Estratégia
Militares

Estratégia
Militares

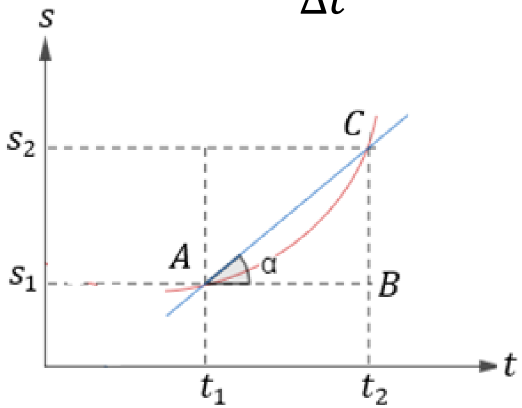
1. Análises gráficas

Prof. Toni Burgatto

1.1. Velocidade escalar média

Vamos relembrar a definição matemática de velocidade escalar média:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

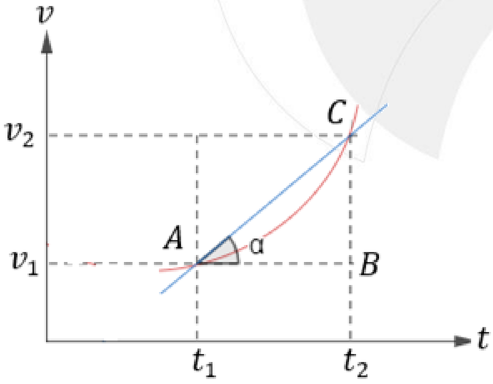


De acordo com o gráfico, podemos calcular $tg\alpha$ no triângulo ABC:

$$tg\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

$$\therefore \boxed{tg\alpha \overset{N}{=} v_m}$$

1.2. Aceleração escalar média



Assim, no gráfico da $v \times t$, podemos calcular a aceleração escalar média entre dois pontos (A e C), por:

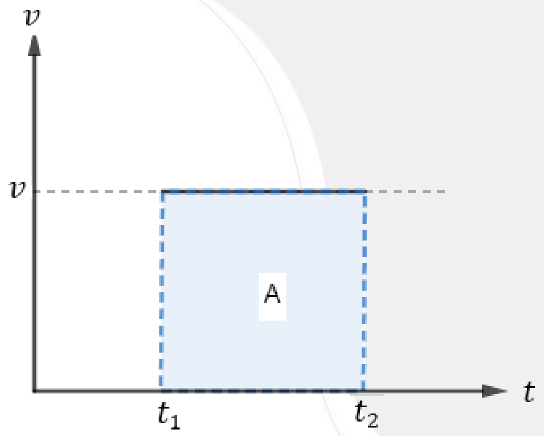
$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Mas, $tg\alpha$ é dada por: $tg\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

Portanto, concluímos que:

$$\boxed{a_m \overset{N}{=} tg\alpha}$$

1.3. Variação do espaço no gráfico $v \times t$



Sabemos que:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

De outra forma:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Calculando a área do gráfico de $v \times t$, para o caso do MU, encontramos que:

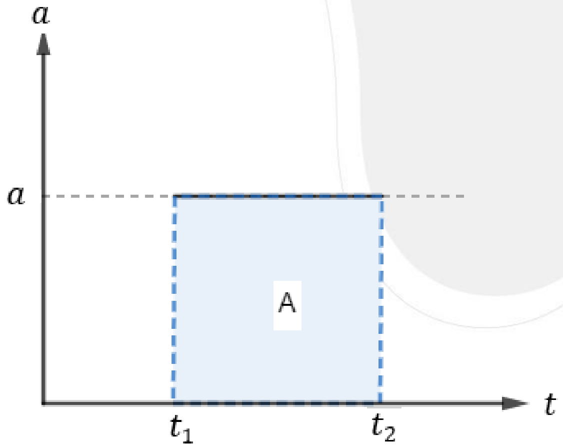
$$A = v \cdot (t_2 - t_1)$$

Como $\Delta t = t_2 - t_1$, podemos afirmar que a área é numericamente igual a variação do espaço:

$$\boxed{\Delta s \overset{N}{=} A}$$

1.4. Variação da velocidade escalar no gráfico $a \times t$

De forma análoga aos resultados obtidos para a variação do espaço, vamos mostrar a representação da área no gráfico $a \times t$, especificando para o MRUV, onde a aceleração escalar é constante.



Pela teoria de MRUV, sabemos que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Ou ainda $\Delta v = a \cdot \Delta t$.

Quando calculamos a área delimitada pela região azul do gráfico logo acima, concluímos que:

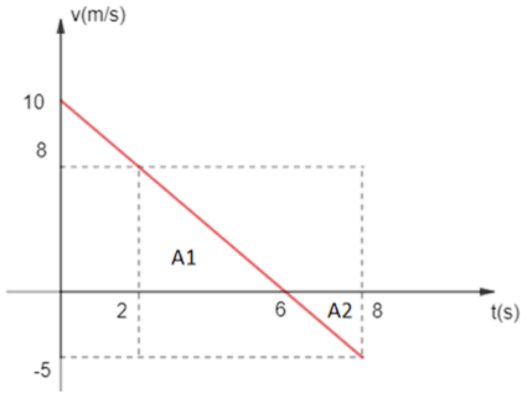
$$A = a \cdot (t_2 - t_1) = a \cdot \Delta t$$

$$\therefore \boxed{\Delta v \overset{N}{=} A}$$

1.4. Variação da velocidade escalar no gráfico $a \times t$

Observação: se ao construir o gráfico de $v \times t$ a área estiver abaixo do eixo dos tempos, a variação de espaço é igual a área, entretanto, coloca-se o sinal negativo.

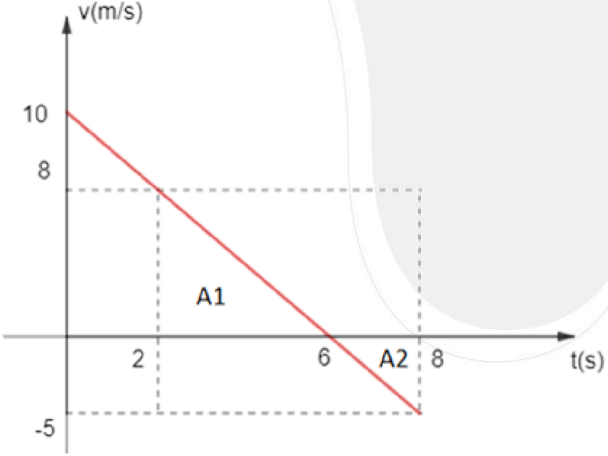
Contudo, quando se deseja o deslocamento total do móvel, utilizamos os módulos das variações de espaço. Isso é valido para o caso do gráfico de $a \times t$, conforme o exemplo a seguir:



Calcule a variação de espaço e o deslocamento de 2 a 8 segundos.

1.4. Variação da velocidade escalar no gráfico $a \times t$

Para calcular a variação de espaço e o deslocamento de 2 a 8 segundos, precisamos calcular as áreas de cada intervalo.



Entre 2 e 6 segundos:

$$A_1 = \frac{8 \cdot (6 - 2)}{2} = 16$$

Entre 6 e 8 segundos:

$$A_2 = \frac{8 \cdot (8 - 6)}{2} = 8$$

Logo, a variação de espaço do móvel foi de:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 16 + (-8) = 8\,m.$$

Para determinar o deslocamento, devemos somar os módulos de cada deslocamento:

$$d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| = 16 + 8 = 24\,m.$$

1.5. Gráficos no MRU

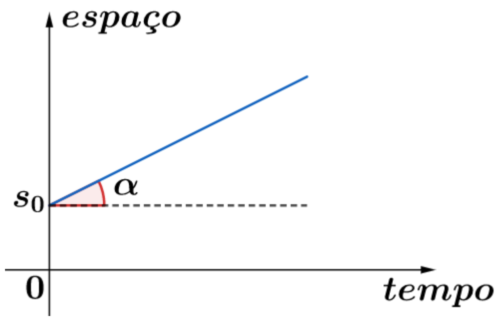
1.5.1. $s \times t$

Da teoria, sabemos que a função horária do espaço é dada por:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Trata-se de uma função do primeiro grau, portanto uma reta, onde o coeficiente linear é s_0 e o coeficiente angular é v.

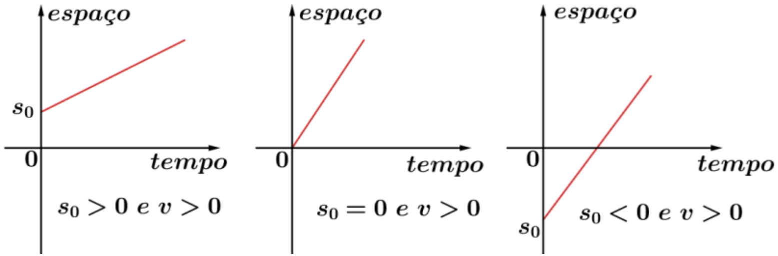
Como o coeficiente angular é igual a v e, pela teoria da equação da reta sabemos que o coeficiente angular é igual a tangente do ângulo de inclinação da reta com o eixo horizontal, portanto, temos que $\boxed{v \overset{N}{=} tg\alpha}$.



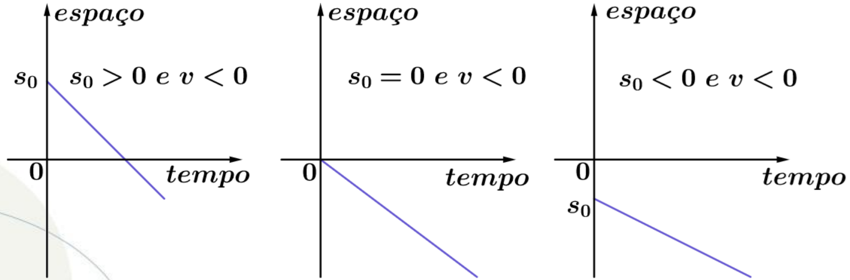
1.5. Gráficos no MRU

1.5.1. $s \times t$

Para $v > 0$, temos o movimento progressivo e a função é crescente, pois coeficiente angular é positivo, então temos os seguintes gráficos possíveis:



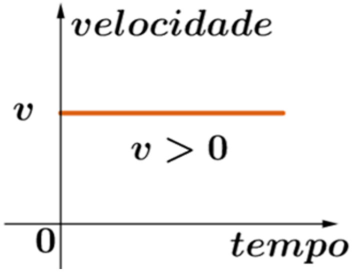
Para $v < 0$, temos o movimento retrógrado, e a função é decrescente, pois o coeficiente angular é negativo, então temos os seguintes gráficos possíveis:



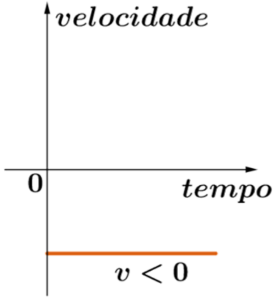
1.5. Gráficos no MRU

1.5.2. $v \times t$

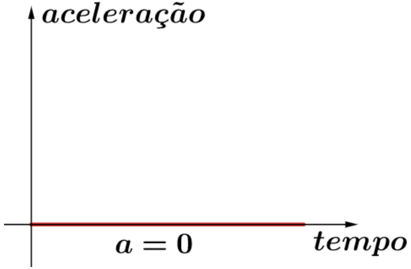
Para o caso de movimento progressivo, isto é, $v > 0$, a reta paralela está acima do eixo do tempo.



Para o caso de movimento retrógrado, ou seja, $v < 0$, a reta paralela está abaixo do eixo do tempo.



Como a aceleração escalar linear é nula no MRU, então a reta da função horária da aceleração é nula, isto é, uma reta que coincidente com o eixo do tempo, independentemente de ser progressivo ou retrógrado.



1.6. Gráficos no MRUV

1.6.1. $\boldsymbol{s \times t}$

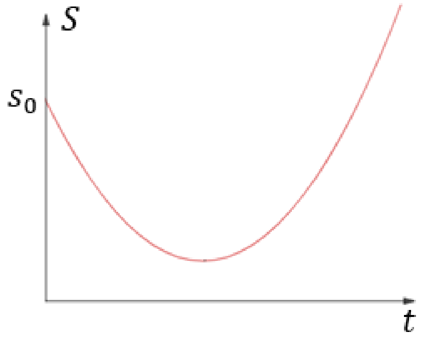
Como visto anteriormente, a função horária do espaço é dada por:

$$s = s_0 + v_0 . t + \frac{a . t^2}{2}$$

Em que $a, v_0 \ e \ s_0$ são constantes.

De acordo com a teoria de função do segundo grau, sabemos que a função $s(t)$ é uma parábola cuja concavidade depende do valor de a.

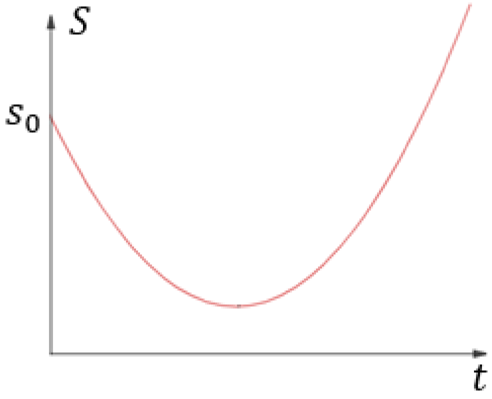
1) Caso $\boldsymbol{a > 0}$:

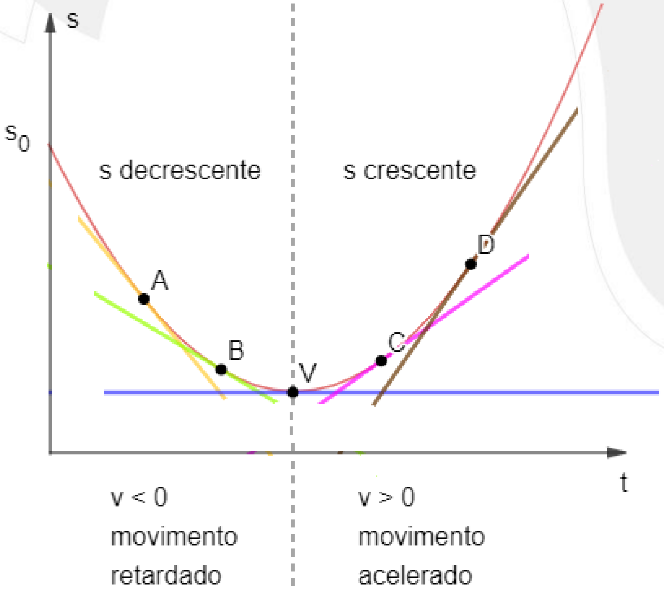


1.6. Gráficos no MRUV

1.6.1. $s \times t$

1) Caso $a > 0$:

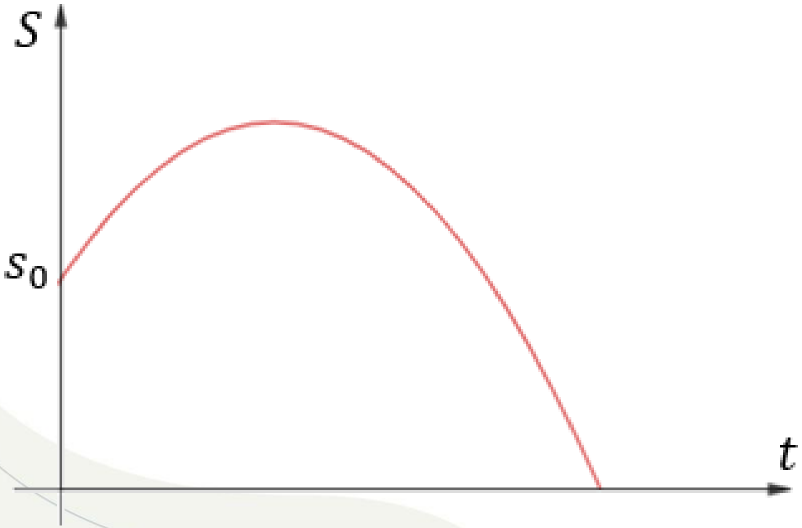


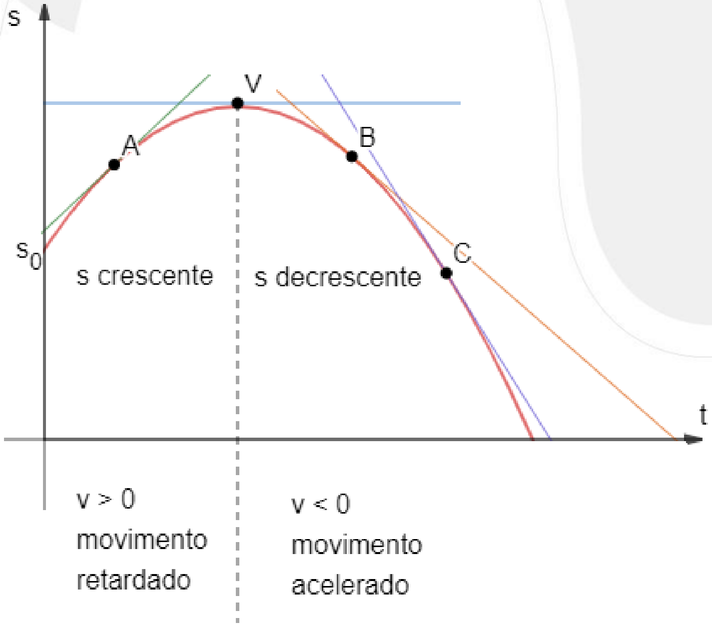


1.6. Gráficos no MRUV

1.6.1. $s \times t$

2) Caso $a < 0$:





1.6. Gráficos no MRUV

1.6.2. $v \times t$

Para o MUV, sabemos que a função horária da velocidade é dada por:

$$v = v_0 + a.t$$

Com v_0 e a são valores constantes.

Sabemos que essa função é uma reta, onde:

v_0: coeficiente linear

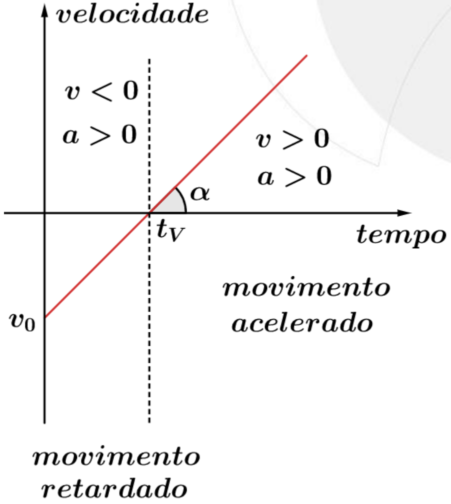
a: coeficiente angular

1) Caso $a > 0$:

1.6. Gráficos no MRUV

1.6.2. $v \times t$

1) Caso $a > 0$:

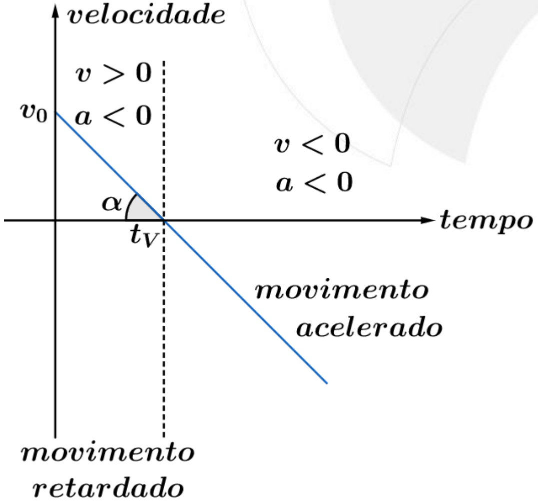


$$v = v_0 + a.t$$

1.6. Gráficos no MRUV

1.6.2. $v \times t$

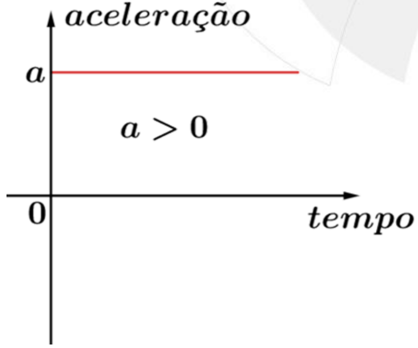
2) Caso $a < 0$:

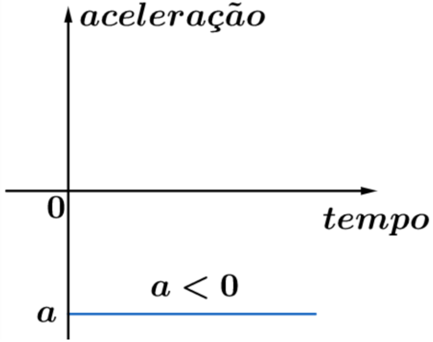


$$v = v_0 + a.t$$

1.6. Gráficos no MRUV

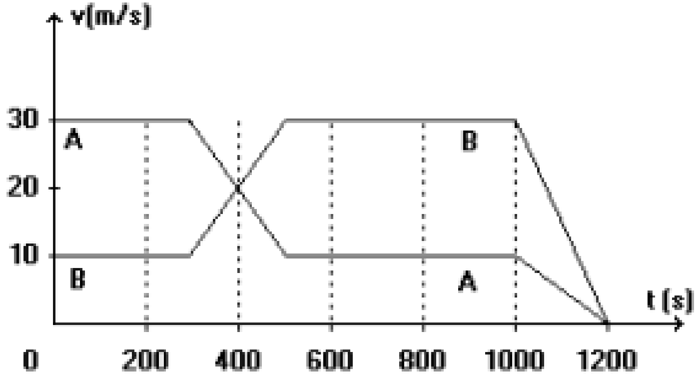
1.6.3. a$\times$ t





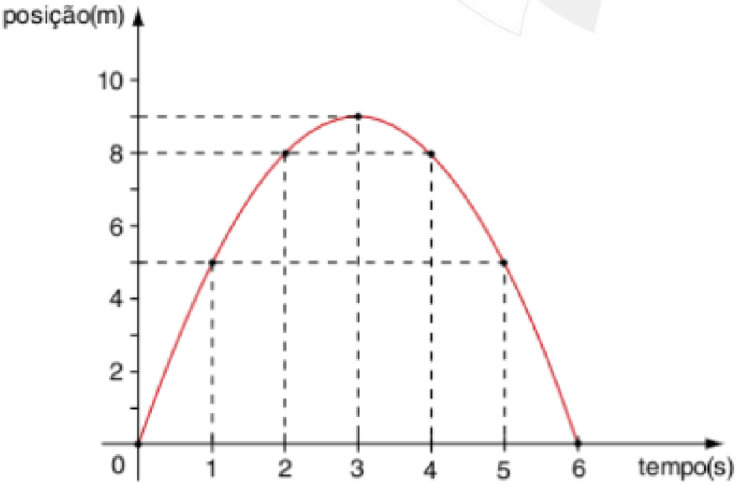
Exemplo 01.

Dois veículos A e B deslocam-se em trajetórias retilíneas e paralelas uma à outra. No instante t = 0 s eles se encontram lado a lado. O gráfico adiante representa as velocidades dos dois veículos, em função do tempo, a partir desse instante e durante os 1200 s seguintes. Os dois veículos estarão novamente lado a lado, pela primeira vez, no instante?



Exemplo 02.

A figura representa o gráfico posição-tempo do movimento de um corpo lançado verticalmente para cima com velocidade inicial v_0, na superfície de um planeta.



Qual o valor:

a) da aceleração da gravidade na superfície do planeta?

b) da velocidade inicial v_0?

Exemplo 02.

Comentários:

Pelo gráfico da questão, podemos encontrar a função horária do espaço:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Como o gráfico da posição pelo tempo sai da origem, dizemos que seu espaço inicial é nulo, isto é, $s_0 = 0$.

Além disso, consideremos nossa orientação de trajetória para cima.

Agora, vamos utilizar nossos conhecimentos de função do segundo grau e determinar os coeficientes v_0 e a. Para isto, vamos utilizar a forma fatorada da função do segundo grau:

$$s_{grafico}(t) = \alpha \cdot (t - r_1) \cdot (t - r_2)$$

Em que r_1 e r_2 são as raízes da função, no nosso caso:

$$r_1 = 0 \text{ e } r_2 = 6.$$

Logo:

$$s_{grafico}(t) = \alpha \cdot t \cdot (t - 6)$$

Comentários:

Pelo gráfico da questão, podemos encontrar a função horária do espaço:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Como o gráfico da posição pelo tempo sai da origem, dizemos que seu espaço inicial é nulo, isto é, $s_0 = 0$.

Além disso, consideremos nossa orientação de trajetória para cima.

Agora, vamos utilizar nossos conhecimentos de função do segundo grau e determinar os coeficientes v_0 e a. Para isto, vamos utilizar a forma fatorada da função do segundo grau:

$$s_{grafico}(t) = \alpha \cdot (t - r_1) \cdot (t - r_2)$$

Em que r_1 e r_2 são as raízes da função, no nosso caso:

$$r_1 = 0 \text{ e } r_2 = 6.$$

Logo:

$$s_{grafico}(t) = \alpha \cdot t \cdot (t - 6)$$

Exemplo 02.

ESCLARECENDO!

Basta agora substituir em ponto bem determinado:

$$s_{grafico}(3) = \alpha \cdot 3 \cdot (3 - 6) = 9 \Rightarrow \boxed{\alpha = -1\, m/s^2}$$

Note que $a < 0$, como esperado, pois, a função do segundo grau tem concavidade para baixo.

Logo, a função do espaço pelo tempo para este móvel é:

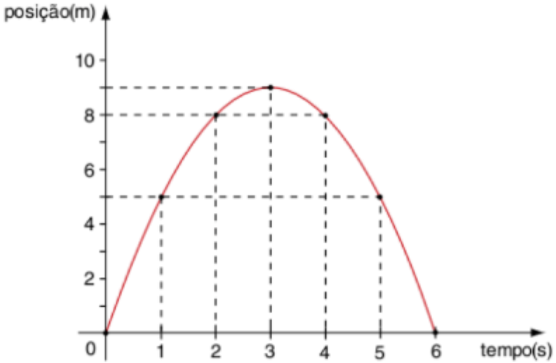
$$s_{grafico}(t) = -1 \cdot t(t - 6) = 6 \cdot t - 1 \cdot t^2$$

Fazendo comparação entre:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \text{ e } s_{grafico}(t) = 6 \cdot t - 1 \cdot t^2$$

Logo:

$$s_0 = 0, v_0 = 6\, m/s \text{ e } a = -2\, m/s^2$$

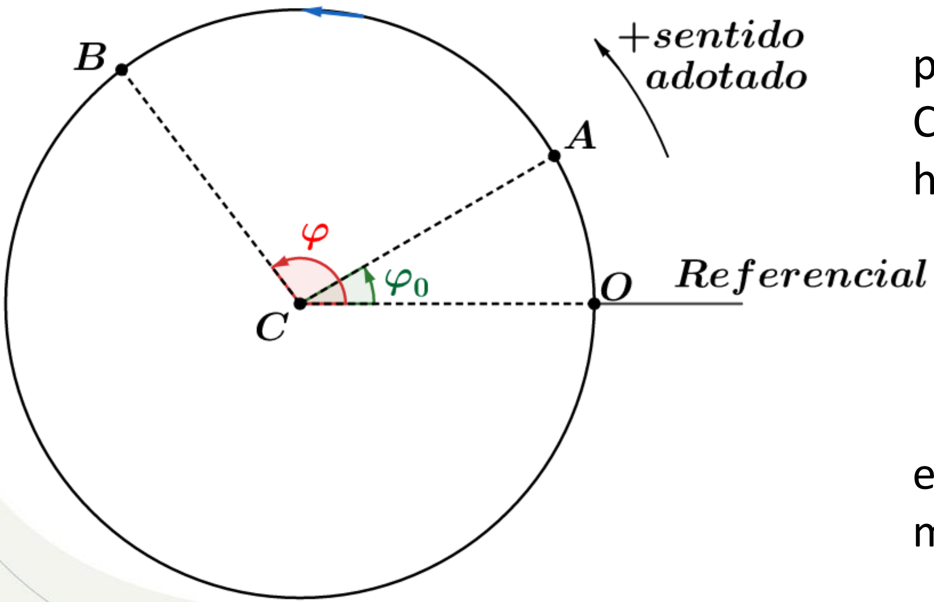


2. Movimento circular

Transmissão de movimentos

Prof. Toni Burgatto

2.1. Grandezas angulares



Na figura acima, A é a posição inicial da partícula e B é a posição final da partícula. Considere a origem O e adota-se o sentido anti-horário como positivo, dizemos que:

$$s_0: espaço\ inicial$$

$$s: espaço\ final$$

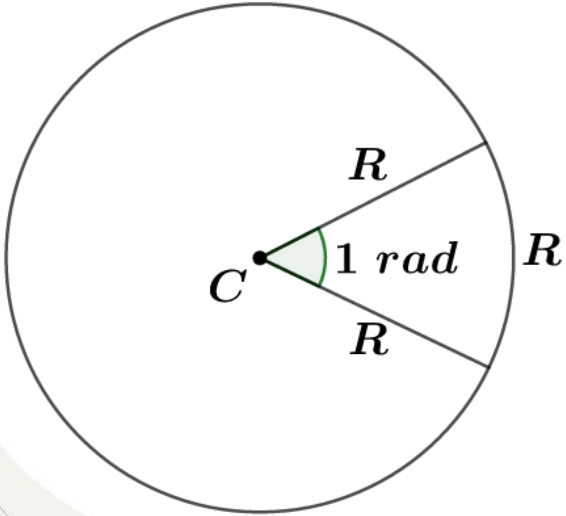
Devido a trajetória ser circular, podemos escrever a posição inicial e final do ponto material utilizando ângulos:

$$\varphi_0: espaço\ angular\ inicial$$

$$\varphi: espaço\ angular\ final$$

2.1. Grandezas angulares

Vale lembrar a relação da geometria plana para ângulos em **radianos**:



Ângulo		Arco
1 rad	-	R
α	-	s

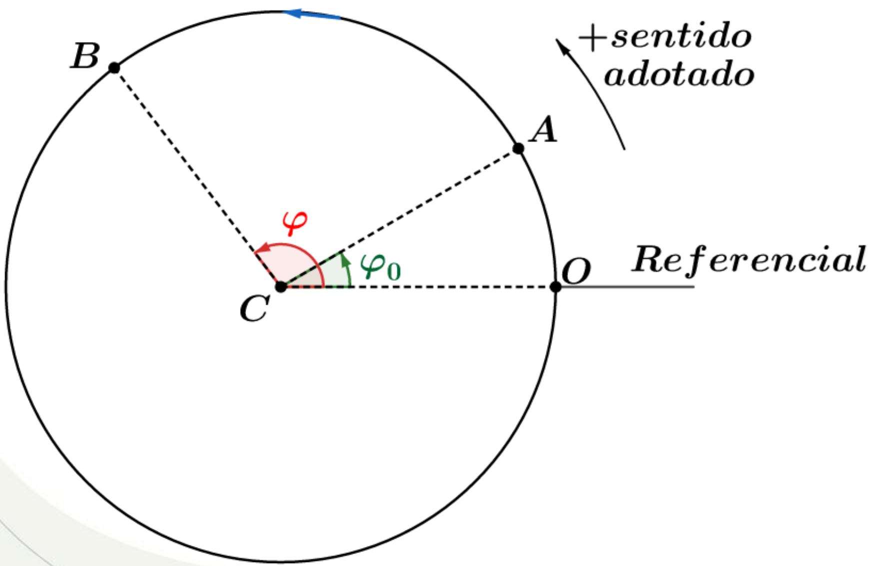
Logo:

$$1 \cdot s = \alpha \cdot R$$

$$\therefore \boxed{s = \alpha \cdot R}$$

Atenção: ângulo α em radianos. Além disso, como a definição de radianos envolve a divisão entre duas grandezas de distâncias, radianos se torna essencialmente adimensional.

2.1. Grandezas angulares



Assim, podemos escrever a variação angular da partícula, como:

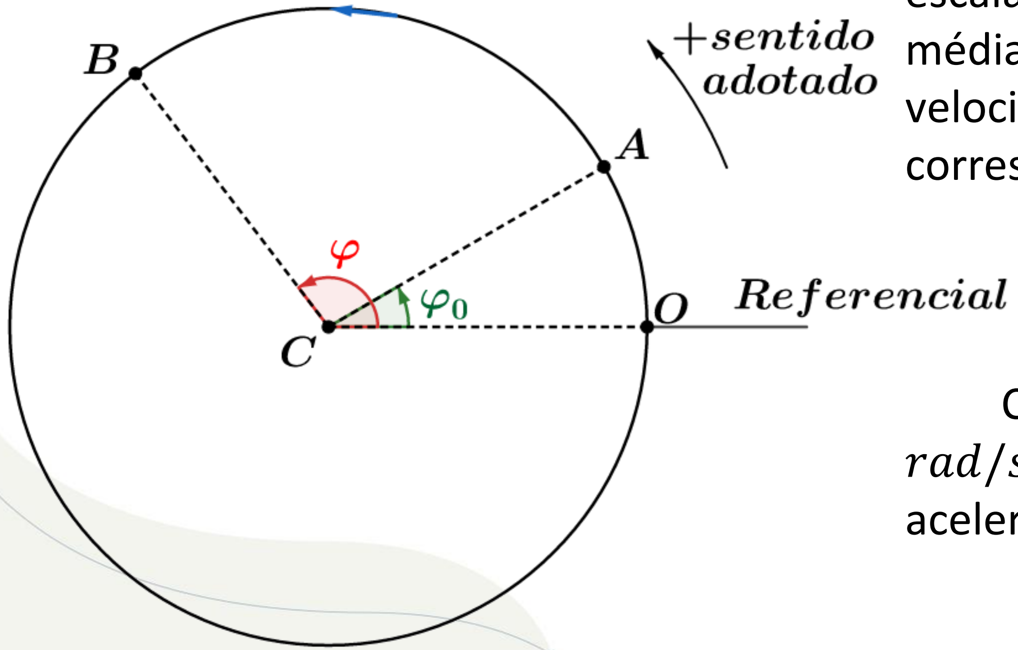
$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0}$$

Dessa forma, define-se velocidade angular média como a razão entre a variação do espaço angular e a variação do tempo correspondente:

$$\boxed{\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$

Como os espaços angulares são expressos em radianos e o tempo em segundos, a unidade de velocidade angular é expressa em radianos por segundo (rad/s).

2.1. Grandezas angulares



Semelhante a definição de aceleração escalar média, define-se aceleração angular média como a razão entre a variação da velocidade angular e o intervalo de tempo correspondente:

$$\boxed{\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

Como a velocidade angular é expressa em rad/s e o tempo em segundos, a unidade de aceleração angular é rad/s^2.

2.1. Grandezas angulares

Pela geometria plana, podemos escrever algumas relações entre as grandezas escalares lineares e as grandezas angulares:

- Relação de ângulo com comprimento de arcos na circunferência:

$$\boxed{\varphi_0 = \frac{s_0}{R}} \quad \boxed{\varphi = \frac{s}{R}} \quad \boxed{\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}}$$

- Relação ente velocidade linear média e velocidade angular média:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta s}{\mathrm{R}}}{\Delta t} = \frac{1}{R} . \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{R} . v_m$$

$$\therefore \boxed{\omega_m = \frac{v_m}{R}}$$

2.1. Grandezas angulares

Para velocidades instantâneas, também vale a relação:

$$\boxed{\omega = \frac{v}{R}} \text{ ou } \boxed{v = \omega \cdot R}$$

- Relação entre aceleração linear média e aceleração angular média:

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta v}{R}}{\Delta t} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{R} \cdot a_m$$

$$\therefore \boxed{\gamma_m = \frac{a_m}{R}}$$

Para acelerações instantâneas, também vale a relação:

$$\boxed{\gamma = \frac{a}{R}} \text{ ou } \boxed{a = \gamma \cdot R}$$

Exemplo 03.

A hélice de um ventilado está girando com velocidade angular de 10 rad/s, quando uma pessoa desliga o ventilador e a hélice para em 10 s. Determine:

a) a aceleração angular média do ventilador entre o instante em que foi desligado até a hélice parar totalmente;

b) a aceleração linear média dos pontos que distam 0,20 m do eixo de rotação, nesse mesmo intervalo de tempo.

Comentários:

a)

Pelas condições do problema, temos que a velocidade angular inicial é 10 rad/s e a velocidade angular final é zero.

Logo:

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0-10}{10-0} \Rightarrow \boxed{\gamma_m = -1{,}0\, rad/s^2}$$

b)

A aceleração linear média pode ser calculada pela relação:

$$a_m = \gamma_m \cdot R$$

$$a_m = (-1{,}0)\cdot 0{,}2 \Rightarrow \boxed{a_m = -0{,}20\, m/s^2}$$

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

Chamamos de MCU o movimento realizado por um ponto material percorrendo uma circunferência de raio R em movimento uniforme, isto é, o ponto material varre ângulos iguais em intervalos de tempos iguais.

Dessa forma, dizemos que o **MCU é periódico**, pois, a cada volta completada pelo móvel, as características do movimento se repetem em intervalos de tempo iguais.

2.2.1. Período e frequência

Define-se *período*, representado pela letra T como sendo o intervalo de tempo mínimo para o movimento repetir-se, com as mesmas características.

Por exemplo: no MCU, período é o intervalo de tempo que o ponto material leva para percorrer uma volta completa. Ou seja, se ele leva 0,5 s para realizar uma volta no MCU, seu período é dado por: $T = 0{,}5\ s$.

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

2.2.1. Período e frequência

De forma correlacionada, define-se *frequência* como sendo o número de vezes que o movimento se repete na unidade de tempo. Ou seja:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Em que n número de repetições e Δt intervalo de tempo considerado.

Para o MCU, f é o número de voltas (ou ciclos) que o ponto material realiza na unidade de tempo. Por exemplo: se uma partícula completa 5 voltas em 10 segundos, então, sua frequência será:

$$f = \frac{5}{10} = 0{,}5\ ciclos/s$$

A unidade de ciclos/s recebe o nome de *hertz*, denotada por Hz. Esta é a unidade de frequência no SI.

Logo, dizemos que nossa frequência do exemplo é de $0{,}5\ Hz$.

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

Diante da definição de período e de frequência, podemos encontrar uma relação entre as duas grandezas, por uma regra de três simples e direta:

nº de voltas		Intervalo de tempo
1	**-**	**T**
f	**-**	**1**

$$1 \cdot 1 = f \cdot t$$

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \text{ ou } \boxed{T = \frac{1}{f}}$$

No exemplo anterior, para uma frequência de $0{,}5\ Hz$, o período é de:

$$T = \frac{1}{0{,}5} = 2\ s$$

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

Apesar da unidade de frequência ser hertz (Hz), é comum aparecer a unidade rotações por minuto (rpm). A relação entre as unidades é dada por:

$$1rpm = 1\frac{rotação}{minuto} = 1\frac{rotação}{60\ s} = \frac{1}{60}Hz$$

$$\boxed{\begin{array}{c} Hz \xrightarrow{\times 60} rpm \\ rpm \xrightarrow{\div 60} Hz \end{array}}$$

Com isso, podemos relacionar período e frequência com as velocidades do ponto material no MCU. Para uma volta completa, o espaço angular do móvel foi de 2π e o intervalo de tempo corresponde ao período T. Logo:

$$\Delta\varphi = 2\pi \text{ e } \Delta t = T$$

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

Portanto, podemos escrever a velocidade angular em função do período ou em função da frequência:

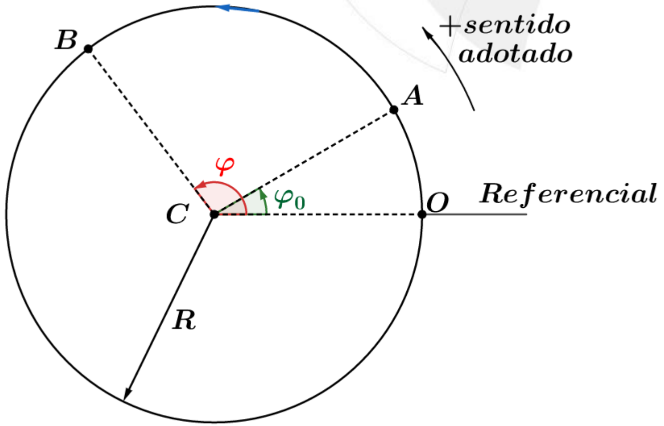
$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \text{ ou } \boxed{\omega = 2\pi f}$$

Como $v = \omega \cdot R$, podemos escrever a velocidade linear como:

$$\boxed{v = \frac{2\pi R}{T}} \text{ ou } \boxed{v = 2\pi f R}$$

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

2.2.2. Função horária do espaço angular

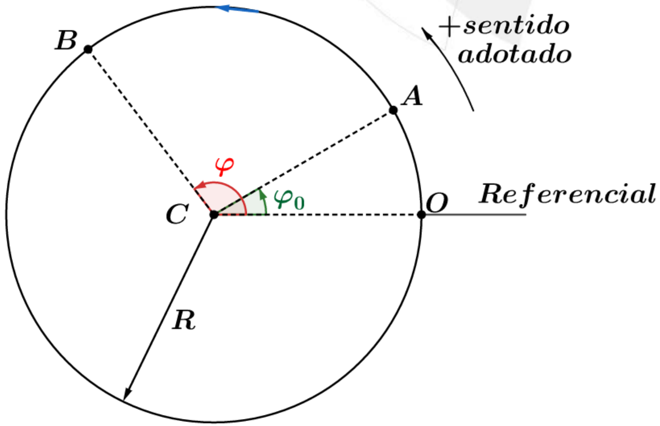


Como característica deste movimento, a velocidade escalar linear é constante, portanto, como $\omega_m = \frac{v_m}{R}$, concluímos que a velocidade escalar angular também é constante, logo:

$$\omega = \omega_m \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

2.2.2. Função horária do espaço angular



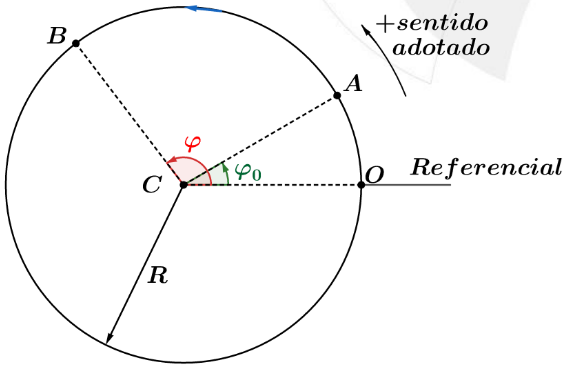
$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \Rightarrow \boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot (t - t_0)}$$

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t}$$

2.2. Movimento circular uniforme (MCU)

2.2.2. Função horária do espaço angular



$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

De imediato, como $\omega_m = \omega$, dizemos que a velocidade escalar angular não varia, ou seja, dizemos que neste movimento não existe aceleração escalar angular ($\gamma = 0$).

Outra forma de obter a função horária do espaço angular é dividir a função horária do espaço linear pelo raio da circunferência onde o móvel descreve o MCU:

$$s = s_0 + v \cdot t \xrightarrow{\div R} \frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v}{R} \cdot t$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t}$$

Exemplo 04.

Um corpo em movimento circular tem frequência de 500 rpm. Se a trajetória tem 20 cm de raio, calcule:

a) a frequência em hertz.

b) o período em segundos.

c) a velocidade angular.

d) a velocidade linear.

Comentários:

a)

Basta transformar a unidade da frequência:

$$f = \frac{500}{60} = \frac{25}{3} = 8,33\ Hz$$

b)

O período é o inverso da frequência:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{3}{25} = 0,12\ s$$

Exemplo 04.

c)

Podemos calcular a velocidade angular a partir da frequência:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{25}{3}$$

$$\omega = \frac{50\pi}{3}\ rad/s$$

d)

Para chegarmos à velocidade linear, basta lembrarmos da relação entre as velocidades:

$$v = \omega \cdot r = \frac{50\pi}{3} \cdot 20$$

$$v = \frac{1000\pi}{3} cm/s$$

Exemplo 05.

Dois carros percorrem uma circunferência de raio R no mesmo sentido e com módulos de velocidades constantes v_1 e v_2, com $v_2 > v_1$. No instante inicial, $t_0 = 0$, os dois carros estão no mesmo ponto. Determine o instante em que ocorre o próximo encontro.

Comentários:

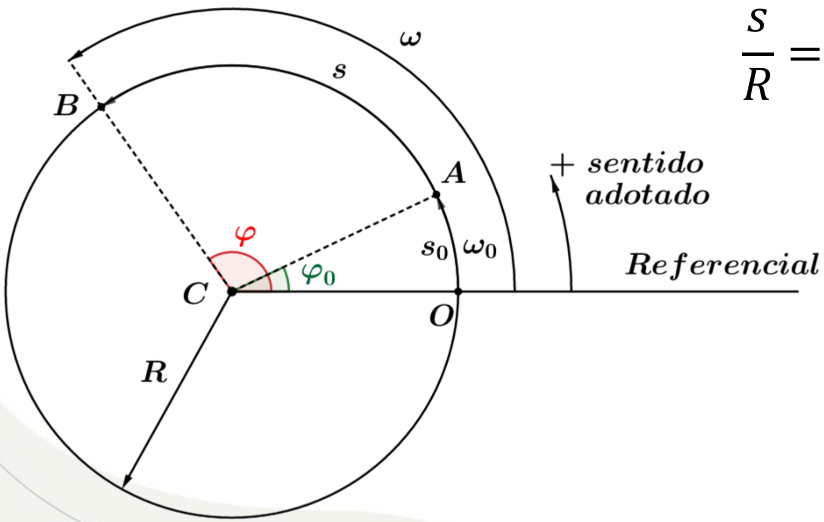
Vamos adotar como origem dos espaços o ponto onde $t_0 = 0$. Dessa forma, temos que $s_{0_1} = s_{0_2}$.

No ponto de encontro, o mais rápido terá andado uma volta de vantagem sobre o mais lento:

$$s_2 = s_1 + 2\pi \cdot R$$
$$v_2 \cdot t_E = v_1 \cdot t_E + 2\pi \cdot R$$
$$\therefore \boxed{t_E = \frac{2\pi \cdot R}{v_2 - v_1}}$$

2.3. Movimento circular uniformemente variado MCUV

$$\boxed{\gamma = \gamma_m}$$



$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v_0}{R} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{R} \cdot t^2 \Rightarrow \boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\gamma \cdot t^2}{2}}$$

$$\frac{v}{R} = \frac{v_0}{R} + \frac{a}{R} \cdot t \quad \Rightarrow \boxed{\omega = \omega_0 + \gamma \cdot t}$$

$$\frac{v^2}{R^2} = \frac{v_0^2}{R^2} + 2 \cdot \frac{a}{R} \cdot \frac{\Delta s}{R} \Rightarrow \boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \Delta\varphi}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{a}{R}} \qquad \boxed{a = \gamma \cdot R}$$

Exemplo 05.

Um móvel descrevendo um MCUV tem velocidade angular igual a $10\,\pi\, rad/s$ em $t = 0$ e velocidade angular igual a $24\,\pi\, rad/s$, em um intervalo de tempo igual a 7 segundos. Calcule:

a) a aceleração angular;

b) a função horária da velocidade angular;

c) quantas voltas o móvel executa nesse Δt.

Comentários:

a)

Utilizando a definição de aceleração angular média, pois no MCUV, $\gamma = \gamma_m$, temos que:

$$\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{24\pi - 10\pi}{7 - 0} = 2\pi\, rad/s^2$$

b)

A função horária da velocidade angular é dada por:

$$\omega = \omega_0 + \gamma \cdot t$$

$$\boxed{\omega = 10\pi + 2\pi \cdot t}$$

Exemplo 05.

Um móvel descrevendo um MCUV tem velocidade angular igual a $10\,\pi\, rad/s$ em $t = 0$ e velocidade angular igual a $24\,\pi\, rad/s$, em um intervalo de tempo igual a 7 segundos. Calcule:

a) a aceleração angular;

b) a função horária da velocidade angular;

c) quantas voltas o móvel executa nesse Δt.

Comentários:

c)

Vamos calcular o espaço descrito pelo móvel, utilizando a equação de Torricelli:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \Delta\varphi$$

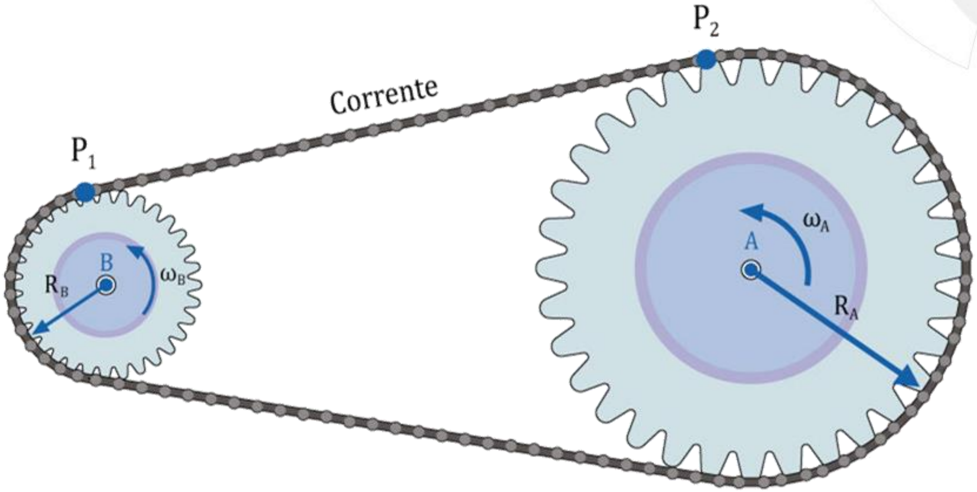
$$\Delta\varphi = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{2 \cdot \gamma} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = 119\pi}$$

A cada 2π ele realiza uma volta, então, em $119\pi = 118\pi + \pi = 59 \cdot 2\pi + \pi$

Logo o móvel dá 59 voltas mais meia volta.

2.4. Transmissão de movimento circular

2.4.1. Correia comum a duas rodas ou por contato direto.



$$\boxed{v_{P_1} = v_{P_2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_B \cdot R_B = \omega_A \cdot R_A}$$

$$2\pi f_B \cdot R_B = 2\pi f_A \cdot R_A$$

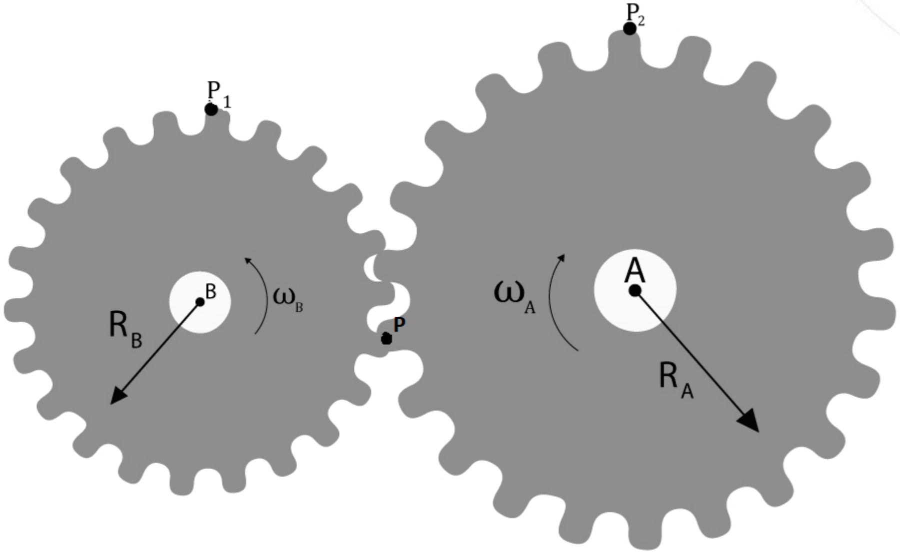
$$\Rightarrow \boxed{f_B \cdot R_B = f_A \cdot R_A}$$

Caso o móvel esteja realizando um MCUV:

$$\boxed{a_A = a_B} \text{ e } \boxed{\gamma_A \cdot R_A = \gamma_B \cdot R_B}$$

2.4. Transmissão de movimento circular

2.4.1. Correia comum a duas rodas ou por contato direto.



$$\boxed{v_p = v_{P_1} = v_{P_2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_B \cdot R_B = \omega_A \cdot R_A}$$

$$2\pi f_B \cdot R_B = 2\pi f_A \cdot R_A$$

$$\Rightarrow \boxed{f_B \cdot R_B = f_A \cdot R_A}$$

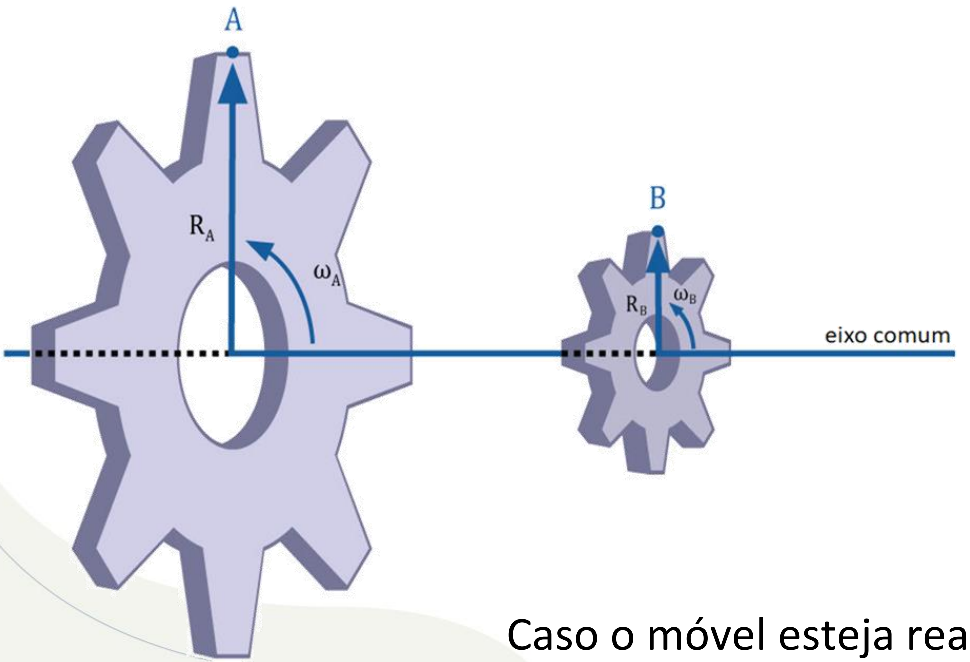
Caso o móvel esteja realizando um MCUV:

$$\boxed{a_A = a_B} \text{ e } \boxed{\gamma_A \cdot R_A = \gamma_B \cdot R_B}$$

2.4. Transmissão de movimento circular

Estratégia Militares

2.4.2. Engrenagens com mesmo eixo de rotação



$$\boxed{\Delta\varphi_B = \Delta\varphi_A}$$

$$\Rightarrow \omega_A \cdot \Delta t = \omega_B \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_A = \omega_B}$$

$$\Rightarrow 2\pi f_A = 2\pi f_B \quad \Rightarrow \boxed{f_A = f_B}$$

$$\omega_A = \omega_B \Rightarrow \boxed{\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}}$$

Caso o móvel esteja realizando um MCUV:

$$\boxed{\gamma_A = \gamma_B} \text{ e } \boxed{\frac{a_A}{R_A} = \frac{a_B}{R_B}}$$

Exemplo 06.

Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível têm raios $R_A = 60\ cm$ e $R_B = 20\ cm$, conforme o desenho abaixo. Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é $f_A = 30\ rpm$, então a frequência da polia B é

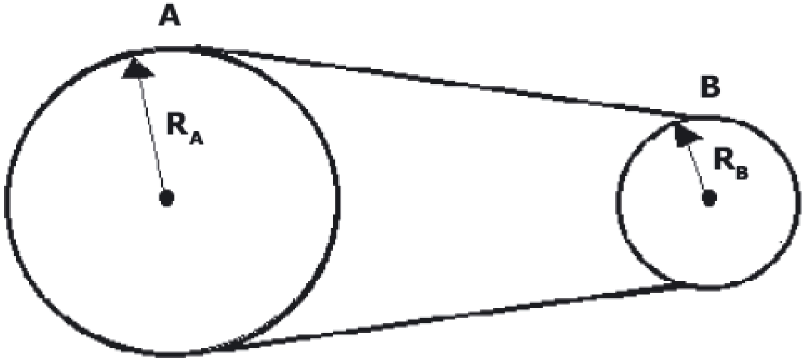
a) 10 rpm

b) 20 rpm

c) 80 rpm

d) 90 rpm

e) 120 rpm



Desenho Ilustrativo-Fora de Escala

Exemplo 06.

ESCLARECENDO!

Comentários:

Como as polias estão ligadas por uma correia comum, a velocidade linear será a mesma nas duas polias:

$$v_A = v_B$$

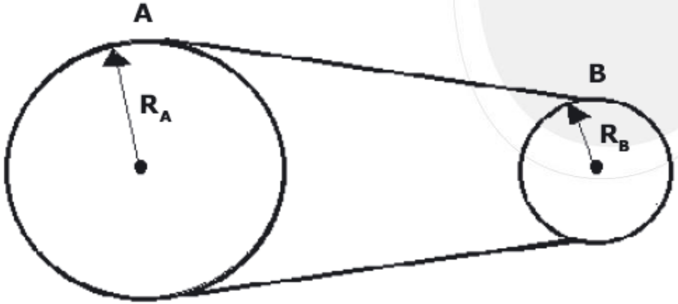
$$\omega_A R_A = \omega_B R_B$$

$$2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B$$

$$f_B = \frac{R_A}{R_B} f_B$$

$$f_B = \frac{60}{20} \cdot 30$$

$$\boxed{f_B = 90\, rpm}$$

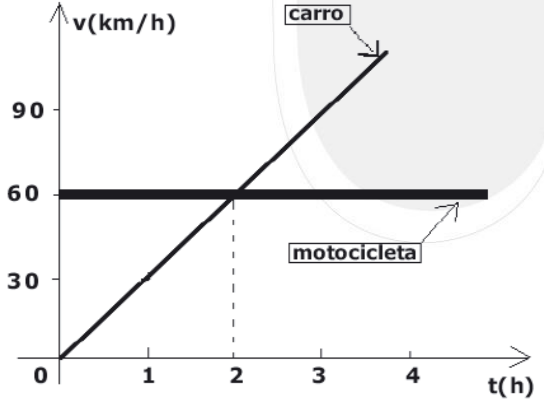


Desenho Ilustrativo-Fora de Escala

Exemplo 07.

O gráfico abaixo está associado ao movimento de uma motocicleta e de um carro que se deslocam ao longo de uma estrada retilínea. Em $t = 0$ ambos se encontram no quilômetro 0 (zero) dessa estrada.

Com relação a esse gráfico, são feitas as seguintes afirmações:



Desenho Ilustrativo Fora de Escala

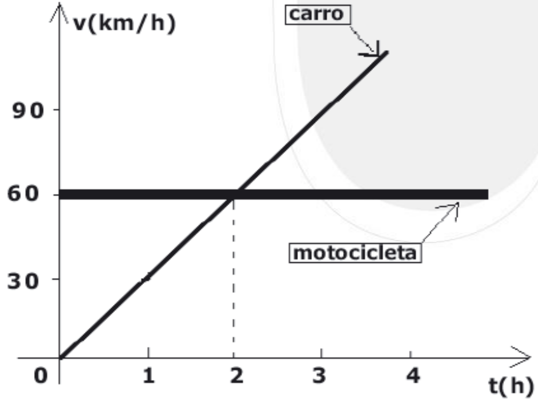
I. a motocicleta percorre a estrada em movimento uniformemente retardado.

II. entre os instantes 0 h e 2 h, o carro e a motocicleta percorrem, respectivamente, uma distância de 60 km e 120 km.

III. a velocidade do carro aumenta 30 km/h a cada hora.

Exemplo 07.

O gráfico abaixo está associado ao movimento de uma motocicleta e de um carro que se deslocam ao longo de uma estrada retilínea. Em $t = 0$ ambos se encontram no quilômetro 0 (zero) dessa estrada.



Desenho Ilustrativo Fora de Escala

Com relação a esse gráfico, são feitas as seguintes afirmações:

IV. o carro e a motocicleta voltam a estar na mesma posição no instante $t = 2\ h$.

Das afirmações acima está(ão) correta(s) apenas a(s).

a) IV.

b) II, III e IV.

c) I, III e IV.

d) II e III.

e) I e III.

Exemplo 08.

Dois discos fixados a um mesmo eixo, que gira com frequência igual a f. A distância entre os discos é d. Um projétil é disparado, em uma linha paralela ao eixo, com uma velocidade v_p, perfurando os dois discos de tal forma que o ângulo formado pelo eixo comum com o furo do primeiro disco e o plano formado pelo eixo comum com o furo do segundo disco é $\Delta\varphi$. Calcule a velocidade do projétil.

Comentários:

Inicialmente, vamos calcular o tempo que o projétil gasta para percorrer a distância entre os dois discos:

$$\Delta t = \frac{d}{v_p}$$

Nesse intervalo de tempo, o eixo teve uma variação angular de φ, logo:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow 2\pi f = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow 2\pi f = \frac{\Delta\varphi}{\frac{d}{v_p}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_p = \frac{2\pi f d}{\Delta\varphi}}$$

Obrigado!

@proftoniburgatto

@estrategiavestibulares

@estrategiamilitares

Estratégia
Militares