



## FRENTE B, GE: lista 01

### GEOMETRIA DE POSIÇÃO

seleção dos exercícios:

#### FIXAÇÃO

02, 03, 06, 08

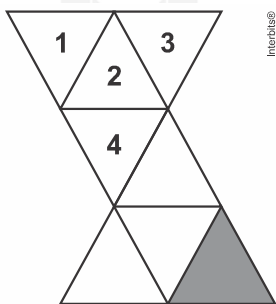
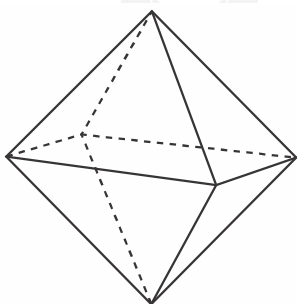
#### APLICAÇÃO

09, 10, 11, 15, 17, 18, 20, 22, 27

#### COMPLEMENTARES

04, 05, 07, 12, 13, 16, 25

01. (ENEM 2021) Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.



Interlise®

Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

- a) 1, 2, 3 e 4
- b) 1 e 3
- c) 1
- d) 2
- e) 4

02. (ENEM 2019) Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

## PINE

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.

Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo.

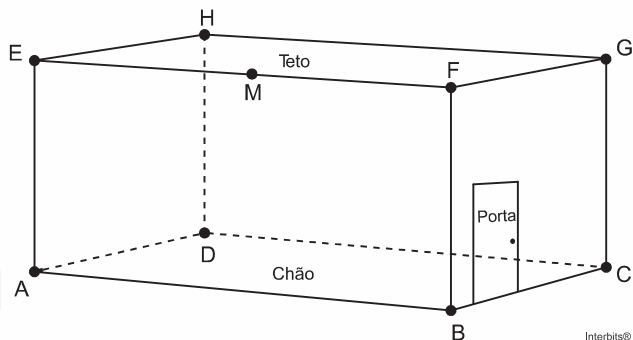
A sombra projetada no solo é

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Interlise®



03. (ENEM PPL 2017) Uma lagartixa está no interior de um quarto e começa a se deslocar. Esse quarto, apresentando o formato de um paralelepípedo retangular, é representado pela figura.



A lagartixa parte do ponto B e vai até o ponto A. A seguir, de A ela se desloca, pela parede, até o ponto M, que é o ponto médio do segmento EF. Finalmente, pelo teto, ela vai do ponto M até o ponto H. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os respectivos pontos envolvidos.

A projeção ortogonal desses deslocamentos no plano que contém o chão do quarto é dado por:

- a)
  - b)
  - c)
  - d)
  - e)
- Interbits®

04. (ENEM 2ª aplicação 2016) Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.



Figura 1

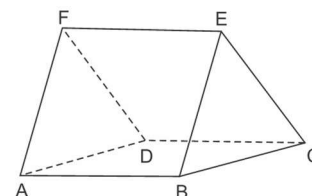


Figura 2

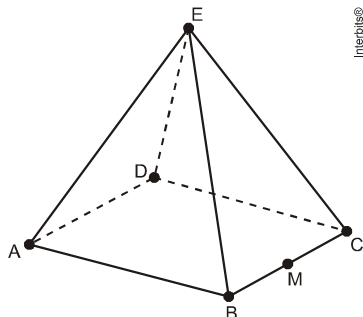
Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B, deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos.

A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base ABCD é dada por

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)



05. (ENEM 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

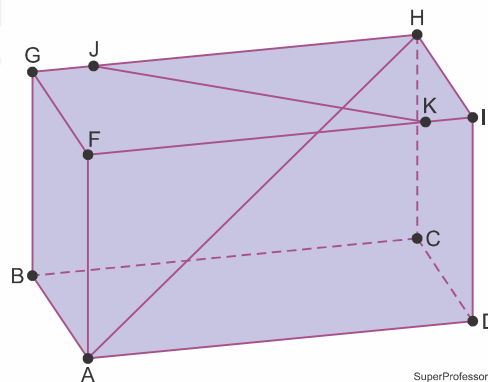


O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C.

O desenho que Bruno deve fazer é

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

06. (UEA 2023) Considere um paralelepípedo reto-retângulo ABCDFGHI, o ponto J, sobre a aresta GH, e o ponto K, sobre a aresta FI, conforme a figura.

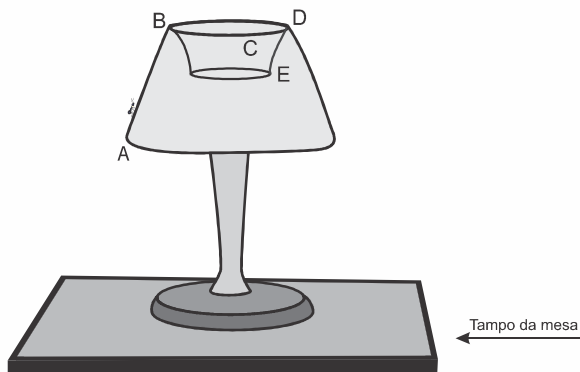


A projeção ortogonal da diagonal AH e do segmento JK sobre o plano que contém a base ABCD é

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)



07. (ENEM PPL 2020) Uma formiga move-se sobre um castiçal de vidro transparente, do ponto A para B em linha reta, percorre o arco circular BCD, sendo C localizado na parte da frente do castiçal, e desce o arco DE, como representado na figura.



Os pontos A, B, D e E estão sobre um mesmo plano perpendicular à mesa sobre a qual se encontra o castiçal.

A projeção ortogonal, sobre o plano da mesa, do trajeto percorrido pela formiga, do ponto A até o ponto E, é melhor representada por

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

08. (ENEM PPL 2018) Uma torneira do tipo  $\frac{1}{4}$  de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo  $\frac{1}{4}$  de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente é necessário girar a haste  $\frac{1}{4}$  de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.



Disponível em: [www.furkin.com.br](http://www.furkin.com.br). Acesso em: 13 nov. 2014.

Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)



09. (ENEM 2016) A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos A, B e C. Os pontos A e B estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos B e C, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto A até C, pela superfície do globo, passando por B, de forma que o trecho de A até B se dê sobre o paralelo que passa por A e B e, o trecho de B até C se dê sobre o meridiano que passa por B e C.

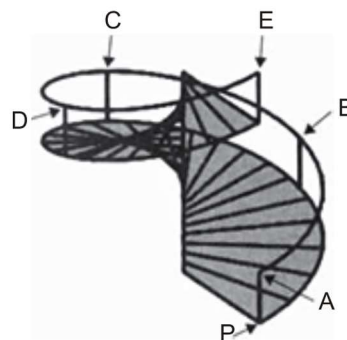
Considere que o plano  $\alpha$  é paralelo à linha do equador na figura.



A projeção ortogonal, no plano  $\alpha$ , do caminho traçado no globo pode ser representada por

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

10. (ENEM 2014) O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos A, B, C, D, E sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto A até o ponto D.

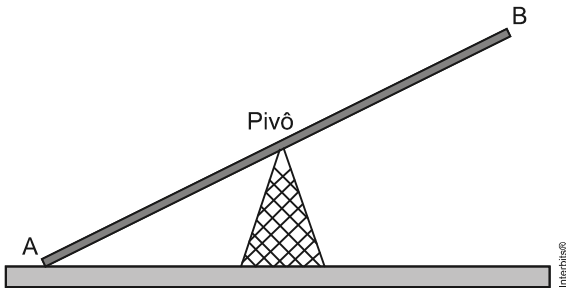


A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)



11. (ENEM 2013) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra. Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

12. (ENEM 2012) O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

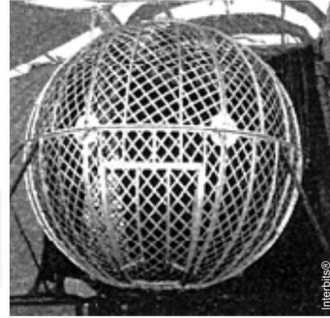


Figura 1

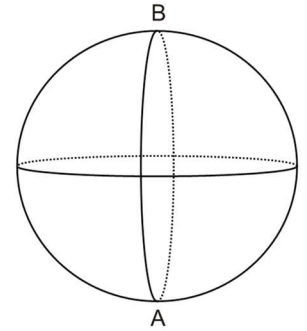


Figura 2

Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

Disponível em: [www.baixaki.com.br](http://www.baixaki.com.br). Acesso em: 29 fev. 2012.

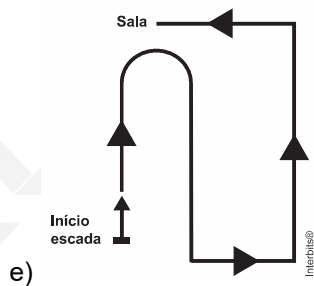
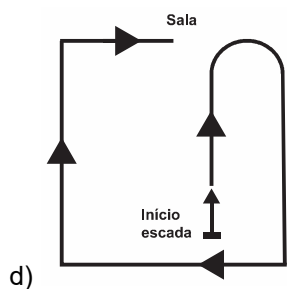
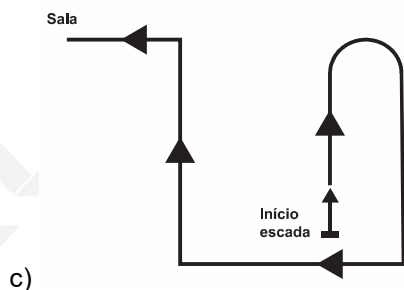
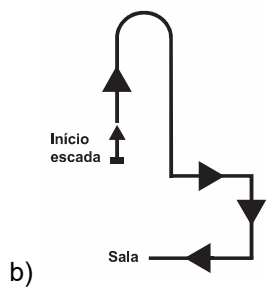
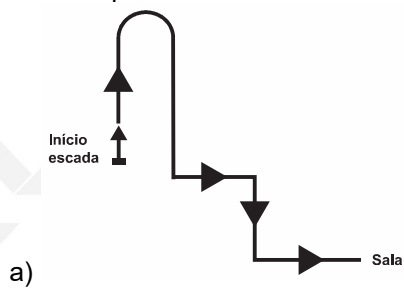
A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

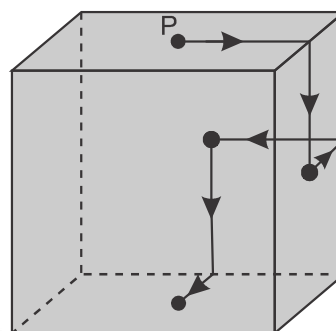


13. (ENEM PPL 2017) Uma pessoa pede informação na recepção de um prédio comercial de como chegar a uma sala, e recebe as seguintes instruções: suba a escada em forma de U à frente, ao final dela vire à esquerda, siga um pouco à frente e em seguida vire à direita e siga pelo corredor. Ao final do corredor, vire à direita.

Uma possível projeção vertical dessa trajetória no plano da base do prédio é:



14. (ENEM 2022) Um robô, que tem um ímã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto P, centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converge à esquerda e segue para o centro da seguinte, converge à direita e continua sua movimentação, sempre alternado entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto P. A figura apresenta deslocamentos iniciais desse robô.



A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é



SuperProfessores®





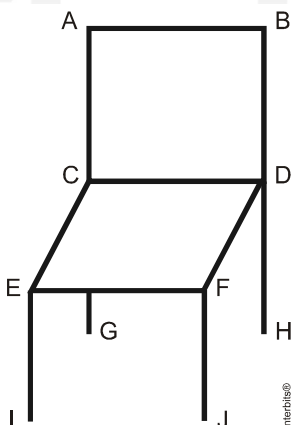
15. (CFTCE 2004) Observe as afirmações:

- I) O espaço é o conjunto de todos os pontos.
- II) Dois pontos distintos determinam uma reta.
- III) Três pontos não-pertencentes a uma mesma reta definem um plano.

É correto concluir que:

- a) somente I é verdadeira
- b) apenas I e II são verdadeiras
- c) apenas II e III são verdadeiras
- d) todas são falsas
- e) todas as afirmações são verdadeiras

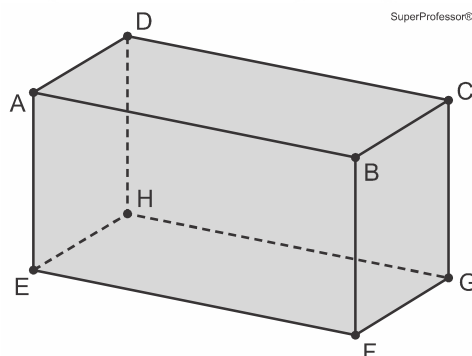
16. (CFTMG 2014) A figura a seguir representa uma cadeira onde o assento é um paralelogramo perpendicular ao encosto.



A partir dos pontos dados, é correto afirmar que os segmentos de retas

- a) CD e EF são paralelos.
- b) BD e FJ são concorrentes.
- c) AC e CD são coincidentes.
- d) AB e EI são perpendiculares.

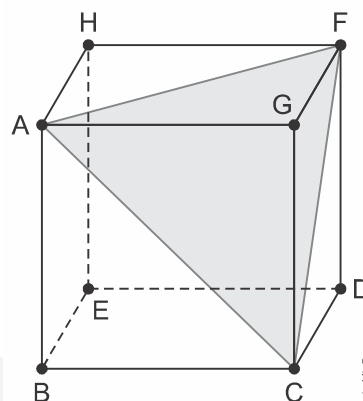
17. (ESA 2022) Observe o paralelepípedo retângulo da figura abaixo.



Sobre este sólido, assinale a única alternativa correta.

- a) As retas  $\overline{CD}$  e  $\overline{CG}$  são ortogonais entre si.
- b) A reta  $\overline{CF}$  é paralela ao plano (ADH).
- c) As retas  $\overline{AC}$  e  $\overline{HF}$  são paralelas entre si.
- d) A reta  $\overline{AB}$  é perpendicular ao plano (EFG).
- e) As retas  $\overline{BF}$  e  $\overline{DH}$  são perpendiculares entre si.

18. (UERJ 2020) A imagem a seguir representa um cubo com aresta de 2 cm. Nele, destaca-se o triângulo AFC.



A projeção ortogonal do triângulo AFC no plano da base BCDE do cubo é um triângulo de área y.

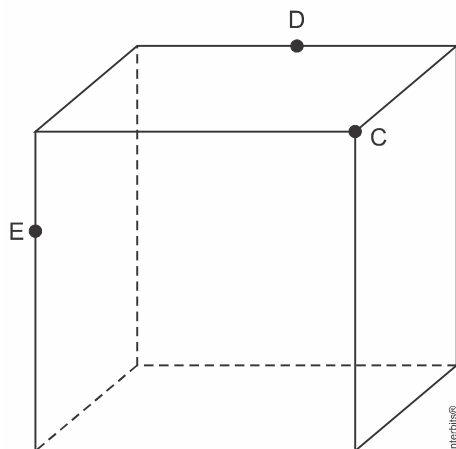
O valor de y, em  $\text{cm}^2$ , é igual a:

- a) 1
- b)  $\frac{3}{2}$
- c) 2
- d)  $\frac{5}{2}$





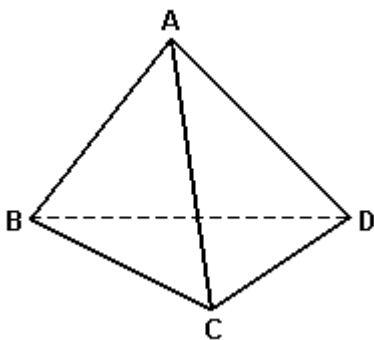
19. (UPF 2019) Na figura abaixo, está representado um cubo.



A seção produzida no cubo pelo plano CDE tem a forma de

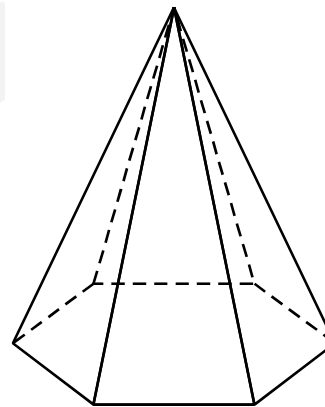
- a) triângulo.
- b) trapézio.
- c) retângulo.
- d) pentágono.
- e) hexágono.

20. (UNIFESP 2003) Dois segmentos dizem-se reversos quando não são coplanares. Neste caso, o número de pares de arestas reversas num tetraedro, como o da figura, é



- a) 6.
- b) 3.
- c) 2.
- d) 1.
- e) 0.

21. (UFMS 2021) Considere uma pirâmide de base hexagonal regular conforme a figura a seguir:



A quantidade de pares de arestas reversas é:

- a) maior que 24.
- b) igual a 24.
- c) maior 12 e menor que 24.
- d) igual a 12.
- e) menor que 12.

22. (EINSTEIN 2017) Seja uma reta  $r$  e os planos secantes  $\alpha$  e  $\beta$ , de modo que  $\alpha \cap \beta = r$ . Seja  $s$  uma reta paralela à reta  $r$ , de modo que  $s \cap \beta = \emptyset$ . Seja  $t$  uma reta secante ao plano  $\beta$  no ponto  $P$ , de modo que  $P \in r$ . De acordo com essas informações, necessariamente

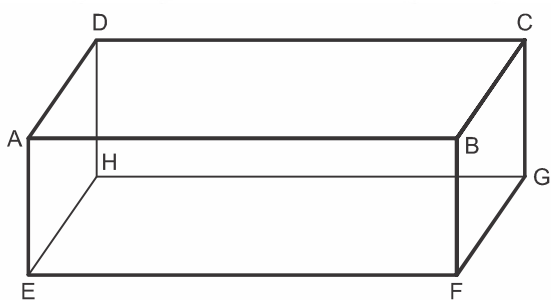
- a)  $s \cap \alpha = s$
- b)  $t \cap \beta = \emptyset$
- c)  $P \notin \alpha$
- d)  $r \cap t \neq \emptyset$

23. (UEM 2023) Em relação à determinação e à posição de retas e planos, assinale o que for **correto**.

- 01) No espaço, duas retas são sempre paralelas ou concorrentes.
- 02) Uma reta e um ponto determinam, sempre, um único plano.
- 04) Uma reta determina infinitos planos que a contêm.
- 08) Se uma reta tem um único ponto em comum com dois planos distintos, então esses dois planos são secantes.
- 16) Três pontos distintos determinam um único plano.



24. (UESB 2023) Observando o paralelepípedo da figura a seguir, assinale a alternativa correta.



SuperProfessor®

- a) A reta  $\overline{EH}$  é perpendicular ao plano BCFG.
- b) As retas  $\overline{BF}$  e  $\overline{CG}$ , contidas no plano BCGF, são perpendiculares ao plano ABCD.
- c) Existem dois planos que contêm a reta  $\overline{CG}$  e que são perpendiculares ao plano ADHE.
- d) Existem dois planos que contêm a reta  $\overline{BC}$  e que são perpendiculares ao plano ADHE.
- e) Existem dois planos perpendiculares ao plano ABCD e que contêm a reta  $\overline{GH}$ .

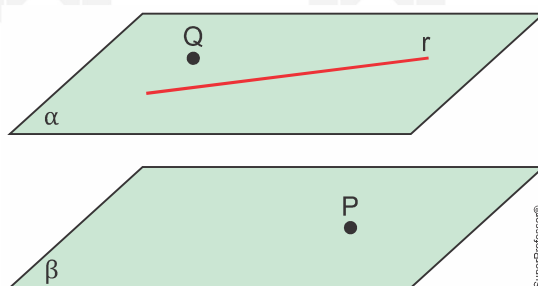
25. (UFAM 2022) Assinale a alternativa CORRETA:

- a) A projeção ortogonal de duas retas concorrentes sobre um plano sempre será dada por duas retas concorrentes.
- b) A projeção ortogonal, sobre um plano, de um segmento de reta AB e de um ponto não pertencente a  $\overline{AB}$ , pode ser dada por dois pontos distintos.
- c) A projeção ortogonal de um hexágono sobre um plano sempre será dada por um hexágono.
- d) Qualquer reta e ponto contidos em um mesmo plano têm distância nula.
- e) Sabendo-se que as projeções ortogonais de duas retas, r e s, sobre um plano são dadas por duas retas paralelas, necessariamente temos  $r \parallel s$ .

26. (UFAM 2022) Assinale a alternativa INCORRETA:

- a) Dados dois pontos distintos do espaço, existe uma, e somente uma, reta que os contém.
- b) Duas retas são paralelas se, e somente se, são coincidentes ou são coplanares e têm ponto comum.
- c) Dados três pontos não colineares do espaço, existe um, e somente um, plano que os contém.
- d) Existe um único plano que contém uma reta e um ponto não pertencente a ela.
- e) Quando duas retas têm exatamente um ponto comum, elas são chamadas de concorrentes e sempre determinam um plano.

27. (UEA 2022) Considere dois planos distintos e paralelos,  $\alpha$  e  $\beta$ , uma reta r contida no plano  $\alpha$ , um ponto Q pertencendo ao plano  $\alpha$ , mas com Q não pertencendo à reta r, e um ponto P pertencendo ao plano  $\beta$ , conforme mostra a figura.



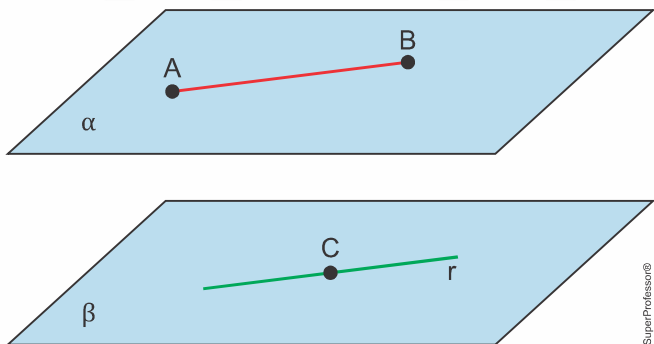
SuperProfessor®

De acordo com essas informações, afirma-se que

- a) a distância do ponto Q ao ponto P é igual à distância do ponto Q ao plano  $\beta$ .
- b) a projeção ortogonal da reta r sobre o plano  $\beta$  passará pelo ponto P.
- c) a distância do ponto Q ao plano  $\beta$  é igual à distância de qualquer ponto da reta r ao plano  $\beta$ .
- d) ao se projetar ortogonalmente a reta r e o ponto Q sobre o plano  $\beta$ , os pontos Q e P ficarão sobre a reta r.
- e) a distância entre o ponto Q e sua projeção ortogonal no plano  $\beta$  é igual à distância entre os pontos Q e P.



28. (UEA 2021) Considere dois planos paralelos distintos  $\alpha$  e  $\beta$ , o segmento  $\overline{AB}$  contido no plano  $\alpha$ , a reta  $r$  contida no plano  $\beta$  e um ponto  $C$ , tal que  $C \in r$ , conforme mostra a figura.



SuperProfessora®

De acordo com essas informações, pode-se afirmar que

- a) a distância do ponto  $C$  ao plano  $\alpha$  é igual à distância do ponto  $A$  ao plano  $\beta$ .
- b) a projeção ortogonal do ponto  $C$  sobre o plano  $\alpha$  está sobre o segmento  $\overline{AB}$ .
- c) a projeção ortogonal do ponto  $A$  sobre o plano  $\beta$  não está sobre a reta  $r$ .
- d) a projeção do segmento  $\overline{AB}$  sobre o plano  $\beta$  coincide com a reta  $r$ .
- e) a distância do ponto  $C$  ao plano  $\alpha$  é igual à distância do ponto  $C$  ao ponto  $B$ .

**Gabarito**

- |       |       |        |       |
|-------|-------|--------|-------|
| 01. E | 02. E | 03. B  | 04. E |
| 05. C | 06. C | 07. C  | 08. A |
| 09. E | 10. C | 11. B  | 12. E |
| 13. B | 14. A | 15. E  | 16. A |
| 17. B | 18. C | 19. B  | 20. B |
| 21. B | 22. D | 23. 12 | 24. B |
| 25. B | 26. B | 27. C  | 28. A |