Determine o centro e o raio de cada circunferência:

1. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 33 = 0$

$A = B = 1$ $C = 0$ $D = -6$ $E = -10$ $F = 33$

O centro da circunferência é dado por (x_c, y_c) =

$x_c = \frac{D}{-2}$ $y_c = \frac{E}{-2}$

O centro é:

$x_c = \frac{-6}{-2} = 3$ $y_c = \frac{-10}{-2} = 5$

$\boxed{C(3,5)}$

O raio da circunferência é dado por:

$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - F} \longrightarrow R = \sqrt{3^2 + 5^2 - 33}$

$R = \sqrt{9 + 25 - 34} \longrightarrow R = \sqrt{1} \longrightarrow \boxed{R = 1}$

2. $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 11 = 0$

$A = B = 1$ $C = 0$ $D = 4$ $E = 2$ $F = -11$

$x_c = \frac{D}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$ $y_c = \frac{E}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$

$\boxed{C(-2,-1)}$

$R = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 - (-11)} \longrightarrow R = \sqrt{4 + 1 + 11} \longrightarrow R = \sqrt{16}$

$\boxed{R = 4}$

3. $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$

$A = B = 1$ $C = 0$ $D = -8$ $E = 0$ $F = 12$

$x_c = \frac{-8}{-2} = 4$ $y_c = \frac{0}{-2} = 0$

$\boxed{C(4,0)}$

$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - F} \longrightarrow R = \sqrt{4^2 + 0^2 - 12} \longrightarrow R = \sqrt{16 - 12}$

$R = \sqrt{4} \longrightarrow \boxed{R = 2}$

4. $x^2 + y^2 + 6y = 0$

$A = B = 1$ $C = 0$ $D = 0$ $E = 6$ $F = 0$

$x_c = \frac{D}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$ $y_c = \frac{E}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$

$\boxed{C(0,3)}$

$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - F} \longrightarrow R = \sqrt{0^2 + (-3)^2 - 0} \longrightarrow R = \sqrt{9} \longrightarrow \boxed{R = 3}$

5. $\underbrace{2x^2 + 2y^2}_{\neq 1} + 8x - 12y + 1 = 0$ ÷2

→ vamos dividir toda equação por 2

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 1/2 = 0$

$A = B = 1$ $C = 0$ $D = 4$ $E = -6$ $F = 1/2$

$x_c = \frac{D}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$ $y_c = \frac{E}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$

$\boxed{C(-2,3)}$

$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - F} \longrightarrow R = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 - 1/2} \longrightarrow R = \sqrt{4 + 9 - 1/2}$ → MMC

$R = \sqrt{\frac{8 + 18 - 1}{2}} \longrightarrow R = \sqrt{\frac{25}{2}} \longrightarrow R = \frac{5}{\sqrt{2}}$ → racionalizar

$R = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \longrightarrow R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

6. $4x^2 + 4y^2 - 9 = 0$ ÷4

$x^2 + y^2 - 9/4$ $A = B = 1$ $C = D = E = 0$ $F = -9/4$

Neste caso o centro é: $C(0,0)$

$R = \sqrt{F}$ $R = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)}$ $\boxed{R = 3/2}$

7. $x^2 + y^2 + 20x + 4y + 23 = 0$

$A = B = 1$ $C = 0$ $D = 20$ $E = 4$ $F = 23$

$x_c = \frac{D}{-2} = \frac{20}{-2} = -10$ $y_c = \frac{E}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$

$\boxed{C(-10,-2)}$

$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - F} \longrightarrow R = \sqrt{(-10)^2 + (-2)^2 - 23}$

$R = \sqrt{100 + 4 - 23} \longrightarrow R = \sqrt{81} \longrightarrow \boxed{R = 9}$

8. $x^2 + y^2 + 10y = 0$

$A = B = 1$ $C = D = F = 0$ $E = 10$

$x_c = \frac{0}{-2} = 0$ $y_c = \frac{10}{-2} = -5$

$\boxed{C(0,-5)}$

$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - F} \longrightarrow R = \sqrt{0^2 + (-5)^2 - 0} \longrightarrow R = \sqrt{25} \longrightarrow \boxed{R = 5}$

9. Sob que condições a equação abaixo representa uma circunferência do plano cartesiano? $mx^2 + 4y^2 + 8x + 12y - p = 0$

Como A deve ser = B, $\boxed{m = 4}$

Dividindo tudo por 4:

$x^2 + y^2 + 2x + 3y - \frac{p}{4} = 0$

→ Condição de existência

$r > 0$

Temos que $\longrightarrow -\frac{p}{4} = x_c^2 + y_c^2 - r^2$

$-\frac{p}{4} = 1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 0^2$

$-\frac{p}{4} = 1 + \frac{9}{4} \longrightarrow -\frac{p}{\cancel{4}} = \frac{13}{\cancel{4}}$

$-p = 13 \longrightarrow \boxed{p > -13}$

10. Calcule p e q de modo que:

$$x^2 + 2pxy + y^2 - 2qx - 2qy + q^2 = 0$$

seja a equação de uma circunferência de raio igual a 5.

$2pxy = 0$, então $\boxed{p = 0}$

↓
C

$r = 5$ $x_c = \frac{-2q}{-2} = q$ $y_c = -\frac{2q}{-2} = q$

$\cancel{q^2} + q^2 - r^2 = \cancel{q^2}$ → P

$q^2 - (5)^2 \longrightarrow q^2 = 25 \longrightarrow \boxed{q = \pm 5}$