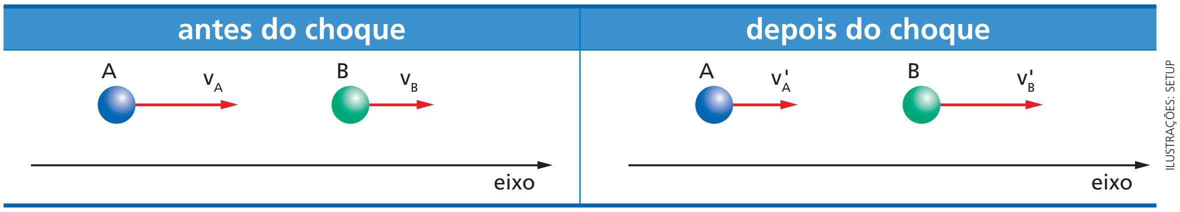
Colisões

Vamos demonstrar que numa colisão elástica o coeficiente de restituição (*e*) é igual a 1:



Pela Conservação da Quantidade de Movimento, temos:

$$① \quad m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$m_A v_A - m_A v'_A = m_B v'_B - m_B v_B$$

$$m_A (v_A - v'_A) = m_B (v'_B - v_B) \quad ②$$

Num choque elástico há conservação de energia cinética:

$$\frac{m_A \cdot (v_A)^2}{2} + \frac{m_B \cdot (v_B)^2}{2} = \frac{m_A \cdot (v'_A)^2}{2} + \frac{m_B \cdot (v'_B)^2}{2}$$

$$m_A (v_A)^2 - m_A (v'_A)^2 = m_B (v'_B)^2 - m_B (v_B)^2$$

$$m_A \left[(v_A)^2 - (v'_A)^2\right] = m_B \left[(v'_B)^2 - (v_B)^2\right] \quad ③$$

Façamos a divisão membro a membro da equação ③ pela equação ②:

$$\frac{\cancel{m_A}\left[(v_A)^2 - (v'_A)^2\right]}{\cancel{m_A}(v_A - v'_A)} = \frac{m_B\left[(v'_B)^2 - (v_B)^2\right]}{m_B(v'_B - v_B)} \quad ④$$

Lembrando os produtos notáveis da Matemática:

$$\begin{cases} (v_A)^2 - (v'_A)^2 = (v_A + v'_A) \cdot (v_A - v'_A) \\ (v'_B)^2 - (v_B)^2 = (v'_B + v_B) \cdot (v'_B - v_B) \end{cases}$$

a equação ④ fica:

$$\frac{(v_A + v'_A)\cancel{(v_A - v'_A)}}{\cancel{(v_A - v'_A)}} = \frac{(v'_B + v_B)\cancel{(v'_B - v_B)}}{\cancel{(v'_B - v_B)}} \Rightarrow v_A + v'_A = v'_B + v_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = -(v'_A - v'_B) \Rightarrow \underbrace{-\frac{v'_A - v'_B}{v_A - v_B}}_{e} = 1 \Rightarrow e = 1$$