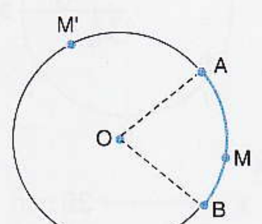
13 O CICLO TRIGONOMÉTRICO

Arcos e ângulos

Seja uma circunferência de centro O sobre a qual tomamos dois pontos distintos, A e B. A seguir, ainda sobre a circunferência, tomemos um terceiro ponto, M, distinto dos anteriores.

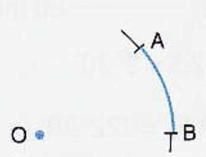


Relativamente a A e B, M apresenta duas possibilidades:

a) situar-se na parte assinalada na figura (o percurso mais curto entre A e B);
b) situar-se na outra parte, não assinalada (o percurso mais longo entre A e B).

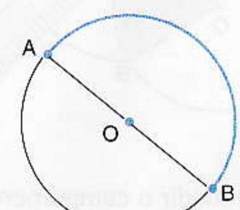
Cada uma dessas duas partes em que fica dividida a circunferência por dois de seus pontos é chamada arco de circunferência. No caso, temos os arcos $\overset{\frown}{AMB}$ e $\overset{\frown}{AM'B}$, ambos com extremidades A e B.

Vez por outra, poderemos escrever simplesmente $\overset{\frown}{AB}$, como no caso da figura abaixo, que não deixa dúvida sobre a qual arco fazemos referência.

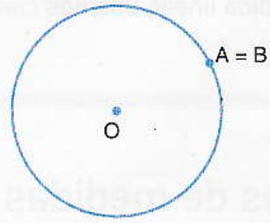


Vejamos agora dois casos particulares:

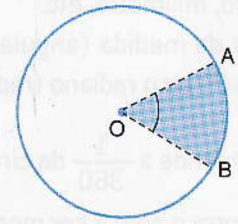
- Se A e B são simétricos em relação ao centro O, o segmento $\overline{AB}$ é um diâmetro e cada um dos arcos iguais é uma semicircunferência, ou um arco de meia volta.



- No caso extremo de A não ser distinto de B — isto é, A ser o próprio B —, o arco determinado é a circunferência (ou arco de uma volta), e a outra parte chama-se arco nulo.



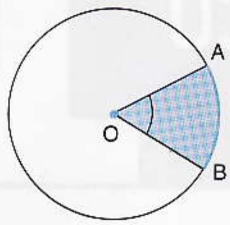
Devemos notar que, quando da construção de arcos, fica implícita a existência de um ângulo central correspondente a cada arco tomado.



Como medir um arco

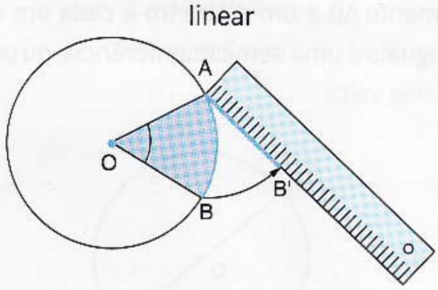
Um arco comporta duas modalidades de medição:

angular



A medida de um arco é igual à medida do ângulo central correspondente; ela independe do raio considerado.

linear



Trata-se de medir o comprimento do arco; essa medida depende do raio da circunferência tomada.

observação

Quando falamos de medida de um arco, consideramos a medida angular. Quando nos referimos à medida linear, usamos comprimento de um arco.

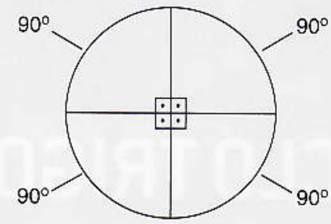
Unidades de medidas de arcos e ângulos

Quando medimos o comprimento de um arco, a unidade adotada é a mesma unidade (linear) do raio: metro, centímetro, milímetro, etc.

Ao tratarmos da medida (angular) de um arco, adotamos o grau (°) ou o radiano (rad).

- O grau corresponde a $\frac{1}{360}$ da circunferência na qual se encontra o arco a ser medido.

A circunferência comporta quatro arcos de 90°:

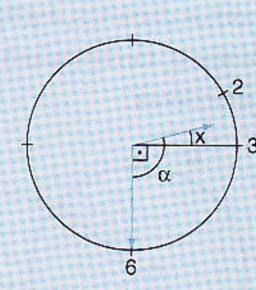


De fato, o arco total de qualquer circunferência vale 360°.

exemplo 1

Vamos determinar o menor ângulo α formado entre os ponteiros de um relógio ao marcar:

a) 2h30min



$\alpha = 90° + x$

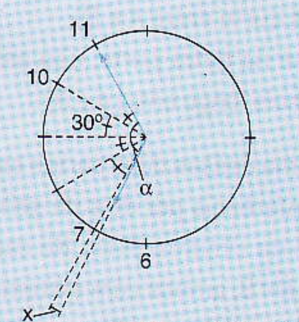
x ——— 30 min

$30°$ ——— 60 min

$x = \frac{30 \cdot 30°}{60} = 15°$

$\alpha = 90° + 15° = 105°$

b) 6h55min



$\alpha = 120° + x$

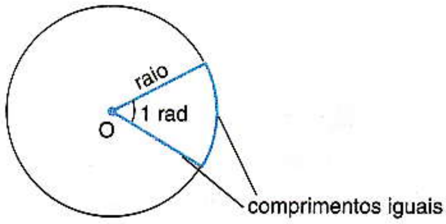
x ——— 5 min (60 – 55)

$30°$ ——— 60 min

$x = \frac{30 \cdot 5}{60} = 2{,}5 = 2°30'$

$\alpha = 120° + 2°30' = 122°30'$

- O radiano é o arco unitário cujo comprimento é igual ao raio da circunferência na qual se encontra o arco a ser medido.



Como o comprimento de uma circunferência vale $2\pi r$, o raio r "cabe" 2π vezes nesse comprimento. Ainda, se a um raio corresponde um arco de 1 radiano, é correto que em uma volta completa há 2π radianos.

Assim, 2π radianos equivalem a 360°.

2π rad	———	360°
π rad	———	180°
$\frac{\pi}{2}$ rad	———	90°
$\frac{\pi}{3}$ rad	———	60°
$\frac{\pi}{4}$ rad	———	45°
⋮		⋮

exemplo 2

Para transformar um arco de 30° (ou um ângulo de 30°) em radianos, estabelecemos a regra de três simples:

$$\begin{array}{ccc} \pi \text{ rad} & \text{———} & 180° \\ x & \text{———} & 30° \end{array}$$

Daí, $x = \dfrac{30° \cdot \pi \text{ rad}}{180°} \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{6} \text{ rad}$

De modo inverso, para transformar a medida de um arco de $\frac{\pi}{6}$ rad $\left(\text{ou um ângulo de } \frac{\pi}{6} \text{ rad}\right)$ em graus, devemos estabelecer a regra de três simples:

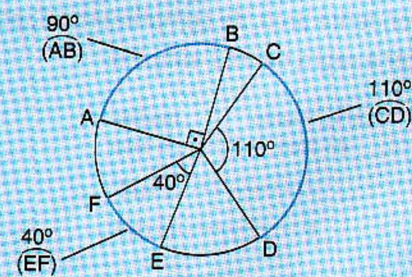
$$\begin{array}{ccc} \pi \text{ rad} & \text{———} & 180° \\ \frac{\pi}{6} \text{ rad} & \text{———} & x \end{array}$$

Assim: $x = \dfrac{\frac{\pi}{6} \text{ rad} \cdot 180°}{\pi \text{ rad}}$ e $x = 30°$

Angularmente, a medida de um arco é a mesma do ângulo central correspondente. Ela é independente do raio do círculo.

exemplo 3

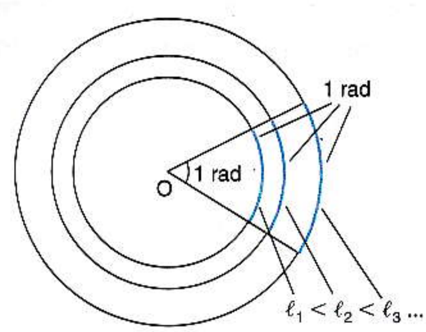
Na figura, foram assinalados três arcos:

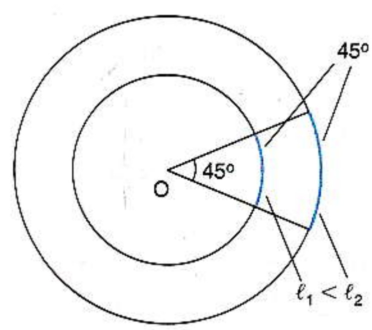


Observe que as medidas dos arcos são iguais às dos ângulos centrais correspondentes, independentemente do comprimento do raio.

O comprimento de um arco

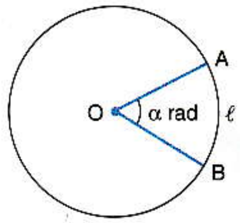
Observe agora as duas figuras a seguir e veja que o comprimento de um arco depende do raio considerado.





Mantido o ângulo central, o comprimento de um arco é diretamente proporcional ao raio da circunferência em que o arco é tomado.

Para determinar o comprimento de um arco de circunferência adotamos o procedimento descrito a seguir.



Sendo $A\hat{O}B$ o ângulo central de medida α rad e $\overset{\frown}{AB}$ o correspondente arco, de comprimento ℓ, podemos estabelecer a regra de três simples:

comprimento do arco		medida do arco
r	———	1 rad
ℓ	———	α rad

que nos fornece a relação: $\boxed{\ell = \alpha \cdot r}$

Essa fórmula é usada para calcular o comprimento de um arco de circunferência em função do raio e do ângulo central correspondente, medido em radianos.

exemplo 4

Se uma circunferência de 3 m de raio contém um arco de 6 m de comprimento, tanto o ângulo central correspondente como o arco medem:

$$\alpha = \frac{\ell}{r} = \frac{6\text{ m}}{3\text{ m}} = 2\text{ rad}$$

Para medir o comprimento de um arco, dado em graus o ângulo central correspondente, deve ser considerado o comprimento da circunferência da qual o arco faz parte e qual parcela do arco total (de 360°) representa o ângulo central dado.

Com esse fim construímos a regra de três simples:

ângulo		comprimento
360°	———	$2\pi r$
α	———	ℓ

$$\frac{360°}{\alpha} = \frac{2\pi r}{\ell} \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{\alpha r \pi}{180°}}$$

Essa fórmula é usada para calcular o comprimento de um arco de circunferência em função do raio e do ângulo central correspondente, medido em graus.

exemplo 5

O comprimento ℓ de um arco de 72° sobre uma circunferência de 8 cm de raio é dado por:

$$\ell = \frac{72° \cdot 8 \cdot \pi}{180°} = \frac{16\pi}{5} = 3{,}2\pi\text{ cm} \underset{\pi = 3{,}14}{=} 10{,}048\text{ cm}$$

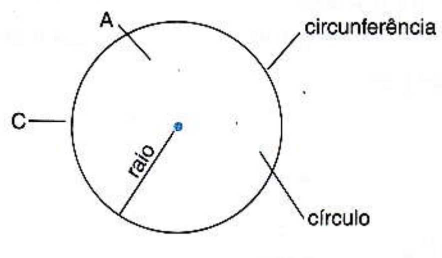
Analisando de outro modo: todo arco de 72° mede a quinta parte $\left(\frac{360°}{5} = 72°\right)$ do comprimento da circunferência em que está contido.

Como $C = 2\pi r = 2\pi \cdot 8 = 50{,}24$ cm, o arco ℓ mede $\frac{1}{5}$ de 50,24 cm, ou seja, $\ell = 10{,}048$ cm.

observação

Vale lembrar que, sendo *r* o raio da circunferência de um círculo, temos:

- $\boxed{C = 2\pi r}$ é o comprimento da circunferência;
- $\boxed{A = \pi r^2}$ é a área do círculo.



exemplo 6

Se uma circunferência possui comprimento de 10π cm, seu raio mede 5 cm e a área do círculo correspondente é $5^2\pi = 25\pi\text{ cm}^2$.

exercícios

Para esta série de exercícios, adote $\pi = 3{,}14$, quando necessário.

1. Determine o menor ângulo formado entre os ponteiros de um relógio ao marcar:

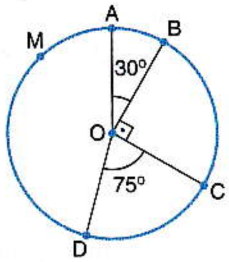
a) 3 h
b) 3h45min
c) 5h40min
d) 9h35min

2. Calcule, em graus, o menor ângulo, em cada caso, formado entre os dois ponteiros de um relógio que marca:

a) 2h50min
b) 11h50min
c) 3h42min
d) 18h30min

3. (PUC-RJ) Calcule o ângulo entre os ponteiros do relógio às 4 horas e 20 minutos.

4. Disponha em ordem decrescente, quanto às suas medidas, os arcos $\widehat{AB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{CD}$, $\widehat{ACD}$, $\widehat{BCD}$ e $\widehat{AMD}$ da figura abaixo.



5. A, B, C e D são pontos situados sobre uma circunferência, de modo que $\widehat{AB} < \widehat{BC} < \widehat{CD} < \widehat{AD}$. Esboce uma representação para essa situação.

6. Exprima em radianos:

a) 30°
b) 15°
c) 120°
d) 210°
e) 270°
f) 300°
g) 20°
h) 150°

7. Exprima em graus:

a) $\frac{\pi}{3}$ rad
b) $\frac{\pi}{2}$ rad
c) $\frac{\pi}{4}$ rad
d) $\frac{\pi}{5}$ rad
e) $\frac{3\pi}{5}$ rad
f) $\frac{3\pi}{4}$ rad
g) $\frac{2\pi}{9}$ rad
h) $\frac{11\pi}{6}$ rad

8. Disponha em ordem crescente as seguintes medidas de ângulos (ou de arcos):

$\frac{5\pi}{12}$ rad, 70°, $\frac{\pi}{2}$ rad, $\frac{7\pi}{12}$ rad e 100°

9. Determine o comprimento aproximado de um arco de 60°, tomado sobre uma circunferência de raio:

a) 1 m
b) 3 m
c) 1,2 m
d) $\frac{3}{\pi}$ m

10. São dados dois arcos de 45°. Um está sobre uma circunferência de 3 cm de raio; o outro, sobre uma circunferência de 4 cm de diâmetro. Compare esses arcos:

a) quanto à medida;
b) quanto ao comprimento.

11. Calcule o comprimento de um arco $\widehat{AB}$ definido em uma circunferência de raio 8 cm por um ângulo central $A\hat{O}B$ de 120°.

12. Determine o comprimento de uma circunferência de raio:

a) 10 cm
b) 1 m
c) 0,5 m
d) $\frac{\pi}{3}$ m

13. Dado um círculo de área:

a) 113,04 m^2, calcule o comprimento de sua circunferência.
b) 78,5 cm^2, quanto mede o seu perímetro?

14. Ache a área de um círculo:

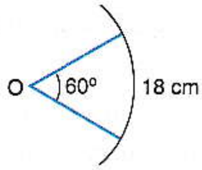
a) de raio 11 cm;
b) cujo perímetro mede 28,26 cm.

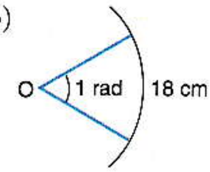
15. Qual é o comprimento de uma circunferência se a área do círculo correspondente possui numericamente o mesmo valor?

16. Determine o comprimento de um arco $\widehat{AB}$ definido em uma circunferência de raio 6 cm por um ângulo central $A\hat{O}B$ de $\frac{11\pi}{12}$ radianos.

17. Em um dado instante, a distância que separa dois corredores, em uma pista circular de 32 m de raio, é de 25,12 m. Determine, em radianos, a medida do arco que os separa nesse instante.

18. Ache o raio da circunferência de centro O de cada caso:

a) 

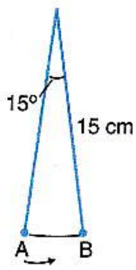
b) 

19. Considere as respostas do exercício anterior e responda:

a) Qual é o arco de maior medida?

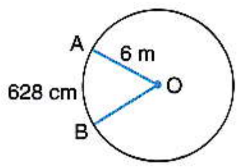
b) Qual é o arco de maior comprimento?

20. Um pêndulo de 15 cm de comprimento oscila entre A e B descrevendo um ângulo de 15°. Qual é o comprimento da trajetória descrita pela sua extremidade entre A e B?

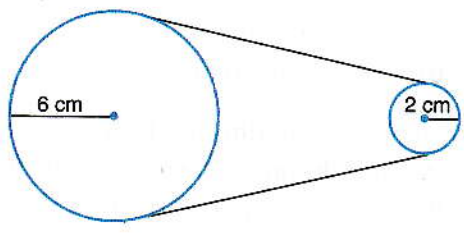


21. Um automóvel percorre 157 m em uma pista circular, descrevendo um arco de 72°. Determine o raio da curva.

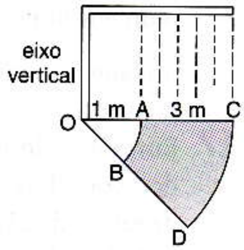
22. Escreva em graus e em radianos as medidas dos ângulos centrais formados na figura ao lado.



23. As duas polias da figura abaixo giram simultaneamente em torno dos respectivos centros, por estarem ligadas por uma correia inextensível. Quantos graus deve girar a maior polia para que a menor dê uma volta completa?



24. (Vunesp-SP) A figura mostra um sistema rotativo de irrigação sobre uma região plana, que gira em torno de um eixo vertical perpendicular à região. Se denotarmos a medida em radianos do ângulo AÔB por θ, a área irrigada, representada pela parte cinza do setor circular, será uma função A, que dependerá do valor de θ, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Se OA = 1 m e AC = 3 m, determine:

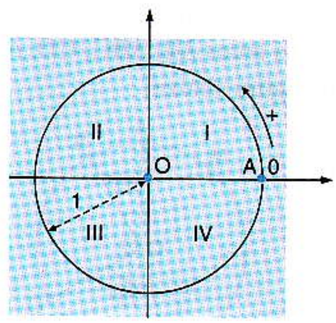


a) a expressão matemática para a função $A(\theta)$;

b) o valor de θ, *em graus*, se a área irrigada for de 8 m^2. (Para facilitar os cálculos, use a aproximação $\pi = 3$.)

O ciclo trigonométrico

Fixemos dois eixos perpendiculares cruzando-se em *O* e orientados conforme as indicações: o vertical, com sentido para cima, e o horizontal, para a direita.



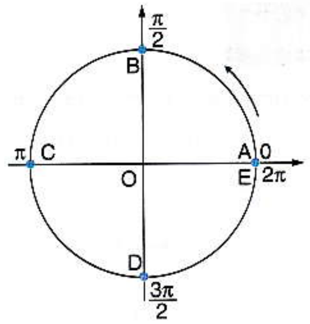
Sobre o sistema assim descrito tomemos um círculo com centro *O* e raio unitário.

Vamos associar a cada ponto da circunferência um número real. Para tanto, faremos com que um ponto *P* desloque-se sobre ela a partir de *A* — inicialmente associado ao número zero — no sentido anti-horário, considerado positivo.

Os números em algarismos romanos referem-se aos quadrantes, que são as quatro partes em que se divide o círculo por meio dos dois eixos.

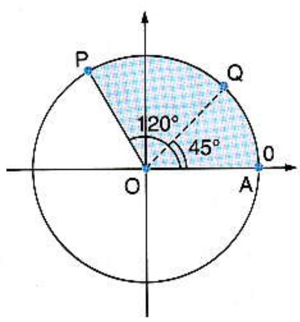
Números reais associados a pontos do ciclo

Como r = 1, o comprimento da circunferência é 2π, o que garante que a cada posição de *P*, ou seja, a cada ponto da circunferência, associa-se um número real pertencente ao intervalo $[0, 2\pi[$.



Por exemplo, ao ponto C associa-se o número π; B é associado a $\frac{\pi}{2}$, D é associado a $\frac{3\pi}{2}$ e ao ponto E seria associado o número 2π, que não pertence ao intervalo.

Qual seria o número real associado ao ponto P da figura?



Por meio do ângulo de 120° (expresso por $A\hat{O}P$), constatamos que P teria percorrido um terço de volta $\left(\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}\right)$. Assim, a ele seria associado, então, o número $\frac{2\pi}{3}$.

Do mesmo modo, associamos o número $\frac{\pi}{4}$ ao ponto Q.

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\pi}_{\text{meia volta}} = \overbrace{\frac{1}{8}}^{45° = \frac{360°}{8}} \cdot \underbrace{2\pi}_{\text{volta completa}}$$

Dessa forma, a este ciclo, cujos pontos podem ser associados a números reais, chamamos ciclo trigonométrico.

Por enquanto, tratando apenas do intervalo $[0, 2\pi[$, estudaremos a Trigonometria da primeira volta.

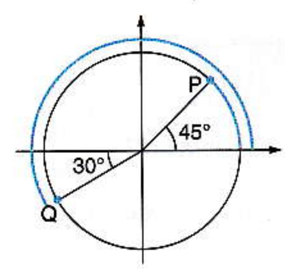
exercícios

25. Construa um ciclo trigonométrico e marque os pontos correspondentes aos números 0, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{7\pi}{6}$ e $\frac{5\pi}{3}$. Para justificar sua construção, utilize ângulos ou outra indicação esclarecedora.

26. Faça o mesmo para os números 1, $\frac{5\pi}{6}$, π, $\frac{5\pi}{4}$ e $\frac{11\pi}{6}$.

27. Agrupe por quadrante os pontos correspondentes aos números reais $\frac{\pi}{6}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{4\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{4}$, 2, $\frac{2\pi}{7}$, $\frac{3\pi}{5}$, $\frac{5\pi}{9}$, $\frac{7\pi}{12}$, $\frac{15\pi}{11}$ e $\frac{16\pi}{9}$.

28. Sejam os pontos P e Q mostrados na figura abaixo.



Qual é o número real x, com $0 \leq x < 2\pi$, associado ao ponto P? E ao ponto Q?

29. Escreva, em cada caso, a relação de posição existente entre os pontos correspondentes aos números dados:

a) $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$

b) $\frac{3\pi}{4}$ e $\frac{7\pi}{4}$

30. Determine, em cada caso, no ciclo trigonométrico, a distância entre os pontos correspondentes aos números dados:

a) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$

c) $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{5\pi}{4}$

d) $\frac{5\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$

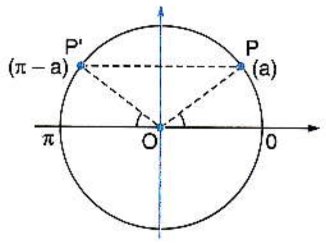
Simetrias

No ciclo trigonométrico, interessam-nos diretamente três tipos de simetria, a saber: em relação ao eixo vertical, em relação ao eixo horizontal e em relação ao centro.

Para o estudo de cada uma delas, tomaremos um arco de medida a, do 1º quadrante.

- Simetria em relação ao eixo vertical

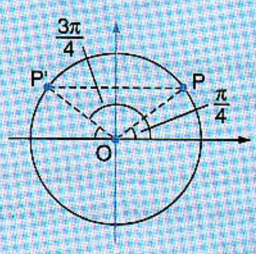
Seja P a extremidade do arco de medida a.



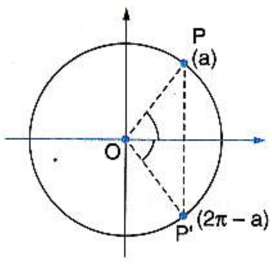
O simétrico de P em relação ao eixo vertical é o ponto P', imagem do número $\pi - a$, visto que os ângulos centrais assinalados na figura são congruentes.

exemplo 7

Notando que $\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$, os pontos P e P' são simétricos em relação ao eixo vertical.



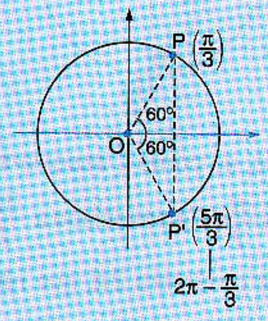
- Simetria em relação ao eixo horizontal



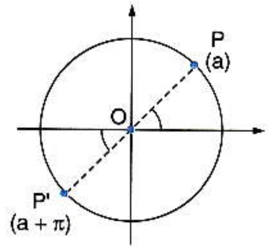
Levando em conta a congruência entre os ângulos centrais assinalados na figura, podemos afirmar que o número que possui imagem simétrica à imagem de a é o número $2\pi - a$.

exemplo 8

Em relação ao eixo horizontal, são simétricos os pontos P e P' (note a congruência entre os ângulos assinalados).



- Simetria em relação ao centro do ciclo

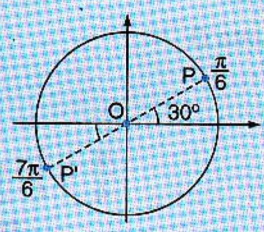


Quando dois pontos são extremidades opostas de um diâmetro, como P e P' da figura, a diferença entre os números correspondentes vale π.

exemplo 9

Os pontos correspondentes aos números $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$ são simétricos (os ângulos assinalados são opostos pelo vértice):

$$\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} = \pi$$



exercícios

31. Marque no ciclo trigonométrico os pontos correspondentes aos números $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{2\pi}{3}$. Cite a simetria, se houver.

32. Proceda da mesma forma para:

a) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{5\pi}{3}$

b) 0 e π

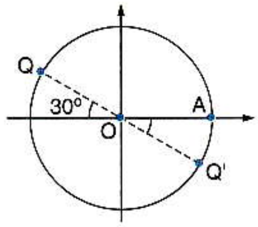
c) $\frac{\pi}{8}$ e $\frac{15\pi}{8}$

d) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$

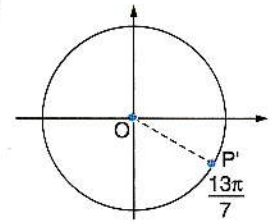
e) $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$

f) $\frac{2\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3}$

33. A que valores da primeira volta se referem os pontos Q e Q' da figura abaixo? Há alguma simetria? Cite-a.

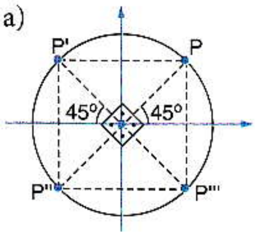


34. Sabendo-se que P e P' são simétricos em relação ao eixo horizontal, a que valor corresponde o ponto P?

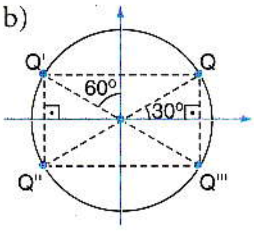


35. Associe aos pontos assinalados os números correspondentes e cite as simetrias entre os pontos, em cada caso.

a)



b)



testes de vestibulares

1. (U. F. Ouro Preto-MG) Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500 km em torno de uma pista circular de raio 200 m. O número aproximado de voltas que ele deve dar é:

a) 100
b) 200
c) 300
d) 400
e) 500

2. (UF-AM) A medida do menor ângulo central formado pelos ponteiros de um relógio que está marcando 10h30min, em graus, é:

a) 150
b) 120
c) 105
d) 135
e) 115

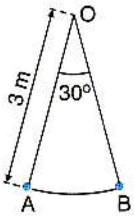
3. (U. F. Juiz de Fora-MG) Testes efetuados em um pneu de corrida constataram que, a partir de 185 600 voltas, ele passa a se deteriorar, podendo causar riscos à segurança do piloto. Sabendo-se que o diâmetro do pneu é de 0,5 m, ele poderá percorrer, sem riscos para o piloto, aproximadamente:

a) 93 km
b) 196 km
c) 366 km
d) 592 km
e) 291 km

4. (FMU/Fiam/Faam-SP) Uma pessoa dá 5 voltas ao redor de uma praça circular de 32 m de raio. Essa pessoa percorre, aproximadamente:

a) 502,40 m
b) 175 m
c) 1 004,80 m
d) 200,96 m
e) 549,50 m

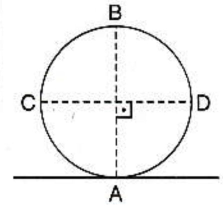
5. (UE-PA) Em Belém, George costuma levar Thales, seu filho, à praça Batista Campos. Certo dia, observando Thales brincar no balanço da praça, George, que é professor de Matemática, resolveu calcular a medida do arco ($\overset{\frown}{AB}$), formado pela trajetória do balanço no momento em que descrevia um movimento pendular, como mostra a figura.



Considerando que o ângulo ($A\hat{O}B$), observado por George, tenha sido de 30°, que a medida da corrente que sustenta o balanço era de 3 m e que o valor atribuído a π foi de 3,14, a medida de $\overset{\frown}{AB}$ calculada foi:

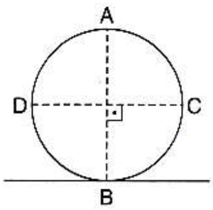
a) 1,35 m
b) 1,57 m
c) 1,89 m
d) 2,15 m
e) 2,31 m

6. (Funrei-MG) Na figura abaixo, está representado um aro circular de espessura desprezível, em repouso, de 1 m de raio, sendo o diâmetro AB perpendicular ao diâmetro CD e A o ponto de contato do aro com a superfície lisa e reta.

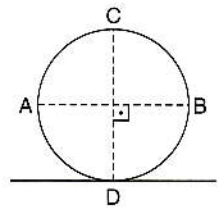


Considerando-se $\pi = 3{,}14$, é correto afirmar que, se o aro rolar, sem deslizar, ininterruptamente, para a direita, parando depois de 21,98 m, então a figura correspondente nesse momento será a que está na alternativa:

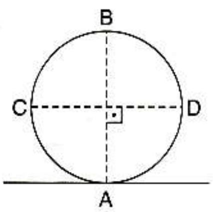
a)



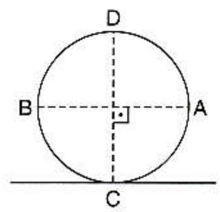
c)



b)



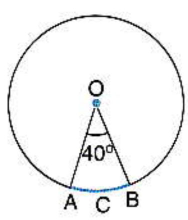
d)



7. (Fuvest-SP) Considere um arco $\widehat{AB}$ de 110° numa circunferência de raio 10 cm. Considere, a seguir, um arco $\widehat{A'B'}$ de 60° numa circunferência de raio 5 cm. Dividindo-se o comprimento do arco $\widehat{AB}$ pelo do arco $\widehat{A'B'}$ (ambos medidos em centímetros), obtém-se:

a) $\frac{11}{6}$
b) 2
c) $\frac{11}{3}$
d) $\frac{22}{3}$
e) 11

8. (UF-SE) Sabe-se que o comprimento do arco $\widehat{ACB}$, destacado no círculo de centro O, é $\frac{2\pi}{3}$ cm.



Nessas condições, a área do círculo, em centímetros quadrados, é:

a) 6π
b) 8π
c) 9π
d) 12π
e) 15π

9. (UF-RN) No protótipo antigo de uma bicicleta, conforme figura abaixo, a roda maior tem 55 cm de raio e a roda menor tem 35 cm de raio.

Bettmann/Corbis

O número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes é:

a) 5 voltas
b) 7 voltas
c) 9 voltas
d) 11 voltas

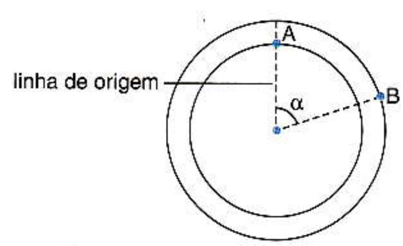
10. (Unifor-CE) Em uma circunferência de raio r, um arco de medida $\frac{3\pi}{5}$ radianos tem comprimento 6π cm. Um hexágono regular inscrito nessa circunferência tem perímetro, em centímetros, igual a:

a) 30
b) 45
c) 50
d) 60
e) 75

11. (UE-RJ) Uma pista de corrida com 7,5 km de extensão tem a forma de uma curva circular fechada. Um ciclista é capaz de fazer o percurso completo em 20 minutos, enquanto um corredor o faz em meia hora. Considere que o ciclista e o corredor partam do mesmo ponto A da pista, no mesmo instante, ambos mantendo velocidades constantes ao longo de todo o percurso, porém deslocando-se em sentidos contrários. O tempo mínimo necessário, em minutos, para que ambos voltem a se encontrar é igual a:

a) 10
b) 12
c) 13
d) 15

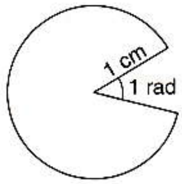
12. (UF-GO) Deseja-se marcar nas trajetórias circulares concêntricas, representadas na figura abaixo, os pontos A e B, de modo que dois móveis partindo, respectivamente, dos pontos A e B, no sentido horário, mantendo-se na mesma trajetória, percorram distâncias iguais até a linha de origem.



Considerando-se que o ponto A deverá ser marcado sobre a linha de origem a 8 m do centro e o ponto B a 10 m do centro, o valor do ângulo α, em graus, será igual a:

a) 30
b) 36
c) 45
d) 60
e) 72

13. (Vunesp-SP) Em um jogo eletrônico, o "monstro" tem a forma de um setor circular de raio 1 cm, como mostra a figura.

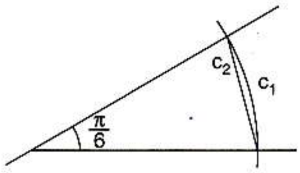


A parte que falta no círculo é a boca do "monstro", e o ângulo de abertura mede 1 radiano. O perímetro do "monstro", em cm, é:

a) $\pi - 1$
b) $\pi + 1$
c) $2\pi - 1$
d) 2π
e) $2\pi + 1$

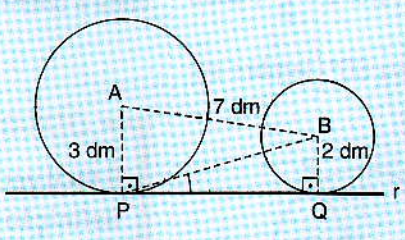
14. (Fuvest-SP) Numa circunferência, c_1 é o comprimento de arco de $\frac{\pi}{6}$ radianos e c_2 é o comprimento da secante determinada por esse arco, como ilustrado na figura abaixo. Então, a razão $\frac{c_1}{c_2}$ é igual a $\frac{\pi}{6}$ multiplicado por:

a) 2
b) $\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$
c) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$
d) $\sqrt{2 + 2\sqrt{3}}$
e) $\sqrt{3 + \sqrt{3}}$



desafios

1. (Vunesp-SP) Paulo fabricou uma bicicleta, tendo rodas de tamanhos distintos, com o raio da roda maior (dianteira) medindo 3 dm, o raio da roda menor medindo 2 dm e a distância entre os centros *A* e *B* das rodas sendo 7 dm. As rodas da bicicleta, ao serem apoiadas no solo horizontal, podem ser representadas no plano (desprezando-se os pneus) como duas circunferências, de centros *A* e *B*, que tangenciam a reta *r* nos pontos *P* e *Q*, como indicado na figura.



a) Determine a distância entre os pontos de tangência *P* e *Q* e o valor do seno do ângulo $B\hat{P}Q$.
b) Quando a bicicleta avança, supondo que não haja deslizamento, se os raios da roda maior descrevem um ângulo de 60°, determine a medida, em graus, do ângulo descrito pelos raios da roda menor. Calcule, também, quantas voltas terá dado a roda menor quando a maior tiver rodado 80 voltas.

2. Uma pergunta com três respostas possíveis, *A*, *B* e *C*, foi respondida da seguinte maneira: $22,\overline{2}\%$ dos entrevistados responderam *A*, *B* foi a resposta de 33,3% dos pesquisados e os demais responderam *C*.
Para construir o gráfico de setores relativo a essa situação, tomamos um círculo com raio unitário e os ângulos medidos em radianos. Responda:

a) Quais as medidas dos ângulos tomados na construção do gráfico?
b) Se 7 200 pessoas responderam *A*, qual foi o universo pesquisado?
c) Qual é, nessa ordem, a razão entre a medida do segmento que une as extremidades do arco relativo às respostas *B* e o comprimento desse arco?