OBJETIVO

ITA
Física
Livro do Professor

13

MÓDULO 49

Termologia VI

Teoria Cinética dos Gases Perfeitos

1. ENERGIA INTERNA DE UM GÁS IDEAL

A energia interna de um gás ideal (ou perfeito) **é inteiramente cinética** (não há energia potencial interna) e é dada por:

$$\boxed{E_C = \frac{3}{2}\, p\, V = \frac{3}{2}\, n\, R\, T}$$

p: pressão do gás
V: volume ocupado pelo gás
n: quantidade de matéria expressa em número de mols
R: constante universal dos gases perfeitos
T: temperatura absoluta do gás

2. CONSTANTE DE BOLTZMANN

Na expressão: $E_C = \frac{3}{2}\, n\, R\, T$, **n** representa a quantidade de matéria expressa em número de mols.

Por outro lado, o número total de moléculas **N** pode ser escrito como o produto do número de mols **n** pela quantidade de moléculas correspondente a um mol que é denominada **número de Avogadro** ($A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$)

Assim, temos: $N = n\,A \Rightarrow n = \frac{N}{A}$

$$E_C = \frac{3}{2}\,\frac{N}{A}\,RT$$

A razão $\frac{R}{A} = k$ é denominada constante de Boltzmann e vale $1{,}38 \cdot 10^{-23}$J/K.

A equação da energia cinética pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\boxed{E_C = \frac{3}{2}\, N\, k\, T}$$

Para uma molécula, a energia cinética é dada por:

$$\boxed{E_C = \frac{3}{2}\, k\, T}$$

3. VELOCIDADE ESCALAR QUADRÁTICA MÉDIA

Corresponde a uma velocidade escalar média entre as moléculas do gás ideal e pode ser calculada assim:

$$E_C = \frac{m(\overline{V})^2}{2} = \frac{3}{2}\, k\, T$$

em que **m** é a massa de uma molécula

$$(\overline{V})^2 = \frac{3\,k\,T}{m}$$

$$\boxed{\overline{V} = \sqrt{\frac{3\,k\,T}{m}}}$$

4. CALORES ESPECÍFICOS MOLARES A PRESSÃO CONSTANTE E A VOLUME CONSTANTE

Se o volume de uma dada massa de gás ideal permanecer constante, não há realização de trabalho e a variação de energia interna ΔU entre dois estados A e B é dada por:

$$\boxed{\Delta U = Q_V = n\, C_V\, \Delta T} \quad \text{(I)}$$

Q_V: calor trocado sob volume constante
C_V: calor específico molar (por mol) a volume constante
n: número de mols
ΔT: variação da temperatura absoluta

Por outro lado, se o gás for levado da mesma temperatura A à mesma temperatura B, mantendo-se a pressão constante, teremos:

$$\boxed{\Delta U = Q_p - \tau}$$

Q_p: calor trocado sob pressão constante
τ: trabalho trocado
Os valores de Q_p e τ são dados por:
$Q_p = n\, C_p\, \Delta T$
$\tau = p\, \Delta V = n\, R\, \Delta\, T$
C_p: calor específico molar a pressão constante
R: constante universal dos gases perfeitos

Portanto:

$$\Delta U = n\, C_p\, \Delta T - n\, R\, \Delta T$$

$$\boxed{\mathbf{\Delta U = n\, \Delta T\, (C_p - R)}} \quad \text{(II)}$$

Comparando I e II (ΔU é o mesmo), vem:

$n\, C_V\, \Delta T = n\, \Delta T\, (C_p - R)$

$C_V = C_p - R$

$$\boxed{\mathbf{C_p - C_V = R}} \quad (C_p > C_V)$$

Para gases ideais:

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{R \cong \frac{2\ cal}{mol\ K}} \\ &\mathbf{C_V \cong \frac{3}{2} R \cong \frac{3\ cal}{mol\ K}} \\ &\mathbf{C_p \cong \frac{5}{2} R \cong \frac{5\ cal}{mol\ K}} \end{aligned}}$$

5. EXPOENTE DE POISSON

Nas transformações **adiabáticas,** a pressão e o volume de um gás ideal se relacionam pela expressão:

$$\boxed{\mathbf{p\, V^{\gamma} = constante}}$$

em que $\boldsymbol{\gamma}$ é denominado expoente de Poisson e é dado por:

$$\boxed{\mathbf{\gamma = \frac{C_p}{C_V}}}$$

Como, para gases ideais, $C_V = \frac{3}{2} R$ e $C_p = \frac{5}{2} R$, vem:

$$\boxed{\mathbf{\gamma = \frac{5}{3} \cong 1{,}67}}$$

6. GASES REAIS

Para gases reais, comportando-se aproximadamente como ideais, valem as seguintes propriedades:

a) **Gás real monoatômico**

Valem as mesmas propriedades descritas para o gás ideal.

b) **Gás real diatômico**

Neste caso, além da energia cinética de translação, existe também a energia potencial, e a energia interna do gás **U** é dada por:

$$\boxed{\mathbf{U = \frac{5}{2}\, p\, V = \frac{5}{2}\, n\, R\, T}}$$

Os calores específicos molares e o expoente de Poisson serão dados por:

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{C_V = \frac{5R}{2} \cong \frac{5\ cal}{mol\ K}} \\ &\mathbf{C_p = \frac{7R}{2} \cong \frac{7\ cal}{mol\ K}} \\ &\mathbf{\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} = 1{,}4} \end{aligned}}$$

c) **Gás real poliatômico** (mais de dois átomos por molécula)

Para gases poliatômicos, temos:

$$\boxed{\mathbf{U = 3\, n\, R\, T}}$$

Os calores específicos molares e o expoente de Poisson serão dados por:

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{C_V = 3\, R \cong \frac{6\ cal}{mol\ \ K}} \\ &\mathbf{C_p = 4\, R \cong \frac{8\ cal}{mol\ \ K}} \\ &\mathbf{\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{4}{3} = 1{,}33} \end{aligned}}$$

MÓDULO 50

Termologia VI

1. **(ITA-2006)** – Sejam o recipiente (1) , contendo 1 mol de H_2 (massa molecular M = 2) e o recipiente (2) contendo 1 mol de He (massa atômica M = 4) ocupando o mesmo volume, ambos mantidos a mesma pressão. Assinale a alternativa correta:

a) A temperatura do gás no recipiente 1 é menor que a temperatura do gás no recipiente 2.
b) A temperatura do gás no recipiente 1 é maior que a temperatura do gás no recipiente 2.
c) A energia cinética média por molécula do recipiente 1 é maior que a do recipiente 2.
d) O valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 1 é menor que o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 2.
e) O valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 1 é maior que o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 2.

RESOLUÇÃO:

a) Falsa
Equação de Clapeyron
$p\,V = n\,R\,T$
Sendo $p_1 = p_2$, $V_1 = V_2$ e $n_1 = n_2 = 1$ mol, temos: $\boxed{T_1 = T_2}$

b) Falsa

c) Verdadeira
A energia cinética média por molécula em gases:
1 – Monoatômicos

$$E_{C_{He}} = \frac{3}{2}\,k\,T \qquad \text{(hélio} \rightarrow \text{He)}$$

2 – Diatômicos

$$E_{C_{H_2}} = \frac{5}{2}\,k\,T \qquad \text{(hidrogênio} \rightarrow H_2\text{)}$$

em que k é a constante de Boltzmann.

Assim: $\boxed{E_{C_{H_2}} > E_{C_{He}}}$

d) Falsa

e) Verdadeira

$$v = \sqrt{\frac{3\,R\,T}{M}}$$

Como: $M_{(He)} > M_{(H_2)}$ **e** $T_1 = T_2$

Vem: $\boxed{v_{H_2} > v_{He}}$

Resposta: C e E

2. **(ITA)** – Considere um gás perfeito monoatômico na temperatura de 0°C, sob uma pressão de 1 atm, ocupando um volume de 56ℓ. A velocidade escalar quadrática média das moléculas vale 1840ms^{-1}. Então, a massa do gás é:

a) 55g b) 100g c) 5,0g d) 150g e) 20g

RESOLUÇÃO:

$$E_c = \frac{3}{2}\,nRT = \frac{3}{2}\,pV$$

$$\frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2}\,pV$$

$$m = \frac{3pV}{\bar{v}^2}$$

$$m = \frac{3 \,.\, 1 \,.\, 10^5 \,.\, 56 \,.\, 10^{-3}}{(1840)^2}\ \text{(kg)}$$

$$\boxed{m \cong 5{,}0 \,.\, 10^{-3}\text{kg}}$$

Resposta: C

3. **(ITA)** – Da teoria cinética dos gases perfeitos sabemos que a temperatura absoluta de uma massa gasosa depende da velocidade quadrática média das moléculas do gás. Nestas condições, se uma molécula de oxigênio (O_2), de massa m, está na superfície da Terra, com energia cinética correspondente a 0°C e se sua velocidade é dirigida verticalmente para cima e ela não colide com outras partículas durante a subida, a que altitude h ela chegará?
(k = constante de Boltzmann = 1,38 . 10^{-23} J/K,
m = 5,3 . 10^{-26}kg e g = 9,8m/s^2)

a) h = 1,1 . 10^4km b) h = 1,09 . 10^2km
c) h = 10,9m d) h = 1,1km
e) h = 11km

RESOLUÇÃO:
Considerando o sistema conservativo, temos:

$$E_c = E_p$$

$$\frac{m\overline{v}^2}{2} = m\,g\,h$$

$$\overline{v}^2 = 2gh$$

$$\left(\sqrt{\frac{3kT}{m}}\right)^2 = 2gh$$

$$h = \frac{3\,k\,T}{2\,g\,m}$$

$$h = \frac{3 \,.\, 1{,}38 \,.\, 10^{-23} \,.\, 273}{2 \,.\, 9{,}8 \,.\, 5{,}3 \,.\, 10^{-26}} \text{ (m)}$$

$$\boxed{h \cong 1{,}1 \,.\, 10^4 m}$$

Resposta: E

4. **(ITA-2010)** – A temperatura para a qual a velocidade associada à energia cinética média de uma molécula de nitrogênio, N_2, é igual à velocidade de escape desta molécula da superfície da Terra é de, aproximadamente,

a) $1{,}4 \,.\, 10^5$ K. b) $1{,}4 \,.\, 10^8$ K.
c) $7{,}0 \,.\, 10^{27}$ K. d) $7{,}2 \,.\, 10^4$ K.
e) $8{,}4 \,.\, 10^{28}$ K.

Dados: $g = 9{,}8 m/s^2$
$V_E = \sqrt{2gR}$

RESOLUÇÃO:
1) **Dedução da velocidade de escape:**

$$E = -\frac{GMm}{R} + \frac{m\,V^2}{2}$$

G = constante de gravitação universal

M = massa da Terra

m = massa da molécula

R = raio da Terra

V = módulo da velocidade

A velocidade de escape é obtida quando
E = 0

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{m\,V_E^2}{2} = 0$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Como $g = \frac{GM}{R^2}$**, vem:** $V_E = \sqrt{\frac{2g\,R^2}{R}}$

$$V_E = \sqrt{2\,g\,R} = \sqrt{2 \,.\, 9{,}8 \,.\, 6{,}4 \,.\, 10^6} \text{ (m/s)}$$

$$\boxed{V_E = 11{,}2 \,.\, 10^3 \text{ m/s}}$$

2) **A energia cinética média de um gás é dada por:**

$$E_c = \frac{3}{2}\, n\,R\,T = \frac{3}{2}\,\frac{m}{M}\,RT$$

Como $E_c = \frac{m\,V_E^2}{2}$**, vem:**

$$\frac{m\,V_E^2}{2} = \frac{3}{2}\,\frac{m\,R}{M}\,T$$

$$\boxed{T = \frac{M\,V_E^2}{3R}}$$

$$T = \frac{28 \,.\, 10^{-3} \,.\, (11{,}2 \,.\, 10^3)^2}{3 \,.\, 8{,}31} \text{ (K)}$$

$$\boxed{T = 1{,}4 \,.\, 10^5 K}$$

Resposta: A

MÓDULO 51

Termologia VII

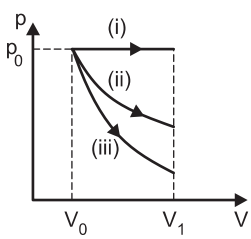
1. **(ITA-2006)** – Um mol de um gás ideal ocupa um volume inicial V_0 à temperatura T_0 e pressão p_0, sofrendo a seguir uma expansão reversível para um volume V_1. Indique a relação entre o trabalho que é realizado por:

(i) $W_{(i)}$, num processo em que a pressão é constante.

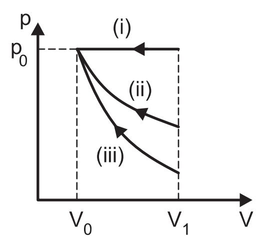
(ii) $W_{(ii)}$, num processo em que a temperatura é constante.

(iii) $W_{(iii)}$, num processo adiabático.

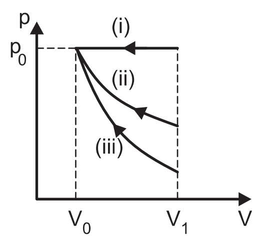
A ( ) $W_{(i)} > W_{(iii)} > W_{(ii)}$



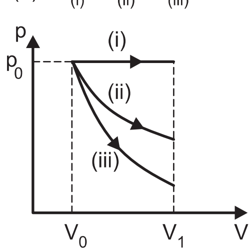
B ( ) $W_{(i)} > W_{(ii)} > W_{(iii)}$



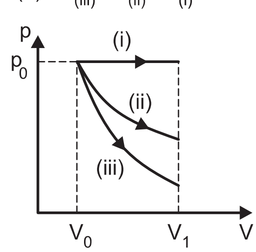
C ( ) $W_{(iii)} > W_{(ii)} > W_{(i)}$



D ( ) $W_{(i)} > W_{(ii)} > W_{(iii)}$

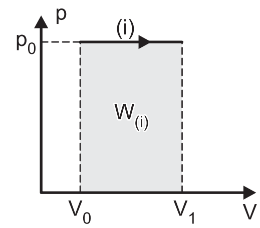


E ( ) $W_{(iii)} > W_{(ii)} > W_{(i)}$



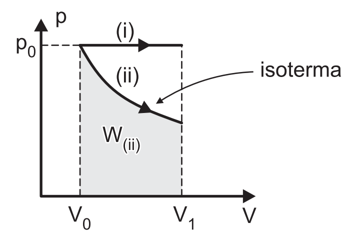
RESOLUÇÃO:

(i) pressão constante



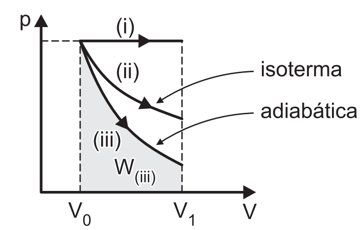
$W_{(i)}$ = [área]

(ii) temperatura constante



$W_{(ii)}$ = [área]
Portanto:
$W_{(i)} > W(ii)$

(iii) Adiabático

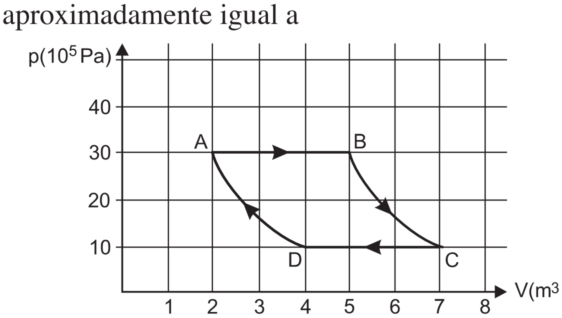


$W_{(iii)}$ = [área]
Portanto:

$$\boxed{W_{(i)} > W_{(ii)} > W_{(iii)}}$$

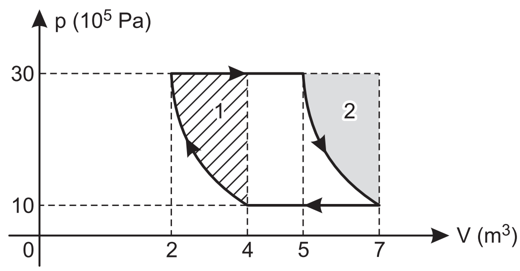
Resposta: D

2. **(ITA)** – O gráfico representa um ciclo de um sistema termodinâmico hipotético, num diagrama pressão *versus* volume. O trabalho realizado por esse gás, nesse ciclo, é aproximadamente igual a



a) $6{,}0 \,.\, 10^5$J b) $9{,}0 \,.\, 10^5$J c) $3{,}0 \,.\, 10^6$J
d) $9{,}0 \,.\, 10^6$J e) $6{,}0 \,.\, 10^6$J

RESOLUÇÃO:



Com boa aproximação, pode-se afirmar que a área hachurada 1 "encaixa-se" na área hachurada 2 de modo a formar uma figura geométrica regular (retângulo). Isto posto, temos:

$\tau_{ciclo} \overset{N}{=} \text{Área}_{interna}$

$\tau_{ciclo} \cong b \,.\, h = (7 - 4) \,.\, (30 - 10) \,.\, 10^5$

$$\boxed{\tau_{ciclo} \cong 6{,}0 \,.\, 10^6 J}$$

Resposta: E

3. **(ITA)** – Uma pessoa respira, por minuto, 8 litros de ar a 18°C e o rejeita a 37°C. Admitindo-se que o ar se comporta como um gás diatômico de massa molecular equivalente a 29u, calcule a quantidade aproximada de calor fornecida pelo aquecimento do ar, em 24 horas.

(I) Despreze aqui toda mudança de composição entre o ar inspirado e o ar expirado e admita a pressão constante e igual a 1,0 atm.

(II) A massa específica do ar a 18°C sob 1,0 atm vale 1,24kg . m^{-3}.

(III) Se necessário, utilizar os seguintes valores para:
1. constante universal para os gases ideais: 8,31 joules/ mol.K;
2. volume de um mol para gás ideal: 22,4 litros (CNTP);
3. equivalente mecânico do calor: 4,18 joules/caloria;
4. o calor específico molar a pressão constante, para o ar, vale 7,0 cal/mol . K.

a) 2,69kJ b) 195kJ c) 274kJ d) 552kJ
e) nenhum dos valores acima.

RESOLUÇÃO:

(1) O volume de ar que a pessoa respira em 24h é dado por:
$V = 24 \,.\, 60 \,.\, 8 = 11520\ell$

(2) $\mu = \dfrac{m}{V}$

$1{,}24 = \dfrac{m}{11{,}52}$

m = 14,285kg (14285g)

(3) $Q_p = n \,.\, C_p \,.\, \Delta T$

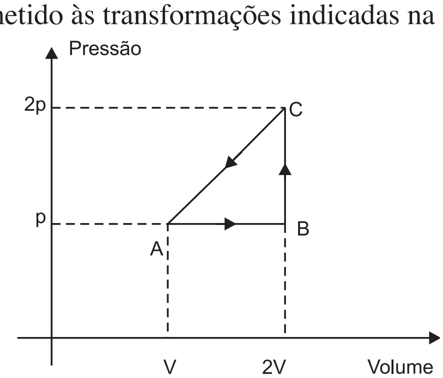
$Q_p = \dfrac{m}{M} \,.\, C_p \,.\, \Delta T$

$Q_p = \dfrac{14\,285}{29} \,.\, 7{,}0 \,.\, 4{,}18 \,.\, (310 - 291)$

$Q_p = 273\,848J \Rightarrow \boxed{Q_p \cong 274kJ}$

Resposta: C

4. **(ITA)** – Um recipiente de volume ajustável contém n mols de um gás ideal. Inicialmente, o gás está no estado A, ocupando o volume V à pressão p. Em seguida, o gás é submetido às transformações indicadas na figura.

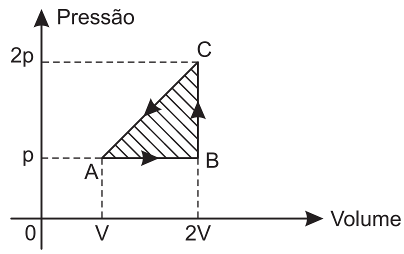


Calcule o calor trocado pelo gás na transformação cíclica ABCA.
Considere como positivo o calor recebido e como negativo o calor cedido pelo gás.

a) $Q = 0$ b) $Q = \dfrac{npV}{2}$ c) $Q = -\dfrac{npV}{2}$

d) $Q = \dfrac{pV}{2}$ e) $Q = -\dfrac{pV}{2}$

RESOLUÇÃO:
(1)



$$\tau_{ciclo} \overset{N}{=} \text{Área}_{interna}$$

$$\tau_{ciclo} = \frac{b\,.\,h}{2}$$

$$\tau_{ciclo} = -\frac{V\,.\,p}{2}$$

$$\boxed{\tau_{ciclo} = -\frac{pV}{2}}$$ **(anti-horário)**

(2) Da 1ª lei da termodinâmica, vem:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$Q = \tau_{ciclo} + \cancel{\Delta U_{ciclo}}^{\,0}$$

$$\boxed{Q = -\frac{pV}{2}}$$

Resposta: E

MÓDULO 52

Termologia VIII

1. **(ITA)** – Um mol de um gás ideal absorve, a volume constante, uma quantidade de calor Q_1 e a temperatura absoluta do gás varia de $\Delta T = T_f - T_i$. Essa mesma variação de temperatura ocorre quando o gás absorve, a pressão constante, uma quantidade de calor Q_2.
Tem-se:

a) $Q_2 = Q_1 - R\,\Delta T$, onde R é a constante universal dos gases perfeitos.

b) $Q_2 = Q_1\left(1 + \frac{R}{C_v}\right)$, onde C_v é o calor específico molar a volume constante.

c) $Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{R}{C_v}\right)$, onde C_v é o calor específico molar a volume constante.

d) $Q_2 = Q_1\left(1 + \frac{R}{C_p}\right)$, onde C_p é o calor específico molar a pressão constante.

e) $Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{R}{C_p}\right)$, onde C_p é o calor específico molar a pressão constante.

RESOLUÇÃO:

1) $Q_v = Q_1$

$\Delta T = T_F - T_i$

$Q_v = \Delta U_v + \cancel{\tau_v}^{\,0}$

$Q_1 = \Delta U_v$

2) $Q_p = Q_2$

$\Delta T = T_F - T_i$

$Q_p = \Delta U_p + \tau_P$

$Q_2 = \Delta U_p + p\,\Delta V$

$Q_2 = \Delta U_p + n\,R\,\Delta T$

$\Delta U_p = Q_2 - R\,\Delta T$

3) Se o gás sofre a mesma variação de temperatura, temos:

$\Delta U_p = \Delta U_v$

$Q_2 - R\Delta T = Q_1$

$Q_2 = Q_1 + R\Delta T$ **(I)**

4) $Q_1 = n\,.\,C_v\,.\,\Delta T$

$\Delta T = \frac{Q_1}{C_v}$ **(II)**

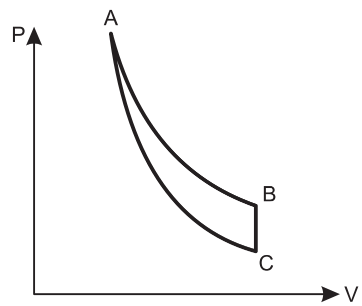
5) Substituindo II em I, vem:

$$Q_2 = Q_1 + R\,\frac{Q_1}{C_v}$$

$$\boxed{Q_2 = Q_1\left(1 + \frac{R}{C_v}\right)}$$

Resposta: B

2. **(ITA-2009)** – Três processos compõem o ciclo termodinâmico ABCA mostrado no diagrama P x V da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante com decréscimo de 40 J de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho total realizado pelo sistema é de 30 J, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.



RESOLUÇÃO:

1) Cálculo do trabalho realizado na transformação AB:

$\tau_{ciclo} = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CA}$

Como:

$\tau_{ciclo} = +30J$

$\tau_{BC} = 0$ **(transformação isométrica)**

$\tau_{CA} = -40J$ **(trabalho recebido)**

temos:

$30 = \tau_{AB} + 0 - 40$

$\tau_{AB} = 70J$

2) Como na transformação AB a temperatura permanece constante, não há variação da energia interna ($\Delta U_{AB} = 0$). Assim, aplicando-se a 1ª Lei da Termodinâmica, vem:

$Q_{AB} = \tau_{AB} + \Delta U_{AB}$

$Q_{AB} = 70 + 0$

$\boxed{Q_{AB} = 70J}$

Resposta: 70J

3. **(ITA-2008)** – Certa quantidade de oxigênio (considerado aqui como gás ideal) ocupa um volume v_i a uma temperatura T_i e pressão p_i. A seguir, toda essa quantidade é comprimida, por meio de um processo adiabático e quase estático, tendo reduzido o seu volume para $v_f = v_i/2$. Indique o valor do trabalho realizado sobre esse gás.

a) $W = \dfrac{3}{2} (p_iv_i) (2^{0,7} - 1)$

b) $W = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) (2^{0,7} - 1)$

c) $W = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) (2^{0,4} - 1)$

d) $W = \dfrac{3}{2} (p_iv_i) (2^{1,7} - 1)$

e) $W = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) (2^{1,4} - 1)$

RESOLUÇÃO:

Na compressão adiabática do gás ideal, o trabalho recebido é responsável pela variação da energia interna.

$|W| = |\Delta U|$

$|W| = U_f - U_i = \dfrac{5}{2} p_fV_f - \dfrac{5}{2} p_iV_i$

Mas, na transformação adiabática, vale a equação de Poisson:

$p_iV_i^{\gamma} = p_fV_f^{\gamma}$

$p_iV_i^{\gamma} = p_f \left(\dfrac{V_i}{2}\right)^{\gamma}$

$p_iV_i^{\gamma} = p_f \dfrac{V_i^{\gamma}}{2^{\gamma}}$

$p_i = p_f \dfrac{1}{2^{\gamma}}$

$p_f = p_i \,.\, 2^{\gamma}$

Portanto:

$|W| = \dfrac{5}{2} \left(p_i \,.\, 2^{\gamma} \dfrac{V_i}{2} - p_iV_i\right)$

$|W| = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) (2^{\gamma} \,.\, 2^{-1} - 1)$

$|W| = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) (2^{\gamma - 1} - 1)$

Sendo $\gamma = \dfrac{7}{5}$ **, para gases diatômicos, temos:**

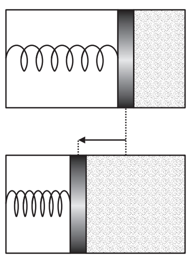
$|W| = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) \left(2^{\frac{7}{5} - 1} - 1\right)$

$|W| = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) \left(2^{\frac{2}{5}} - 1\right)$

$|W| = \dfrac{5}{2} (p_iv_i) (2^{0,4} - 1)$

Resposta: C

4. **(ITA-2010)** – Uma parte de um cilindro está preenchida com um mol de um gás ideal monoatômico a uma pressão P_0 e temperatura T_0. Um êmbolo de massa desprezível separa o gás da outra seção do cilindro, na qual há vácuo e uma mola em seu comprimento natural presa ao êmbolo e à parede oposta do cilindro, como mostra a figura (a). O sistema está termicamente isolado e o êmbolo, inicialmente fixo, é então solto, deslocando-se vagarosamente até passar pela posição de equilíbrio, em que a sua aceleração é nula e o volume ocupado pelo gás é o dobro do original, conforme mostra a figura (b). Desprezando os atritos, determine a temperatura do gás na posição de equilíbrio em função da sua temperatura inicial.



RESOLUÇÃO:

1) **Se o gás é ideal, podemos aplicar a Equação de Clapeyron para as situações inicial e final:**

$pV = n\,R\,T$

Assim:

$p_0V_0 = 1 \,.\, R\,T_0 \Rightarrow p_0V_0 = R\,T_0$ **(I)**

$pV = 1\,R\,T \Rightarrow p\,2V_0 = R\,T$ **(II)**

Observe que $V = 2V_0$ **(o volume dobra).**

2) **Do texto, podemos concluir que a operação é adiabática (sem trocas de calor) e a energia perdida pelo gás monoatômico na realização de trabalho foi armazenada na mola como energia potencial elástica.**

Assim:

$$U_0 - U = E_{p_e}$$

$$\frac{3}{2}\,RT_0 - \frac{3}{2}\,RT = \frac{kx^2}{2}$$

$$T_0 - T = \frac{kx^2}{3R}$$

Mas:

$$V_0 = A\,.\,x \Rightarrow x = \frac{V_0}{A}$$

Portanto:

$$T_0 - T = \frac{kx\,.\,\frac{V_0}{A}}{3R}$$

Como: kx = F (força realizada pelo gás na situação de equilíbrio),

vem:

$$T_0 - T = \frac{\frac{kx}{A}\,.\,V_0}{3R}$$

$$T_0 - T = \frac{p\,.\,V_0}{3R} = \frac{p\,.\,2V_0}{3R\,.\,2}$$

Usando-se a expressão II, temos:

$$T_0 - T = \frac{RT}{6R}$$

$$T_0 = \frac{T}{6} + T \Rightarrow T_0 = \frac{7T}{6}$$

$$\boxed{T = \frac{6}{7}\,T_0}$$

Resposta: $\dfrac{6}{7}\,T_0$

■ MÓDULOS 49 E 50

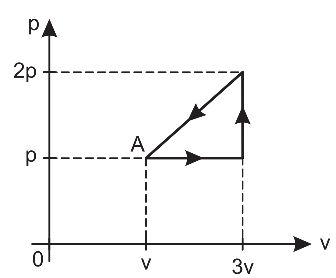
1. Estima-se que a temperatura média do universo é de 2,70K. Qual seria a velocidade quadrática média das moléculas de hidrogênio a esta temperatura?
Dados: massa molar do H_2 = 2,00g/mol
$R = 8{,}31$J/mol . K

2. Calcule a velocidade quadrática média das moléculas de oxigênio sob temperatura de 27°C.
Dados: $m_{O_2} = 5{,}31 \cdot 10^{-26}$kg
Constante de Boltzmann: $1{,}38 \cdot 10^{-23}$J/K

3. Para qual temperatura a velocidade quadrática média das moléculas de nitrogênio é igual a velocidade quadrática média das moléculas de hidrogênio a 20,0°C?
Dados: massa molar do H: 1,00g/mol
massa molar do N: 14,0g/mol

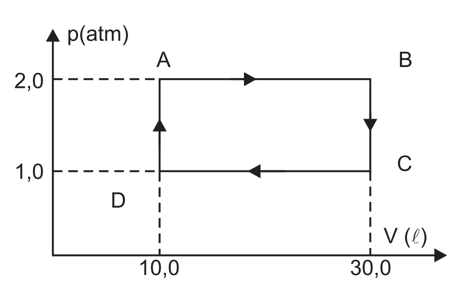
■ MÓDULOS 51 E 52

1. **(AFA-2009)** – O diagrama a seguir representa o ciclo percorrido por 3 mols de um gás perfeito.



Sabendo-se que no estado A a temperatura é –23°C e considerando R = 8 J/mol.K, o trabalho, em joules, realizado pelo gás no ciclo é
a) –6000 b) 12000 c) 1104 d) –552

2. **(ITA)** – Um mol de gás ideal sofre uma série de transformações e passa sucessivamente pelos estados **A → B → C → D**, conforme o diagrama pV abaixo, no qual $\mathbf{T_A = 300K}$.



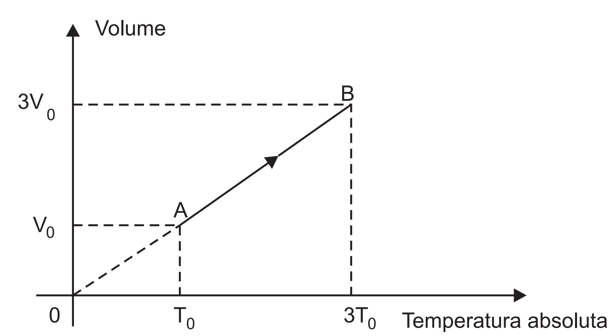
Pode-se afirmar que a temperatura em cada estado, o trabalho líquido realizado no ciclo e a variação da energia interna no ciclo são, respectivamente:

	T_A(K)	T_B(K)	T_C(K)	T_D(K)	τ (atm.ℓ)	ΔU(J)
a)	300	900	450	150	20,0	0
b)	300	900	450	150	–20,0	0
c)	300	450	900	150	20,0	0
d)	300	900	450	150	60,0	40

e) nenhuma das alternativas está correta.

3. **(IME-2008)** – Um gás ideal sofre uma expansão isotérmica, seguida de uma compressão adiabática. A variação total da energia interna do gás poderia ser nula se, dentre as opções abaixo, a transformação seguinte for uma
a) compressão isotérmica
b) expansão isobárica
c) compressão isobárica
d) expansão isocórica
e) compressão isocórica

4. **(ITA)** – Um mol de gás ideal é submetido ao processo apresentado na figura, passando o gás do estado A ao estado B.
Calcular a variação da energia interna ($\Delta U = U_B - U_A$) do gás e a razão $r = \dfrac{Q}{W}$, em que Q e W são, respectivamente, o calor absorvido e o trabalho realizado pelo gás.



a) $U = 2(C_p + R)T_0$; $r = \dfrac{C_p}{R}$

b) $U = 2(C_p - R)T_0$; $r = \dfrac{C_p}{R} + 1$

c) $U = 2(C_p - R)T_0$; $r = \dfrac{C_p}{R}$

d) $U = 2C_p\, T_0$; $\qquad r = \dfrac{C_p}{R} - 1$

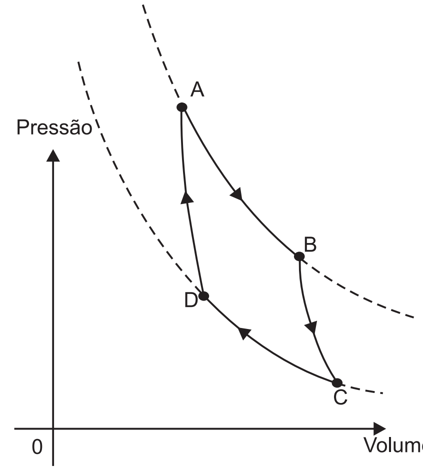
e) Nenhuma das anteriores.

Obs.: C_p é a capacidade térmica molar do gás a pressão constante e R, a constante dos gases perfeitos.

5. **(ITA)** – Para transformar completamente $1cm^3$ de água a 100°C e 1 atm em vapor (que ocupará $1671cm^3$) a 100°C e 1 atm, é necessário fornecer 539 calorias. Nestas condições, o trabalho realizado pelo gás em expansão e o aumento da energia interna serão, respectivamente (valores aproximados):

a) 0,17kJ e 2,09kJ. b) 2,09kJ e 0,17kJ.
c) 0,17kJ e 2,26kJ. d) 1,13kJ e 1,13kJ.
e) Nenhum dos resultados acima.
(Dados: 1cal = 4,19 joules; 1 atm = $1{,}01 \cdot 10^5\ N/m^2$)

6. **(ITA)** – O gráfico adiante representa um ciclo de Carnot percorrido por um gás ideal. Sendo $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ a relação dos calores específicos desse gás a pressão constante e a volume constante, respectivamente, podemos afirmar que, no trecho AB do ciclo, vale a seguinte relação entre a pressão p, o volume V e a temperatura absoluta T do gás:



a) $pT^{(1-1/\gamma)}$ = constante b) pV^{γ} = constante
c) p = constante . V^{γ} d) p = constante . V^{-1}
e) p = constante + T V^{γ}

7. **(ITA)** – Uma certa quantidade de gás expande-se adiabaticamente e quase estaticamente desde uma pressão inicial de 2,0 atm e volume de 2,0ℓ na temperatura de 21°C até atingir o dobro de seu volume.
Sabendo-se que para este gás $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = 2{,}0$, pode-se afirmar que a pressão final e a temperatura final são, respectivamente:

a) 0,5 atm e 10,5°C. b) 0,5 atm e –126°C.
c) 2,0 atm e 10,5°C. d) 2,0 atm e –126°C.
e) nenhuma das alternativas está correta.

resolução dos exercícios-tarefa

■ Módulos 49 e 50

1) A velocidade média quadrática é dada por:

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 2{,}70}{2{,}00 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\boxed{\overline{V} \cong 1{,}83 \cdot 10^2\ m/s}$$

Resposta: 1,83 . 10² m/s

2) $$\overline{V} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{5{,}31 \cdot 10^{-26}}}$$

$$\boxed{\overline{V} \cong 4{,}84 \cdot 10^2\ m/s}$$

Resposta: 4,84 . 10² m/s

3) $$\overline{V}_{N_2} = \overline{V}_{H_2}$$

$$\sqrt{\frac{3\,R\,T_{N_2}}{M_{N_2}}} = \sqrt{\frac{3\,R\,T_{H_2}}{M_{H_2}}}$$

$$\frac{T_{N_2}}{28{,}0} = \frac{(20{,}0 + 273)}{2{,}00}$$

$$\boxed{T_{N_2} = 4102K = 3829°C}$$

Resposta: 3829°C

■ MÓDULOS 51 E 52

1) (1) $\tau_{ciclo} \overset{N}{=} \text{Área}_{interna}$

$$\tau_{ciclo} = \frac{2v \,.\, p}{2}$$

$\tau_{ciclo} = pv$ (I)

(2) Da equação de Clapeyron, vem:

$pv = nRT$

$pv = 3 \,.\, 8 \,.\, (-23 + 273)$

$pv = 6000J$

(3) Como o ciclo é percorrido em sentido anti-horário, temos:

$\tau_{ciclo} = -pv$

$\boxed{\tau_{ciclo} = -6000J}$

Resposta: A

2) (1) $\dfrac{\cancel{p_A}V_A}{T_A} = \dfrac{\cancel{p_B}V_B}{T_B} \Rightarrow \dfrac{10{,}0}{300} = \dfrac{30{,}0}{T_B}$

$\boxed{T_B = 900K}$

(2) $\dfrac{p_B\cancel{V_B}}{T_B} = \dfrac{p_C\cancel{V_C}}{T_C} \Rightarrow \dfrac{2{,}0}{900} = \dfrac{1{,}0}{T_C}$

$\boxed{T_C = 450K}$

(3) $\dfrac{\cancel{p_C}V_C}{T_C} = \dfrac{\cancel{p_D}V_D}{T_D} \Rightarrow \dfrac{30{,}0}{450} = \dfrac{10{,}0}{T_D}$

$\boxed{T_D = 150K}$

(4) $\boxed{\tau_{ciclo} \overset{N}{=} \text{Área}_{interna}}$

$\tau_{ciclo} = 20 \,.\, 1$

$\boxed{\tau_{ciclo} = 20 \text{ atm} \,.\, \ell}$

(5) $\boxed{\Delta U_{ciclo} = 0}$

Resposta: A

3) **Resposta: C**

4) (1) Transformação AB (isobárica)

$\Delta U = n \,.\, \Delta T \,.\, (C_P - R)$

$\Delta U = 1 \,.\, (3T_0 - T_0)\,(C_P - R)$

$\boxed{\Delta U = 2\,T_0\,(C_p - R)}$

(2) $r = \dfrac{Q}{W} = \dfrac{n\,C_p\,\Delta T}{n\,R\,\Delta T}$

$\boxed{r = \dfrac{C_p}{R}}$

Resposta: C

5) (1) $\tau = p \,.\, \Delta V$

$\tau = 1{,}01 \,.\, 10^5\,(1671 - 1)\,10^{-6}$

$\tau = 168{,}67J$

$\boxed{\tau \cong 0{,}17kJ}$

(2) $Q = \tau + \Delta U$

$539 \,.\, 4{,}19 = 168{,}67 + \Delta U$

$\Delta U = 2090{,}74$

$\boxed{\Delta U \cong 2{,}09kJ}$

Resposta: A

6) O ciclo de Carnot é constituído por duas isotérmicas e duas adiabáticas que, no caso, correspondem, respectivamente, a AB e CD, BC e DA.

Assim, se o trecho AB é uma isotérmica, pode-se afirmar que

$pV = K$

$\boxed{p = K\,V^{-1}}$

Resposta: D

7) (1) Nas transformações adiabáticas, temos:

$pV^{\gamma} = cte$

Portanto: $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$

$2,0 \cdot 2,0^{2,0} = p_2 \cdot 4,0^{2,0}$

$\boxed{p_2 = 0,5\text{atm}}$

(2) $$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

$$\frac{2,0 \cdot 2,0}{294} = \frac{0,5 \cdot 4,0}{T_2}$$

$T_2 = 147\text{K}$

$\boxed{T_2 = -126°\text{C}}$

Resposta: B