RAÍZES COMPLEXAS

1. INTRODUÇÃO

Vamos resolver a seguinte equação $x^2 - 2x + 2 = 0$:

2. TEOREMA

Se uma equação algébrica de coeficientes reais admite como raiz o número complexo $z = a + bi, (b \neq 0)$, então essa equação também admite como raiz o número $\bar{z} = a - bi$, conjugado de z.

NOTA:

- Se o número complexo $z = a + bi, (b \neq 0)$, é raiz com multiplicidade m de uma equação algébrica, então seu conjugado $\bar{z} = a - bi$, também é raiz com multiplicidade m dessa equação.
- As raízes complexas sempre ocorrem aos pares (z e $\bar{z}$). Dessa forma, uma equação de grau ímpar apresenta ao menos uma raiz real.

EXEMPLO 1:

A equação $x^2 + mx + n = 0$, com m e n reais, admite $5 - 2i$ como raiz. Qual é a outra raiz dessa equação e o valor de m e n?

EXEMPLO 2:

Resolva a equação $x^3 - 9x^2 + 52x - 102 = 0$, sabendo que $3 + 5i$ é uma de suas raízes.

EXEMPLO 3:

Escreva a equação algébrica de grau mínimo e coeficientes reais que admite i como raiz dupla e 3 como raiz simples.

EXEMPLO 4:

O gráfico a seguir representa a função polinomial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, crescente para todo $x \in \mathbb{R}$ e definida por $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + p$ com coeficientes reais. Sabendo que uma das raízes de f é $-i$, obtenha o valor de $f(2)$.