para os quais $f(x) = g(x)$ são tais que

$$\begin{aligned} x + 1 = 1 + 2x^2 &\Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \end{aligned}$$