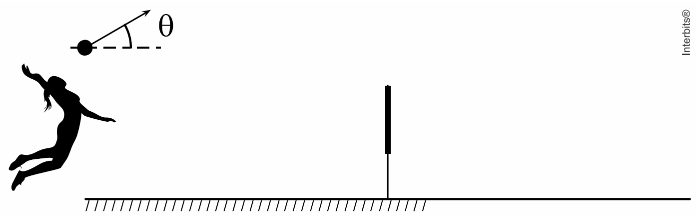
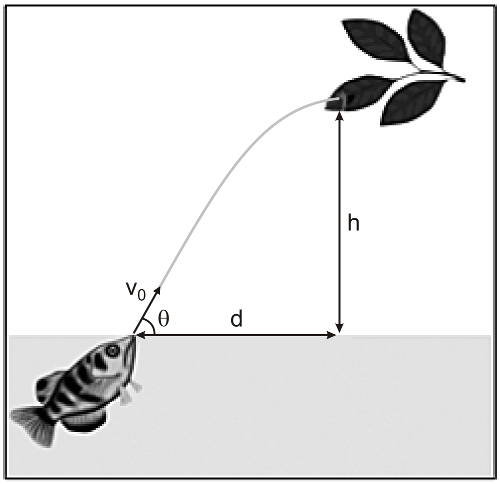
1. (Ita 2018) Numa quadra de volei de 18 m de comprimento, com rede de $2{,}24\text{ m}$ de altura, uma atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a $3{,}0\text{ m}$ de altura, num ângulo θ de $15°$ com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede. Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com 12 m/s de velocidade inicial, a bola



a) bate na rede.
b) passa tangenciando a rede.
c) passa a rede e cai antes da linha de fundo.
d) passa a rede e cai na linha de fundo.
e) passa a rede e cai fora da quadra.

2. (Ufg 2014) Os peixes da família *Toxotidae,* pertencentes à ordem dos Perciformes, naturais da Ásia e da Austrália, são encontrados em lagoas e no litoral. Eles são vulgarmente chamados de *peixes-arqueiros* pela peculiar técnica de caça que utilizam. Ao longo da evolução, tais peixes desenvolveram a extraordinária habilidade de atingir suas presas, geralmente insetos que descansam sobre ramos ou folhas próximos à superfície da água, por meio de um violento jato de água disparado pela boca. Para acertar seus alvos com tais jatos de água, instintivamente os peixes levam em conta tanto a refração da água quanto o ângulo de saída do jato em relação à superfície da água. Conforme o exposto, considere um peixe-arqueiro que aviste um inseto a uma distância *d* e uma altura *h*, como indicado na figura.



Para os casos em que *h* = *d*,

a) calcule a distância horizontal aparente, ou seja, a distância da presa percebida pelo peixe-arqueiro devido à refração, supondo que a água possua um índice de refração $n = \sqrt{2}$;
b) determine uma expressão para o módulo da velocidade inicial v_0 do jato de água emitido pelo peixe-arqueiro em função de *d* e da aceleração da gravidade *g*, supondo que a velocidade inicial forme um ângulo $\theta = 60°$ com a superfície da água.

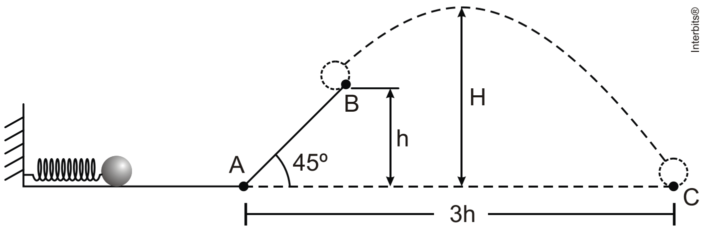
3. (Esc. Naval 2014) Um artefato explosivo é lançado do solo com velocidade inicial v_0 fazendo um ângulo de $30°$ com a horizontal. Após $3{,}0$ segundos, no ponto mais alto de sua trajetória, o artefato explode em duas partes iguais, sendo que uma delas (fragmento A) sofre apenas uma inversão no seu vetor velocidade. Desprezando a resistência do ar, qual a distância, em metros, entre os dois fragmentos quando o fragmento A atingir o solo?

Dados:

$\text{sen}30° = 0,5$
$\cos 30° = 0,9$
$g = 10\,m/s^2$

a) 280
b) 350
c) 432
d) 540
e) 648

4. (Epcar (Afa) 2013) Uma pequena esfera de massa *m* é mantida comprimindo uma mola ideal de constante elástica *k* de tal forma que a sua deformação vale *x*. Ao ser disparada, essa esfera percorre a superfície horizontal até passar pelo ponto A subindo por um plano inclinado de 45° e, ao final dele, no ponto B, é lançada, atingindo uma altura máxima H e caindo no ponto C distante *3h* do ponto A, conforme figura abaixo.

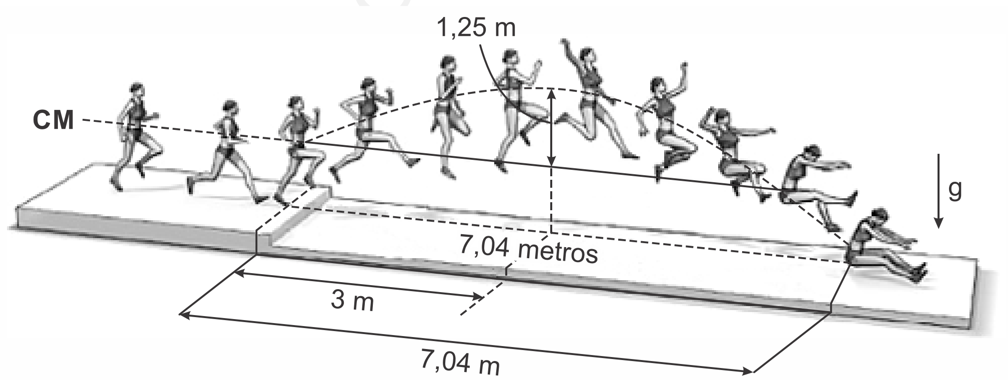


Considerando a aceleração da gravidade igual a *g* e desprezando quaisquer formas de atrito, pode-se afirmar que a deformação *x* é dada por

a) $\left(\frac{3}{5}\frac{mgh}{k}\right)^{1/2}$
b) $2\frac{h^2k}{mg}$
c) $\left(\frac{5}{2}\frac{mgH}{k}\right)^{1/2}$
d) $\left(3\frac{H^2k}{mg}\right)^{1/2}$

5. (Fuvest 2009) O salto que conferiu a medalha de ouro a uma atleta brasileira, na Olimpíada de 2008, está representado no esquema a seguir, reconstruído a partir de fotografias múltiplas. Nessa representação, está indicada, também, em linha tracejada, a trajetória do centro de massa da atleta (CM).

Utilizando a escala estabelecida pelo comprimento do salto, de $7,04\text{ m}$, é possível estimar que o centro de massa da atleta atingiu uma altura máxima de $1,25\text{ m}$ (acima de sua altura inicial), e que isso ocorreu a uma distância de $3,0\text{ m}$, na horizontal, a partir do início do salto, como indicado na figura. Considerando essas informações, estime:



Desconsidere os efeitos da resistência do ar.

a) O intervalo de tempo t_1, em s, entre o instante do início do salto e o instante em que o centro de massa da atleta atingiu sua altura máxima.

b) A velocidade horizontal média, v_H, em m/s, da atleta durante o salto.

c) O intervalo de tempo t_2, em s, entre o instante em que a atleta atingiu sua altura máxima e o instante final do salto.

NOTE E ADOTE:
Desconsidere os efeitos da resistência do ar.

6. (Uerj 2009) Em uma região plana, um projétil é lançado do solo para cima, com velocidade de 400 m/s, em uma direção que faz 60° com a horizontal.

Calcule a razão entre a distância do ponto de lançamento até o ponto no qual o projétil atinge novamente o solo e a altura máxima por ele alcançada.

7. (Ita 2009) Considere hipoteticamente duas bolas lançadas de um mesmo lugar ao mesmo tempo: a bola 1, com velocidade para cima de 30 m/s, e a bola 2, com velocidade de 50 m/s formando um ângulo de 30° com a horizontal. Considerando g = 10 m/s², assinale a distância entre as bolas no instante em que a primeira alcança sua máxima altura.

a) $d = \sqrt{6250}$ m.

b) $d = \sqrt{2717}$ m

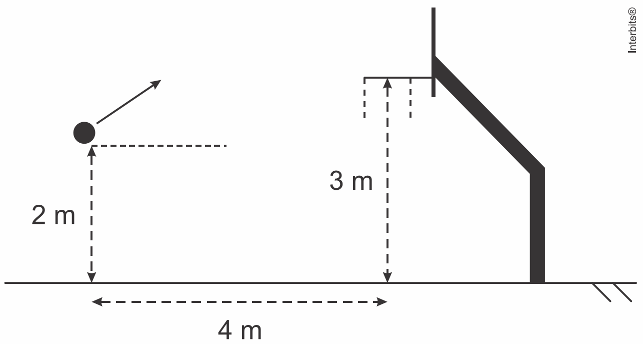
c) $d = \sqrt{17100}$ m

d) $d = \sqrt{19375}$ m

e) $d = \sqrt{26875}$ m

8. (Udesc 2009) Em uma partida de basquete, um jogador tem direito a realizar dois lances livres. O centro da cesta está situado a uma distância de $4{,}0\ m$ da linha de lançamento e a uma altura de $2{,}0\ m$ do solo, conforme a figura. A bola é lançada sempre a uma altura de $2{,}0\ m$ do solo. No primeiro lançamento, a bola é lançada com velocidade de $5{,}0\ m/s$, formando um ângulo de $30°$ com a horizontal, e não atinge a cesta. No segundo lançamento, a bola é lançada com uma velocidade desconhecida, formando um ângulo de $30°$ com a horizontal, e atinge a cesta.

Dados: $\cos 30° = 0{,}86$; $\operatorname{sen} 30° = 0{,}50$; $\tan 30° = 0{,}57$; $\cos^2 30° = 0{,}75$.



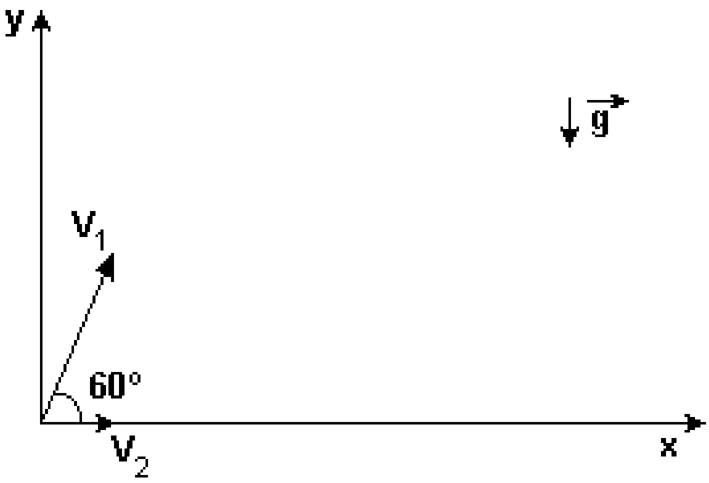
a) Determine o instante em que a altura máxima é atingida pela bola no primeiro lançamento.

b) Demonstre que a bola não atinge a cesta no primeiro lançamento.

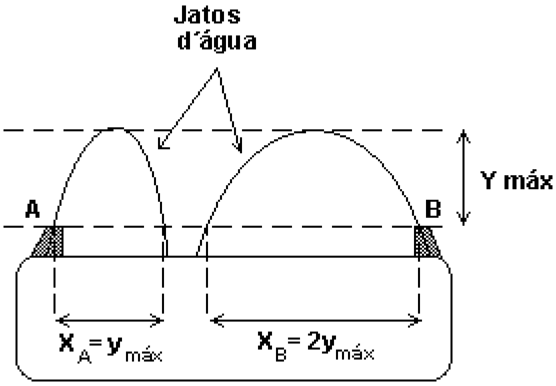
c) Determine a velocidade inicial da bola no segundo lançamento.

9. (Ufpe 2008) Em um dado instante, duas partículas de massas iguais são lançadas a partir da origem do sistema de coordenadas. A partícula 1 é lançada obliquamente, com velocidade de módulo V_1 = 20 m/s, segundo um ângulo de 60° com a horizontal (eixo x). A

partícula 2 é lançada horizontalmente, sobre uma superfície sem atrito, com velocidade de módulo V_2 = 10 m/s. Determine o módulo da velocidade do centro de massa do sistema das duas partículas, no instante em que a partícula 1 atinge o ponto mais alto de sua trajetória, em m/s.

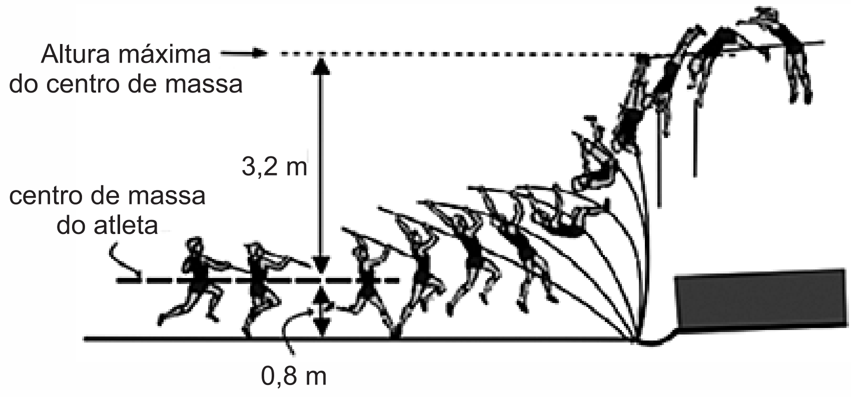


10. (Ufms 2008) Um bebedouro de água possui dois bicos de saída d'água, bico A e bico B, um em frente do outro, no mesmo nível e ambos alimentados pela mesma fonte. Os orifícios de saída de água nos bicos possuem diâmetros internos iguais e, quando acionados simultaneamente, a altura máxima (ymáx) alcançada pelos jatos d'água é igual. O alcance horizontal (x_A) do jato de água que sai do bico A é igual à altura máxima (ymáx). O alcance horizontal (x_B) do jato de água que sai do bico B é o dobro do alcance horizontal (x_A) do jato que sai do bico A, veja a figura. Considerando a água um fluído ideal e desprezando a resistência do ar, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).



01) As componentes vertical e horizontal, da velocidade de saída do jato d'água do bico B, são iguais.
02) A componente vertical, da velocidade de saída do jato d'água do bico A, é maior que sua componente horizontal.
04) Se, no bico A, temos uma vazão de saída de água igual a 1 litro/s, no bico B teremos uma vazão de saída de água igual a 2 litros/s.
08) A velocidade de saída, do jato d'água do bico B, faz um ângulo maior que 30° com a direção horizontal.
16) O tempo que um elemento de massa Δm de água, que saiu do bico B, permaneceu no ar é maior que o tempo que um elemento de massa Δm de água, que saiu do bico A, até atingirem o mesmo nível horizontal dos bicos.

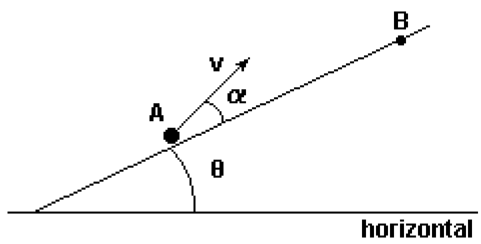
11. (Fuvest 2008) No "salto com vara", um atleta corre segurando uma vara e, com perícia e treino, consegue projetar seu corpo por cima de uma barra. Para uma estimativa da altura alcançada nesses saltos, é possível considerar que a vara sirva apenas para converter o movimento horizontal do atleta (corrida) em movimento vertical, sem perdas ou acréscimos de energia. Na análise de um desses saltos, foi obtida a sequência de imagens reproduzida a seguir. Nesse caso, é possível estimar que a velocidade máxima atingida pelo atleta, antes do salto, foi de, aproximadamente,



Desconsidere os efeitos do trabalho muscular após o início do salto.

a) 4 m/s
b) 6 m/s
c) 7 m/s
d) 8 m/s
e) 9 m/s

12. (Ufc 2007) Uma partícula pontual é lançada de um plano inclinado conforme esquematizado na figura a seguir. O plano tem um ângulo de inclinação è em relação à horizontal, e a partícula é lançada, com velocidade de módulo v, numa direção que forma um ângulo de inclinação á em relação ao plano inclinado. Despreze qualquer efeito da resistência do ar. Considere que a aceleração da gravidade local é constante (módulo igual a g, direção vertical, sentido para baixo).



a) Considerando o eixo x na horizontal, o eixo y na vertical e a origem do sistema de coordenadas cartesianas no ponto de lançamento, determine as equações horárias das coordenadas da partícula, assumindo que o tempo é contado a partir do instante de lançamento.

b) Determine a equação da trajetória da partícula no sistema de coordenadas definido no item (a).

c) Determine a distância, ao longo do plano inclinado, entre o ponto de lançamento (ponto A) e o ponto no qual a partícula toca o plano inclinado (ponto B). Considere á = $\frac{\pi}{12}$ e è = $\frac{\pi}{4}$.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

Pelas fórmulas de adição de arcos, podemos determinar o seno e o cosseno de $15°$.

$$\begin{cases} \text{sen}15° = \text{sen}(45° - 30°) = \text{sen}45°\cos 30° - \text{sen}30°\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{sen}15° = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \cong 0{,}26 \\ \cos 15° = \cos(45° - 30°) = \cos 45°\cos 30° + \text{sen}45°\text{sen}30° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2} \\ \cos 15° = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \cong 0{,}97 \end{cases}$$

As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial da bola serão:

$v_x = 12\cdot\cos 15° \Rightarrow v_x \cong 11{,}64\ \text{m/s}$

$v_y = 12\cdot\text{sen}15° \Rightarrow v_y \cong 3{,}12\ \text{m/s}$

Em x, do ponto de lançamento à rede, teremos:

$d_x = v_x t \Rightarrow 9 = 11{,}64\,t \Rightarrow t \cong 0{,}77\ \text{s}$

Em y, para o tempo acima, teremos:

$$d_y = d_{y_0} + v_y t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow d_y = 3 + 3{,}12\cdot 0{,}77 - \frac{10\cdot 0{,}77^2}{2} \Rightarrow d_y = 2{,}44\ \text{m}$$

Portanto, a bola passa a rede.

Tempo para a bala atingir o solo após o lançamento:

$t_t = 2\cdot 0{,}77\ \text{s} = 1{,}54\ \text{s}$

Em x, teremos:

$d_t = v_x t_t = 11{,}64\cdot 1{,}54 \Rightarrow d_t \cong 17{,}93\ \text{m}$

Portanto, a bola cai antes da linha de fundo.

Resposta da questão 2:

a) Dados: $n_{ar} = 1;\ n_{água} = \sqrt{2}.$

Da Fig 1, se $h = d \Rightarrow \theta = 45°.$

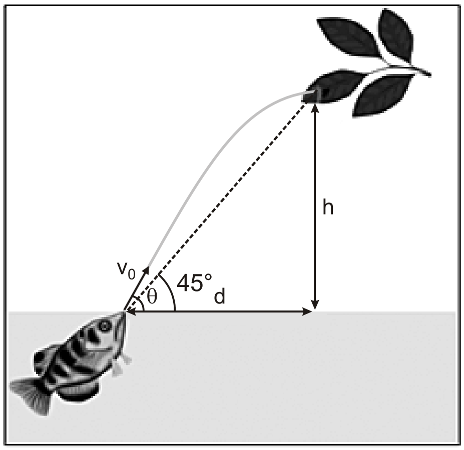


Fig 1

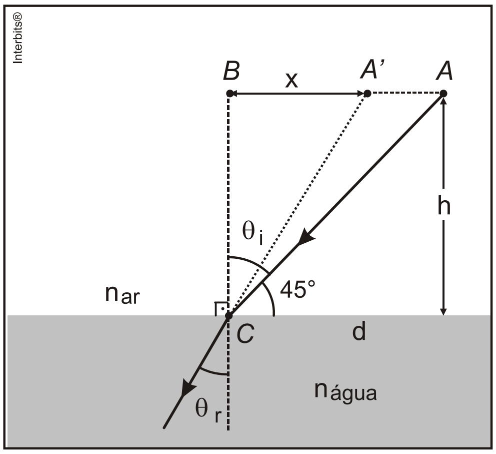


Fig 2

Comentário: vale a pena ressaltar que a imagem do alvo (*A*) não se forma no ponto A’. Limitamo-nos a dar a resposta esperada pelo examinador, sem causar polêmica.

Aplicando a lei de Snell na Fig 2:

$$n_{ar} \text{ sen } \theta_i = n_{água} \text{ sen } \theta_r \Rightarrow 1 \cdot \text{sen } 45° = \sqrt{2} \text{ sen } \theta_r \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ sen } \theta_r \Rightarrow$$

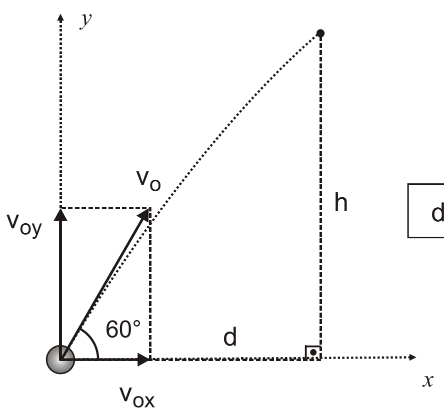
$$\text{sen } \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30°.$$

Ainda na Fig 2, no triângulo retângulo *A’BC*:

$$\text{tg } \theta_r = \frac{x}{h} \Rightarrow \text{tg } 30° = \frac{x}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{h} \Rightarrow$$

$$\boxed{x = h\frac{\sqrt{3}}{3}.}$$

b) A figura ilustra o lançamento.



$\boxed{d = h}$

Fig 3

No referencial mostrado na figura, as componentes da velocidade inicial são:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 60° \Rightarrow v_{0x} = \dfrac{v_0}{2} \\ v_{0y} = v_0 \text{ sen } 60° \Rightarrow v_{0y} = \dfrac{-v_0\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Na horizontal, o movimento é uniforme, com $\mathbf{x_0} = 0$.

$$x = x_0 + v_{0x}\,t \Rightarrow d = v_{0x}\,t \Rightarrow t = \frac{d}{v_0/2} \Rightarrow t = \frac{2\,d}{v_0}.$$

Na vertical, o movimento é uniformemente variado, com **a = - g**.

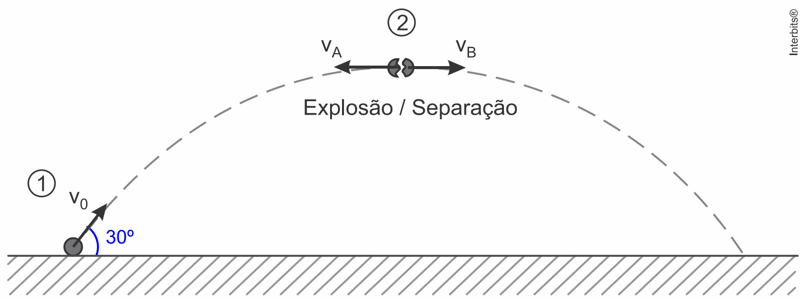
$$y = y_0 + v_{0y}\,t + \frac{a}{2}\,t^2 \Rightarrow d = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}\left(\frac{2\,d}{v_0}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{2\,d}{v_0}\right)^2 \Rightarrow d = \sqrt{3}\,d - \frac{g\,4\,d^2}{2\,v_0^2} \Rightarrow$$

$$\frac{2\,g\,d^2}{v_0^2} = \sqrt{3}\,d - d \Rightarrow v_0^2 = \frac{2\,g\,d^{\cancel{2}}}{\left(\sqrt{3}-1\right)\cancel{d}} \Rightarrow v_0^2 = \frac{2\,g\,d\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{g\,d\,\sqrt{3}+1}\,.}$$

Resposta da questão 3:
[E]

Baseado no que foi descrito no enunciado,



Na posição 1, o artefato é lançado do chão e o mesmo inicia sua trajetória de subida conforme a linha tracejada da figura acima. No ponto mais alto de sua trajetória (onde existe somente a componente horizontal da velocidade) o artefato é explodido, separando-o em duas parte conforme posição 2, de forma que,

$$v_a = -v_0 \cdot \cos(30°)$$

Como o artefato leva 3 segundos para chegar a posição de altura máxima,

$$v_y = v_{0_y} + a \cdot t$$
$$0 = v_{0_y} + (-10) \cdot 3$$
$$v_{0_y} = 30 \; m/s$$

Assim,

$$v_0 = \frac{v_{0_y}}{\text{sen}(30°)} = \frac{30}{0{,}5}$$
$$v_0 = 60 \; m/s$$

Logo,

$$v_a = -60 \cdot 0,9$$

$$v_a = 54 \, m/s$$

Para calcular a velocidade do fragmento B é preciso utilizar conceito de conservação de quantidade de movimento.

$$m \cdot v_x = \frac{m}{2} \cdot v_a + \frac{m}{2} \cdot v_b$$

$$v_x = \frac{v_a + v_b}{2}$$

$$2 \cdot 54 = (-54) + v_b$$

$$v_b = 162 \, m/s$$

Como ambos os fragmentos irão demorar $3,0$ segundos para descer até o chão,

$$\text{Dist.} = |\Delta S_a| + |\Delta S_b| = v_a \cdot t + v_b \cdot t$$

$$\text{Dist.} = 54 \cdot 3 + 162 \cdot 3$$

$$\text{Dist.} = 648 \text{ m}$$

Resposta da questão 4:
[C]

Pela conservação da energia mecânica, calculemos a velocidade inicial (**v₀**) do lançamento oblíquo no ponto *B*:

$$E_{mec}^{inicial} = E_{mec}^{B} \Rightarrow \frac{k\ x^2}{2} = \frac{m\ v_0^2}{2} + m\ g\ h \Rightarrow k\ x^2 = m\ v_0^2 + 2\ m\ g\ h \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}\ v_0^2 + \frac{2\ m\ g}{k}\ h} \quad (I)$$

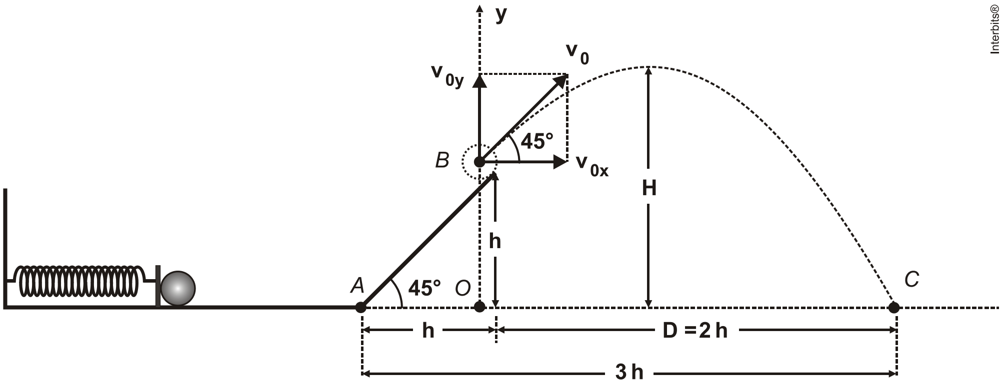
Calculando as componentes horizontal e vertical da velocidade inicial do lançamento oblíquo:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 45° = v_0 \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ v_{0x} = v_0\ \text{sen} 45° = v_0 \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Como o ângulo de lançamento é de 45°, até o ponto de lançamento os catetos oposto e adjacente são iguais, isto é, até o ponto de lançamento, a distância horizontal percorrida no plano inclinado é igual à altura **h**.
Assim, o alcance horizontal do lançamento oblíquo é:

$$D = 3\ h - h \Rightarrow D = 2\ h.$$

A figura ilustra a situação.



Mas o alcance horizontal é igual ao produto da componente horizontal da velocidade, que se mantém constante, pelo tempo de voo (**t_v**).

$$D = v_{0x}\ t_v \Rightarrow 2\ h = v_0\ \frac{\sqrt{2}}{2} t_v \Rightarrow t_v = \frac{4\ h}{\sqrt{2}\ v_0} = \frac{4\ \sqrt{2}\ h}{2\ v_0} \Rightarrow$$

$$t_v = \frac{2\ \sqrt{2}}{v_0}\ h. \quad (II)$$

Apliquemos a função horária do espaço no eixo y, com referencial no ponto *O* e trajetória orientada para cima.

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a}{2}\ t^2 \Rightarrow y = h + v_{0y} \frac{\sqrt{2}}{2}\ t - \frac{g}{2}\ t^2.$$

Quando a pequena esfera atingir o ponto *C*, **y = 0**. O tempo é o tempo de voo (**t_v**), dado em (II)**.**
Então:

$$0 = h + v_0\ \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{v_0} h\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{v_0}\ h\right)^2 \Rightarrow 0 = h + 2\ h - \frac{4\ g\ h^2}{v_0^2} \Rightarrow$$

$$v_0^2 = \frac{4}{3} g\ h. \quad (III)$$

Substituindo (III) em (I):

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}\left(\frac{4}{3}\ g\ h\right) + \frac{2\ m\ g}{k}\ h} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4\ m\ g\ h}{3\ k} + \frac{2\ m\ g\ h}{k}} \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{\frac{10\ m\ g}{3\ k}\ h}. \quad (IV)$$

No ponto mais alto da trajetória, a componente vertical da velocidade é nula (**v_y = 0**).
Aplicando a equação de Torricelli a essa situação:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2\ g\ \Delta y \Rightarrow 0 = \left(v_0\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2\ g(H - h) \Rightarrow$$

$$2\ g(H - h) = \frac{1}{2} v_0^2. \quad (V)$$

Substituindo (III) em (V):

$$2\ g(H - h) = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\ g\ h\right) \Rightarrow 2\ g(H - h) = 2\ g\ \frac{h}{3} \Rightarrow H - h = \frac{h}{3} \Rightarrow H = \frac{4\ h}{3} \Rightarrow$$

$$h = \frac{3}{4}\ H. \quad (VI)$$

Finalmente, substituindo (VI) em (IV):

$$x = \sqrt{\frac{10\ m\ g}{3\ k}\left(\frac{3}{4}\ H\right)} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5\ m\ g\ H}{2\ k}} \Rightarrow$$

$$x = \left(\frac{5}{2}\ \frac{m\ g\ H}{k}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Resposta da questão 5:
Dados:
Altura máxima atingida $= 1{,}25\ m$
Posição horizontal da altura máxima atingida $= 3\ m$
Alcance do salto $= 7{,}04\ m$

a) Durante o voo a atleta está sujeita apenas a força gravitacional (visto que desprezamos os efeitos de resistência do ar). Então, é verdadeira a aplicação por Galileu que $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - gt^2/2$ e $x = x_0 + v_x \cdot t$ e Torricelli com $v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 - 2 \cdot g \cdot (y - y_0)$

Desta última:
$$v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 - 2 \cdot g \cdot (y - y_0)$$
$$0 = v_{0y}{}^2 - 2 \cdot 10 \cdot (1{,}25) \Rightarrow v_{0y}{}^2 = 25 \Rightarrow v_{0y} = 5\ m/s$$

Então:
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - gt^2/2$$
$$y - y_0 = v_{0y} \cdot t - gt^2/2$$
$$1{,}25 = 5 \cdot t - 5 \cdot t^2 \Rightarrow 5 \cdot t^2 - 5 \cdot t + 1{,}25 = 0 \Rightarrow t^2 - t + 0{,}25 = 0$$
$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0{,}25 = 1 - 1 = 0$$
$$t = \frac{(1 \pm 0)}{2} = 0{,}5\ s$$

b) Teremos:
$$x = x_0 + v_x \cdot t \Rightarrow x - x_0 = v_x \cdot t \Rightarrow 3 = v_x \cdot 0{,}5 \Rightarrow v_x = 6\ m/s$$

c) O alcance do salto foi $x = 7{,}04\ m$, então:
$$x = 7{,}04 = 6 \cdot t \Rightarrow t = \frac{7{,}04}{6} = 1{,}17\ s$$

Descontado o tempo de subida, temos:
$$1{,}17 - 0{,}5 = 0{,}67\ s$$

Resposta da questão 6:
A questão deseja a razão entre o alcance máximo do projétil e sua altura máxima.
A componente horizontal da velocidade do projétil é $v_x = v_0.\cos\alpha = 400.\cos 60° = 200\ m/s$
A componente vertical (inicial) da velocidade do projétil é $v_y = v_{0y}.\text{sen}\alpha = 400.\text{sen}60° = 200\sqrt{3}\ m/s$
O tempo de subida é dado por $\rightarrow v_y = v_{0y} + a.t \rightarrow 0 = 200.\sqrt{3} - 10.t \rightarrow t_{subida} = 20\sqrt{3}\ s$
O tempo total de voo será então $\rightarrow t_{total} = 2.t_{subida} = 40\sqrt{3}\ m/s$
O alcance será $x = v_x.t_{total} = 200.40\sqrt{3} = 8000\sqrt{3}\ m$
A altura máxima será $y = v_{oy}.t + at^2/2 = 200\sqrt{3}.20\sqrt{3} - (5.400.3) = 12000 - 6000 = 6000\ m$
A razão pedida é $8000\sqrt{3} / 6000 = 4(\sqrt{3})/3$

Resposta da questão 7:
[C]

Bola 1
Posição horizontal x = 0
Posição vertical $y = 30.t - 5.t^2$
Atinge a altura máxima em $v_y = 0 \rightarrow 0 = 30 - 10.t \rightarrow t = 3$ s
A posição vertical será $\rightarrow y = 30.3 - 5.3^2 = 90 - 45 = 45$ m
No instante em que a bola 1 atinge a altura máxima ela está na posição (0;45) m
Bola 2

Posição horizontal $x = 50.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right).t = 25.t.\sqrt{3} = 75\sqrt{3}m$

Posição vertical $y = 50.\left(\frac{1}{2}\right).t - 5.t^2 = 25t - 5t^2 = 75 - 45 = 30$ m

No instante em que a bola 1 atinge a altura máxima a bola 2 está na posição ($75\sqrt{3}$;30) m

A distância entre elas é dada por

$$d = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)} = \sqrt{(75^2.3 + 15^2)} = \sqrt{(5625.3 + 225)} = \sqrt{(16875 + 225)} = \sqrt{(17100)}\ m$$

Resposta da questão 8:
a) Teremos:

$$v = v_0 + a \cdot t$$
$$0 = 5 \cdot sen30° - 10 \cdot t$$
$$10 \cdot t = 2{,}5$$
$$t = 0{,}25\ s$$

b) No primeiro lançamento a bola atinge a altura máxima de:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$y = 2 + 5 \cdot sen30° \cdot 0{,}25 - 5 \cdot (0{,}25)^2$$
$$y = 2 + 0{,}625 - 0{,}3125 = 2{,}3125\ m.$$

Esta altura não é suficiente para atingir a altura da cesta.

c) A condição para acertar a cesta é a de que para $x = 4\ m \rightarrow y = 3\ m.$
Pelo movimento na direção horizontal:

$$x = x_0 + v \cdot t$$
$$4 = 0 + v \cdot cos30° \cdot t$$
$$4 = 0{,}86 \cdot v \cdot t$$
$$v \cdot t = 4{,}651$$

onde v é a velocidade de lançamento da bola que acerta a cesta e t é o tempo necessário para acertar a cesta.

Pelo movimento na direção vertical da bola:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$3 = 2 + v \cdot \text{sen}30° \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$1 = 0{,}5 \cdot v \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Então,

$$1 = 0{,}5 \cdot 4{,}651 - 5 \cdot t^2$$

$$5 \cdot t^2 = 1{,}3255$$

$$t^2 = 0{,}2651$$

$$t = 0{,}515 \text{ s.}$$

Assim,

$$v \cdot t = 4{,}651$$

$$v \cdot 0{,}515 = 4{,}651$$

$$v = \frac{4{,}651}{0{,}515} = 9{,}03 \text{ m/s}$$

Resposta da questão 9:
10 m/s.

Resposta da questão 10:
(02 + 08) = 10

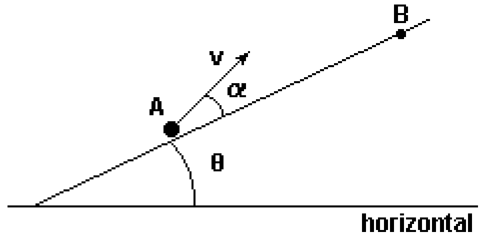
Resolução
O lançamento oblíquo pode ser analisado separando-se o movimento na direção horizontal como uniforme e na direção vertical como uniformemente variado.
Na horizontal $x = v_x.t$
Na vertical $y = v_{0y}.t - gt^2/2$ com $v_y = v_{0y} - gt$
O tempo total de voo corresponde aquele no qual $v_y = -v_{oy} \rightarrow -v_{oy} = v_{oy} - gt_{total} \rightarrow gt_{total} = 2.v_{oy}$ e desta forma $t_{total} = 2.v_{oy}/g$
Neste tempo a distância horizontal é máxima $\rightarrow x_{máximo} = v_x.(2.v_{oy}/g) = 2.v_x.v_{oy}/g$
Na metade do tempo total a partícula atinge a altura máxima $\rightarrow t_{subida} = t_{total}/2 = v_{oy}/g$
$y_{máxima} = v_{0y}.(v_{oy}/g) - g(v_{oy}/g)^2/2 = v_{oy}^2/g - v_{oy}^2/2g = v_{oy}^2/2g$
Na condição de que $x_{máximo} = 2.y_{máxima} \rightarrow 2.v_x.v_{oy}/g = 2.v_{oy}^2/2g \rightarrow v_x = v_{oy}/2$
Isto invalida a afirmação 01.
Na condição de que $x_{máximo} = y_{máximo} \rightarrow 2.v_x.v_{oy}/g = v_{oy}^2/2g \rightarrow 2.v_x = v_{oy}/2 \rightarrow v_{oy} = 4.v_x$
Isto valida a afirmação 02.
O alcance do bico B é o dobro do alcance do bico A, contudo isto não significa que a velocidade tenha dobrado e consequentemente que tenha sido dobrado o fluxo.
No caso do bico B a relação $v_{oy}/v_x = 2$ que é a tangente do ângulo de lançamento. Esta tangente é maior que a tangente de 30°.
O tempo de voo depende da altura máxima atingida, que é a mesma para os dois bicos e desta forma a afirmação 16 é falsa.

Resposta da questão 11:
[D]

Resposta da questão 12:

a) $x = [v \cos(\alpha + \theta)]\, t$ e $y = [v \text{ sen}(\alpha + \theta)]\, t - \frac{1}{2} gt^2$

b)



$$y = [v\,sen(\alpha + \theta)]\frac{x}{v\cos(\alpha + \theta)} - \frac{1}{2}g\left[\frac{x}{v\cos(\alpha + \theta)}\right]^2$$

c) $d = \left[\dfrac{(\sqrt{2}v^2)}{(2g)}\right] . (\sqrt{3} - 1)$