CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Matrizes 2
- Representação de uma Matriz 2
- Lei de formação 2
- Tipos de matrizes 2
- Características das matrizes quadradas – e somente delas 3

Matrizes

Matriz: é que uma tabela que serve para organizar dados numéricos.

Uma matriz possui um número "m" de linhas (horizontais) e "n" de colunas (verticais) que chamamos de *ordem da matriz*.

Portanto toda matriz é de ordem "m x n", que se lê: ordem "m" por "n".

Representação de uma Matriz

Uma matriz pode ser representada por parênteses ( ) ou colchetes [ ], com os dados dentro deles, além de uma letra maiúscula do alfabeto dando-lhe nome – lembrando que a ordem da matriz é dada pelo número de linhas e colunas – vejamos:

$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n,}$ $i \in \{1, 2, 3, ..., m\}$ e $j \in \{1, 2, 3, ..., n\}$, no qual a_{ij} é o elemento da "i" linha com "j" coluna; generalizando:

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}$ matriz de ordem 2 x 3

$C_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 6 & 22 \\ 8 & 28 \\ 9 & 30 \end{pmatrix}$ matriz de ordem 3 x 2

$D_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ matriz **quadrada** de ordem 2 x 2, ou **somente 2**

Obs.: Matriz Quadrada: é aquela que tem o **mesmo número** de linhas e de colunas.

Lei de formação

As matrizes possuem uma lei de formação que define seus elementos, a partir da posição de cada um deles na matriz, e podemos assim representar:

$D_{2 \times 2} = [d_{ij}]_{2 \times 2}$, $d_{ij} = 3i - 2j$, matriz de 2 linhas e 2 colunas, vejamos:

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} = 3.(1) - 2.(1) = 1 & d_{12} = 3.(1) - 2.(2) = -1 \\ d_{21} = 3.(2) - 2.(1) = 4 & d_{22} = 3.(2) - 2.(2) = 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Logo:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Tipos de matrizes

> **Matriz Linha:** é aquela que possui somente uma linha.

Ex: $A_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 10 \end{bmatrix}$

> **Matriz Coluna:** é aquela que possui somente uma coluna.

Ex: $B_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 13 \\ 18 \\ 25 \end{bmatrix}$

> **Matriz Nula:** é aquela que possui todos os elementos nulos, ou zero.

Ex: $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

> **Matriz Transposta (A^t):** é aquela em que ocorre a troca "ordenada" das linhas pelas colunas. Veja: $A = [a_{ij}]_{m\times n} = A^t = [a^t_{ji}]_{n\times m}$.

Ex: $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 2 \\ 8 & 15 & 11 \end{bmatrix} \rightarrow A^t_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 15 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$, veja que o que era linha virou coluna e o que era coluna virou linha, de maneira ordenada.

> **Matriz Simétrica:** é aquela cujo $A^t = A$ (só é possível com as matrizes quadradas)

Ex: $A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow A^t_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ observem que elas são exatamente iguais.

> **Matriz Antissimétrica:** é aquela cujo $A^t = -A$ (também só possível com as matrizes quadradas)

Ex: $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow -A^t_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ observem que elas são exatamente iguais.

> **Matriz Quadrada:** é aquela que possui o número de linhas **igual** ao número de colunas.

Ex: $A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 55 & 56 & 80 \\ 81 & 83 & 88 \\ 10 & 11 & 14 \end{bmatrix}$

> **Matriz Oposta (–A):** é aquela cujo elementos de A são todos multiplicados por –1.

Ex: $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 18 & 21 \end{bmatrix} \rightarrow -A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} -2 & -7 \\ -18 & -21 \end{bmatrix}$

Características das matrizes quadradas – e somente delas

> Tem diagonal principal e secundaria.

$A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ diagonal principal

$A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ diagonal secundaria

> **Formam matriz identidade** – aquela cujos elementos da diagonal principal são todos iguais a 1 e o restante são zeros.

Ex: $A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

> **Formam matriz diagonal** – aquela cujos elementos da diagonal principal são diferentes de zero e o restante são zeros.

Ex: $A_{4x4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

> **Formam matriz triangular** – aquela cujos elementos de um dos triângulos formados pela diagonal principal são zeros.

Ex: $A_{4x4} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & 10 & 13 & 18 \\ 0 & 0 & 25 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

EXERCÍCIOS

01. $a_{ij} = \begin{cases} (i+j)^2 & se \quad i = j \\ i^2 + j^2 & se \quad i \neq j \end{cases}$ A_{3X2}, isto é, com três linhas e duas colunas, são dados por:

Em que a_{ij} representa o elemento da matriz A_{3X2} localizado na linha i e coluna j. Então, a soma dos elementos da primeira coluna de A_{3X2} é igual a:

a) 17
b) 15
c) 12
d) 19
e) 13

02. A matriz quadrada A, definida genericamente por A = a_{ij}, é dada por $a_{11} = 0$; $a_{12} = -4$; $a_{13} = 2$; $a_{21} = x$; $a_{22} = 0$; $a_{23} = (1 - z)$; $a_{31} = y$; $a_{32} = 2z$ e, por último, $a_{33} = 0$. Desse modo, para que a matriz A seja uma matriz antissimétrica, os valores de a_{21}, a_{23}, a_{31} e a_{32} deverão ser, respectivamente, iguais a:

a) 4; -2; -2; -2.
b) 4; -2; 2; -2.
c) 4; 2; -2; -2.
d) -4; -2; 2; -2.
e) -4; -2; -2; -2.

GABARITO

01 - D

02 - C