# Aula 01

*Conjuntos Numéricos*

*EPCAR - 2020*

Prof. Ismael Santos

# Sumário

# Introdução

O primeiro dos assuntos é: **Conjuntos Numéricos**. Por mais que esteja de forma explícita em seu edital, é um tópico não muito cobrado de forma explícita. No entanto, é importantíssimo sabermos a diferença dos conjuntos numéricos fundamentais.

**Preparado, futuro ALUNO DE BARBACENA?! Sigamos em frente!**

**Ahh...RESSALTO QUE IREI LANÇAR UM PDF COMPLEMENTAR A ESTE COM MAIS QUESTÕES, INCLUINDO MAIS QUESTÕES DA SUA PROVA, PARA QUE POSSA EXERCITAR MAIS E MAIS!!**

**Vamos à nossa aula!**

**Fale comigo!**

*@profismael_santos* *Ismael Santos* *@IsmaelSantos*

***" O segredo do sucesso é a constância no objetivo"***

# 1. Conjuntos Numéricos

## 1.1 Palavras Inicias

Na aula de hoje, falaremos de conjuntos, no entanto, com uma particularidade: somente os que possuem números como elementos. É de suma importância o entendimento de cada conjunto, bem como de suas operações e propriedades, pois serão facilitadores para a realização de determinados problemas.

Conceitualmente, temos que **Conjunto Numérico é uma coleção ou reunião de números.** Este conjunto não fica caracterizado somente por seus elementos, mas também, pelas operações fundamentais e suas propriedades. Fique tranquilo! As definições de cada conjunto serão passadas em ordem mais conveniente, ou seja, da mais simples para a mais complexa.

## 1.2 Conjuntos Numéricos Fundamentais

Podemos dizer que existem 6 conjuntos numéricos fundamentais, quais sejam:

$\mathbb{N}$ **- Naturais**

$\mathbb{Z}$ **- Inteiros**

$\mathbb{Q}$ **- Racionais**

$\mathbb{I}$ **– Irracionais**

$\mathbb{R}$ **- Reais**

$\mathbb{C}$ **- Complexos**

Ressalto que este último (Conjunto dos Complexos) não será tratado nessa aula, pois não cai na sua prova! Vamos agora, analisar um a um dos conjuntos fundamentais citados acima!

**a) Conjunto dos Naturais** ($\mathbb{N}$)

Por definição, temos que é todo conjunto formado por números **não negativos e que não possuam casas decimais.**

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; ...\}$$

Você pode estar pensando: "números não negativos não seriam a mesma coisa que números positivos?!". Eu respondo: NÃO, meu querido! Você precisa ter em sempre em mente que o 0 (ZERO) é um número nulo, ou seja, não é nem positivo, nem negativo. Assim, quando falamos que o conjunto dos naturais é formado por números não negativos. Isso implica dizer que, no conjunto dos naturais, estão presentes os números positivos e o zero, por ser nulo.

Uma outra pergunta bem pertinente seria qual a definição de casas decimais! Bom, aproveito para explicar que casa decimais são formadas por algarismos situados após a vírgula. Assim, os números abaixo não são exemplos de números naturais:

- 1,2: uma casa decimal
- 3,576: três casas decimais
- 12,45555...: infinitas casas decimais

**Não posso me furtar de passar a você algumas conclusões baseadas nos Axiomas de Peano, matemática italiano.**

- Todo número natural tem um sucessor.
- Dois números com o mesmo sucessor são iguais.
- Existe um número que não é sucessor de outro.
- O zero (0) é um número natural.

**Aproveitando a deixa (rsrsrs), vou mencionar os conceitos de Números sucessores e Antecessores.** Gostaria de fazer a seguinte pergunta: qual o sucessor de 1,2? Perceba que 1,2 é um número Racional, não natural e inteiro. Por este motivo te leva a um processo **infinito** de considerações, como: seria 1,3? Seria 1,21? Seria 1,201? E assim por diante. Perceba que ficamos sem resposta, tudo pelo fato de **Números sucessores e Antecessores só existirem dentro dos conjuntos dos naturais e inteiros.**

Assim, deixo aqui uma dica que irá ajudar no processo de descoberta de um sucessor ou antecessor de um número inteiro ou natural.

- **Sucessor é o que "vem depois". Basta somar uma unidade ao número original.**

$$-21+(+1) \Rightarrow -20 \text{ sucessor}$$

- **Antecessor é o que "vem antes". Basta subtrair uma unidade do número original.**

$$-21+(-1) \Rightarrow -22 \text{ antecessor}$$

**a.1) Subconjuntos dos Naturais ($\mathbb{N}$):**

Definimos o subconjunto dos números naturais não nulos, único subconjunto fundamental dos naturais, por:

$$\mathbb{N}^* = \{1,2,3,4,...\}$$

**a.2) Elementos e Ordenação nos $\mathbb{N}$:**

Deixo registrado, apenas a título de conhecimento, alguns axiomas do conjunto dos Naturais:

- O menor elemento é o zero.
- Todo natural possui um sucessor
- Todo subconjunto não vazio dos $\mathbb{N}$ possui um menor elemento. (Princípio da Boa Ordenação)

- Dados a, b ∈ ℕ quaisquer, vale somente uma das alternativas: **a > b ou a = b ou a < b (Tricotomia dos Números em ℕ)**

**a.3) Operações definidas nos ℕ:**

São operações bem definidas em ∈ ℕ, **adição e multiplicação**. Ou seja, ao multiplicarmos ou somarmos dois números pertencentes aos ℕ, o resultado será um 3º número também pertencente aos ℕ.

| OPERAÇÕES DEFINIDAS NOS NATURAIS | | |
|---|---|---|
| Soma | 2 + 3 = 5 | 2 é um número natural. |
| | | 3 é um número natural. |
| | | **5 é um número natural.** |
| Produto | 2 . 3 = 6 | 2 é um número natural. |
| | | 3 é um número natural. |
| | | **6 é um número natural.** |

Observando o quadro, podemos concluir que, para uma operação ser de fato fechada nos Naturais, quaisquer operações, soma ou multiplicação de naturais, deverá resultar, sempre, num elemento também natural.

Caso, em algum momento, o resultado não retorne um elemento natural, podemos afirmar que essa operação não é fechada nos naturais. Como exemplos de operações não fechadas nos naturais, podemos citar: **subtração e divisão.**

Observe o quadro abaixo:

| OPERAÇÕES NÃO DEFINIDAS NOS NATURAIS | | |
|---|---|---|
| Subtração | 2 - 3 = -1 | 2 é um número natural. |
| | | 3 é um número natural. |
| | | **-1 não é um número natural.** |
| Divisão | 2 : 3 = 0,666... | 2 é um número natural. |
| | | 3 é um número natural. |
| | | 0,666... não é um número natural. |

**a.4) Propriedades das Operações Definidas nos ℕ:**

Podemos destacar 4 propriedades das operações, são elas: ***comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*** Vamos entender cada uma delas.

- **Comutativa:** ***a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.***

$$\begin{cases} \text{Soma} \Rightarrow 2+3=3+2 \\ \textit{Produto} \Rightarrow 2\ .\ 3=6 \end{cases}$$

- **Associativa:** ***é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.***

$$\begin{cases} \text{Soma} \Rightarrow 2+(3+1)=(2+3)+1 \\ \text{Produto} \Rightarrow 2\ .\ (3\ .\ 5)=(2\ .\ 3)\ .\ 5 \end{cases}$$

- **Elemento Neutro:** ***é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.***

$$\begin{cases} \text{Soma} \Rightarrow 2+0=2 \\ \text{Produto} \Rightarrow 2\ .\ 1=2 \end{cases}$$

- **Distributiva:** ***consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência (em destaque) com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.***

$$\begin{cases} \text{Distributiva em Relação à Soma} \Rightarrow 2\ .\ (3+1)=(2\ .\ 3)+(2\ .\ 1) \\ \text{Distributiva em Relação à Subtração} \Rightarrow 2\ .\ (3-1)=(2\ .\ 3)-(2\ .\ 1) \end{cases}$$

**Essas propriedades são definidas somente nas operações ADIÇÃO e MULTIPLICAÇÃO. Ou seja, não são aplicáveis nas operações subtração e divisão.**


**Lei do Corte:** em uma igualdade, se dois números iguais estiverem em lados opostos, é possível o cancelamento, porém, se essa igualdade tiver represetanbdo operações de multipkicação ou divisão, há a necessidade de que esses números sejam não nulos. Obeserve:

$$\begin{cases} \cancel{a}+b=\cancel{a}+c \Rightarrow b=c \\ \cancel{a}-b=\cancel{a}-c \Rightarrow b=c \\ \cancel{a}\cdot b=\cancel{a}\cdot c \Rightarrow b=c \Leftrightarrow b \wedge c \neq 0 \\ \cancel{a}\div b=\cancel{a}\div c \Rightarrow b=c \Leftrightarrow b \wedge c \neq 0 \end{cases}$$


**Lei do Anulamento do Produto:** em um produto de dois ou mais números, se o resultado for zero, necessariamente um deles terá que ser igual a zero. Obeserve:

$$a\cdot b\cdot c\cdot d=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ou } b=0 \text{ ou } c=0 \text{ ou } d=0$$

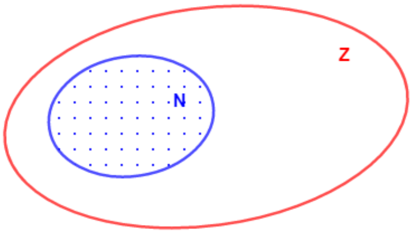
**b) Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$):**

São números que foram criados para representar possíveis dúvidas, temperaturas baixas etc. Por definição, temos: é todo conjunto formado pelos **números $\mathbb{N}$ e seus opostos.**

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$


**Números Opostos ou Simétricos: são números que, de lados opostos da origem, possuam a mesma distância dela (definição geométrica) ou cuja soma resulta zero (definição algébrica).**

**Destaco também que o conjunto dos Naturais está contido no Conjunto dos números Inteiros, ou seja, todos os elementos naturais também são inteiros. Podemos representar essa relação de inclusão por meio do Diagrama de Venn. Veja:**




**b.1) Subconjunto dos Inteiros ($\mathbb{Z}$):**

$\mathbb{Z}^*$ Inteiros não nulos {...-3, -2, -1, 1, 2, 3...}

$\mathbb{Z}_+$ Inteiros não negativos {0, 1, 2, 3,...}

$\mathbb{Z}_-$ Inteiros não positivos {..., -2, -1, 0}

$\mathbb{Z}_+^*$ Inteiros positivos {1, 2, 3,...}

$\mathbb{Z}_-^*$ Inteiros negativos {... -3, -2, -1}

**b.2) Elementos e Ordenação nos $\mathbb{Z}$:**

Deixo registrado, apenas a título de conhecimento, alguns axiomas do conjunto dos Naturais:

- Todo elemento $\mathbb{Z}$ possui um sucessor e um antecessor, logo, este conjunto é infinito, não possuindo assim, limite superior ou inferior.
- Dados a, b e $\mathbb{Z}$ quaisquer, vale somente uma das alternativas: **a > b ou a = b ou a < b (Tricotomia dos Números em $\mathbb{Z}$)**

**b.3) Operações Definidas nos $\mathbb{Z}$.**

São operações bem definidas em $\mathbb{Z}$: ***adição, subtração e multiplicação***, ou seja, qualquer destas operações utilizando dois ou mais inteiros, o resultado será um 3º número também pertencente ao $\mathbb{Z}$ .

| OPERAÇÕES DEFINIDAS NOS INTEIROS | | |
|---|---|---|
| Adição | 2 + 3 = -1 | 2 é um número inteiro. |
| | | 3 é um número inteiro. |
| | | **-1 é um número inteiro.** |
| Multiplicação | 2 . 3 = 6 | 2 é um número inteiro. |
| | | 3 é um número inteiro. |
| | | 6 é um número inteiro. |
| Subtração | 2 - 3 = -1 | 2 é um número inteiro. |
| | | 3 é um número inteiro. |
| | | **-1 é um número inteiro.** |


**Já a operação divisão não é fechada em $\mathbb{Z}$, pois nem toda divisão de naturais resulta um número natural. Cabe ressaltar que, para fazer essa análise, a divisão deverá ser possível, ou seja, o divisor (denominador) não poderá ser nulo.**

**b.4) Propriedade das Operações nos $\mathbb{Z}$:**

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$a + b = b + a$$

$$a . b = b . a$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a . (b . c) = (a . c) . c$$

- **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$

$$a . 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a . (b \pm c) = a.b \pm a.c$$


Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**


**Na operação divisão, temos as seguintes características:**

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \hline r & q \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} D = d.q + r \\ 0 \leq r \leq |d-1| \\ \text{Resto Máximo} \Rightarrow r = d-1 \\ \text{Resto Mínimo} \Rightarrow r = 0 \therefore \text{ divisão exata.} \end{cases}$$

**c) Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)**

É o conjunto formado por todos os números que possam ser escritos sob a forma de fração, em que cada terno é um número inteiro, com denominador não nulo. Por definição, temos:

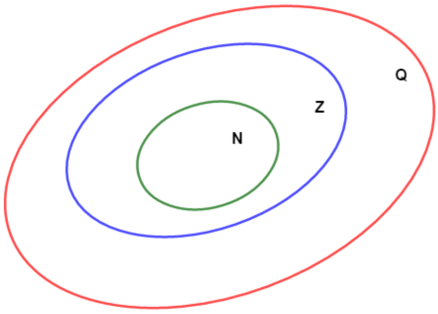
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^* \right\} \qquad \text{mdc (a;b) = 1}$$

Ex.: $\frac{1}{2}; \frac{-1}{11};$ $\underbrace{\frac{2}{1}\ ;\ \frac{0}{1}}_{\text{frações unitárias}}$ $;\ 3{,}15\ ;\ 0{,}\overline{3}\ ;\ ...$

Perceba que na escrita da fração, o Máximo Divisor Comum (MDC) entre o numerador e o denominador deverá ser igual a um 1, ou seja, os termos da fração precisam ser primos entre si. Isso se dá pelo fato da fração precisar estar na sua forma irredutível, para que possamos classificá-las.


**É fácil constatar que o conjunto do Naturais está contido no conjunto dos Inteiros, bem como este está contido no conjunto dos Racionais. Assim:**

$$(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}) \subset \mathbb{Q}$$





**Fração ou Razão: nada mais é que a divisão (quociente) entre duas grandezas.**

$$\frac{a}{b}\begin{cases} a \Rightarrow \text{Numerador ou Antecedente} \\ a/b \Rightarrow \text{Razão de a para b} \\ b \Rightarrow \text{Denominador ou Consequente} \end{cases}$$

**c.1) Classificação das frações**

- Fração própria: Numerador menor que o denominador.

$$\frac{a}{b};\ a < b \qquad \text{Ex.: } \frac{1}{2}$$

- Fração imprópria: Numerador maior que o denominador.

$$\frac{a}{b};\ a > b \qquad \text{Ex.: } \frac{3}{2}$$

- Fração decimal: Denominador igual a potências de 10.

$$\frac{a}{10^n};\ n \in \mathbb{N}^* \qquad \text{Ex.: } \frac{3}{100}$$

- Fração Ordinária: Quando não for fração decimal.

$$\frac{a}{b};\ b \neq 10^n \qquad \text{Ex.: } \frac{4}{5}$$

- Fração aparente: Quando a fração for redutível a um inteiro qualquer não nulo.

$$\frac{a}{b};\ a = b\ .\ k \quad \text{sendo } k \in \mathbb{Z} \qquad \text{Ex.: } \frac{12}{3} = \frac{3.4}{3} = 4$$

- Frações equivalentes: São frações que possuem o mesmo valor.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \qquad \text{Ex.: } \frac{2}{3} \text{ e } \frac{4}{6}$$

- <u>Frações homogêneas</u>: São frações com denominadores iguais.

$$\frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d} \qquad \text{Ex.: } \frac{2}{5} \text{ e } \frac{7}{5}$$

- <u>Frações heterogêneas</u>: São frações com denominadores diferentes.

$$\frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d} \qquad \text{Ex.: } \frac{2}{5} \text{ e } \frac{8}{9}$$

- <u>Fração mista ou número misto</u>: Quando possui uma parte inteira e outra fracionária, sendo esta, fração própria.

$$a\frac{b}{c}\ ;\ b<c \wedge a \in \mathbb{Z}^{*} \qquad \text{Ex.: } 2\frac{1}{3}$$


**Cálculo com a fração mista: pega-se o denominador, multiplica-se pela parte inteira, soma-se ao numerador. Quando estiver diante deste tipo de fração, basta imaginar que entre a parte inteira e a fracionária está implícito o sinal de adição!**

$$2\frac{1}{3} \Rightarrow 2+\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2.3+1}{3} \Rightarrow \frac{7}{3}$$

- Fração irredutível: São frações em que os números que a compõe são primos entre si, ou seja, não possuem fatores em comum, logo seu Máximo Divisor Comum deverá ser igual a um (1).

$$\frac{a}{b}\ ;\ \text{mdc}\,(a\ ;\ b) = 1 \qquad \text{Ex.:}\frac{3}{7}$$

---

**Segue agora um tópico bastante importante no que tange a números racionais: comparação de frações.**

**Meu, querido! Pare tudo! A dica que darei de comparação entre frações, há grande chances de cair na sua prova, então, não perca nenhum detalhe!**


**1º SITUAÇÃO: Com denominadores iguais ( Será maior aquela com MAIOR numerador)**

$$\text{Ex.:}\ \frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$

**2º SITUAÇÃO: Com numeradores iguais (Será maior aquela com MENOR denominador)**

$$\text{Ex.:}\ \frac{7}{3} > \frac{7}{5}$$

**3º SITUAÇÃO: Com numeradores e denominadores diferentes. Basta igualar os numeradores ou os denominadores, e, assim, seguir o caminho da situação 1 ou 2.**

$$\text{Ex.:}\ \frac{3}{2}\ \text{e}\ \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{9}{6} < \frac{10}{6},\ \text{assim:}\ \frac{5}{3} > \frac{3}{2}$$

**c.2) Subconjunto dos $\mathbb{Q}$:**

$\mathbb{Q}^*$ Racionais não nulos

$\mathbb{Q}_+$ Racionais não negativos

$\mathbb{Q}_-$ Racionais não positivos

$\mathbb{Q}_+^*$ Racionais positivos

$\mathbb{Q}_-^*$ Racionais negativos

**c.3) Operações Definidas nos $\mathbb{Q}$:**

São operações definidas nos Racionais: ***adição, subtração, multiplicação e divisão (quando possível a divisão).*** Ou seja, qualquer destas operações entre dois ou mais números pertencentes aos $\mathbb{Q}$, o resultado será um 3º número também pertencente aos $\mathbb{Q}$.

Como nos conjuntos numéricos anteriores, trago uma tabela para facilitar a compreensão, ok?

| OPERAÇÕES DEFINIDAS NOS RACIONAIS | | |
|---|---|---|
| Adição | 1/2 + 3 = 7/2 | 1/2 é um número racional. |
| | | 3 é um número racional. |
| | | **7/2 é um número** racional**.** |
| Multiplicação | 2 . 3 = 6 | 2 é um número racional. |
| | | 3 é um número racional. |
| | | 6 é um número inteiro. |
| Subtração | 2 – 1/2 = 3/2 | 2 é um número racional. |
| | | 1/2 é um número racional. |
| | | **3/2 é um número** racional**.** |
| Divisão | 2 : 3 = 0,666... | 2 é um número racional. |
| | | 3 é um número racional. |
| | | 0,666... é um número racional. |

**Todas as operações fundamentais são definidas no conjunto dos números Racionais.**

**c.4) Propriedades das Operações nos $\mathbb{Q}$.**

Temos como propriedades das operações: ***comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.***

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$$

- **Associativa***: é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}$$

- **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}\cdot 1=\frac{a}{b}$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\pm\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\pm\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}\right)$$


**Elemento Inverso, Inverso Multiplicativo ou Oposto Multiplicativo $\Longrightarrow a^{-1}$.**

$$a^{-1}=\frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\left(\frac{b}{a}\right)^{1}\Rightarrow\frac{b}{a}$$

**c.5) Operações com frações (em $\mathbb{Q}$)**

➢ **Adição/Subtração**

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a.d\pm b.c}{b.d}\Rightarrow \text{Assim}\Rightarrow\frac{3}{2}+\frac{7}{5}\Rightarrow\frac{3.5+7.2}{10}\Rightarrow\frac{29}{10}=2,9$$

➢ **Multiplicação**

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a.c}{b.d}\Rightarrow \text{Assim}\Rightarrow\frac{2}{3}.\frac{4}{5}\Rightarrow\frac{2.4}{3.5}=\frac{8}{15}$$

➢ **Divisão**

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}.\frac{d}{c}=\frac{a.d}{b.c}\Rightarrow \text{Assim}\Rightarrow\frac{1}{2}:\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{1}{2}.\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\Rightarrow\frac{1}{2}.\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$$


**Um tema bastante atual em certames militares é a tal da Soma Telescópica. Esse nome estranho, nada mais é que a unidade que fica dividida pelo produto de dois números naturais consecutivos. Assim, temos que:** $\forall x \in \mathbb{N} / x \geq 1$ **, vale a fórmula:**

$$\boxed{\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}}$$

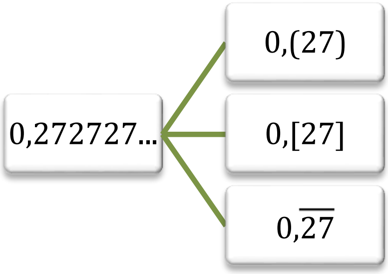
$$\text{Ex.: } S = \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = S = \frac{3}{4}$$

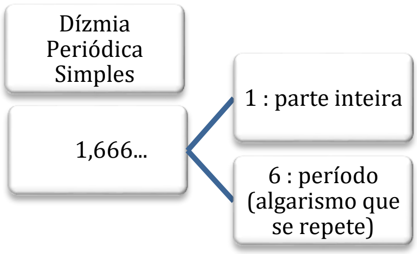
**c.6) Dízimas Periódicas**

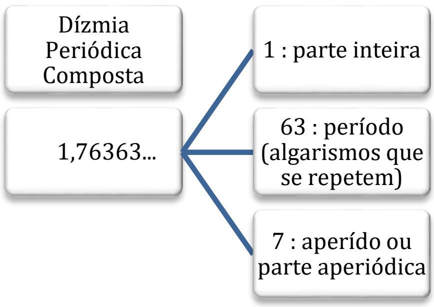
A palavra dízima possui um caráter amplo, que pode ser subdividida em:


Existem diversas formas de representação da dízima periódica, segue algumas delas:

Algumas nomenclaturas importantes:




---

**Passaremos agora a analisar algumas especificidades das frações. Vamos nessa?!**

- **Decimais exatos**

Irá ocorrer somente se o denominador da fração aparecer fatores 2 ou 5. A quantidade de casas decimais será igual a quantidade do maior expoente dentre esses fatores.

$$\frac{27}{16}=\frac{27}{2^4}=1,\underline{6875}\Rightarrow \text{ quatro casas decimais}$$

$$\frac{23}{20}=\frac{23}{2^2.5^1}=1,\underline{15}\Rightarrow \text{ duas casas decimais}$$

- **Dízimas periódicas Simples (D.P.S)**

Irá ocorrer quando no denominador da fração aparecer fatores primos diferentes de 2 e 5.

$\frac{11}{23} \Rightarrow$ o denominador não possui em sua fatoração os fatores 2 ou 5

- **Dízima periódica composta (D.P.C)**

Irá ocorrer quando o denominador da fração ordinária possuir ao menos um dos fatores 2 ou 5 com mais qualquer fator primo diferente destes. A quantidade de casas do ante período será igual ao maior expoente de um dos fatores 2 ou 5.

$$\frac{18}{55} = \frac{18}{5^1.11^1} = 0,\underline{3}2727... \Rightarrow \text{ uma casa no aperíodo}$$

$$\frac{7}{12} = \frac{7}{2^2.3} = 0,\underline{58}333... \Rightarrow \text{ duas casas no aperíodo}$$

---

**Cabe ressaltar que toda dízima periódica possui uma fração geratriz, fração que dá origem à dízima periódica. Assim, torna-se muito importante sabermos encontrar o número racional que deu origem a determinada dízima periódica. Vamos então aprender o Método Algébrico para encontrar a fração geratriz (nada mais é que a fração ordinária que gera uma dízima periódica).**

***1° Exemplo:***

$$0,3333 = \frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 0,333...(.10) \\ \underline{10x = 3,333.} \\ 9x = 3 \therefore x = \frac{3}{9} \therefore \frac{1}{3} \end{cases}$$

***2° Exemplo:***

$$0,1555... = \frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 0,1555...(.10) \\ 10x = 1,555...(.10) \\ \underline{100x = 15,555...} \\ 90x = 14 \therefore x = \dfrac{14}{90} \therefore \dfrac{7}{45} \end{cases}$$

***3° Exemplo:***

$$1,5222... = \frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 1,5222...(.10) \\ 10x = 15,222...(.10) \\ \underline{100x = 152,222...} \\ 90x = 137 \therefore x = \dfrac{137}{90} \end{cases}$$

---

**Vamos aprender agora um método alternativo ao algébrico para que possamos encontrar a fração algébrica.**

**Esse método faz a conta ser bem mais simples e rápida, porém, ressalto a importância de aprender o método anterior.**

**Assim, vamos a um exemplo de cada espécie das dízimas periódicas.**


- **Dízima periódica simples (DPS):**

$$DPS.:\left\{\begin{array}{l}\underbrace{\dfrac{\text{N}^{\text{o}}\text{ - parte inteira}}{999...9}}_{\text{Tantos alg. 9 quantos forem os alg. do período.}}\end{array}\right. \Rightarrow \frac{a}{b}\left(\text{Fração Geratriz}\right)$$

$$\Rightarrow 0{,}1111... = \frac{01-0}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 10{,}3434... = \frac{1034-10}{99} = \frac{1024}{99}$$

- **Dízima periódica simples (DPC):**

$$DPC.:\left\{\begin{array}{l}\underbrace{\dfrac{\text{N}^{\text{o}}\text{ - }\left(\text{parte inteira + aperíodo }\right)}{999...9000...0}}_{\substack{\text{Tantos alg. 9 quantos forem os alg. do período e}\\ \text{tantos açg. 0 quantos forem os alg. do aperíodo.}}}\end{array}\right. \Rightarrow \frac{a}{b}\left(\text{Fração Geratriz}\right)$$

$$\Rightarrow 0{,}\underline{8}3636... = \frac{0836-08}{990} = \frac{828}{99\underline{0}}$$

$$\Rightarrow 3{,}\underline{407}666... = \frac{34076-3407}{90000} = \frac{30669}{9\underline{000}}$$

---

**Mais um tema muito importante e recorrente nos cálculos das questões de prova! Saber arredondar números decimais, quando solicitado, é de suma importância. Assim, vou passar a você as técnicas algébricas de arredondamento. Simbora?!**

- Se o algarismo a ser abandonado for > 5, soma-se 1 ao algarismo à esquerda dele.

$7{,}138 \cong 7{,}14$

- Se o algarismo a ser abandonado for < 5, mantém-se o algarismo à esquerda dele.

$4{,}173 \cong 4{,}17$

- Caso seja igual a 5;

**1º situação: se o algarismo à esquerda do 5 for par, então este algarismo se mantém.**

$7{,}165 \cong 7{,}16$

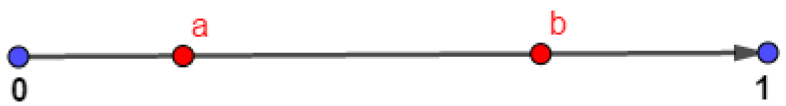
**2º situação: se o algarismo à esquerda do 5 for ímpar, então a este algarismo soma-se uma unidade.**

$7{,}175 \cong 7{,}18$

---

**É importante destacar o resultado do Produto de Fatores Racionais entre 0 e 1.**


**Imaginemos dois números racionais a e b entre 0 e 1: $0 < a < 1$ e $0 < b < 1$. A partir destes dados, podemos afirmar que:**



$$\Rightarrow \begin{cases} a < b < 1 \\ 0 < a < b \\ a < b \\ a\,.\,b < a \end{cases}$$

**Exemplo:**

$$0{,}2\,.\,0{,}3 = 0{,}06 < 0{,}2 \;\wedge\; 0{,}06 < 0{,}3$$

**d) Conjunto dos Números Irracionais ($\mathbb{I}$)**

São números que não podem ser expressos por meio de fração racional, ou seja, por divisão de dois números inteiros, sendo o denominador diferente de zero. Cabe ressaltar que os números irracionais são representados por dízimas aperiódicas (ou seja, não possuem geratriz).

$$\begin{cases} \sqrt{2} = 1{,}4142... \Rightarrow \text{ raiz quadrada de 2} \\ \pi = 3{,}1415... \Rightarrow \text{ razão entre comprimento e diâmetro de uma circunferêmcia} \\ \sqrt{3} = 1{,}7320... \Rightarrow \text{ raiz quadrada de 3} \end{cases}$$


**Simbologia Equivalente: existem algumas simbologias que representam o mesmo conjunto irracional. Veja!**

$$\overline{Q} \equiv Q' \equiv Q^{c} \equiv \sim Q \equiv \mathrm{I} \equiv \neg Q$$

**Qualquer raiz de um número inteiro, que retorne num valor inexato, será classificada como número irracional.**

### d.1) Subconjunto dos $\mathbb{I}$

$\mathbb{I}_{-}$ Irracionais Negativos

$\mathbb{I}_{+}$ Irracionais Positivos

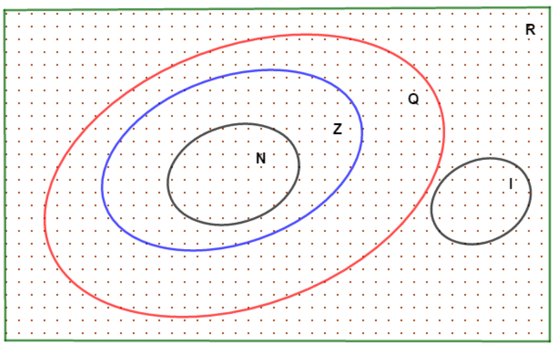
### d.2) Operações definidas nos $\mathbb{I}$

No universo dos Irracionais, **nenhuma operação é fechada**, pois, qualquer uma delas, ainda que operada por números Irracionais, o resultado poderá ser um número Racional. Vejamos alguns exemplos:

$$\text{Adição} \Rightarrow \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$$
$$\text{Subtração} \Rightarrow 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0$$
$$\text{Multiplicação} \Rightarrow \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2$$
$$\text{Divisão} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

### e) Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

É a reunião entre os $\mathbb{Q} \cup \bar{Q} = \mathbb{R}$, ou seja, reúne os racionais e os irracionais




$$\begin{cases} \mathbb{R} \supset \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z} \supset \mathbb{N} \\ \mathbb{R} \supset \mathrm{I} \end{cases}$$

### e.1) Reta Real

Cada número real pode ser representado por um ponto na reta, que é um eixo orientado onde os números mais à direita são maiores que os números mais à esquerda.


**e.2) Subconjunto dos $\mathbb{R}$**

| | |
|---|---|
| $\mathbb{R}^*$ | Reais não nulos |
| $\mathbb{R}_+$ | Reais não negativos |
| $\mathbb{R}_-$ | Reais não positivos |
| $\mathbb{R}_+^*$ | Reais positivos |
| $\mathbb{R}_-^*$ | Reais negativos |

**e.3) Propriedades nos $\mathbb{R}$:**

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$$

- **Associativa***: é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}$$

- **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}\cdot 1=\frac{a}{b}$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\pm\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\pm\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}\right)$$

**e.4) Operações definidas nos $\mathbb{R}$**

Todas as operações são definidas nos $\mathbb{R}$. É claro que, para uma fração existir, há a necessidade de a divisão $\frac{a}{b}$ deve ser possível, ou seja, $b \neq 0$.

Vejamos exemplos destas operações definidas nos reais.

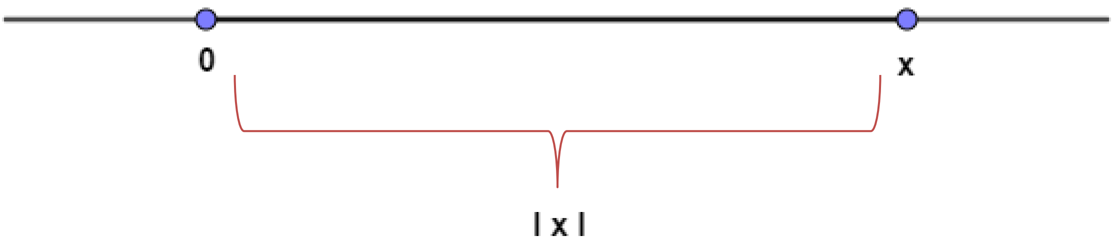
$$\begin{cases} \text{Adição} \Rightarrow \sqrt{2}+\left(3-2\sqrt{2}\right)=3-\sqrt{2} \\ \text{Subtração} \Rightarrow \sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2} \\ \text{Multiplicação} \Rightarrow 3\sqrt{3}\cdot\dfrac{1}{3}=\sqrt{3} \\ \text{Divisão} \Rightarrow \dfrac{2}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2-1}=2\left(\sqrt{2}+1\right) \end{cases}$$

**Oposto aditivo ou Inverso Aditivo são conceitos sinônimos de Simétrico. Assim, temos como exemplo: 2 e -2 são números opostos aditivos.**

**Podemos dizer ainda que Números Opostos são, sob o conceito algébrico, números que ao serem somados resultam ZERO.**

**e.5) Módulo de um Número Real**

- **Definição Geométrica**: Para $\forall\ x \in \Re$, o módulo de x - $|x|$ - representa a distância de x até a origem da reta real. Assim:




$\Rightarrow |3| = 3$

$\Rightarrow |-3| = 3$

$\Rightarrow |0| = 0$

- **Definição Algébrica:** o módulo de um número será igual a ele mesmo, se esse número for positivo ou nulo. No entanto, será igual ao seu simétrico se for negativo. Segue um esquema abaixo para facilitar o entendimento.

$$|x|\begin{cases} x; se \quad x > 0 \\ 0; p/x = 0 \\ -x; se \quad x < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow |7| = 7$

$\Rightarrow |-8| = 8$

$\Rightarrow |3{,}12| = 3{,}12$

---

**Bom! Chegamos ao fim da nossa Aula 01. Guarde cada informação passada neste livro eletrônico. Toda teoria vista até aqui será de grande valia em momento posterior.**

**Sem mais, vamos observar como este tema cai em prova? Vamos nessa!**

# 2 – Lista de Questões


---

**(Exercício Modelo) Questão 01**

Assinalando V ou F se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas

( ) $N \supset Q$
( ) $Q \cap IR = Q$
( ) $N \cup Z = N$
( ) $Q \cap R \supset Q$
obtemos:

a) FVFV
b) VVVV
c) FVVF
d) FVVV
e) VVVF

---

**(Exercício Modelo) Questão 02**

Se A = {4, 9, 16, 25, 36}, então A é equivalente a:

a) $\{x^2; x \in Z^*\}$
b) $\{x^2; x \in N\}$
c) $\{x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$
a) $\{x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$
b) {x / x é quadrado perfeito}

---

**(Exercício Modelo) Questão 03**

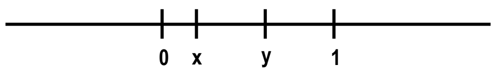
Sabe-se que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional. Um exemplo é:

a) $\sqrt{12}.\sqrt{3}=\sqrt{36}$
b) $\sqrt{4}.\sqrt{9}=6$
c) $\sqrt{3}.1=\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}\ .\ 2=\sqrt{8}$
e) $\sqrt{2}.\sqrt{3}=\sqrt{6}$

---

**(Exercício Modelo) Questão 04**

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, x, y e 1. Qual a posição do número xy?




a) À esquerda de 0.
b) Entre 0 e x.
c) Entre x e y.
d) Entre y e 1.
e) À direita de 1

---

**(Exercício Modelo) Questão 05**

Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

a) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.

b) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma P/q, onde p e q são inteiros, $q \neq 0$.

c) O número real representado por 0,37222... é um número racional.

d) Toda raiz de uma equação algébrica do $2^0$ grau é um número real.

e) O quadrado de qualquer número real é um número racional

---

**(Exercício Modelo) Questão 06**

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

e) 1

---

**(Exercício Modelo) Questão 06**

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

e) 1

---

**(Exercício Modelo) Questão 07**

Considere os conjuntos N, Z, Q e R e as afirmativas:

| | | |
|---|---|---|
| I- | Zero pertence aos quatro conjuntos | ( ) |
| II- | 1/2 não pertence aos conjuntos N e Z | ( ) |
| III- | -1 somente não pertence a N | ( ) |
| IV- | 0,333... não pertence somente a Q | ( ) |
| V- | $\sqrt{2}$ pertence somente a R | ( ) |

Colocando V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas, na ordem certa, a resposta é:

a) F, F, V, V, F

b) F, V, V, F, F

c) V, V, V, V, F

d) V, V, V, F, V

e) F, F, F, V, V

---

**(Exercício Modelo) Questão 08**

Classificando-se as afirmativas abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa),

I- Todo número natural é inteiro.
II-Todo número racional é inteiro
III-Todo número racional é real.
IV-Todo número irracional é real.
V-Todo número real é racional.

Qual sequência abaixo é correta?

a) V,V,F,V,F

b) V,F,V,F,F

c) V,V,V,F,F

d) V,F,F,V,V

e) V,F,V,V,F

---

**(Exercício Modelo) Questão 9**

Sejam p e q números reais. A esse respeito, assinale a opção correta.

a) $p < 0 => \sqrt{p^2} = p$

b) p e q são pares = > p . q é ímpar

c) $p . q = 0 > p \neq 0$ e $q \neq 0$

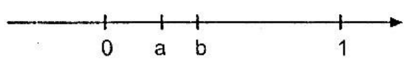
d) p . q > 0 = > p e q têm sinais contrários

e) $p^2 = q^2 =>$ p = q ou p = -q

---

**(EEAr) Questão 10**

Na figura abaixo estão representados os números reais 0, a, b e 1.




É falso afirmar que:

a) 1/a > 1/b

**(EsPCEx) Questão 11**

É correto afirmar que:

a) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.

b) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

c) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.

d) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.

e) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

---

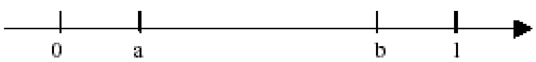
**(Exercício Modelo) Questão 12**

Marque a alternativa INCORRETA:
a) se x e y são números racionais, então $x+y$ é um número racional;
b) se x e y são números irracionais, então $x+y$ é um número irracional;
c) se x e y são números racionais, então $x \cdot y$ é um número racional;
d) se x é um número racional e y é um número irracional, então $x+y$ é um número irracional.

---

**(Exercício Modelo) Questão 13**

Na reta numérica abaixo, estão representados os números reais $0$, $a$, $b$ e $1$.




Representando o produto $a \cdot b$ nesta reta numérica, ele ficará:

a) à direita de $1$.

b) entre $b$ e $1$.

c) entre $a$ e $b$.

d) entre $0$ e $a$.

e) à esquerda de $0$.

---

**(Exercício Modelo) Questão 14**

Atribuindo a cada enunciado os valores V ou F temos

I) (   ) Todo número irracional é um número decimal ilimitado.

II) (   ) Todo número racional é um número decimal ilimitado.

III) (   ) Todo número decimal ilimitado é um número real.

IV) (   ) Todo número decimal limitado é um número racional.

V) (   ) Todo número decimal ilimitado aperiódico é um número irracional.

Conclui-se que:

a) o segundo é verdadeiro e o quinto é falso.

b) os três últimos são verdadeiros.

c) somente o quinto é verdadeiro.

d) o segundo e o terceiro são verdadeiros.

---

**(CMRJ – 2011) Questão 15**

Dentre as afirmativas abaixo, assinale a FALSA.

a) Seja $a$ um número real não nulo. Então, $a^{-1} \in \mathbb{R}$.

b) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

c) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

d) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

e) Todo número real negativo possui inverso.

---

**(CN – 1999) Questão 16**

Dos números:

I) $0,4333...$

II) $0,101101110...$

III) $\sqrt{2}$

IV) O quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma mesma circunferência.

São racionais:

a) Todos

b) Nenhum

c) Apenas 1 deles

d) Apenas 2 deles

e) Apenas 3 deles

---

**(Exercício Modelo) Questão 17**

Assinale a afirmativa verdadeira.

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número racional.

d) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

e) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

---

**(Exercício Modelo) Questão 18**

Quaisquer que sejam o racional $x$ e o irracional $y$, pode-se dizer que:

a) $x \cdot y$ é irracional

b) $y \cdot y$ é irracional

c) $x + y$ é racional

d) $x - y + \sqrt{2}$ é irracional

e) $x + 2y$ é irracional

---

**(CMRJ – 2010) Questão 19**

Se $x$, $y$ e $z$ são números racionais e $z = \dfrac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}}$, então

a) $x = y^2$

b) $x + y = 3$

c) $\frac{x}{y} = 2$

d) $x - y = 1$

e) $xy = -2$

---

**(EPCAr – 1999) Questão 20**

Seja x um número racional qualquer e y um irracional qualquer. Analise as proposições abaixo e marque a alternativa correta.

I) $(\sqrt{2} \cdot x)$ pode ser racional.

II) $y^2$ é sempre irracional.

III) $y^3$ nem sempre é irracional.

IV) $\sqrt{x}$ é sempre um número real.

São verdadeiras somente as proposições

a) I e IV

b) II e III

c) I e III

d) II e IV

---

**(AFA – 2002) Questão 21**

Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

a) $\forall x, y$, $x \text{ e } y \in \mathbb{R}$, $\sqrt{(x+y)^2} = x + y$

b) $\forall x, y$, $x \text{ e } y \in \mathbb{Z}^*$, se $\frac{x}{y}$ é inteiro, então $\frac{y}{x}$ é inteiro

c) $\forall x, y$, $x \text{ e } y \in \mathbb{Z}$, $\frac{x+y}{1+x}$ é um número racional

d) $\forall x, y$, $x \text{ e } y \in \mathbb{Z}$, $\frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional

**(FN 2003) Questão 22** – Se trocarmos o dígito 3 pelo dígito 8 no número 1.345, qual será o aumento desse número?

a) 5

b) 500

c) 545

d) 800

---

**(FN 2003) Questão 23**– Em uma escola 5/8 dos estudantes são meninas e 360 meninos. Qual é o número total de estudantes dessa escola?

a) 1300

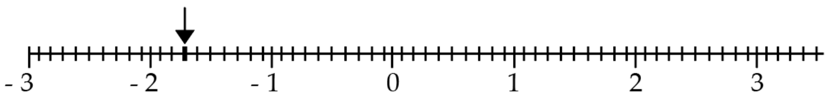
b) 960

c) 860

d) 720

---

**(FN 2003) Questão 24**– O número decimal correspondente ao ponto assinalado na reta numerada da figura abaixo é:




a) 2,3

b) – 1,7

c) – 2,03

d) – 2,3

---

**(FN 2005) Questão 25** –

**© x 10 = Ï x 100 = Ï : 1000 = Ï x 10 = ®**

Se C é um número diferente de zero, então:

a) C = R

b) R = 10

c) C = 10

d) C = 10 R

e) R = 10 C

---

**(FN 2005) Questão 26** –

| | |
|---|---|
| **- 8 º N** | **16 /4 º Z** |
| $\sqrt{-9}$ **º Z** | **ð º Q** |

Observe as sentenças acima e responda quantas são verdadeiras.

a) Somente uma.

b) Somente duas.

c) Somente três.

d) As quatro.

e) Nenhuma.

---

**(FN 2008) Questão 27** – Sabendo que $x = 10 - (-8) : (+4)$ e $y = 25 : (-25) - 4 : (+4)$, qual é o valor de $x - y$ ?

a) 6

b) 8

c) 10

d) 12

e) 14

---

**(FN 2008) Questão 28** – Sabe-se que a e b são dois números naturais diferentes de zero, tais que a = b. Nessas condições a igualdade correta é:

a) $a : b = 1$

b) $a \times b = 0$

c) $a : b = 0$

d) $a + b = 0$

e) $a-b=1$

---

**(FN 2011) Questão 29**– Ordenando os números racionais $p=\frac{13}{24}$, $q=\frac{2}{3}$ e $r=\frac{5}{8}$, conclui-se que:

a) p < r < q

b) q < p < r

c) r < p < q

d) q < r < p

e) r < q < p

---

**(FN 2011) Questão 30**– O conjunto $A=\{-4,-3,-2,-1,0,1\}$ pode ser representado por:

a) $\{x \in Z \mid -4 < x < 1\}$

b) $\{x \in Z \mid -4 < x \leq 1\}$

c) $\{x \in Z \mid -4 \leq x \leq 1\}$

d) $\{x \in Z \mid -4 \leq x < 1\}$

e) $\{x \in Z \mid +4 < x < 1\}$

---

**(FN 2012) Questão 31** – Determine quais das opções abaixo são números irracionais.

(I) 9,3215321532...

(II) $-\sqrt{3}$

(III) 0,1717717711...

(IV) $5\pi$

a) I

b) II e IV

c) III e IV

d) I, II e III

e) II, III e IV

---

**(FN 2012) Questão 32**– Os números $3\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{9}$ são representados por $\underline{x}$ e $\underline{y}$, isto é, $x = 3\frac{1}{2}$ e $y = \frac{4}{9}$.

Determine o valor de $x \cdot y$:

a) $\frac{14}{9}$

b) $\frac{12}{18}$

c) 6

d) $\frac{7}{3}$

e) $\frac{7}{8}$

---

**(FN 2012) Questão 33** – Determine a fração que deu origem à dízima periódica 0,232323...

a) $\frac{23}{9}$

b) $\frac{23}{99}$

c) $\frac{230}{999}$

d) $\frac{2,3}{10}$

e) $\frac{23}{10}$

---

**(FN 2013) Questão 34** – Assinale o número irracional.

a) $\sqrt{144}$

b) $\sqrt{37}$

c) $\sqrt[8]{1}$ d) $\sqrt[3]{27}$

e) $-\sqrt{81}$

---

**(FN 2019) Questão 35** – O número $\pi$ , representado pela dízima não periódica 3,141592..., é um número que:

a) $\pi \in \mathbb{N}$

b) $\pi \notin \mathbb{R}$

c) $\pi \in \mathbb{Q}$

d) $\pi \in \mathrm{I}$

e) $\pi \in \mathbb{Z}$

---

**(FN 2019) Questão 36** – Qual o valor da expressão $25-\left\{3\times 17-\left[10+6\times\left(8-4\times 2\right)+2+3\right]-4\times 4\right\}:5$ ?

a) 42

b) 23

c) 21

d) 13

e) 10

---


## 4 – Gabarito

| | | |
|---|---|---|
| 1. A | 8. E | 15. B |
| 2. C | 9. E | 16. C |
| 3. A | 10. C | 17. D |
| 4. B | 11. C | 18. E |
| 5. C | 12. B | 19. E |
| 6. A | 13. D | 20. C |
| 7. D | 14. B | 21. D |

| | | |
|---|---|---|
| 22. B | 27. E | 32. A |
| 23. B | 28. A | 33. B |
| 24. B | 29. A | 34. B |
| 25. E | 30. C | 35. D |
| 26. B | 31. E | 36. C |

---

# 5 – Questões Comentadas

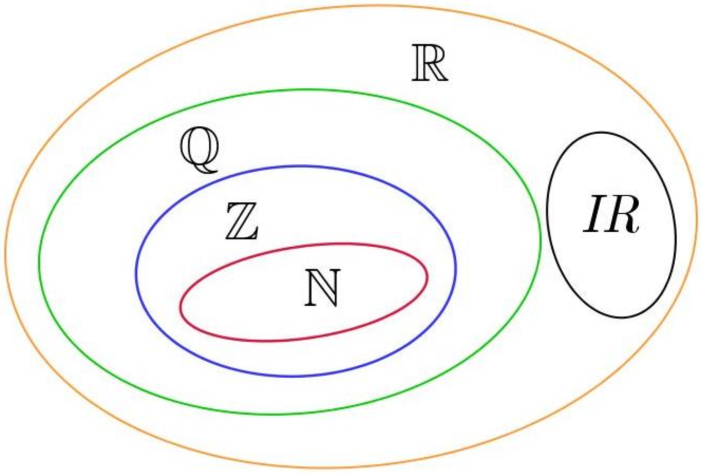
**(Exercício Modelo) Questão 01**

Assinalando V ou F se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas
(  ) $N \supset Q$
(  ) $Q \cap IR = Q$
(  ) $N \cup Z = N$
(  ) $Q \cap R \supset Q$
obtemos:

a) FVFV
b) VVVV
c) FVVF
d) FVVV
e) VVVF

**Comentário:**

Como a questão aborda relação de inclusão de Conjuntos Numéricos, nada melhor que analisar cada afirmativa tendo por base um Diagrama geral destes conjuntos.




Podemos extrair algumas conclusões a partir deste modelo de diagrama:

- O conjunto dos Naturais está dentro (está contido) no conjunto dos Racionais. Ou seja, a primeira afirmativa ($N \supset Q$) está **errada**, tendo em vista que diz: o conjunto dos Naturais CONTÉM o conjunto dos Racionais.

- O conjunto dos Racionais está dentro (está contido) no conjunto dos Reais, desta forma, a interseção entre eles será o menor conjunto: RACIONAIS. Logo, afirmativa **certa**

- O conjunto dos Naturais está dentro (está contido) no conjunto dos Inteiros, desta forma, a união entre eles será o maior conjunto: INTEIROS. Logo, afirmativa errada.

- O conjunto dos Racionais está dentro (está contido) no conjunto dos Reais, desta forma, a interseção entre eles será o menor conjunto: RACIONAIS, que está contido nele mesmo. Logo, afirmativa **certa**.

**Gabarito: A**

---

**(Exercício Modelo) Questão 02**

Se A = {4, 9, 16, 25, 36}, então A é equivalente a:

a) $\{x^2; x \in Z^*\}$

b) $\{x^2; x \in N\}$

c) $\{x^2;\ x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$

d) $\{x^2;\ x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$

e) {x / x é quadrado perfeito}

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual deles coincide com o conjunto A (finito) do enunciado da questão.

- a) $\{x^2;\ x \in Z^*\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=1, x=2, x=3, x=4,... o conjunto formado será: {1, 4, 9, 16, ...}. Perceba que este conjunto além de ser infinito, possui o primeiro elemento, por exemplo, diferente do primeiro do conjunto A. Logo, assertiva **errada**.
- b) $\{x^2;\ x \in N\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=0, x=1, x=2, x=3, x=4,... o conjunto formado será: {0, 1, 4, 9, ...}. Perceba que este conjunto além de ser infinito, possui o primeiro e o segundo elemento, por exemplo, diferentes do primeiro e do segundo elemento do conjunto A. Logo, assertiva **errada**.
- c) $\{x^2;\ x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=2, x=3, x=4, x=5 e x=6, o conjunto formado será: {4, 9, 16, 25, 36}. Perceba que este conjunto além de ser finito, possui todos os elementos iguais ao conjunto A. Logo, assertiva **certa**.
- d) $\{x^2;\ x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=3, x=4 e x=5, o conjunto formado será: {9, 16, 25}. Perceba que este conjunto apesar de ser finito, não possui todos elementos que o conjunto A possui. Logo, assertiva **certa**.
- e) {x / x é quadrado perfeito} – percebe que nesta assertiva a banca não especificou a que conjunto x pertence, logo, poderá assumir tanto valores inteiros quanto fracionário, o que não condiz com o conjunto A do enunciado. Logo, assertiva **errada**.

**Gabarito: C**

---

**(Exercício Modelo) Questão 03**

Sabe-se que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional. Um exemplo é:

a) $\sqrt{12}.\sqrt{3} = \sqrt{36}$

b) $\sqrt{4}.\sqrt{9} = 6$

c) $\sqrt{3}.1 = \sqrt{3}$

d) $\sqrt{2}\ .\ 2 = \sqrt{8}$

e) $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$

**Comentário:**

Questão maldosa. Muitos candidatos desatentos acabam caindo na pegadinha, qual seja, achar que possui duas respostas. Porém, isto não é verdade. Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Blz?

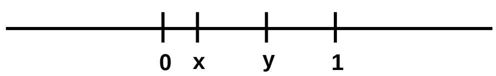
- a) Raiz quadrado de 12 e raiz quadrada de 3, ambos os números são IRRACIONAIS, e o produto deles resulta um número RACIONAL, qual seja, raiz quadrada de 36 que é igual a 6. Logo, esta assertiva está **correta**.
- b) Raiz quadrado de 4 e raiz quadrada de 9, ambos os números são RACIONAIS, e o produto deles resulta um número RACIONAL, qual seja, raiz quadrada de 36 que é igual a 6. Logo, esta assertiva está **errada**. Perceba que a questão te pede um produto de irracionais, e nesta alternativa, temos o produto de dois racionais.
- c) Raiz quadrado de 3 e o número 1. O primeiro deles é irracional, porém o segundo é racional, o que faz a assertiva ficar **errada**.
- d) Raiz quadrado de 2 e o número 2. O primeiro deles é irracional, porém o segundo é racional, o que faz a assertiva ficar **errada**.
- e) Raiz quadrado de 2 e raiz quadrada de 3, ambos os números são IRRACIONAIS, e o produto deles resulta um número IRRACIONAL, o que contraria o enunciado da questão. Logo esta assertiva está **errada**.

**Gabarito: A**

---

**(Exercício Modelo) Questão 04**

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, x, y e 1. Qual a posição do número xy?




a) À esquerda de 0.
b) Entre 0 e x.
c) Entre x e y.
d) Entre y e 1.
e) À direita de 1

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

Pelo simples fato de os números x e y estarem entre os números 0 e 1, já me dá a certeza de que x e y são positivos. Isso ajuda sobremaneira, pois o produto de dois números positivos resulta sempre um número positivo, o que nos faz **excluir a assertiva da letra a.**

Agora, vamos analisar as próximas a partir de contraexemplos (que nada mais é que tentar encontrar fatos que contrariam a hipótese geral), ok? Para isso, imaginemos x=0,2 e y=0,7. Assim:

$$x.y = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$$

Agora sim, fica fácil perceber que o produto de dois números compreendidos entre 0 e 1, sempre resultará num valor inferior ao menor deles.

Desta forma, podemos afirmar que o produto x.y estará sempre entre 0 e x.

**Gabarito: B**

---

**(Exercício Modelo) Questão 05**

Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

f) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.

g) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma P/q, onde p e q são inteiros, $q \neq 0$.

h) O número real representado por 0,37222... é um número racional.

i) Toda raiz de uma equação algébrica do $2^0$ grau é um número real.

j) O quadrado de qualquer número real é um número racional

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

- a) - Alternativa **errada**, pois esta definição ocorre no conjunto dos números Naturais. Podemos destacar que este número no caso é ZERO.
- b) - Alternativa **errada**, pois raiz quadrada de 2 é um número irracional, logo não pode ser posto na forma de fração.
- c) - Alternativa **certa**, pois o número em questão é uma espécie de dízima periódica composta, que é um exemplo de número racional.
- d) - Alternativa **errada**, pois caso a equação algébrica possua um valor negativo, esta raiz quadrada não pertencerá ao conjunto dos reais, mas sim, dos Complexos.

- e) - Alternativa **errada**, pois o quadrado da raiz cúbica de dois, é igual a raiz cúbica de quatro, não eliminado assim a raiz.

**Gabarito: C**

---

**(Exercício Modelo) Questão 06**

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

e) 1

**Comentário:**

Para o maior valor de x/y, o x tem que ter seu valor máximo e o y seu valor mínimo, e de acordo com os intervalos, temos: x = 10 e y = 20. Assim, o maior valor de x/y será:

$$10/20 = 1/2 = 0{,}5.$$

**Gabarito: A**

---

**(Exercício Modelo) Questão 07**

Considere os conjuntos N, Z, Q e R e as afirmativas:

I. Zero pertence aos quatro conjuntos ( )

II. 1/2 não pertence aos conjuntos N e Z ( )

III. -1 somente não pertence a N ( )

IV. 0,333... não pertence somente a Q ( )

V. $\sqrt{2}$ pertence somente a R ( )

Colocando V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas, na ordem certa, a resposta é:

a) F, F, V, V, F

b) F, V, V, F, F

c) V, V, V, V, F

d) V, V, V, F, V

e) F, F, F, V, V

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das assertivas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado pede. Ressalto ainda que os conjuntos N, Z, Q e R, são, respectivamente, conjunto dos Naturais, Inteiros, Racionais e Reais.

- I- Assertiva **certa**, pois o ZERO é um número natural, logo, também será Inteiro, Racional e Real.
- II- Assertiva **certa**, pois 1/2 (0,5) é um número racional, não inteiro nem natural, pelo simples fato de possuir casas decimais após a vírgula.
- III- Assertiva **certa**, pois o número -1, por ser negativo, não pertence ao conjunto dos números Naturais, que são elementos não negativos e que não possuam casas decimais.
- IV- Assertiva **errada**, pois 0,333... por ser uma dízima periódica, pertence sim ao conjunto dos Racionais.
- V- Assertiva **certa**, pois raiz quadrada de dois é um número Irracional, ou seja, pertence também ao conjunto do Reais.

**Gabarito: D**

---

**(Exercício Modelo) Questão 08**

Classificando-se as afirmativas abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa),

I. Todo número natural é inteiro.

II. Todo número racional é inteiro

III. Todo número racional é real.

IV. Todo número irracional é real.

V. Todo número real é racional.

Qual sequência abaixo é correta?

a) V,V,F,V,F

b) V,F,V,F,F

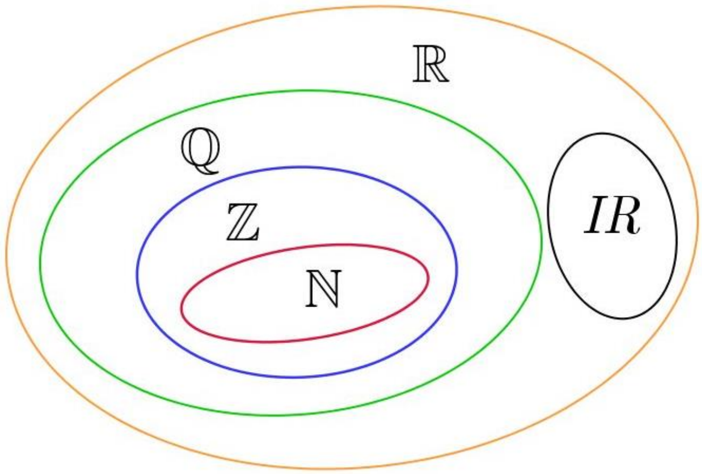
c) V,V,V,F,F

d) V,F,F,V,V

e) V,F,V,V,F

**Comentário:**

Como a questão aborda relação de inclusão de Conjuntos Numéricos, nada melhor que analisar cada afirmativa tendo por base um Diagrama geral destes conjuntos.




Podemos extrair algumas conclusões a partir deste modelo de diagrama:

- I- Assertiva **certa**, pois o conjunto dos naturais está contido no conjunto dos inteiros
- II - Assertiva **errada**, pois o conjunto dos racionais não está contido no conjunto dos inteiros
- III - Assertiva **certa**, pois o conjunto dos racionais não está contido no conjunto dos reais.
- IV - Assertiva **certa**, pois o conjunto dos irracionais está contido no conjunto dos reais.
- V - Assertiva **errada**, pois o conjunto dos reais não está contido no conjunto dos racionais.

**Gabarito: E**

---

**(Exercício Modelo) Questão 9**

Sejam p e q números reais. A esse respeito, assinale a opção correta.

f) $p < 0 => \sqrt{p^2} = p$

g) p e q são pares = > p . q é ímpar

h) $p \cdot q = 0 > p \neq 0$ e $q \neq 0$

i) $p \cdot q > 0 =>$ p e q têm sinais contrários

j) $p^2 = q^2 => p = q$ ou $p = -q$

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

- a) - Alternativa **errada**, pois se p for negativo, isso implica o resultado da sua raiz quadrada ser em módulo, ou seja, igual ao simétrico de p. Assim, $p < 0 => \sqrt{p^2} = -p = |p|$.

- b) - Alternativa **errada**, pois o produto de pares sempre resulta um número par.

- c) - Alternativa **errada**, pois quando o produto de dois números resulta zero, é possível afirmar que ao menos um deles será zero. Esta conclusão surge do Princípio da Anulação.

- d) - Alternativa **errada**, pois para o produto de dois números resultarem um valor positivo isso implica dizer que estes números precisam ter sinais iguais.

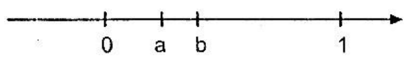
- e) - Alternativa **certa**, pois quando estivermos diante de uma igualdade, em que os números estão elevados a uma potência de índice par, é necessário ter no resultado o valor do próprio número e do seu oposto. Isso se explica pelo simples fato de qualquer número positivo ou negativo elevados a um expoente par, o resultado será um valor positivo.

**Gabarito: E**

---

**(EEAr) Questão 10**

Na figura abaixo estão representados os números reais 0, a, b e 1.




É falso afirmar que:

a) 1/a > 1/b

b) a . b < a

c) b/a < 1

d) a – b < 0

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de mais uma questão sobre números reais compreendidos entre 0 e 1.

Para resolver esta questão utilizaremos a técnica do contraexemplo. Assim, imaginemos a=0,2 e b=0,5. Agora, vamos testar cada assertiva.

- a) - Alternativa **certa**, pois 1/0,2 = 10/2 = 5 e 1/0,5 = 10/5 = 2. Desta forma temos como verdade que 5 > 2. Por consequência, 1/a > 1/b.

- b) - Alternativa **certa**. Já sabemos que sempre será verdade, pois: 0,2.0,5 = 0,01 , que é menor que 0,2.

- c) - Alternativa **errada**, pois: 0,5/0,2 = 5/2 = 2,5 , que é maior que 1 e não menor como a questão nos apresenta.

- d) - Alternativa **certa**, pois pelo simples fato do elemento ***a*** estar mais próximo do zero, já implica ele ser menor que ***b***, e por consequência, a diferença ***(a – b)*** ser também menor que zero.

**Gabarito: C**

**(EsPCEx) Questão 11**

É correto afirmar que:

f) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.

g) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

h) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.

i) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.

j) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **errada**, pois a diferença não é fechada no conjunto dos números naturais.
- b) - Alternativa **errada**, pois o quociente não é fechado no conjunto dos naturais.
- c) - Alternativa **certa**, pois a soma é fechada no conjunto dos números racionais.
- d) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais.
- e) - Alternativa errada, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais.

**Gabarito: C**

---

**(Exercício Modelo) Questão 12**

Marque a alternativa INCORRETA:
a) se x e y são números racionais, então $x+y$ é um número racional;
b) se x e y são números irracionais, então $x+y$ é um número irracional;
c) se x e y são números racionais, então $x \cdot y$ é um número racional;
d) se x é um número racional e y é um número irracional, então $x+y$ é um número irracional.

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **certa**, pois a soma é fechada no conjunto dos números racionais.
- b) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais. Tendo como contraexemplo $x=\sqrt{2}+1 \in I$ e $y=1-\sqrt{2} \in I$, porém $x+y=2 \in \mathbb{Q}$.
- c) - Alternativa **certa**, pois o produto é fechado no conjunto dos racionais.
- c) - Alternativa **certa**, pois o produto é fechado no conjunto dos racionais.

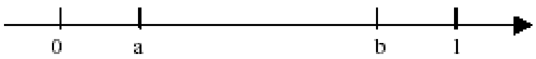
- d) - Alternativa **certa**, pois a operação soma de racionais com irracionais, resultará sempre um número irracional. Vamos a um exemplo: $(\sqrt{2})-(1)=(\sqrt{2}-1)\notin Q$.

**Gabarito: B**

---

**(Exercício Modelo) Questão 13**

Na reta numérica abaixo, estão representados os números reais $0$, $a$, $b$ e $1$.




Representando o produto $a\cdot b$ nesta reta numérica, ele ficará:

a) à direita de $1$.

b) entre $b$ e $1$.

c) entre $a$ e $b$.

d) entre $0$ e $a$.

e) à esquerda de $0$.

**Comentário:**

Ressalto que se trata de mais uma questão sobre números reais compreendidos entre 0 e 1.

Segue uma das formas de solução:

$$0<a<1\wedge 0<b<1\Rightarrow 0\cdot a<b\cdot a<1\cdot a\Leftrightarrow 0<ab<a$$

Note que como $a>0$ o sinal da desigualdade não muda ao multiplicarmos todos os termos por $a$.

**Gabarito: D**

---

**(Exercício Modelo) Questão 14**

Atribuindo a cada enunciado os valores V ou F temos

I) (   ) Todo número irracional é um número decimal ilimitado.

II) (   ) Todo número racional é um número decimal ilimitado.

III) (   ) Todo número decimal ilimitado é um número real.

IV) (   ) Todo número decimal limitado é um número racional.

V) (   ) Todo número decimal ilimitado aperiódico é um número irracional.

Conclui-se que:

a) o segundo é verdadeiro e o quinto é falso.

b) os três últimos são verdadeiros.

c) somente o quinto é verdadeiro.

d) o segundo e o terceiro são verdadeiros.

**Comentário:**

I) V – Todo irracional é representado por uma dízima não periódica, logo é um decimal ilimitado.

II) F – Há números racionais que possuem representações decimais exatas.

III) V – Os números decimais ilimitados podem ser racionais, quando periódicos, ou irracionais, quando não periódicos, em ambos os casos serão sempre reais.

IV) V – Todo decimal limitado pode ser representado como uma fração cujo denominador é uma potência de 10 (fração decimal), logo são números racionais.

V) V – As dízimas não periódicas são números irracionais, como visto em nossa teoria.

**Gabarito: B**

---

**(CMRJ – 2011) Questão 15**

Dentre as afirmativas abaixo, assinale a FALSA.

a) Seja $a$ um número real não nulo. Então, $a^{-1} \in \mathbb{R}$.

b) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

c) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

d) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

e) Todo número real negativo possui inverso.

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

a) Alternativa **verdadeira**, pois: o inverso de um número real não nulo também é um número real, pois o conjunto dos reais é fechado em relação à divisão.

b) Alternativa **falsa**, pois: utilizando como forma de resolução o contraexemplo, temos: $\left(\sqrt{-2}\right)^2 \notin \mathbb{R} \Rightarrow \left(\sqrt{-2}\right)^2 \neq -2$. Lembro-vos que a raiz quadrada de qualquer número o seu resultado deverá sair em módulo.

c) Alternativa **verdadeira**, pois: Seja o número $k$, seu antecessor é $(k-1)$ e o sucessor desse número é $(k-1)+1=k$.

d) Alternativa **verdadeira**, pois: $\dfrac{(-1)+(-2)}{2}=-1,5\notin \mathbb{Z}$

e) Alternativa verdadeira, pois: o inverso de um número real negativo (e, por conseguinte, não nulo) também é um número real, pois o conjunto dos reais é fechado em relação à operação divisão.

**Gabarito: B**

---

**(CN – 1999) Questão 16**

Dos números:

I) $0,4333...$

II) $0,101101110...$

III) $\sqrt{2}$

IV) O quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma mesma circunferência.

São racionais:

a) Todos

b) Nenhum

c) Apenas 1 deles

d) Apenas 2 deles

e) Apenas 3 deles

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das assertivas para descobrir qual delas expressa com exatidão a resposta correta dada nas alternativas.

I) $0,4333... = \frac{43-4}{90} = \frac{39}{90} \in \mathbb{Q}$

II) $0,101101110... \notin \mathbb{Q}$ , pois trata-se de uma dízima não periódica, ou seja, não possui o período.

III) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

IV) $\frac{2\pi R}{2R} = \pi \notin \mathbb{Q}$

**Gabarito: C**

---

**(Exercício Modelo) Questão 17**

Assinale a afirmativa verdadeira.

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número racional.

d) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

e) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

**Comentário:**

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **errada**, pois a soma não é fechada no conjunto dos números irracionais. Temos como contraexemplo: $(\sqrt{2}+1)+(4-\sqrt{2}) = 5 \in Q$

- b) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais. Tendo como contraexemplo $\sqrt{8}.\sqrt{8}=\sqrt{64}=8\in Q$
- c) - Alternativa **errada**, pois raiz quadrada de 1 é igual a 1, logo, racional e não irracional como diz a questão.

- d) - Alternativa **certa**, pois a operação diferença de racionais com irracionais, resultará sempre um número irracional. Vamos a um exemplo: $(1)-(\sqrt{3})=(1-\sqrt{3})\notin Q$.

**Gabarito: D**

---

**(Exercício Modelo) Questão 18**

Quaisquer que sejam o racional $x$ e o irracional $y$, pode-se dizer que:

a) $x\cdot y$ é irracional

b) $y\cdot y$ é irracional

c) $x+y$ é racional

d) $x-y+\sqrt{2}$ é irracional

e) $x+2y$ é irracional

**Comentário**:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

- a) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo: $0.\sqrt{2}=0\in Q$
- b) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo $\sqrt{8}.\sqrt{8}=\sqrt{64}=8\in Q$
- c) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo $(1)+(\sqrt{2})=(1+\sqrt{2})\notin Q$
- d) - Alternativa **errada**, pois temos contraexemplo: $(1+\sqrt{2})-\sqrt{2}=1\in Q$.
- e) - Alternativa **certa**, pois temos como contraexemplo $(1)+(\sqrt{2})=(1+\sqrt{2})\notin Q$

**Gabarito: E**

**(CMRJ – 2010) Questão 19**

Se $x$, $y$ e $z$ são números racionais e $z = \frac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}}$, então

a) $x = y^2$

b) $x + y = 3$

c) $\frac{x}{y} = 2$

d) $x - y = 1$

e) $xy = -2$

**Comentário:**

Vamos à resolução desta questão bastante interessante.

$$z = \frac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}} \Leftrightarrow yz - z\sqrt{3} = 2 + x\sqrt{3} \Leftrightarrow (yz - 2) - (x + z)\sqrt{3} = 0$$

$$x, y, z \in \mathbb{Q} \Rightarrow x + z = 0 \wedge yz - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x + z = 0 \Leftrightarrow z = -x \\ yz - 2 = 0 \Rightarrow y \cdot (-x) - 2 = 0 \Leftrightarrow xy = -2 \end{cases}$$

Perceba que o “pulo do gato” é saber que a diferença de um número racional com outro número, só será racional se este último também for racional. Logo, o valor que está multiplicando a raiz quadrada de 3 deverá ser igual a zero.

**Gabarito: E**

**(EPCAr – 1999) Questão 20**

Seja x um número racional qualquer e y um irracional qualquer. Analise as proposições abaixo e marque a alternativa correta.

I) $(\sqrt{2} \cdot x)$ pode ser racional.

II) $y^2$ é sempre irracional.

III) $y^3$ nem sempre é irracional.

IV) $\sqrt{x}$ é sempre um número real.

São verdadeiras somente as proposições

a) I e IV

b) II e III

c) I e III

d) II e IV

### Comentário

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

I) Assertiva **verdadeira**: se $x = 0$ então $\sqrt{2} \cdot x = 0$ é racional.

II) Assertiva **falsa**: se $y = \sqrt{2}$ então $y^2 = 2 \in \mathbb{Q}$

III) Assertiva **verdadeira**: se $y = \sqrt[3]{2}$ então $y^3 = 2 \in \mathbb{Q}$

IV) Assertiva **falsa**: se $x < 0$ então $\sqrt{x} \notin \mathbb{R}$

**Gabarito: C**

---

**(AFA – 2002) Questão 21**

Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

a) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{R},\ \sqrt{(x+y)^2} = x + y$

b) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z}^*$, se $\frac{x}{y}$ é inteiro, então $\frac{y}{x}$ é inteiro

c) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z},\ \frac{x+y}{1+x}$ é um número racional

d) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z},\ \frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional

### Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

a) Assertiva **falsa**, pois : $\sqrt{(x+y)^2}=|x+y|$ . Contraexemplo: $\sqrt{((-1)+(-2))^2}=3\neq -3=(-1)+(-2)$

b) Assertiva **falsa**. Contraexemplo: $x=4 \text{ e } y=2 \Rightarrow \frac{x}{y}\in\mathbb{Z} \text{ e } \frac{y}{x}\notin\mathbb{Z}$

c) Assertiva **falsa**. Contraexemplo: $x=-1\Rightarrow \frac{x+y}{1+x}\notin\mathbb{Q}$

d) Assertiva **verdadeira**. $x,y\in\mathbb{Z}\Rightarrow x+y\in\mathbb{Z} \text{ e } 1+x^2\in\mathbb{Z}^* \Rightarrow \frac{x+y}{1+x^2}\in\mathbb{Q}$

**Gabarito: D**

---

22 (FN 2003) – Se trocarmos o dígito 3 pelo dígito 8 no número 1.345, qual será o aumento desse número?

a) 5

b) 500

c) 545

d) 800

**Comentário:**

$\begin{matrix} N=1345 \\ M=1845 \end{matrix} \rightarrow M-N=$ Descobrimos o aumento com a subtração do maior pelo menor.

Assim:

$$1845-1345=500.$$

**Gabarito: B**

---

23 (FN 2003) – Em uma escola 5/8 dos estudantes são meninas e 360 meninos. Qual é o número total de estudantes dessa escola?

a) 1300

b) 960

c) 860

d) 720

**Comentário:**

Total de alunos = x.

Desses alunos, existem meninos e meninas, assim: Meninas = $\frac{5x}{8}$ ; Meninos = 360

Sabemos que, total de **alunos = meninos + meninas**, logo:

$$x = \frac{5x}{8} + 360$$

Multiplicando toda a equação por 8 temos:

$$8x = 5x + 8 \cdot 360$$

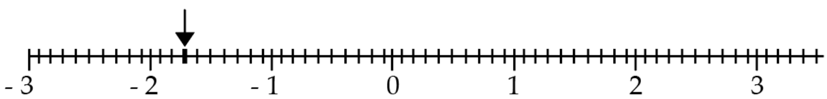
$$3x = 8 \cdot 360$$

$$x = \frac{8 \cdot \cancel{360}}{\cancel{3}} \Rightarrow 8 \cdot 120 \Rightarrow x = 960.$$

**Gabarito: B**

---

24 (FN 2003) – O número decimal correspondente ao ponto assinalado na reta numerada da figura abaixo é:




a) 2,3

b) – 1,7

c) – 2,03

d) – 2,3

**Comentário:**

Entre – 2 e – 1 temos um segmento de reta cuja medida vale 1.

Essa medida está dividida em 10 pedaços, logo, cada um vale 0,1.

Saindo do ponto – 1 até a seta indicada, andamos 7 pedaços, logo, 0,7 de medida.

Assim, – 1 adicionado a – 0,7 temos: – 1,7.

**Gabarito: B**

---

25 (FN 2005) –

©x 10 = Ï x 100 = Ï : 1000 = Ï x 10 = ®

Se C é um número diferente de zero, então:

a) C = R

b) R = 10

c) C = 10

d) C = 10 R

e) R = 10 C

**Comentário:**

Perceba que a questão diz, pegue um número C depois:

- multiplique por 10, do resultado

- multiplique por 100, do resultado

- divida por 1000, do resultado

- multiplique por 10. Este resultado final é igual a R.

Veja que, em expressão temos:

$$\frac{C \times 10 \times 100}{1000} \times 10 = R$$

$$\frac{C\cdot 1\cancel{000}}{1\cancel{000}}\cdot 10=R\Rightarrow R=10C$$

**Gabarito: E**

26 (FN 2005) –

| | |
|---|---|
| - 8 º N | 16 /4 º Z |
| √- 9 º Z | ð º Q |

Observe as sentenças acima e responda quantas são verdadeiras.

a) Somente uma.

b) Somente duas.

c) Somente três.

d) As quatro.

e) Nenhuma.

**Comentário:**

$-8\in\mathbb{N}$: falso. Nos naturais não temos números negativos.

$\sqrt{-9}\in\mathbb{Z}$: falso. Raiz de índice par de um número negativo não pertence aos reais, logo, também não é inteiro.

$\frac{16}{4}\in\mathbb{Z}$: **verdadeiro**. Na verdade, o exemplo dado é uma fração aparente que corresponde ao número 4.

$0\in\mathbb{Q}$: **verdadeiro**. O número 0 (zero) é natural, inteiro e racional.

**Gabarito: B**

27 (FN 2008) – Sabendo que $x=10-(-8):(+4)$ e $y=25:(-25)-4:(+4)$, qual é o valor de $x-y$?

a) 6

b) 8

c) 10

d) 12

e) 14

**Comentário:**

Lembrando que entra as operações fundamentais, a divisão e multiplicação prevalece sobre a adição ou subtração. Assim, devemos realizar na expressão abaixo a divisão por primeiro. Veja:

$$x = 10 - (-8) : (+4)$$
$$x = 10 - [(-8) : (+4)]$$
$$x = 10 - [-2] \therefore x = 10 + 2 = 12$$

$$y = 25 : (-25) - 4 : (+4)$$
$$y = [25 : (-25)] - [4 : (+4)]$$
$$y = -1 - (1) \therefore y = -2$$

Assim $x - y \Rightarrow 12 - (-2) \Rightarrow 14$

**Gabarito: E**

---

28 (FN 2008) – Sabe-se que a e b são dois números naturais diferentes de zero, tais que a = b. Nessas condições a igualdade correta é:

a) $a : b = 1$

b) $a \times b = 0$

c) $a : b = 0$

d) $a + b = 0$

e) $a - b = 1$

**Comentário:**

Se $a = b$, com a e b diferentes de zero, então, é possível dividir toda a equação por a ou b, assim:

$$a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a : b = 1.$$

**Gabarito: A**

---

29 (FN 2011) – Ordenando os números racionais $p=\frac{13}{24}$, $q=\frac{2}{3}$ e $r=\frac{5}{8}$, conclui-se que:

a) p < r < q

b) q < p < r

c) r < p < q

d) q < r < p

e) r < q < p

**Comentário:**

Na comparação entre fração, devemos deixar todos os números racionais ou com o numerador igual ou com o denominador, para aí sim podermos comparar, lembra?! Assim, o ideal é deixarmos todas as frações com o denominador 24, pois é o mais conveniente. Veja:

$p=\frac{13}{24}$

$q=\frac{2}{3}$ ou seja, multiplicado por 8: $\frac{16}{24}$ ; esta fração é a equivalente da fração q.

$r=\frac{5}{8}$ ou seja, multiplicado por 3: $\frac{15}{24}$ ; esta fração é equivalente da fração r.

Agora, todas com o mesmo denominador, será menor a fração que possuir o menor denominador. Veja:

$$\frac{13}{24}<\frac{15}{24}<\frac{16}{24}\Leftrightarrow p<r<q$$

**Gabarito: A**

---

30 (FN 2011) – O conjunto $A=\{-4,-3,-2,-1,0,1\}$ pode ser representado por:

a) $\{x\in Z \mid -4<x<1\}$

b) $\{x\in Z \mid -4<x\leq 1\}$

c) $\{x\in Z \mid -4\leq x\leq 1\}$

d) $\{x\in Z \mid -4\leq x<1\}$

e) $\{x \in Z \mid +4 < x < 1\}$

**Comentário:**

Temos que o conjunto A é dado por:

$$A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

Perceba que o conjunto A possui números inteiros com extremidades – 4 e 1, logo:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 \leq x \leq 1\}$$

**Gabarito: C**

---

31 (FN 2012) – Determine quais das opções abaixo são números irracionais.

(I) 9,3215321532...

(II) $-\sqrt{3}$

(III) 0,1717717711...

(IV) $5\pi$

a) I

b) II e IV

c) III e IV

d) I, II e III

e) II, III e IV

**Comentário:**

São irracionais os números que são dízimas não periódicas, ou seja, não podem ser expresso por meio de fração de inteiros.

Assim:

I: $9,\underbrace{3215}\underbrace{3215}_{\text{período}}\underbrace{32\ldots} \Rightarrow \in \mathbb{Q}$

II: $-\sqrt{3} \Rightarrow \in I$

III: $0{,}1717717711\ldots \Rightarrow I$

IV: $5\pi \Rightarrow \in I$

**Gabarito: E**

---

32 (FN 2012) – Os números $3\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{9}$ são representados por $\underline{x}$ e $\underline{y}$, isto é, $x = 3\frac{1}{2}$ e $y = \frac{4}{9}$. Determine o valor de $x \cdot y$:

a) $\frac{14}{9}$

b) $\frac{12}{18}$

c) 6

d) $\frac{7}{3}$

e) $\frac{7}{8}$

**Comentário:**

Questão que trata de transformação de número misto em fração imprópria, lembra? Vemos a sua resolução!

$$3\frac{1}{2} \Rightarrow 3 + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} \Rightarrow \frac{7}{2} = x$$

Se $y = \frac{4}{9}$, então: $x \cdot y = \frac{7}{{}_{1}\cancel{2}} \cdot \frac{{}^{2}\cancel{4}}{9} = \frac{14}{9}$

**Gabarito: A**

---

33 (FN 2012) – Determine a fração que deu origem à dízima periódica 0,232323...

a) $\frac{23}{9}$

b) $\frac{23}{99}$

c) $\frac{230}{999}$

d) $\frac{2,3}{10}$

e) $\frac{23}{10}$

**Comentário:**

Para encontrarmos a fração geratriz dessa dízima periódica, vamos utilizar o método prático, ok? Vamos nessa então!

$$x = 0,232323\ldots$$

Temos que $\Rightarrow F = \frac{N° - \text{parte inteira}}{99\ldots9}$

$$F = \frac{23-0}{99} \Rightarrow \frac{23}{99}.$$

**Gabarito: B**

---

34 (FN 2013) – Assinale o número irracional.

a) $\sqrt{144}$

b) $\sqrt{37}$

c) $\sqrt[8]{1}$  d) $\sqrt[3]{27}$

e) $-\sqrt{81}$

**Comentário:**

Analisando alternativa a alternativa, podemos classificar cada número, a partir da simplificação de radicais (tema a ser estudado mais a frente, não se preocupe). Veja:

$\sqrt{144} \Rightarrow \sqrt{12^2} \rightarrow 12 \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{37} \Rightarrow \in \mathrm{I}$, pois 37 é primo, logo não pode sair do radical.

$\sqrt[8]{1} \Rightarrow 1 \in \mathbb{Q}$

$\sqrt[3]{27} \Rightarrow \sqrt[3]{3^3} \Rightarrow 3 \in \mathbb{Q}$

$-\sqrt{81} \Rightarrow -\sqrt{9^2} \Rightarrow -9 \in \mathbb{Q}$

**Gabarito: B**

35 (FN 2019) – O número $\pi$, representado pela dízima não periódica 3,141592..., é um número que:

a) $\pi \in \mathbb{N}$

b) $\pi \notin \mathbb{R}$

c) $\pi \in \mathbb{Q}$

d) $\pi \in \mathrm{I}$

e) $\pi \in \mathbb{Z}$

**Comentário:**

Já sabemos que o $\pi$ é um número irracional, ou seja, uma dízima não periódica.

Assim: $\pi \in \mathrm{I}$

**Gabarito: D**

36 (FN 2019) – Qual o valor da expressão $25 - \{3 \times 17 - [10 + 6 \times (8 - 4 \times 2) + 2 + 3] - 4 \times 4\} : 5$ ?

a) 42

b) 23

c) 21

d) 13

e) 10

**Comentário:**

**Fazendo as operações na ordem correta, ou seja, resolvendo o que está entre parêntes, depois o que está entre colchetes, depois o que está entre chaves, temos:**

$$25 - \{3 \times 17 - [10 + 6x(8 - 4 \times 2) + 2 + 3] - 4 \times 4\} : 5$$
$$25 - \{51 - [10 + 6x(8 - 8) + 5] - 16\} : 5$$
$$25 - \{51 - [10 + 6 \cdot 0 + 5] - 16\} : 5$$
$$25 - \{51 - 15 - 16\} : 5$$
$$25 - \{50\} : 5 \Rightarrow 25 - 4 \Rightarrow 21$$

Perceba que é preciso obedecer a ordem dos operadores matemáticos que representam as operações matemática, ou seja: multiplicação e divisão tem precedência em relação à adição e à subtração. Você pode estar se perguntando: “mas e entre cada uma delas, qual eu resolvo primeiro? ”. Eu respondo que, neste caso, a ordem deve ser feita quem vier primeiro, ou seja, da esquerda para a direita.

**Gabarito: C**

---

**É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 01. Espero que tenham gostado!**

**Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!**

**Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!**

**AHHH...RESSALTO QUE IREI LANÇAR UM PDF COMPLEMENTAR A ESTE COM MAIS QUESTÕES, INCLUINDO MAIS QUESTÕES DA SUA PROVA, PARA QUE POSSA EXERCITAR MAIS E MAIS!!**

**Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:**

**Fale comigo!**

| | | |
|---|---|---|
| ***@profismael_santos*** | ***Ismael Santos*** | ***@IsmaelSantos*** |

**Vamos que vamos! Fé na missão!**