Relações entre grandezas físicas – Funções e Gráficos ______

Variação Linear

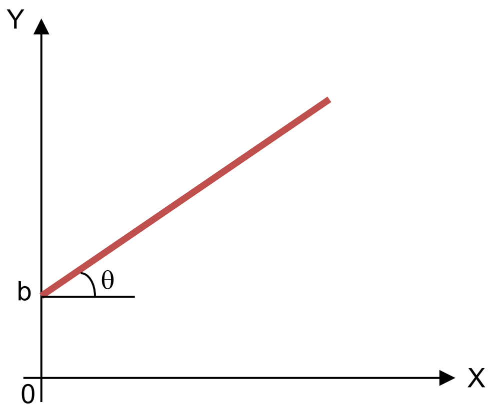
FUNÇÃO: $\boxed{Y = a \cdot X + b}$

⇨ Se **X = 0**, então $\mathbf{Y = Y_0 = b}$

EXEMPLO:

Y	10	15	20	25
X	0	1	2	3

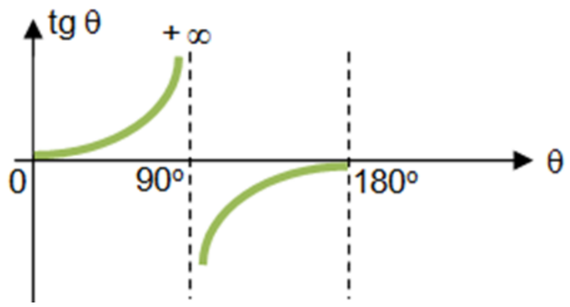
GRÁFICO :



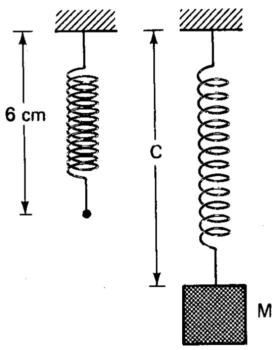
■ **Declividade** (inclinação ou coeficiente angular)

$$a = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = TG\,\theta$$

Obs. :



EXEMPLO :



M (gramas)	C (cm)
0	6
100	9
200	12
300	15
400	18

Observe que C varia linearmente com M (3:100). Para cada 100 g acrescentados, a mola distende 3 cm. Matematicamente essa relação pode ser expressa da seguinte forma :

$$\mathbf{C = 6 + 0{,}03 \cdot M}$$

Proporção Direta

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando ambas tiverem seus valores aumentados ou diminuídos na mesma proporção, ou seja, fator de aumento ou de redução de uma das grandezas se repete na outra.

SIMBOLOGIA : $\mathbf{Y \propto X}$

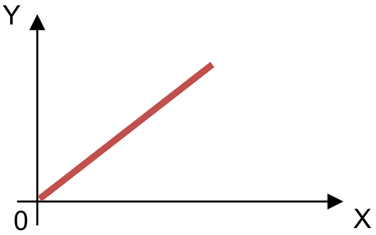
ATENÇÃO ! → Em $\mathbf{Y = a \,.\, X + b}$, se b = 0, temos : $\mathbf{Y \propto X}$

A razão de valores correspondentes de duas grandezas diretamente proporcionais é necessariamente um VALOR CONSTANTE (a), denominado *constante de proporcionalidade*.

$$\frac{Y_1}{X_1} = \frac{Y_2}{X_2} = \frac{Y_3}{X_3} = \ldots = \frac{Y_n}{X_n} = \textbf{constante} = \textbf{a}$$

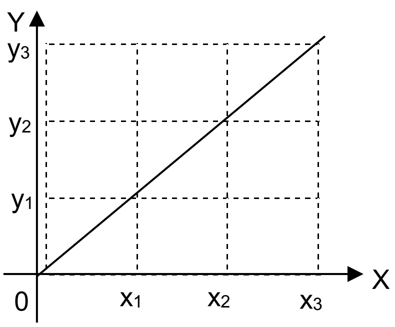
FUNÇÃO: $\boxed{\mathbf{Y = a \,.\, X}}$

GRÁFICO: O gráfico que relaciona duas grandezas diretamente proporcionais é necessariamente uma RETA que passa pela origem.



DECLIVIDADE: A tangente do ângulo que a reta forma com a horizontal (**tg θ**) informa a declividade (coeficiente angular ou inclinação), que corresponde a constante de proporcionalidade **a**.

$$\mathbf{TG\,\theta = a = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y}{X}}$$



EXEMPLO: Uma pessoa recolhendo a água que jorra de uma mangueira, obtém os seguintes dados, onde **t** representa o tempo gasto na operação e **V** o volume de água recolhido.

V (L)	15	30	90
t (s)	5	10	30

A) Qual a relação de proporção existente entre as grandezas ? *Proporção direta*

B) Qual o valor da constante de proporcionalidade entre essas grandezas e qual seu significado físico ? *5 L/s*

C) Designando o volume recolhido por V e o tempo por t, como podemos expressar a relação entre essas grandezas ?

D) Expresse graficamente essa relação. *Reta inclinada com sua origem em (0s , 15 L)* *V (L) = 15 + 3 . t (s)*

Proporção Quadrática

SIMBOLOGIA : $\mathbf{Y \propto X^2}$

<u>COMPORTAMENTO</u> :

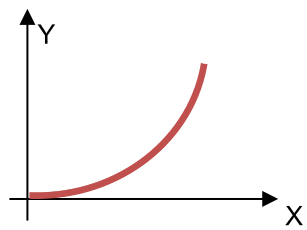
X	$\rightarrow$	Y	Y	$\rightarrow$	X
2.X	$\rightarrow$	4.Y	5.Y	$\rightarrow$	$\sqrt{5}$ .X
$\frac{X}{3}$	$\rightarrow$	$\frac{Y}{9}$	$\frac{Y}{16}$	$\rightarrow$	$\frac{X}{4}$

$$\frac{Y_1}{X_1^2} = \frac{Y_2}{X_2^2} = \frac{Y_3}{X_3^2} = \ldots = \frac{Y_n}{X_n^2} = \textbf{constante} = a$$

<u>FUNÇÃO</u> : $\boxed{\mathbf{Y = a \, . \, X^2}}$

a = constante

<u>GRÁFICO</u> :



Proporção Inversa

SIMBOLOGIA : $\mathbf{Y \propto \frac{1}{X}}$

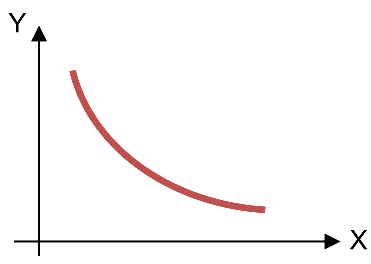
<u>COMPORTAMENTO</u> :

X	$\rightarrow$	Y	Y	$\rightarrow$	X
2.X	$\rightarrow$	$\frac{Y}{2}$	2.Y	$\rightarrow$	$\frac{X}{2}$
$\frac{X}{3}$	$\rightarrow$	3.Y	$\frac{Y}{4}$	$\rightarrow$	4.X

$$\mathbf{Y_1.X_1 = Y_2.X_2 = \ldots = Y_n.X_n = \textbf{constante} = a}$$

<u>FUNÇÃO</u> : $\boxed{\mathbf{Y = \frac{a}{X}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{a = Y \, . \, X}}$

<u>GRÁFICO</u> :



Proporção Inversa Quadrática

$$\text{SIMBOLOGIA : } \mathbf{Y} \propto \frac{1}{\mathbf{X^2}}$$

COMPORTAMENTO :

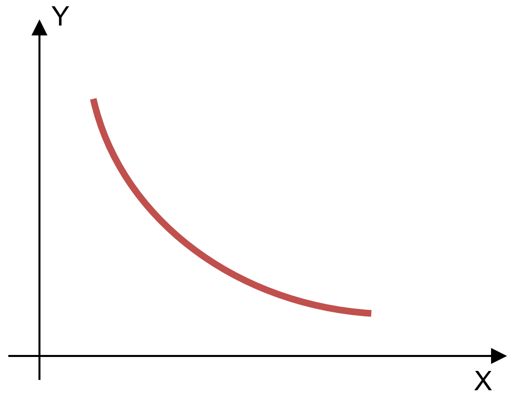
X	$\rightarrow$	Y	Y	$\rightarrow$	X
2.X	$\rightarrow$	$\frac{Y}{4}$	2.Y	$\rightarrow$	$\frac{X}{\sqrt{2}}$
$\frac{X}{3}$	$\rightarrow$	9.Y	$\frac{Y}{4}$	$\rightarrow$	2.X

$$\mathbf{Y_1.X_1^2 = Y_2.X_2^2 = \ldots = Y_n.X_n^2 = constante = a}$$

FUNÇÃO :

$$\boxed{\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{X^2}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{a = Y \,.\, X^2}}$$

GRÁFICO :



Testes

1) UFRGS. Um planeta imaginário, Terra Mirim, tem a metade da massa da Terra e move-se em torno do Sol em uma órbita igual à da Terra. A intensidade da força gravitacional entre o Sol e Terra Mirim é, em comparação à intensidade dessa força entre o Sol e a Terra,

A) o quádruplo.
B) o dobro.
C) a metade.
D) um quarto.
E) a mesma.

$$F = G\frac{M \,.\, m}{r^2}$$

F : força de atração gravitacional (N)
G : constante gravitacional ($N.m^2/kg^2$)
M e m : massa dos corpos (kg)
r : distância entre os corpos (m)

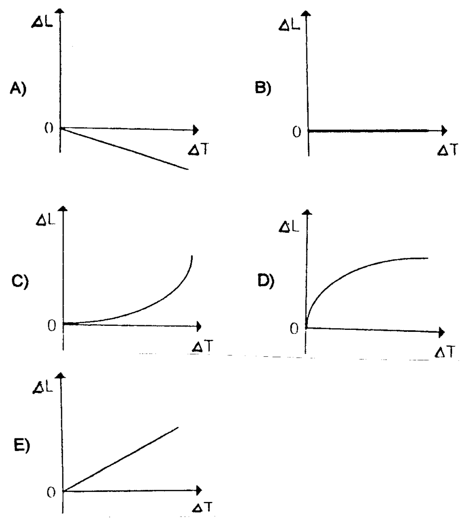
2) UFRGS. Uma esfera rígida e maciça, é totalmente mergulhada em um líquido, em repouso, que então exerce uma força de empuxo de módulo F sobre ela. Quando abandonada livremente no líquido, a esfera passa a flutuar com 2/3 do seu volume acima da superfície. Qual o módulo da força peso da esfera ?

A) F/6
B) F/3
C) 2F/3
D) F
E) 3F/2

$$E = d_L \,.\, V_L \,.\, g$$

E : força de empuxo (N)
d_L : densidade do líquido (kg/m^3)
V_L : volume de líquido deslocado (m^3)
g : aceleração gravitacional (m/s^2)

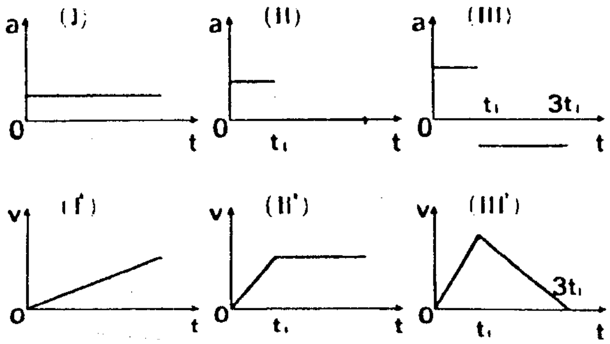
3) UFRGS. Uma barra retilínea e uniforme, feita de um material cujo coeficiente de dilatação linear é positivo e independente da temperatura, recebe calor de uma fonte térmica. Entre os gráficos abaixo, qual o que melhor representa a variação ΔL do comprimento da barra como função da variação ΔT de sua temperatura ?



$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

ΔL : dilatação linear (unidade de comprimento)
L_0 : comprimento inicial (unidade de comprimento)
α : coeficiente de dilatação linear ($°C^{-1}$)
ΔT : variação de temperatura (°C)

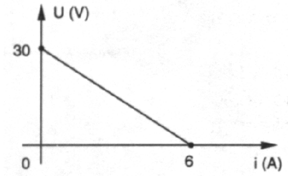
4) UFRGS. As figuras abaixo representam gráficos da aceleração **a** e da velocidade **v**, ambos em função do tempo **t**, de objetos em movimento retilíneo.



Analise os pares de gráficos (I) (I\`), (II) (II\`) e (III) (III\`) e indique em que casos o gráfico da velocidade em função do tempo refere-se corretamente ao gráfico da aceleração em função do tempo.

A) Apenas em (I) (I\`).
B) Apenas em (I) (I\`) e (II) (II\`).
C) Apenas em (II) (II\`) e (III) (III\`).
D) Apenas em (I) (I\`) e (III) (III\`).
E) Em todos.

5) O gráfico mostra como varia a intensidade da corrente que passa por um gerador em função da diferença de potencial que existe em seus terminais. Sua força eletromotriz e sua resistência interna valem, respectivamente :



A) 6 V e 30 Ω
B) 30 V e 5 Ω
C) 30 V e 6 Ω
D) 30 V e 25 Ω
E) 30 V e 12 Ω

$$V = E - r \cdot i$$

V - diferença de potencial (V)
E - força eletromotriz (V)
r - resistência interna do gerador (Ω)
i - intensidade da corrente (A)

6) PUCRS. Um carro, partindo do repouso, move-se sobre uma estrada retilínea com aceleração constante, percorrendo uma distância D num certo intervalo de tempo t. Se a partir do repouso for duplicado o intervalo de tempo e mantida a mesma aceleração, a nova distância percorrida será

A) 2D
B) 4D
C) 6D
D) 8D
E) 9D

$\vec{a}$ *= constante → MRUV*

$$\Delta X = V_0 \cdot \Delta t + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2}$$

ΔX : deslocamento (m)
V_0 : velocidade inicial (m/s)
Δt : intervalo de tempo (s)
a : aceleração (m/s^2)

7) PUCRS. Partindo do repouso, um corpo em queda livre percorre uma distância H em dois segundos e uma distância 2H em t segundos. O valor de t, em s, é

A) 1,0
B) 2,8
C) 3,0
D) 4,0
E) 5,0

$\vec{a}$ *= constante → MRUV*

$$\Delta X = V_0 \cdot \Delta t + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2}$$

ΔX : deslocamento (m)
V_0 : velocidade inicial (m/s)
Δt : intervalo de tempo (s)
a : aceleração (m/s^2)

8) PUCRS. Os diferentes materiais com massa iguais, ao receberem a mesma quantidade de calor, experimentam variações de temperatura ΔT, como indica a tabela.

Materiais	ΔT
A	10
B	20
C	10
D	30
E	15

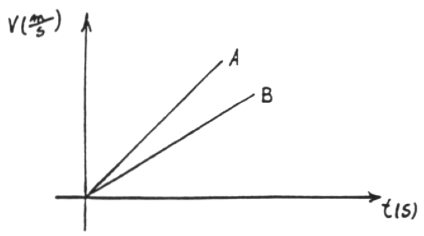
A alternativa que melhor relaciona os calores específicos c das respectivas amostras é

A) $c_A = c_B$
B) $c_A = 3\ c_D$
C) $c_B = 3\ c_D$
D) $c_E = 0{,}5\ c_D$
E) $c_D = c_E$

$$Q_S = m\ .\ c\ \Delta T$$

Q_S : quantidade de calor sensível (J)
m : massa (kg)
c : calor específico (J/kg.K)
ΔT : variação de temperatura (K)

9) PUCRS. O gráfico abaixo representa a velocidade em função do tempo, para dois corpos de massas m_A e m_B, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, sobre os quais atua a mesma força resultante F. Sendo a_A e a_B as acelerações do corpo A e do corpo B, respectivamente, pode-se dizer que



A) $m_A = m_B$; $m_A\, a_A = m_B\, a_B$
B) $m_A > m_B$; $m_A\, a_A = m_B\, a_B$
C) $m_A < m_B$; $m_A\, a_A = m_B\, a_B$
D) $m_A > m_B$; $m_A\, a_A > m_B\, a_B$
E) $m_A < m_B$; $m_A\, a_A > m_B\, a_B$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad F_R = m\ .\ a$$

a : aceleração (m/s²)
ΔV : variação de velocidade (m/s)
Δt : intervalo de tempo (s)
F_R : força resultante (N)
m : massa (kg)

10) PUCRS. Um chuveiro elétrico dissipa uma potência P, quando ligado à rede elétrica residencial. Se sua resistência for reduzida à metade e mantida a mesma tensão na rede, sua nova potência será igual a

A) P/2
B) P/4
C) 2P
D) 4P
E) 8P

$$P = \frac{V^2}{R}$$

R : resistência elétrica (Ω)
P : potência dissipada (W)
V : tensão (V)

11) A energia cinética E_C de um corpo é obtida pela equação $\mathbf{E_C = \frac{m.v^2}{2}}$, onde m é a massa do corpo e v o módulo de sua velocidade. Já a velocidade de um corpo em queda no vácuo, a partir do repouso, pode ser obtida pelo produto **v = g . Δt**, onde Δt é o tempo de queda e g a aceleração gravitacional local, considerada constante. Se um objeto é abandonado, no vácuo, a partir de certa altura e cai livremente durante um certo intervalo de tempo, adquirindo energia cinética E_C, com que energia cinética o mesmo corpo atingiria o chão se a altura fosse aumentada possibilitando triplicar o tempo de queda ?

A) $\frac{1}{9}\ .\ E_C$
B) $\frac{1}{3}\ .\ E_C$
C) $3\ .\ E_C$
D) $6\ .\ E_C$
E) $9\ .\ E_C$

12) PUCRS. Duas cargas elétricas puntiformes Q_1 e Q_2 estão separadas por uma distância d e a força que uma exerce sobre a outra é F. Dobrando-se o valor da carga Q_2 e reduzindo-se à metade o valor da distância d, a nova força entre as cargas será

A) F/4
B) F/2
C) 2F
D) 4F
E) 8F

$$F = k\,\frac{Q_1\ .\ Q_2}{r^2}$$

F : força de atração eletrostática (N)
k : constante eletrostática (N.m²/kg²)
Q_1 e Q_2 : cargas elétricas (C)
r : distância entre as cargas (m)

RESPOSTAS :

1 – C	2 – B	3 – E	4 – E	5 – B	6 – B
7 – B	8 – B	9 – C	10 – C	11 – E	12 – E

Relações entre grandezas físicas

Funções e Gráficos

Respostas comentadas

1) C

O sol atraí ambos os planetas com uma força dada por: $F = G\dfrac{M.m}{r^2}$

Como o sol é comum em ambas as atrações, M é uma constante. Sendo a órbita (distância do sol ao planeta) a mesma r também, temos **F ∝ m**.

Como $m_{MIRIM} = m_{TERRA} / 2$, temos $F_{MIRIM} = F_{TERRA} / 2$

---

2) B

Estando o corpo sempre no mesmo local e líquido, a gravidade g e a densidade do líquido d_L são invariáveis na situação. Assim sendo, temos **E ∝ v_L**.

v_L	E
V	F
V/3	F/3

2/3 acima da superfície do líquido

---

3) E

O enunciado deixa claro que L_0 e α (invariável com a temperatura) são constantes, portanto temos **$\Delta L \propto \Delta T$**.

Esse gráfico é uma reta que passa pela origem.

---

4) E

A declividade (tg θ) do gráfico vxt informa a aceleração:

$$tg\theta = \frac{C.O.}{C.A} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Se em vxt: θ < 90º temos a > 0
θ > 90º temos a < 0
θ = 0º temos a = 0

5) B

A equação V = E – r.i é uma função linear (Y = a.x + b).

Dessa forma temos b = E, ou seja, 30 V.

Já r pode ser encontrado na própria função, com i = 6A:

$$V = E - r\,.\,i$$
$$0 = 30 - r\,.\,6$$
$$r = 5\,\Omega$$

---

6) B

Como $v_0 = 0$, temos $\Delta X = \dfrac{a.\Delta t^2}{2}$. Sendo a constante, concluímos que **$\Delta X \propto \Delta t^2$**.

Δt	**ΔX**
t	D
2.t	4 . D = **4D**

---

7) B

Como $v_0 = 0$, temos $\Delta X = \dfrac{a.\Delta t^2}{2}$. Sendo a constante, concluímos que **$\Delta X \propto \Delta t^2$**.

ΔX	**Δt**
H	2 s
2.H	$\sqrt{2}$. 2 ≅ **2,8 s**

---

8) B

Na situação temos corpos de massas m iguais recebendo a mesma quantidade de calor Q.

Dessa forma, o produto de c e ΔT é constante e a relação entre ambos é inversa $c \propto \dfrac{1}{\Delta T}$.

Como $\Delta T_A = 1/3.\ \Delta T_D$, temos $c_A = 3.c_D$.

9) C

4ª linha: mesma força resultante:

$$F_{RA} = F_{RB} \rightarrow m_A \,.\, a_A = m_B \,.\, a_B$$

Como visto na questão 4, a declividade (tg θ) do gráfico vxt informa a aceleração.

Temos, a partir do gráfico, que $a_A > a_B$, portanto $m_A < m_B$.

---

10) C

Sendo V constante, temos entre P e R uma relação inversa: $P \propto \frac{1}{R}$

R	P
R	P
R/2	2P

---

11) E

$$v = g\,.\,\Delta t \rightarrow v \propto \Delta t$$

$$E_C = \frac{m.v^2}{2} \rightarrow E_C \propto v^2$$

Δt	v	E_C
t	v	E
3t	3v	9E

---

12) E

$$F = k\frac{Q_1.Q_2}{d^2} \rightarrow F \propto \frac{Q_2}{d^2}$$

Se $2.Q_2$ e d/2, temos: 2. 4.F = **8F**