



MATEMÁTICA

com Valdemar Santos

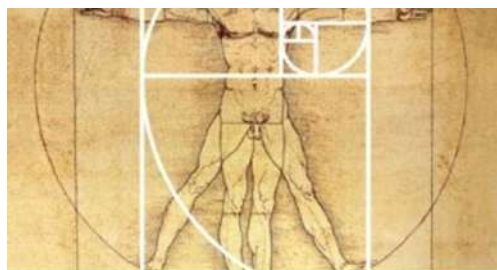
Razão e proporção (Parte 1)

Grandezas proporcionais, relações e escalas

RAZÃO E PROPORÇÃO

PARTE 01

GRANDEZAS PROPORCIONAIS, RELAÇÕES E ESCALAS



O conceito de razão é a forma mais comum e prática de fazer a comparação relativa entre duas grandezas. Ao dividir uma grandeza por outra, estamos comparando a primeira com a segunda, que passa a ser a base da comparação. Por exemplo, se a área de um retângulo mede 300 cm^2 e a área de um outro retângulo mede 210 cm^2 , ao fazermos a razão das áreas, temos:

$$210/300=7/10=0,7$$

Estamos calculando o quanto a área menor representa da maior. Em outras palavras, a área menor representa 0,7, ou 70%, da área maior. Isso é uma comparação muito significativa e fácil de ser feita.

RAZÃO. Dados dois números reais a e b , com b diferente de zero, chamamos de *razão entre a e b* ao quociente $a/b=k$

Observe que k é um número real. O numerador a chamamos de antecedente, e o denominador b chamamos de conseqüente dessa razão (lê-se " a está para b "). A razão k indica o valor do número a quando comparado ao número b , tomando-o como unidade.

Escala. Ao compararmos mapas com os lugares a serem representados por eles, representamos as distâncias em *escala* menor que a real. O conceito é dado pela seguinte razão:

Escala = medida no mapa/medida real;
 (ambos na mesma unidade de medida).



EXEMPLO:

A escala da planta de um terreno na qual o comprimento de 60 metros foi representado por um segmento de 3 cm é:

- A) 1 : 10.000 C) 1 : 3.000 E) 1 : 4.000
B) 1 : 2.000 D) 1 : 6.000

Solução

Primeiramente, transformamos os 60 m para centímetros, para trabalharmos no mesmo sistema de unidades:

$$60 \text{ m} = 60 \cdot 100 \text{ cm} = 6000 \text{ cm}$$

Portanto,

$$\text{Escala} = \frac{3 \text{ cm}}{6000 \text{ cm}} = \frac{1}{2000} \Rightarrow \frac{1}{2000} \cdot 6000 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

(letra B)

Velocidade Média. É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso. A velocidade média será sempre acompanhada de uma unidade, que depende das unidades escolhidas para calcular distância e tempo. Alguns exemplos de unidades para a velocidade média são km/h, m/s, cm/s etc.



$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total de percurso}}$$

EXEMPLO:

A distância entre as cidades do Rio de Janeiro e São Paulo é de, aproximadamente, 400 km. Um carro levou 5 horas para percorrer esse trajeto. Determine sua a velocidade média.

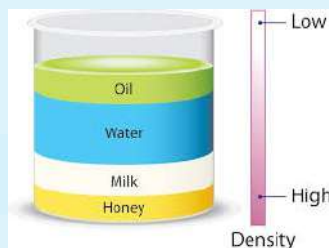
Solução

$$\text{Velocidade} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total de percurso}} = \frac{400 \text{ km}}{5 \text{ h}}$$

$$\frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total de percurso}} = \frac{400 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$

O significado desse valor é que a cada hora o carro percorreu, aproximadamente, 80 km.

Densidade. A densidade de um corpo é a razão entre a sua massa e o seu volume. A densidade também será sempre acompanhada de uma unidade, que depende das unidades escolhidas para medir a massa e o volume. Alguns exemplos de unidades para a densidades são g/cm^3 , kg/m^3 etc.



$$\text{Densidade} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \frac{m}{v} \quad (\text{massa/volume}) = \frac{m}{v}$$

EXEMPLO:

Uma quantidade de óleo de cozinha ocupava completamente uma jarra com 1 litro de volume. Sabe-se que a densidade do óleo é de, aproximadamente, $0,86 \text{ g/cm}^3$. Determine a massa do óleo, em gramas.

Solução

Como a densidade é dada em g/cm^3 , isso significa que o volume deve ser dado em cm^3 . Assim, fazendo a conversão, $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$.

$$\text{Daí, densidade} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} \Rightarrow 0,86 = \frac{m}{1000} \Rightarrow m = 0,86 \cdot 1000 = 860 \text{ g}$$

Portanto, a massa de óleo contida na jarra é de 860 g.

PROPORÇÃO

Chamamos de **proporção** a igualdade de duas razões.



$a_1/b_1 = a_2/b_2 = k$ (também escrito por $a_1:b_1 :: a_2:b_2$),

onde a_1 , a_2 , b_1 , b_2 são números reais com b_1 e b_2 diferentes de zero. O número k é o que chamamos de *constante da proporção* (Lê-se “ a_1 está para b_1 assim como a_2 está para b_2 ”).

O antecedente da primeira razão (a_1) e o conseqüente da segunda (b_2) são chamados de *extremos*, enquanto o conseqüente da primeira razão (b_1) e o antecedente da segunda razão (a_2) são chamados de *meios*. Os nomes são sugestivos quando consideramos a segunda forma de expressar a proporção ($a_1:b_1 :: a_2:b_2$).

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DA PROPORÇÃO

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos. O que denotamos por: $a/b = c/d \Leftrightarrow bc = ad$

Pela comutatividade do produto, podemos escrever a mesma proporção de várias maneiras distintas: $a/b = c/d \Leftrightarrow d/c = b/a \Leftrightarrow d/b = c/a \Leftrightarrow a/c = b/d$, entre outras.

Vamos praticar

ALGUNS EXEMPLOS PELO BRASIL

1. (UEA) Uma faculdade oferece dois cursos de especialização, P e Q. A tabela apresenta algumas informações sobre o número de matriculados e o número de aprovados em cada curso.

Curso	Nº de matriculados	Nº de aprovados
P	x	36
Q	x + 6	42

Se no curso Q houvesse um aluno a mais matriculado do que o curso P e esse aluno não tivesse sido aprovado, a razão do número de alunos matriculados para o número de alunos aprovados no curso Q seria a mesma que no curso P.

A soma do número de alunos matriculados nesses dois cursos é

- a) 80. c) 95. e) 90.
b) 100. d) 85.

2. (CFN) A fim de visitar um grande amigo, Samuel viajou do Rio de Janeiro com destino a Brasília. Sabendo que o trajeto que ele percorreu foi de 1.200 km, e que o consumo de combustível nessa viagem foi de 80 litros, calcule quantos quilômetros seu veículo andou por cada litro de combustível consumido nesse trajeto.

- a) 15 km/l
- b) 16 km/l
- c) 17 km/l
- d) 19 km/l
- e) 22 km/l

3. (CFN) Em um mapa cartográfico cada centímetro corresponde a 500 metros. Determine, em quilômetros, a distância entre as cidades A e B, sabendo que no mapa essa distância corresponde a 7 centímetros.

- a) 0,035 km
- b) 0,35 km
- c) 3,5 km
- d) 35 km
- e) 350 km

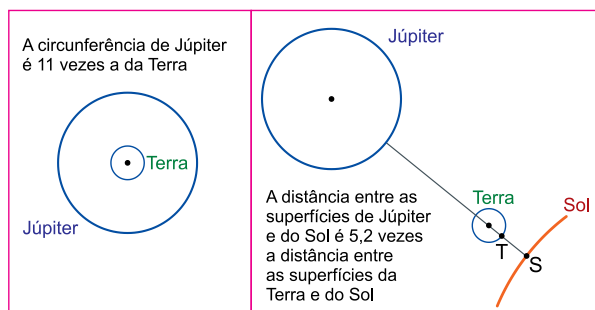
4. (UNESP) Na escola, Maria recebeu de seu professor de Geografia a tarefa de construir um globo terrestre — uma representação cartográfica em superfície esférica. Se a estudante utilizar uma bola de isopor com 12 cm de raio e considerar que a circunferência da Terra tenha 40000 km, a escala numérica aproximada do globo terrestre será:

- a) 1: 6369.
- b) 1: 480000.
- c) 1: 530.
- d) 1: 3333.
- e) 1: 53075000.

5. (UNICAMP) Um recipiente de 30 litros contém uma solução de 14 partes de álcool e 1 parte de água. Quantos litros de água devem ser adicionados para que se tenha uma solução com 70% de álcool?

- a) 8 litros.
- b) 10 litros.
- c) 12 litros.
- d) 14 litros.

6. (UNESP) Examine os dados comparativos simplificados entre Júpiter, Terra e Sol, considerando-se modelos esféricos e movimentos circulares dos planetas em torno do Sol.



fora de escala

Se as medidas do raio da Terra e de \overline{TS} são, respectivamente, iguais a x e y quilômetros, a menor distância, em quilômetros, entre os centros de Júpiter e da Terra será igual a

Se as medidas do raio da Terra e de \overline{TS} são, respectivamente, iguais a x e y quilômetros, a menor distância, em quilômetros, entre os centros de Júpiter e da Terra será igual a

- a) $12x + 4,2y$
- b) $12x + 6,2y$
- c) $12x + 5,2y$
- d) $9x + 6,2y$
- e) $10x + 4,2y$

7. (PUCRS MEDICINA) Em uma campanha de vacinação infantil, a equipe de um posto de saúde, composta por 4 enfermeiros, vacinou 40% das crianças do bairro em 10 horas. Se, após essas 10 horas, for acrescentado mais um enfermeiro à equipe, quantas horas a mais serão necessárias para vacinar o restante das crianças do bairro?

- a) 9
- b) 12
- c) 13
- d) 15

8. (UERJ) O sistema solar é formado por planetas que apresentam diferentes acelerações da gravidade.

Admita que um corpo é solto em queda livre na Terra a uma altura h e atinge a superfície do planeta com velocidade de 5 m/s. Admita ainda um planeta P, também do sistema solar, em que o mesmo corpo é solto, à mesma altura h , e atinge velocidade final de 8 m/s.

Sabe-se que o quadrado da velocidade com a qual um corpo em queda livre atinge a superfície é diretamente proporcional à aceleração da gravidade do planeta. Considere os valores aproximados apresentados na tabela:

PLANETA	ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE (m/s^2)
Júpiter	25
Marte	4
Netuno	11
Terra	10
Vênus	9

Com base nessas informações, o planeta que apresenta a aceleração da gravidade mais próxima à do planeta P é:

- a) Júpiter
- b) Marte
- c) Netuno
- d) Vênus

9. (PUCRJ) Em um concurso que oferecia 50 vagas de trabalho, 1700 pessoas se inscreveram.

Qual é a relação candidato por vaga nesse concurso?

- a) 17 candidatos por vaga
- b) 34 candidatos por vaga
- c) 50 candidatos por vaga
- d) 85 candidatos por vaga
- e) 170 candidatos por vaga

10. (MACKENZIE) Uma rodovia liga as cidades A e B, cuja distância entre elas é de 120 km. A velocidade máxima permitida nessa rodovia varia conforme o trecho. Na primeira metade, o limite máximo de velocidade é 100 km/h e na segunda metade, 80 km/h.

Se uma pessoa fez esse percurso sempre na velocidade máxima permitida em cada trecho, então o tempo gasto para ir de A até B foi de

- a) 1 hora e 15 minutos
- b) 1 hora e 18 minutos
- c) 1 hora e 20 minutos
- d) 1 hora e 21 minutos
- e) 1 hora e 25 minutos

11. (UDESC) Um vinho fortificado é aquele que recebe uma adição de aguardente vínica ou de uma bebida destilada durante a sua produção. Esse processo fortifica o teor alcoólico do vinho. O vinho do Porto é, provavelmente, um dos fortificados mais conhecidos.

Suponha que um produtor de vinhos fortalece o vinho que contém 10% de álcool adicionando aguardente vínica com um teor alcoólico de 70%. A mistura resultante tem um teor alcoólico de 16% e enche 1.000 garrafas de 1 (um) litro. A razão entre a quantidade de aguardente vínica e de vinho utilizada pelo produtor é de:

- a) 8/35
- b) 1/7
- c) 2/7
- d) 1/16
- e) 1/9

12. (UEA) No rótulo da embalagem de determinado iogurte, consta a informação de que a porção de 120 g desse iogurte contém 9 g de carboidratos. Supondo que a razão entre gramas de iogurte e gramas de carboidratos se mantenha constante em qualquer tamanho de embalagem, a quantidade de carboidratos em uma porção de 50 g desse iogurte é

- a) 4,75 g.
- b) 4,50 g.
- c) 4,25 g.
- d) 4,00 g.
- e) 3,75 g.

13. (UEA) Um estudante de engenharia construiu um medidor de consumo de combustível para seu próprio carro que registra o número de litros consumidos por minuto (L/min). Durante uma viagem, conduzindo seu carro com velocidade média de 120 km/h, o estudante notou que o consumo médio de combustível, marcado pelo medidor, era de 0,20 L/min. Nesse momento, o consumo de combustível do carro era de

- a) 12 km/L.
- b) 8 km/L.
- c) 14 km/L.
- d) 6 km/L.
- e) 10 km/L.

14. (UFAM-PSC 1) Ana planeja fazer um empréstimo de R\$ 45.000,00 para reforma de sua loja de conveniência. Ela decidiu utilizar o sistema de amortização constante (SAC), calculado pela razão entre o capital contratado e a quantidade de parcelas. Ela pretende saldar a dívida em 4 anos. Nesse caso, o valor amortizado em cada parcela mensal será de:

- a) R\$ 837,50.
- b) R\$ 737,50.
- c) R\$ 937,50.
- d) R\$ 1.152,50.
- e) R\$ 1.300,50.

15. (ENEM) Um agricultor é informado sobre um método de proteção para sua lavoura que consiste em inserir larvas específicas, de rápida reprodução. A reprodução dessas larvas faz com que sua população multiplique-se por 10 a cada 3 dias e, para evitar eventuais desequilíbrios, é possível cessar essa reprodução aplicando-se um produto X. O agricultor decide iniciar esse método com 100 larvas e dispõe de 5 litros do produto X, cuja aplicação recomendada é de exatamente 1 litro para cada população de 200.000 larvas. A quantidade total do produto X de que ele dispõe deverá ser aplicada de uma única vez.

Quantos dias após iniciado esse método o agricultor deverá aplicar o produto X?

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 12
- e) 18

16. (ENEM) Em janeiro do ano passado, a direção de uma fábrica abriu uma creche para os filhos de seus funcionários, com 10 salas, cada uma com capacidade para atender 10 crianças a cada ano. As vagas são sorteadas entre os filhos dos funcionários inscritos, enquanto os não contemplados pelo sorteio formam uma lista de espera. No ano passado, a lista de espera teve 400 nomes e, neste ano, esse número cresceu 10%.

A direção da fábrica realizou uma pesquisa e constatou que a lista de espera para o próximo ano terá a mesma quantidade de nomes da lista de espera deste ano. Decidiu, então, construir, ao longo desse ano, novas salas para a creche, também com capacidade de atendimento para 10 crianças cada, de modo que o número de nomes na lista de espera no próximo ano seja 25% menor que o deste ano.

O número mínimo de salas que deverão ser construídas é

- a) 10.
- b) 11.
- c) 13.
- d) 30.
- e) 33.

17. (ENEM) A foto mostra a construção de uma cisterna destinada ao armazenamento de água. Uma cisterna como essa, na forma de cilindro circular reto com 3 m^2 de área da base, foi abastecida por um curso-d'água com vazão constante. O seu proprietário registrou a altura do nível da água no interior da cisterna durante o abastecimento em diferentes momentos de um mesmo dia, conforme o quadro.

Horário (h)	Nível da água (m)
6:00	0,5
8:00	1,1
12:00	2,3
15:00	3,2



Disponível em: www.paraibamix.com. Acesso em: 3 dez. 2012.

Qual foi a vazão, em metro cúbico por hora, do curso-d'água que abasteceu a cisterna?

- a) 0,3
- b) 0,5
- c) 0,9
- d) 1,8
- e) 2,7

18. (ENEM) Alguns estudos comprovam que os carboidratos fornecem energia ao corpo, preservam as proteínas estruturais dos músculos durante a prática de atividade física e ainda dão força para o cérebro coordenar os movimentos, o que de fato tem impacto positivo no desenvolvimento do praticante. O ideal é consumir 1 grama de carboidrato para cada minuto de caminhada.

GIRINO, C. Boa pergunta: consumir carboidratos antes dos exercícios melhora o desempenho do atleta? Revista Saúde! É Vital, n. 330, nov. 2010 (adaptado).

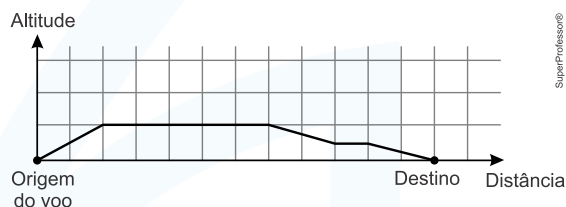
Um casal realizará diariamente 30 minutos de caminhada, ingerindo, antes dessa atividade, a quantidade ideal de carboidratos recomendada. Para ter o consumo ideal apenas por meio do consumo de pão de fôrma integral, o casal planeja garantir o suprimento de pães para um período de 30 dias ininterruptos. Sabe-se que cada pacote desse pão vem com 18 fatias, e que cada uma delas tem 15 gramas de carboidratos.

A quantidade mínima de pacotes de pão de forma necessários para prover o suprimento a esse casal é

- a) 1.
- b) 4.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 8.

19. (ENEM) Um controlador de voo dispõe de um instrumento que descreve a altitude de uma aeronave em voo, em função da distância em solo. Essa distância em solo é a medida na horizontal entre o ponto de origem do voo até o ponto que representa a projeção ortogonal da posição da aeronave, em voo, no solo. Essas duas grandezas são dadas numa mesma unidade de medida.

A tela do instrumento representa proporcionalmente as dimensões reais das distâncias associadas ao voo. A figura apresenta a tela do instrumento depois de concluída a viagem de um avião, sendo a medida de cada quadradinho da malha igual a 1 cm.



Essa tela apresenta os dados de altitude alcançada foi de 5 km.

A escala em que essa tela representa as medidas é

- a) 1 : 5.
- b) 1 : 11.
- c) 1 : 55.
- d) 1 : 5.000.
- e) 1 : 500.000.

20. (ENEM) O calendário maia apresenta duas contagens simultâneas de anos, o chamado ano Tzolkim, composto por 260 dias e que determinava o calendário religioso, e o ano Haab, composto por 365 dias e que determinava o calendário agrícola. Um historiador encontrou evidências de que gerações de uma mesma família governaram certa comunidade maia pelo período de 20 ciclos, sendo cada ciclo formado por 52 anos Haab.

Disponível em: www.suapesquisa.com. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações fornecidas, durante quantos anos Tzolkim aquela comunidade maia foi governada por tal família?

- a) 741
- b) 1.040
- c) 1.460
- d) 2.100
- e) 5.200

21. (ENEM) Entre maratonistas, um parâmetro utilizado é o de economia de corrida (EC). O valor desse parâmetro é calculado pela razão entre o consumo de oxigênio, em mililitro (mL) por minuto (min), e a massa, em quilograma (kg), do atleta correndo a uma velocidade constante.

Disponível em: www.treinamentonline.com.br. Acesso em: 23 out. 2019 (adaptado).

Um maratonista, visando melhorar sua performance, auxiliado por um médico, mensura o seu consumo de oxigênio por minuto a velocidade constante. Com base nesse consumo e na massa do atleta, o médico calcula o EC do atleta.

A unidade de medida da grandeza descrita pelo parâmetro EC é

- a) $\frac{\text{min}}{\text{mL} \cdot \text{kg}}$ d) $\frac{\text{min} \cdot \text{kg}}{\text{mL}}$
 b) $\frac{\text{mL}}{\text{min} \cdot \text{kg}}$ e) $\frac{\text{mL} \cdot \text{kg}}{\text{min}}$
 c) $\frac{\text{min} \cdot \text{mL}}{\text{kg}}$

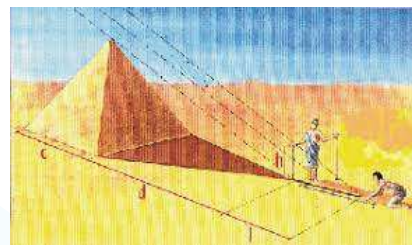
GABARITO:

- | | | |
|--------|---------|---------|
| 1: [E] | 8: [A] | 15: [D] |
| 2: [A] | 9: [B] | 16: [B] |
| 3: [C] | 10: [D] | 17: [C] |
| 4: [E] | 11: [E] | 18: [D] |
| 5: [B] | 12: [E] | 19: [E] |
| 6: [E] | 13: [E] | 20: [C] |
| 7: [B] | 14: [C] | 21: [B] |

+ Anote aqui

RELAÇÕES ENTRE FIGURAS SEMELHANTES (1, 2 E 3 DIMENSÕES)

1) RELAÇÃO ENTRE FIGURAS SOB A PERSPECTIVA LINEAR

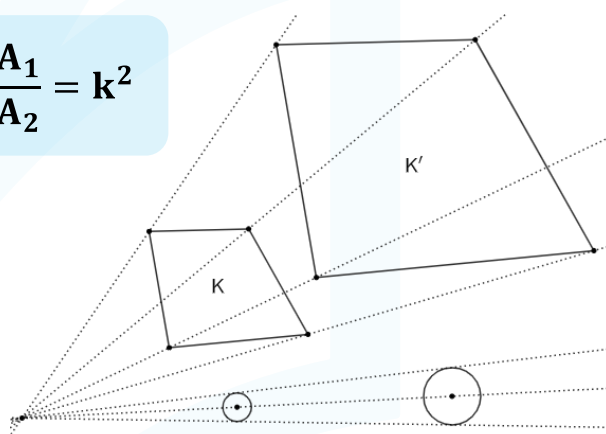


$$\frac{L}{l} = k$$

2) RELAÇÃO ENTRE FIGURAS SOB A PERSPECTIVA SUPERFICIAL

(Aqui, comparamos as medidas das áreas das figuras)

$$\frac{A_1}{A_2} = k^2$$



3) RELAÇÃO ENTRE FIGURAS SOB A PERSPECTIVA VOLUMÉTRICA

(Aqui, comparamos as medidas dos volumes das figuras)

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3$$



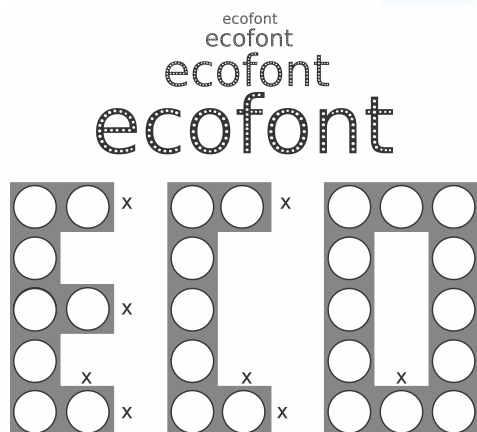
 Vamos praticar

1. (ENEM) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1:400, e que seu volume é de 25 cm^3 .

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- a) 100.
- b) 400.
- c) 1.600.
- d) 6.250.
- e) 10.000.

2. A Ecofont possui *design* baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



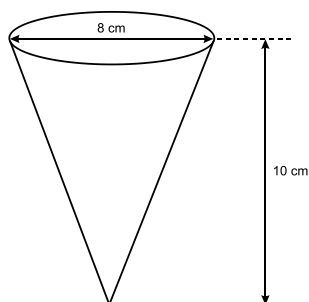
Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r=x/3$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $1/16$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

- a) 64.
- b) 48.
- c) 24.
- d) 21.
- e) 12.

3. (ENEM) Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- a) 1,52.
- b) 3,24.
- c) 3,60.
- d) 6,48.
- e) 7,20.

4.(ENEM) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato as porções de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 12
- e) 24

GABARITO:

- 1: [C] 2: [B] 3: [C] 4: [E]

 Anote aqui



Estamos juntos nessa!



CURSO
FERNANDA PESSOA
ONLINE

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS.