MATEMÁTICA

FRENTE A

MÓDULO 01

Conjuntos Numéricos

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Chama-se conjunto dos números naturais (símbolo $\mathbb{N}$) ao conjunto formado pelos números 0, 1, 2, 3, ...

Assim: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$.

Destacamos o conjunto $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\} = \{1, 2, 3, ...\}$ (conjunto dos números naturais não nulos).

No conjunto dos números naturais, é sempre possível efetuarmos a soma ou a multiplicação de dois números (essas operações estão definidas em $\mathbb{N}$). Dizemos que o conjunto dos números naturais é fechado em relação à sua soma e à sua multiplicação. Porém, nem sempre sua subtração é possível. Por exemplo, $3 - 5 \notin \mathbb{N}$, daí a necessidade de um conjunto mais amplo.

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Chama-se conjunto dos números inteiros (símbolo $\mathbb{Z}$) ao conjunto formado por todos os números naturais e pelos opostos.

Assim: $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

No conjunto $\mathbb{Z}$, distinguimos cinco subconjuntos notáveis:

i) $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N}$ (conjunto dos inteiros não negativos).

ii) $\mathbb{Z}_- = \{0, -1, -2, -3, ...\}$ (conjunto dos inteiros não positivos).

iii) $\mathbb{Z}^* = \{..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...\}$ (conjunto dos inteiros não nulos).

iv) $\mathbb{Z}^*_+ = \{1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N}^*$ (conjunto dos inteiros positivos).

v) $\mathbb{Z}^*_- = \{..., -3, -2, -1\}$ (conjunto dos inteiros negativos).

A soma, a subtração ou a multiplicação de números inteiros sempre resulta em um número inteiro. O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) é, portanto, fechado em relação a essas operações.

Divisibilidade

Dizemos que o inteiro **a**, em que $a \neq 0$, é divisor do inteiro **b**, ou que **a** divide **b**, se a divisão de **b** por **a** for exata, ou seja, resto zero.

Exemplos:

1º) 2 é divisor de 6, pois $6 : 2 = 3$.

2º) 7 divide −21, pois $-21 : 7 = -3$.

> Quando **a** é divisor de **b**, com $a \neq 0$, dizemos que "**b** é divisível por **a**" ou "**b** é múltiplo de **a**".

Para um inteiro **a** qualquer, indicamos com D(a) o conjunto de seus divisores e com M(a) o conjunto de seus múltiplos.

Exemplos:

1º) $D(2) = \{\pm2, \pm1\}$

2º) $D(-3) = \{\pm3, \pm1\}$

3º) $D(0) = \mathbb{Z}^*$

4º) $M(2) = \{0, \pm2, \pm4, \pm6, ...\}$

5º) $M(-3) = \{0, \pm3, \pm6, \pm9, ...\}$

6º) $M(0) = \{0\}$

Dizemos que um número inteiro **p** é primo se $p \notin \{-1, 0, 1\}$ e $D(p) = \{-p, p, -1, 1\}$.

Exemplos:

−2, 2, −3, 3, −5, 5, −7 e 7 são primos.

Dado um número $q \notin \{-1, 1\}$, o inverso de **q** não existe em $\mathbb{Z}$: $\frac{1}{q} \notin \mathbb{Z}$. Por isso, não podemos definir em $\mathbb{Z}$ a operação de divisão. Introduziremos, então, o conjunto dos números racionais.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Chama-se conjunto dos números racionais (símbolo $\mathbb{Q}$) ao conjunto das frações que podem ser reduzidas à forma $\frac{a}{b}$, em que $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$.

No conjunto $\mathbb{Q}$, destacamos 5 subconjuntos:

i) $\mathbb{Q}_+$ = conjunto dos racionais não negativos.

ii) $\mathbb{Q}_-$ = conjunto dos racionais não positivos.

iii) $\mathbb{Q}^*$ = conjunto dos racionais não nulos.

iv) $\mathbb{Q}^*_+$ = conjunto dos racionais positivos.

v) $\mathbb{Q}^*_-$ = conjunto dos racionais negativos.

Na fração $\frac{a}{b}$, em que $b \neq 0$, **a** é o numerador e **b**, o denominador. Se **a** e **b** são primos entre si, isto é, se MDC (a, b) = 1, então dizemos que $\frac{a}{b}$ é uma fração irredutível. Assim, as frações $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$ e $\frac{7}{15}$ são irredutíveis, mas $\frac{6}{10}$ não é.

O conjunto dos números inteiros está contido no conjunto números racionais ($\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$), pois todo inteiro é uma fração com denominador 1.

Assim, $2 \in \mathbb{Q}$, pois $2 = \frac{2}{1}$.

Números decimais

Notemos que todo número racional $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$, pode ser representado por um número decimal. Passa-se um número racional $\frac{a}{b}$ para a forma de número decimal dividindo o inteiro **a** pelo inteiro **b**. Na passagem de uma notação para outra, podem ocorrer dois casos:

i) O número decimal tem uma quantidade finita de algarismos diferentes de zero, isto é, uma decimal exata.

Exemplos:

1º) $\frac{2}{1} = 2$

2º) $\frac{1}{4} = 0,25$

3º) $\frac{1}{50} = 0,020$

4º) $\frac{1\,037}{10\,000} = 0,1037$

ii) O número decimal tem uma quantidade infinita de algarismos que se repetem periodicamente, isto é, uma dízima periódica.

Exemplos:

1º) $\frac{2}{3} = 0,666... = 0,\overline{6}$ (período 6)

2º) $\frac{2}{7} = 0,285714285714... = 0,\overline{285714}$ (período 285714)

3º) $\frac{11}{6} = 1,8333... = 1,8\overline{3}$ (período 3)

Podemos notar, também, que todo número na forma de decimal exata ou de dízima periódica pode ser convertido à forma de fração $\frac{a}{b}$ e, portanto, representa um número racional.

Quando a decimal é exata, podemos transformá-la em uma fração cujo numerador é o numeral decimal sem a vírgula e cujo denominador é o algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do numeral dado.

- $0,3 = \frac{3}{10}$
- $0,17 = \frac{17}{100}$
- $4,236 = \frac{4\,236}{1\,000}$
- $63,4598 = \frac{634\,598}{10\,000}$

Quando a decimal é uma dízima periódica, devemos procurar sua geratriz. A seguir, são dados alguns exemplos de como obter a geratriz de uma dízima periódica.

Exemplo 1:

Obter a fração geratriz de 0,444... .

$$\left.\begin{aligned} x &= 0,444... \\ 10x &= 4,444... \end{aligned}\right\} \Rightarrow 10x - x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{9}$$

Portanto, $0,444... = \frac{4}{9}$.

Exemplo 2:

Obter a fração geratriz de 0,41777...

$x = 0,41777...$

$$\left.\begin{aligned} 1\,000x &= 417,777... \\ 100x &= 41,777... \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$1\,000x - 100x = 417,777... - 41,777... \Rightarrow \quad x = \frac{376}{900} = \frac{94}{225}$$

Portanto, $0,41777... = \frac{94}{225}$.

Regra prática I

No numerador da fração, coloca-se aquilo que se repete (período); no denominador, tantos noves quantos forem os algarismos que se repetem. No exemplo 1, só um algarismo (o quatro) se repete, por isso coloca-se um só 9 no denominador da fração.

Exemplo 3:

$$0{,}2323232... = \frac{23}{99}$$

Regra prática II

Para formar o numerador, junta-se a parte que não se repete com o período (243) e subtrai-se da parte que não se repete (24). No denominador, coloca-se um 9 para cada algarismo do período e um 0 para cada algarismo que não se repete, após a vírgula.

Exemplo 4:

$$2{,}43333... = \frac{243-24}{90} = \frac{219}{90} = \frac{73}{30}$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

Números irracionais

Existem números cuja representação decimal com infinitas casas decimais não é periódica. Por exemplo, o numeral decimal 0,1010010001... (em que o número de algarismos 0 intercalados entre os algarismos 1 vai crescendo) é não periódico. Ele representa um número não racional (irracional).

Outros exemplos de números irracionais:

1º) 1,234567891011...

2º) 6,02002000...

3º) 34,56789101112...

4º) $\sqrt{2}$

5º) $\sqrt[3]{5}$

6º) $\sqrt{1 + \sqrt{3}}$

OBSERVAÇÕES

i) Dados **α** irracional e **r** racional não nulo, temos:

$$\left.\begin{matrix} \alpha + r \\ \alpha . r \\ \dfrac{\alpha}{r} \\ \dfrac{r}{\alpha} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{ são todos números irracionais.}$$

Exemplos:

1º) $\sqrt{2} + 1$

2º) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3º) $3\sqrt{2}$

4º) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

Todos os números apresentados anteriormente são irracionais.

ii) A soma, subtração, multiplicação ou divisão de dois irracionais pode resultar em um racional ou em um irracional.

Exemplos:

1º) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

2º) $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$

3º) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

4º) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Esses números são irracionais.

Exemplos:

1º) $\sqrt{2} + \left(1 - \sqrt{2}\right) = 1$

2º) $\sqrt{2}.\sqrt{8} = 4$

3º) $\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$

4º) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$

Esses números são racionais.

Números reais

Chama-se conjunto dos números reais (símbolo $\mathbb{R}$) àquele formado por todos os números com representação decimal, isto é, as decimais exatas ou periódicas (que são números racionais) e as decimais não exatas e não periódicas (que são números irracionais).

Dessa forma, o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) é a união do conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) com o conjunto dos números irracionais (símbolo $\mathbb{I}$).

No conjunto $\mathbb{R}$, destacamos cinco subconjuntos:

i) $\mathbb{R}_+$ = conjunto dos reais não negativos.

ii) $\mathbb{R}_-$ = conjunto dos reais não positivos.

iii) $\mathbb{R}^*$ = conjunto dos reais não nulos.

iv) $\mathbb{R}^*_+$ = conjunto dos reais positivos.

v) $\mathbb{R}^*_-$ = conjunto dos reais negativos.

Intervalos reais

Dados dois números reais **a** e **b**, com a < b, definimos:

i) Intervalo aberto de extremos **a** e **b** é o conjunto:

$$]a, b[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

ii) Intervalo fechado de extremos **a** e **b** é o conjunto:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

iii) Intervalo fechado à esquerda (ou aberto à direita) de extremos **a** e **b** é o conjunto:

$$[a, b[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$

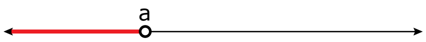
iv) Intervalo fechado à direita (ou aberto à esquerda) de extremos **a** e **b** é o conjunto:

$$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

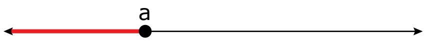
Os números reais **a** e **b** são denominados, respectivamente, extremo inferior e extremo superior do intervalo.

Também são intervalos reais os "intervalos infinitos" assim definidos:

i) $]-\infty, a[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$



ii) $]-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$



iii) $]a, +\infty[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$

iv) $[a, +\infty[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$

CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Vimos que $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ qualquer que seja o real **a** não negativo. Assim, por exemplo, $\sqrt{5}$ e $\sqrt[3]{7}$ são números reais.

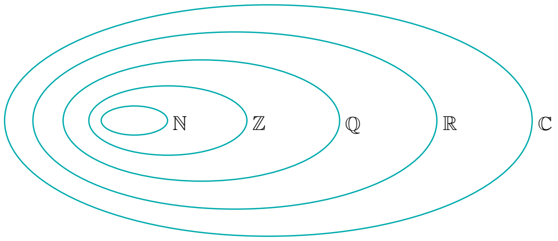
Se o índice da raiz for ímpar, os radicais da forma $\sqrt[n]{-a}$, em que $a \in \mathbb{R}_+$, também representam números reais. É o caso, por exemplo, de $\sqrt[5]{-3}$.

Por outro lado, se o radicando é negativo e o índice da raiz é par, o radical $\sqrt[n]{-a}$, não representa elemento de $\mathbb{R}$. Por exemplo, $\sqrt{-1}$ não é real, pois $\sqrt{-1} = x \Rightarrow -1 = x^2$, o que é impossível, pois se $x \in \mathbb{R}$, então $x^2 \geq 0$.

Para resolver esse problema com $\sqrt[n]{a}$, introduzimos o conjunto dos números complexos (símbolo $\mathbb{C}$), do qual $\mathbb{R}$ é um subconjunto.

RESUMO

Os conjuntos numéricos podem ser representados esquematicamente pela figura a seguir:



Observemos que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Notemos também que:

i) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$ = conjunto dos números inteiros negativos.

ii) $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ = conjunto dos números racionais não inteiros.

iii) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ = conjunto dos números reais irracionais.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. 0SAT

(UECE) Dados os números racionais $\frac{3}{7}, \frac{5}{6}, \frac{4}{9}$ e $\frac{3}{5}$, a divisão do menor deles pelo maior é igual a:

A) $\frac{27}{28}$

B) $\frac{18}{25}$

C) $\frac{18}{35}$

D) $\frac{20}{27}$

02. ALRH

(UFRGS-RS) Se x = 0,949494... e y = 0,060606..., então x + y é igual a:

A) 1,01

B) 1,11

C) $\frac{10}{9}$

D) $\frac{100}{99}$

E) $\frac{110}{9}$

03. (UFJF-MG) Marque a alternativa incorreta a respeito dos números reais.

A) Se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

B) Se a representação decimal de um número é finita, então esse número é racional.

C) Todo número irracional tem uma representação decimal infinita.

D) Todo número racional tem uma representação decimal finita.

04. O8LE

(UFRR) Considere o intervalo $J = \left]\frac{3}{7}, \frac{8}{7}\right[$. Assinale a única afirmativa verdadeira sobre **J**.

A) Não existem valores inteiros no intervalo J.

B) Existem exatamente quatro números racionais no intervalo J.

C) Não existem números irracionais no intervalo J.

D) Existem infinitos números reais no intervalo J.

E) Existem exatamente seis números racionais no intervalo J.

05. (UFF-RJ) Segundo o matemático Leopold Kronecker (1823-1891), "Deus fez os números inteiros, o resto é trabalho do homem."

Os conjuntos numéricos são, como afirma o matemático, uma das grandes invenções humanas.

Assim, em relação aos elementos desses conjuntos, é correto afirmar que:

A) o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

B) a soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.

C) entre os números reais 3 e 4 existe apenas um número irracional.

D) entre dois números racionais distintos existe pelo menos um número racional.

E) a diferença entre dois números inteiros negativos é sempre um número inteiro negativo.

06. HCR8

(UECE) A quantidade de números inteiros positivos **n**, que satisfazem a desigualdade: $\frac{3}{7} < \frac{n}{14} < \frac{2}{3}$ é:

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

07. 6EBK

(CEFET-MG) Um grupo de alunos cria um jogo de cartas, em que cada uma apresenta uma operação com números racionais. O ganhador é aquele que obtiver um número inteiro como resultado da soma de suas cartas. Quatro jovens ao jogar receberam as seguintes cartas:

	1ª carta	2ª carta
Maria	$1,333... + \frac{4}{5}$	$1,2 + \frac{7}{3}$
Selton	$0,222... + \frac{1}{5}$	$0,3 + \frac{1}{6}$
Tadeu	$1,111... + \frac{3}{10}$	$1,7 + \frac{8}{9}$
Valentina	$0,666... + \frac{7}{2}$	$0,1 + \frac{1}{2}$

O vencedor do jogo foi

A) Maria.

B) Selton.

C) Tadeu.

D) Valentina.

08. 9GX3

(Fatec-SP) Considere a sentença: para qualquer **x** pertencente ao conjunto **M** tem-se $x^2 > x$.

Assinale a alternativa que apresenta um possível conjunto **M**.

A) $\left\{-2; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

B) $\left\{-\frac{1}{2}; 0; 2\right\}$

C) $\left\{-2; -\frac{1}{2}; 2\right\}$

D) {–1; 1; 2}

E) $\left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Unifor-CE–2022)

Traduzido de: mildhotpeppers.com - Anthony Chen

Disponível em: www.somatematica.com.br. Acesso em: 10 out. 2021.

A temática da tirinha são os números racionais e os números irracionais, sobre os quais podemos afirmar que

A) existem números que são racionais e irracionais ao mesmo tempo, chamados números perfeitos.

B) tanto dízimas periódicas quanto dízimas não periódicas podem ser representadas na forma de fração.

C) somente os números racionais podem ser escritos na forma de fração ou de dízimas periódicas.

D) a soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.

E) os números irracionais não fazem parte do conjunto dos números reais.

02. (UFRGS-RS–2020) Considere as seguintes afirmações sobre números racionais.

I. Se $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, então $\left(\frac{a}{b}\right)^2 < \left(\frac{c}{d}\right)^2$.

II. Se $\frac{a}{b} < 0 < \frac{c}{d}$, então $\frac{c}{d} + \frac{a}{b} > 0$.

III. Toda fração da forma $\frac{a}{b}$ é irredutível.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.

B) Apenas II.

C) Apenas III.

D) Apenas II e III.

E) I, II e III.

03. (UECE) Se $x = \left\{0{,}333\ldots,\ 0{,}760,\ \frac{13}{17},\ \frac{6}{17}\right\}$.

Se **a** e **b** são respectivamente o maior e o menor dos elementos de **x**, então, $\frac{a + b^2}{b}$ é um número

A) entre 1 e 2.

B) entre 2 e 3.

C) entre 3 e 4.

D) maior do que 4.

04. WLUW (UEG-GO) Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, a interseção entre eles é dada pelo conjunto:

A) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 4\}$

B) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

C) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$

D) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4\}$

05. 3W3Z (UEG-GO) Se colocarmos os números reais $-\sqrt{5}, 1, -\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{8}$ em ordem decrescente, teremos a sequência

A) $\frac{3}{8}, 1, -\frac{3}{5}, -\sqrt{5}$.

B) $\frac{3}{8}, 1, -\sqrt{5}, -\frac{3}{5}$.

C) $1, \frac{3}{8}, -\frac{3}{5}, -\sqrt{5}$.

D) $1, \frac{3}{8}, -\sqrt{5}, -\frac{3}{5}$.

06. (PUC RS) Em nossos trabalhos com matemática, mantemos um contato permanente com o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, que possui, como subconjuntos, o conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais, o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros, o $\mathbb{Q}$ dos números racionais e o dos números irracionais $\mathbb{I}$. O conjunto dos números reais também pode ser identificado por:

A) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}$

B) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q}$

C) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}$

D) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{I}$

E) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

07. IAER (UFJF-MG) Define-se o comprimento de cada um dos intervalos [a, b],]a, b[,]a, b] e [a, b[como sendo a diferença (b – a). Dados os intervalos M = [3, 10], N =]6, 14[, P = [5, 12[, o comprimento do intervalo resultante de $(M \cap P) \cup (P - N)$ é igual a:

A) 1

B) 3

C) 5

D) 7

E) 9

08. CVR6 (CEFET-MG) Considere os conjuntos **X** e **Y** definidos por

$X = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ é múltiplo de $3\}$ e

$Y = \{y \in \mathbb{Z} \mid y$ é divisor de $84\}$.

Sobre o conjunto $A = X \cap Y$ é correto afirmar que

A) se $n \in A$ então $(-n) \in A$.

B) o conjunto A possui 4 elementos.

C) o menor elemento do conjunto A é o zero.

D) o maior elemento do conjunto A é divisível por 7.

09. BEKL (UFMG) Considere **x**, **y** e **z** números naturais. Na divisão de **x** por **y**, obtêm-se quociente **z** e resto 8. Sabe-se que a representação decimal de $\frac{x}{y}$ é a dízima periódica 7,363636... Então, o valor de x + y + z é:

A) 190

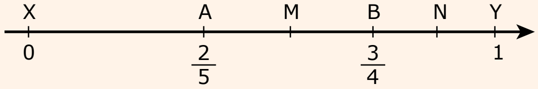
B) 193

C) 191

D) 192

10. MU50

(UFTM-MG) Sabe-se que há infinitos números irracionais entre dois números racionais quaisquer, e há infinitos números racionais entre dois números irracionais quaisquer. A figura mostra um trecho da reta numérica:



Se **M** é ponto médio do segmento AB, e **N** é ponto médio do segmento BY, então é correto afirmar que a abscissa do ponto:

A) M é uma dízima periódica simples.

B) N não possui representação fracionária.

C) M e a abscissa do ponto N possuem representação decimal exata.

D) M é um número irracional.

E) M e a abscissa do ponto N são dízimas periódicas compostas.

11. (UEL-PR) Considere os seguintes conjuntos:

I. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 20\}$

II. $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$

III. $C = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{40}{n}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$

O conjunto $(A \cap B) \cap C$ tem

A) dois elementos.

B) três elementos.

C) quatro elementos.

D) oito elementos.

E) quatorze elementos.

12. 2XW7

(IFMA) Sejam as afirmativas: sabendo que $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais, $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros, $\mathbb{Q}$ o conjunto dos números racionais e $\mathbb{I}$ o conjunto dos números irracionais:

I. $\sqrt{10} \in (\mathbb{Q} \cup \mathbb{I})$

II. $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{R}$

III. $(\mathbb{Q} \cap \mathbb{I}) = \varnothing$

IV. $\mathbb{R} \subset \mathbb{R}^*$

V. $3{,}762 \in (\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z})$

VI. $\mathbb{I} \not\subset \mathbb{Z}$

As afirmativas corretas são

A) V e VI.

B) II, IV e V.

C) II, III e V.

D) I, III e VI.

E) III e IV.

13. 9J6Q

(UFRGS-RS) Sendo **a**, **b** e **c** números reais, considere as seguintes afirmações.

I. Se $a \neq 0, b \neq 0$ e $a < b$, então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

II. Se $c \neq 0$, então $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$.

III. Se $b \neq 0$ e $c \neq 0$, então $(a : b) : c = a : (b : c)$.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.

B) Apenas II.

C) Apenas I e II.

D) Apenas II e III.

E) I, II e III.

14. C2BV

(CEFET-MG) Considere as afirmações a seguir, em que **a** e **b** são números reais.

I. $a^2 \geq a$

II. $a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b$

III. $\sqrt{a^2 + b^2} \geq a$

IV. $a < b \Leftrightarrow \quad a < \frac{a+b}{2} < b$

Estão corretas apenas as afirmativas

A) I e II.

B) I e III.

C) II e IV.

D) III e IV.

15. 1Y5C

(UFV-MG) Sejam $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\ldots\}$, $M = \{m \in \mathbb{N} \mid m$ é divisor de $24\}$, $P = \{p \in \mathbb{N} \mid p$ é múltiplo de 2 e menor que $14\}$ e $Q = \{q \in \mathbb{N} \mid q$ é um número quadrado perfeito e divisor de $64\}$. Considerando-se as operações entre os conjuntos **M**, **P** e **Q**, assinale a alternativa incorreta.

A) $(M \cap P) - (P \cap Q) = \{2, 6, 8, 12\}$

B) $M \cap (P \cup Q) = (M \cap P) \cup (M \cap Q)$

C) $M \cup (P \cap Q) = M$

D) $P - Q = \{2, 6, 8, 10, 12\}$

16. WWTP

(UEFS-BA) Sejam **N**, **Z**, **Q** e **R** os conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais e reais, respectivamente.

Dados: $G = \left\{n \in Z \mid \frac{90}{n} \in N\right\}$, $F = \{q \in Q \mid 12q \in Z\}$ e

$D = \left\{x \in R \mid \sqrt{x} \in Q\right\}$, é correto afirmar:

A) $F \cap D \subset N$.

B) $F \cap Z$ é o conjunto vazio.

C) $\sqrt{2} \in (D - Q)$.

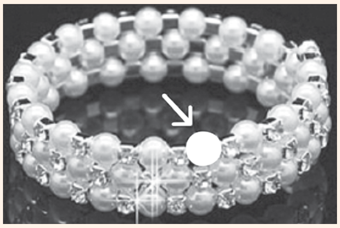
D) $G \cup D \subset F$.

E) $G \cap F \cap D$ tem 2 elementos.

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO **Bernoulli Play**

01. RHYW (Enem) Uma pessoa ganhou uma pulseira formada por pérolas esféricas, na qual faltava uma das pérolas. A figura indica a posição em que estaria faltando esta pérola.



Ela levou a joia a um joalheiro que verificou que a medida do diâmetro dessas pérolas era 4 milímetros. Em seu estoque, as pérolas do mesmo tipo e formato, disponíveis para reposição, tinham diâmetros iguais a: 4,025 mm; 4,100 mm; 3,970 mm; 4,080 mm e 3,099 mm.

O joalheiro então colocou na pulseira a pérola cujo diâmetro era o mais próximo do diâmetro das pérolas originais.

A pérola colocada na pulseira pelo joalheiro tem diâmetro, em milímetro, igual a:

A) 3,099
B) 3,970
C) 4,025
D) 4,080
E) 4,100

02. (Enem) Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos

A) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{4}$.

B) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$.

C) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$.

D) $\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$.

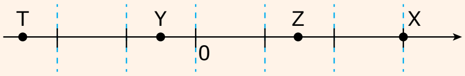
E) $\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$.

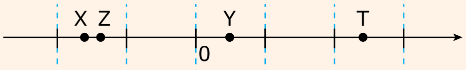
03. (Enem) Em um jogo educativo, o tabuleiro é uma representação da reta numérica e o jogador deve posicionar as fichas contendo números reais corretamente no tabuleiro, cujas linhas pontilhadas equivalem a 1 (uma) unidade de medida. Cada acerto vale 10 pontos.

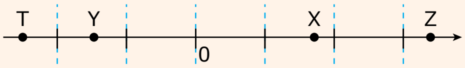
Na sua vez de jogar, Clara recebe as seguintes fichas:

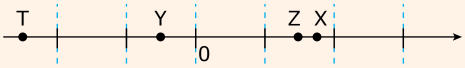
$\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-2,5$
X	Y	Z	T

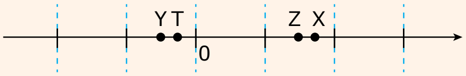
Para que Clara atinja 40 pontos nessa rodada, a figura que representa seu jogo, após a colocação das fichas no tabuleiro, é:

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. D
○ 03. D
○ 04. D
○ 05. D
○ 06. B
○ 07. C
○ 08. C

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. A
○ 03. B
○ 04. A
○ 05. C
○ 06. E
○ 07. C
○ 08. D
○ 09. C
○ 10. C
○ 11. B
○ 12. D
○ 13. B
○ 14. D
○ 15. D
○ 16. E

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. C
○ 03. D

Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

MATEMÁTICA

FRENTE B

MÓDULO 01

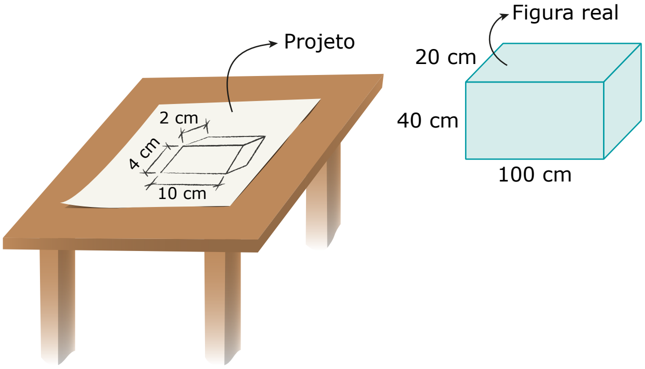
Razões e Proporções

RAZÃO

Para a, b $\in \mathbb{R}$ ($b \neq 0$), o quociente $\frac{a}{b}$ é chamado de **razão** entre **a** e **b** (nessa ordem, **a** é denominado antecedente, e **b**, consequente).

Escala

Duas figuras são chamadas de semelhantes quando possuem uma correspondência entre seus elementos e a razão entre os valores lineares correspondentes é constante. Observe a ilustração do projeto de uma caixa.



O projeto criado ilustra uma figura semelhante à original e a constante de proporcionalidade poderá ser encontrada a seguir.

Relação entre o projeto e a figura real:

$$\frac{10\text{ cm}}{100\text{ cm}} = \frac{4\text{ cm}}{40\text{ cm}} = \frac{2\text{ cm}}{20\text{ cm}} = \frac{1}{10}$$

Observa-se que a constante de proporcionalidade é $\frac{1}{10}$, ou seja, a cada 1 cm no projeto encontram-se 10 cm na figura real.

A relação entre as dimensões da figura e o valor correspondente real é denominada **escala**, ou seja, a escala pode ser entendida como a razão entre as medidas do desenho e a medida real correspondente.

Exemplos:

1º) Em um mapa, a distância entre duas cidades é de 6 cm. Sabendo que a distância real entre as cidades é de 690 km, qual é a escala desse mapa?

Medida no desenho: 6 cm

Medida real: 690 km = 69 000 000 cm

$$\text{Escala} = \frac{\text{medida no desenho}}{\text{medida real}}$$

$$\frac{6}{69\ 000\ 000} = \frac{1}{11\ 500\ 000} \text{ ou } 1 : 11\ 500\ 000$$

A expressão 1 : 11 500 000 significa que cada 1 cm da medida no desenho corresponde a 11 500 000 cm no tamanho real.

2º) No mapa a seguir, a distância entre **A** e **B** corresponde a 7 cm. Dada a escala gráfica, qual é a distância real entre **A** e **B**?

De acordo com a escala gráfica dada no mapa, cada 1 cm no desenho corresponde a 200 m (20 000 cm) de distância real. Assim, a escala é 1 : 20 000 e a distância real pode ser encontrada da seguinte forma:

$$\frac{1}{20\ 000} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 140\ 000\text{ cm} = 1\ 400\text{ m} = 1{,}4\text{ km}$$

PROPORÇÃO

Para a, b, c, d ∈ ℝ (b ≠ 0, d ≠ 0), a igualdade de razões é chamada de **proporção**.

a : b = c : d, que também pode ser escrito na forma: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Algumas propriedades das proporções

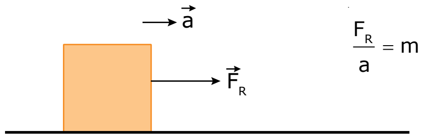
Das propriedades dos números reais, podemos concluir algumas equivalências entre proporções.

Para a, b, c, d ∈ ℝ*, temos:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\Leftrightarrow ad = bc$
	$\Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ $\Leftrightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$ $\Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ $\Leftrightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$
	$\Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

NÚMEROS PROPORCIONAIS

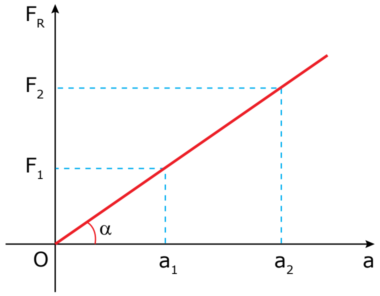
Considere um corpo de massa **m**. Sabemos que a razão entre a força resultante que age sobre esse corpo e a sua aceleração é constante e igual a **m**.



$$\frac{F_R}{a} = m$$

Quando duas grandezas possuem razão constante, são chamadas de **grandezas diretamente proporcionais**.

A função por elas determinada é denominada função linear, e o gráfico, se contínuo, é uma reta que passa pela origem.



$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2}$$

Exemplo:

Para um corpo de massa 2 kg, vejamos a aceleração gerada por diversas forças resultantes:

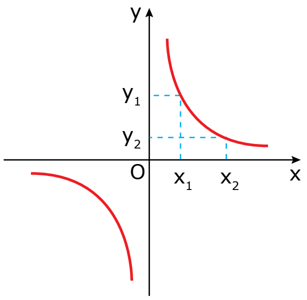
F_R (N)	2	4	6	8	10
a (m/s²)	1	2	3	4	5

Duas grandezas, tais que o produto entre elas é sempre constante, são chamadas de **grandezas inversamente proporcionais**. A função por elas determinada é uma função recíproca, e o gráfico é uma hipérbole equilátera.

Exemplo:

xy = 8

x	y
–4	–2
–2	–4
–1	–8
1	8
2	4
4	2



$$x_1y_1 = x_2y_2$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (Unicamp-SP) A quantia de R$ 1 280,00 deverá ser dividida entre 3 pessoas. Quanto receberá cada uma, se

A) a divisão for feita em partes diretamente proporcionais a 8, 5 e 7?

B) a divisão for feita em partes inversamente proporcionais a 5, 2 e 10?

Resolução:

Sendo **x**, **y** e **z** a quantia, em reais, que cada pessoa receberá, então:

A) $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{8+5+7} = \frac{1\,280}{20} = 64 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{x}{8} = 64 \\ \frac{y}{5} = 64 \\ \frac{z}{7} = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 512 \\ y = 320 \\ z = 448 \end{cases}$$

B) $\frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{2}} = \frac{z}{\frac{1}{10}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{10}} = \frac{1\,280}{\frac{2+5+1}{10}} = 1\,600 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{x}{\frac{1}{5}} = 1\,600 \\ \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1\,600 \\ \frac{z}{\frac{1}{10}} = 1\,600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5}\,.\,1\,600 \\ y = \frac{1}{2}\,.\,1\,600 \\ z = \frac{1}{10}\,.\,1\,600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 320 \\ y = 800 \\ z = 160 \end{cases} \Leftrightarrow$$

02. (UFOP-MG) Duas torneiras são utilizadas para encher um tanque vazio. Sozinhas, elas levam 10 horas e 15 horas, respectivamente, para enchê-lo. As duas juntas enchem-no em:

A) 6 horas.

B) 12 horas e 30 minutos.

C) 25 horas.

D) 8 horas e 15 minutos.

Resolução:

A 1ª torneira possui uma velocidade de enchimento igual a $v_1 = \frac{1}{10}\,\frac{\text{tanque}}{\text{hora}}$, e a 2ª torneira, igual a $v_2 = \frac{1}{15}\,\frac{\text{tanque}}{\text{hora}}$.

As duas torneiras juntas encherão o tanque com uma velocidade $v_{1,\,2} = v_1 + v_2 = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30}\,\frac{\text{tanque}}{\text{hora}}$, ou seja, encherão 5 tanques em 30 h, ou 1 tanque em 6 h.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. Q4SI

(UPE–2022) Leia o seguinte trecho retirado de *Viagem ao centro da terra*, do francês Júlio Verne:

"Nosso anfitrião proporcionou um grande prazer ao professor ao lhe dar um mapa da Islândia incomparavelmente mais perfeito que aquele de Henderson. Era o mapa do Sr. Olaf Nikolas Olsen, de escala 1 : 180 000, publicado pela Sociedade Literária Islandesa, segundo os trabalhos geodésicos do Sr. Scheel Frisac e o levantamento topográfico do Sr. Bjorn Gunolaugson. Eraum documento precioso para um minerologista".

VERNE, Júlio. *Viagem ao centro da terra*.
São Paulo: Principis, 2019.

O professor calculou a distância entre duas cidades **A** e **B** no mapa em questão, obtendo como resultado 3,5 cm. Qual a distância real, em quilômetros, entre as cidades **A** e **B**?

A) 6 300

B) 630

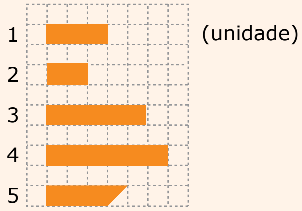
C) 63

D) 6,3

E) 0,63

02. 3AKG

(IFSP) Na figura, estão representadas 5 barras em uma malha quadriculada.



Tomando-se a barra 1 como unidade, pode-se concluir que os números racionais associados às medidas das barras 2, 3, 4 e 5 são, respectivamente:

A) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 2 \text{ e } \frac{7}{6}$.

B) $\frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2} \text{ e } \frac{6}{7}$.

C) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{7} \text{ e } \frac{1}{4}$.

D) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3} \text{ e } \frac{7}{3}$.

E) $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, 2 \text{ e } \frac{7}{6}$.

03. JVVD

(IFSP) Um mapa tem como escala a indicação 1 : 1 500 000. Nesse mapa, uma distância, em linha reta, de exatos 180 quilômetros reais entre duas cidades **A** e **B** é representado por um segmento de reta que, em centímetros, mede:

A) 12

B) 2,7

C) 27,0

D) 0,12

E) 1,2

04. VEQB (IFSP) Anderson pagou R$ 30,90 por 0,750 quilograma de um produto. Se ele tivesse comprado 1,250 quilogramas desse produto, ele teria pago o valor de

A) R$ 52,40.
B) R$ 50,60.
C) R$ 51,50.
D) R$ 53,70.
E) R$ 49,80.

05. NIW6 (UECE) Se um pacote de biscoito contém 10 biscoitos e pesa 95 gramas, e se 15 gramas de biscoito correspondem a 90 calorias, quantas calorias tem cada biscoito?

A) 53 calorias.
B) 55 calorias.
C) 57 calorias.
D) 59 calorias.

06. (UERJ–2020) Admita que, em dezembro de 2014, uma filha tinha 20 anos e seu pai, 50.

Em dezembro de 2024, a razão entre as idades da filha e do pai será de:

A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{4}{3}$

07. KQZ6 (ESPM-SP) Sabe-se que uma grandeza **A** é inversamente proporcional ao quadrado de uma grandeza **B** e que, quando **A** vale 1, **B** vale 6. Pode-se afirmar que, quando **A** vale 4 a grandeza **B** vale:

A) 1
B) 1,5
C) 3
D) 4
E) 4,5

08. JU1V (UERJ) Uma herança foi dividida em exatamente duas partes: **x**, que é inversamente proporcional a 2, e **y**, que é inversamente proporcional a 3.

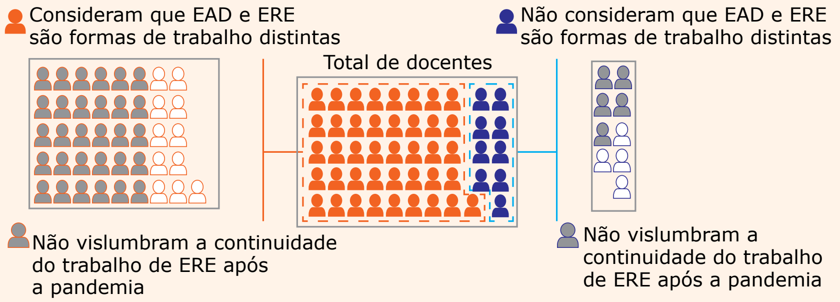
A parte **x** é igual a uma fração da herança que equivale a:

A) $\frac{3}{5}$
B) $\frac{2}{5}$
C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{5}{6}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UERJ–2022) Durante a atual pandemia da covid-19, uma universidade realizou um estudo com 400 docentes sobre o Ensino a Distância (EAD) e o Ensino Remoto Emergencial (ERE). Parte dos resultados desse estudo está representada a seguir:



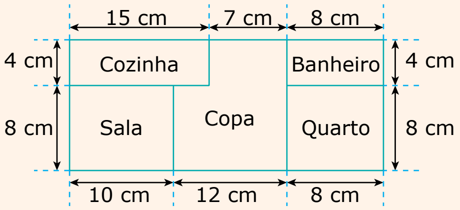
Adaptado de adunicamp.org.br.

Entre os docentes que consideram que o EAD e o ERE são formas de trabalho distintas, a quantidade daqueles que não vislumbram a continuidade do trabalho de ERE após a pandemia é igual a:

A) 200
B) 220
C) 240
D) 260

02. N82S

(UEMG) A planta de uma residência, apresentada no desenho a seguir, tem escala 1 : 80, ou seja, cada medida de 1 cm corresponde a uma medida de 80 cm na dimensão real.



Considerando informações e ilustração, só é correto afirmar que a área real da parte ocupada pela copa é igual a

A) 75,01 m².

B) 79,36 m².

C) 86,12 m².

D) 90,4 m².

03. 5BPX

(PUC-SP) Felício e Jandira pretendem viajar e foram a uma casa de câmbio, onde receberam as seguintes informações: com os 3 060 reais de que dispunha, Felício poderia comprar 1 500 dólares e, com os 3 250 reais de Jandira, seria possível comprar 1 250 euros. Com base nessas informações, é correto afirmar que, nesse dia, a cotação do euro em relação ao dólar era de:

A) 1,2745

B) 1,2736

C) 1,2625

D) 1,1274

E) 1,1235

04. (UDESC–2019) João precisará percorrer um trajeto de 200 km. O limite de velocidade em um trecho de 55 km é de 110 km/h; para 85 km do percurso o limite é de 100 km/h, e no restante do trajeto o limite é de 80 km/h. Se João andar exatamente no limite da pista em cada trecho e não fizer nenhuma parada, o tempo que ele levará para percorrer todo o trajeto é de:

A) 2 horas e 20 minutos.

B) 2 horas e 10 minutos.

C) 4 horas e 30 minutos.

D) 4 horas e 50 minutos.

E) 2 horas e 6 minutos.

05. I3ES

(UEL-PR) José limpa o vestiário de um clube de futebol em 30 minutos, enquanto seu irmão, Jair, limpa o mesmo vestiário em 45 minutos. Quanto tempo levarão os dois para limpar o vestiário juntos?

A) 15 minutos e 30 segundos.

B) 18 minutos.

C) 20 minutos.

D) 36 minutos.

E) 37 minutos e 30 segundos.

06. (FMP-RJ–2022) Sabe-se que 21 mL de um medicamento devem ser administrados a um paciente, ao longo de três dias, de tal forma que as dosagens diárias a serem administradas sejam diretamente proporcionais a 2, 5 e 7, nessa ordem.

Assim, as dosagens diárias, em mL, a serem administradas são:

A) 2; 5; 7

B) 2; 8; 11

C) 3; 7; 11

D) 3; 7,5; 10,5

E) 3,5; 7,5; 10

07. W26E

(Insper-SP) Em uma noite, a razão entre o número de pessoas que estavam jantando em um restaurante e o número de garçons que as atendiam era de 30 para 1. Em seguida, chegaram mais 50 clientes, mais 5 garçons iniciaram o atendimento e a razão entre o número de clientes e o número de garçons ficou em 25 para 1. O número inicial de clientes no restaurante era:

A) 250

B) 300

C) 350

D) 400

E) 450

08. (UERJ–2020) As informações da tabela a seguir apresentam a quantidade de material que um marceneiro possui em seu estoque e a quantidade de cada material necessária para montar uma estante perfeita.

Material	Quantidade total em estoque	Quantidade necessária para montagem de estante perfeita
Painéis	18	01
Prateleiras horizontais	70	05
Madeiras laterais	33	02
Parafusos pequenos	320	24
Parafusos grandes	60	04

Calcule o maior número de estantes perfeitas que o marceneiro consegue montar usando apenas seu estoque.

09. 2P1V

(CEFET-MG) Três pessoas **A**, **B** e **C** ao criarem uma empresa investiram respectivamente, R$ 200 000,00, R$ 300 000,00 e R$ 500 000,00 e firmaram o compromisso de que todo lucro mensal deverá ser dividido entre elas proporcionalmente ao capital investido por cada uma. No mês em que a empresa obteve um lucro de R$ 540 000,00 o valor que **B** recebeu, em reais, foi de:

A) 54 000

B) 162 000

C) 180 000

D) 270 000

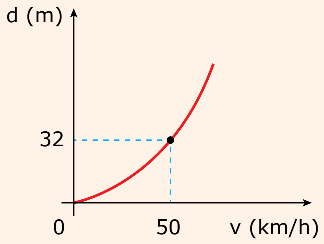
10. SAF2

(UFU-MG) Gumercindo decidiu dividir sua fazenda de 30 alqueires entre seus dois filhos, João e José. Essa divisão seria diretamente proporcional à produção que cada filho conseguisse em uma plantação de soja. Eles produziram juntos 1,5 tonelada de soja, sendo que José produziu 250 kg a mais que João. Como foi dividida a fazenda?

11. QRHP

(UERJ) Distância de frenagem é aquela percorrida por um carro do instante em que seu freio é acionado até o momento em que ele para. Essa distância é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade que o carro está desenvolvendo no instante em que o freio é acionado.

O gráfico a seguir indica a distância de frenagem **d**, em metros, percorrida por um carro, em função de sua velocidade **v**, em quilômetros por hora.



Admita que o freio desse carro seja acionado quando ele alcançar a velocidade de 100 km/h.

Calcule sua distância de frenagem, em metros.

12. 1HT9

(PUC-SP) Certo dia, Adilson, Bento e Celso, funcionários de uma mesma empresa, receberam um lote de documentos para arquivar e dividiram o total de documentos entre eles, na razão inversa de suas respectivas idades: 24, 30 e 36 anos. Se, ao completarem tal tarefa, foi observado que a soma dos documentos arquivados por Adilson e Celso excedia a quantidade arquivada por Bento em 26 unidades, então o total de documentos do lote era um número

A) primo.

B) quadrado perfeito.

C) múltiplo de 4.

D) divisível por 6.

E) maior do que 60.

13. (UFRN) Marcos, Kátia, Sérgio e Ana foram jantar em uma pizzaria e pediram duas *pizzas* gigantes, que, cortadas, resultaram em 16 fatias. Marcos e Sérgio comeram quatro fatias cada, enquanto Kátia e Ana comeram três cada uma.

Se o preço de cada *pizza* era de R$ 21,00 e a conta do jantar foi dividida proporcionalmente à quantidade de fatias que cada um consumiu, o valor pago por cada homem e cada mulher foi, respectivamente,

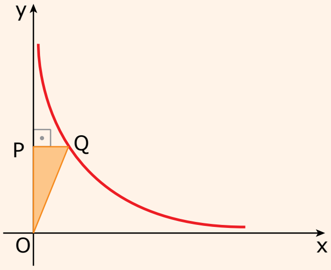
A) R$ 6,00 e R$ 4,50.

B) R$ 12,00 e R$ 9,00.

C) R$ 10,50 e R$ 7,90.

D) R$ 24,00 e R$ 18,00.

14. **W8B4** (Mackenzie-SP) Na figura a seguir, **Q** é um ponto do gráfico da função y = f(x), com **x** e **y** inversamente proporcionais.



Se $(x, y) = \left(\frac{5}{3}, 480\right)$ é um ponto da curva, então a área do triângulo OPQ é:

A) 160

B) 320

C) 380

D) 400

E) 800

SEÇÃO ENEM

01. (Enem–2021) Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras.

O castelo possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160 cm e 7 cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é:

A) 1 : 576

B) 1 : 240

C) 1 : 24

D) 1 : 4,2

E) 1 : 2,4

02. (Enem–2021) A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.

Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é:

A) $kg \,.\, m^{-2} \,.\, s^{-1}$

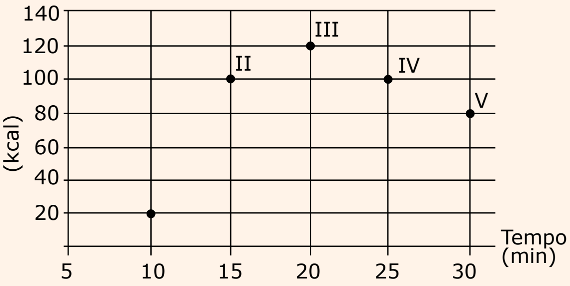
B) $kg \,.\, m^{-1} \,.\, s^{-2}$

C) $kg \,.\, m^{-5} \,.\, s^{2}$

D) $kg^{-1} \,.\, m \,.\, s^{2}$

E) $kg^{-1} \,.\, m \,.\, s^{-2}$

03. (Enem–2019) Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em kcal, gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

A) I

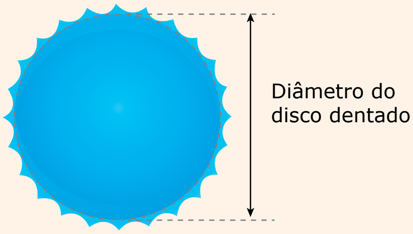
B) II

C) III

D) IV

E) V

04. (Enem–2019) Um ciclista quer montar um sistema de marchas usando dois discos dentados na parte traseira de sua bicicleta, chamados catracas. A coroa é o disco dentado que é movimentado pelos pedais da bicicleta, sendo que a corrente transmite esse movimento às catracas, que ficam posicionadas na roda traseira da bicicleta. As diferentes marchas ficam definidas pelos diferentes diâmetros das catracas, que são medidos conforme indicação na figura.



O ciclista já dispõe de uma catraca com 7 cm de diâmetro e pretende incluir uma segunda catraca, de modo que, à medida em que a corrente passe por ela, a bicicleta avance 50% a mais do que avançaria se a corrente passasse pela primeira catraca, a cada volta completa dos pedais.

O valor mais próximo da medida do diâmetro da segunda catraca, em centímetro e com uma casa decimal, é

A) 2,3.

B) 3,5.

C) 4,7.

D) 5,3.

E) 10,5.

05. (Enem) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto, há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de 25 cm^3.

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de:

A) 100

B) 400

C) 1 600

D) 6 250

E) 10 000

06. (Enem) Um estudante elaborou uma planta baixa de sua sala de aula. A sala, com forma de retângulo, tem lados medindo 9 m e 5,5 m. No desenho feito pelo estudante, os lados da figura mediam 18 cm e 11 cm.

A fração que representa a razão entre as medidas dos lados da figura desenhada e as medidas dos lados do retângulo que representa a sala original é:

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{5}$

C) $\frac{1}{20}$

D) $\frac{1}{50}$

E) $\frac{1}{200}$

07. (Enem) Um jogo de boliche consiste em arremessar uma bola sobre uma pista com o objetivo de atingir e derrubar o maior número de pinos. Para escolher um dentre cinco jogadores para completar sua equipe, um técnico calcula, para cada jogador, a razão entre o número de arremessos em que ele derrubou todos os pinos e o total de arremessos efetuados por esse jogador. O técnico escolherá o jogador que obtiver a maior razão.

O desempenho dos jogadores está no quadro.

Jogador	Nº de arremessos em que derrubou todos os pinos	Nº total de arremessos
I	50	85
II	40	65
III	20	65
IV	30	40
V	48	90

Deve ser escolhido o jogador

A) I.

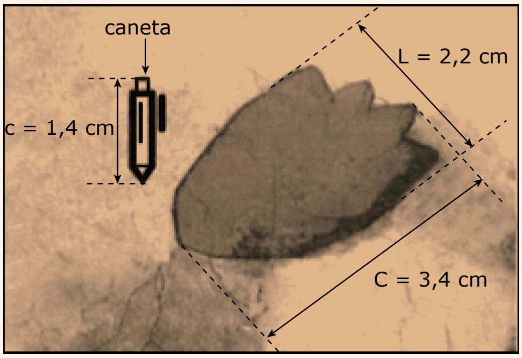
B) II.

C) III.

D) IV.

E) V.

08. (Enem) Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

A) 4,9 e 7,6.
B) 8,6 e 9,8.
C) 14,2 e 15,4.
D) 26,4 e 40,8.
E) 27,5 e 42,5.

09. (Enem) Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.

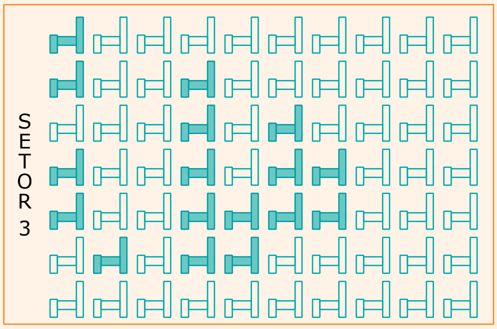
No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente:

A) 1,8 t; 8,4 t; 1,8 t.
B) 3,0 t; 6,0 t; 3,0 t.
C) 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t.
D) 3,6 t; 4,8 t; 3,6 t.
E) 4,2 t; 3,6 t; 4,2 t.

10. (Enem) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m^3 de concreto.
Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira?

A) 1,75
B) 2,00
C) 2,33
D) 4,00
E) 8,00

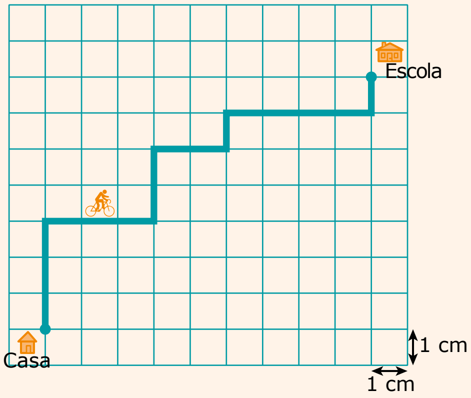
11. (Enem) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:

A) $\frac{17}{70}$
B) $\frac{17}{53}$
C) $\frac{53}{70}$
D) $\frac{53}{17}$
E) $\frac{70}{17}$

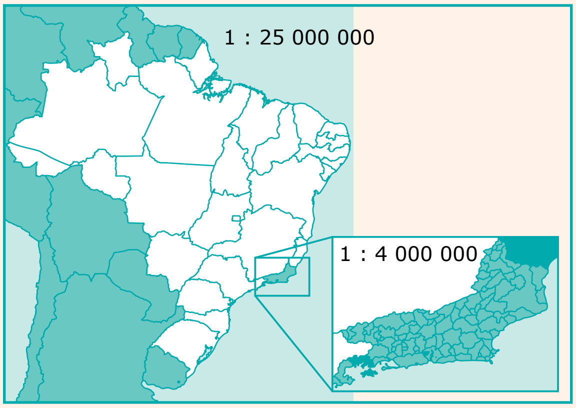
12. (Enem) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

A) 4
B) 8
C) 16
D) 20
E) 40

13. (Enem) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é

A) menor que 10.
B) maior que 10 e menor que 20.
C) maior que 20 e menor que 30.
D) maior que 30 e menor que 40.
E) maior que 40.

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. D
○ 02. A
○ 03. A
○ 04. C
○ 05. C
○ 06. B
○ 07. C
○ 08. A

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. B
○ 03. A
○ 04. E
○ 05. B
○ 06. D
○ 07. E
○ 08. 13
○ 09. B
○ 10. José: 17,5
João: 12,5
○ 11. 128 m
○ 12. E
○ 13. B
○ 14. D

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. B
○ 03. B
○ 04. C
○ 05. C
○ 06. D
○ 07. D
○ 08. D
○ 09. C
○ 10. B
○ 11. A
○ 12. E
○ 13. D

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . ______ %

MATEMÁTICA

FRENTE C

MÓDULO 01

Sistemas Métricos e Base Decimal

BASE DECIMAL DE NUMERAÇÃO

Base numérica é o conjunto de símbolos (ou algarismos) utilizados para representar uma quantidade.

Diariamente, utilizamos o sistema de numeração decimal formado pelos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Os demais números são formados agrupando-se dois ou mais algarismos e considerando as posições relativas deles.

O número 23, por exemplo, corresponde a 20 + 3, ou seja, 2 grupos de dez unidades e mais 3 unidades. Já o número 154 pode ser decomposto na forma 100 + 50 + 4, ou seja, 1 grupo de cem unidades, 5 grupos de dez unidades e mais 4 unidades.

Assim:

$23 = 2 \,.\, 10 + 3$

ou

Dezena	Unidade
2	3

$154 = 1 \,.\, 10^2 + 5 \,.\, 10 + 4$

ou

Centena	Dezena	Unidade
1	5	4

$abcd = a.10^3 + b.10^2 + c.10 + d$

ou

Unidade de Milhar	Centena	Dezena	Unidade
a	b	c	d

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Justapondo-se 82 à esquerda de um algarismo **x**, obtém-se o número **z**. Justapondo-se 36 à direita do mesmo algarismo **x**, obtém-se o número **y**. Se y + z = 1 563, determinar o valor de **x**.

Resolução:

1ª maneira:

$82x = z \Rightarrow 8 \,.\, 10^2 + 2 \,.\, 10 + x = z$

$x36 = y \Rightarrow x.10^2 + 3 \,.\, 10 + 6 = y$

Por hipótese: y + z = 1 563

Então:

$100x + 36 + 820 + x = 1\,563 \Rightarrow x = 7$

2ª maneira:

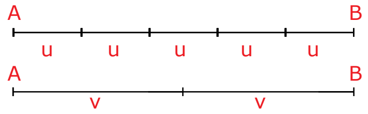
$$\begin{array}{rl} 82x & \to z \\ + \;\; x36 & \to y \\ \hline 1\,563 & \end{array}$$

O único algarismo que satisfaz a operação anterior é x = 7.

UNIDADES DE COMPRIMENTO

Ao medir um segmento de reta $\overline{AB}$, devemos adotar uma unidade de medida e, em seguida, verificar quantas vezes essa unidade cabe em $\overline{AB}$.

Por exemplo, o comprimento de $\overline{AB}$ na unidade $\underset{u}{\vdash\!\!-\!\!-\!\!\dashv}$ é 5u, enquanto na unidade $\underset{v}{\vdash\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\dashv}$ é 2v.



A unidade de medida adotada como padrão no Sistema Internacional de Unidades (SI) é o metro. No quadro a seguir, apresentamos os múltiplos e os submúltiplos do metro.

Múltiplos			**Submúltiplos**		
quilômetro	hectômetro	decâmetro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Pelo quadro anterior, percebemos que:

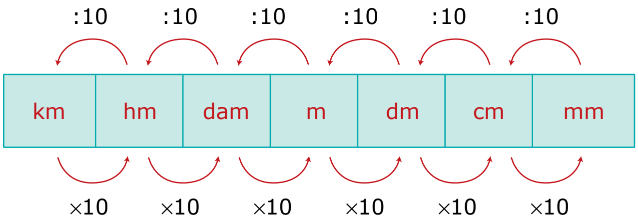
1 km = 10 hm = 100 dam = 1 000 m

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm

Concluímos que, para mudarmos de uma unidade para outra, procedemos da seguinte maneira:

Multiplicamos por 10 a cada casa deslocada para a direita.

Dividimos por 10 a cada casa deslocada para a esquerda.



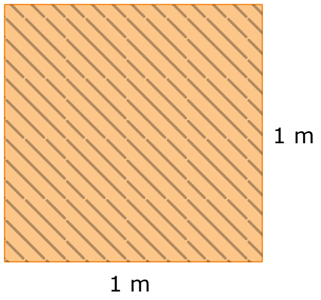
Exemplos:

1º) 12,73 km = 127,3 hm

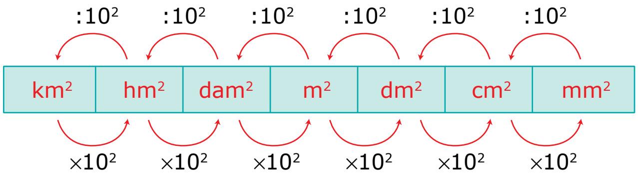
2º) 743 dm = 74,3 m = 7,43 dam

UNIDADES DE ÁREA

Se a unidade de comprimento padrão é o metro, a unidade padrão de área é o m^2, que corresponde à área de um quadrado de lado 1 m.



Múltiplos e submúltiplos



Para mudarmos de uma unidade de área para outra, procedemos da seguinte forma:

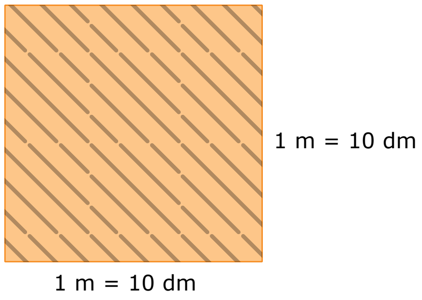
Multiplicamos por 10^2 a cada casa deslocada para a direita.

Dividimos por 10^2 a cada casa deslocada para a esquerda.

Exemplos:

1º) 0,003 km^2 = 0,3 hm^2 = 30 dam^2 = 3 000 m^2

2º)



Área = 1 m^2 = 100 dm^2

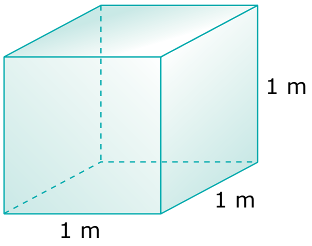
OBSERVAÇÃO

1 a (are) = 100 m^2

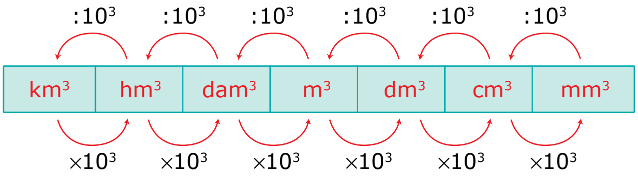
1 ha (hectare) = 100 a = 10 000 m^2

UNIDADES DE VOLUME

A unidade padrão de volume é o m^3, que corresponde ao volume de um cubo de aresta 1 m.



Múltiplos e submúltiplos



Para mudarmos de uma unidade de volume para outra, procedemos do seguinte modo:

Multiplicamos por 10^3 a cada casa deslocada para a direita.

Dividimos por 10^3 a cada casa deslocada para a esquerda.

Exemplos:

1º) 1 hm^3 = 10^3 dam^3 = 10^6 m^3

2º) 2 520 mm^3 = 2,52 cm^3

Comumente, utilizamos a unidade litro e seus múltiplos e submúltiplos. Veja algumas relações:

1 L = 1 dm^3

1 000 L = 1 m^3

1 mL = 1 cm^3

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. (UFOP-MG) Na maquete de uma casa, a réplica de uma caixa-d'água de 1 000 litros tem 1 mililitro de capacidade. Se a garagem da maquete tem 3 centímetros de largura por 7 centímetros de comprimento, então a área real da garagem da casa é de

A) 21 cm^2.

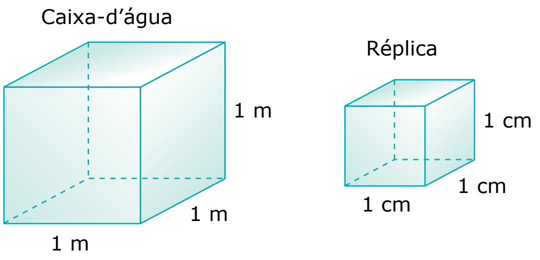
B) 21 m^2.

C) 210 m^2.

D) 10 m^2.

Resolução:

A caixa-d'água tem capacidade de 1 000 L ou 1 m^3, enquanto sua réplica tem capacidade de 1 mL ou 1 cm^3. Considerando a caixa-d'água com formato cúbico, temos a situação seguinte:



Portanto, as dimensões da caixa-d'água foram reduzidas em 100 vezes (mesmo que a caixa não seja cúbica). A garagem da maquete tem 3 cm de largura por 7 cm de comprimento. Como essas medidas estão reduzidas em 100 vezes, a área real da garagem da casa será dada por: A = (300 cm).(700 cm) = (3 m).(7 m) = 21 m^2.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO **Bernoulli Play**

01. 5L6W

(UECE) Uma torneira está gotejando de maneira regular e uniforme. Observa-se que a cada 12 minutos o gotejamento enche um recipiente com volume de 0,000020 m^3. Considerando um litro equivalente ao volume de 1 dm^3, é correto afirmar que o volume, em litros, do gotejamento ao final de 30 minutos é:

A) 0,15

B) 0,36

C) 0,24

D) 0,05

02. RV8M

(UFRGS-RS) Considere que o corpo de uma determinada pessoa contém 5,5 litros de sangue e 5 milhões de glóbulos vermelhos por milímetro cúbico de sangue.

Com base nesses dados, é correto afirmar que o número de glóbulos vermelhos no corpo dessa pessoa é:

A) 2,75 . 10^9

B) 5,5 . 10^{10}

C) 5 . 10^{11}

D) 5,5 . 10^{12}

E) 2,75 . 10^{13}

03. (PUC Minas–2019) Ao acessar a página de uma nutricionista de Londres, Doroteia encontrou um produto cujo uso garantia a perda de 128 onças por mês. Na consulta a outra página, Doroteia verificou que a onça e a libra são unidades de massa do sistema inglês, que 16 onças equivalem a uma libra e uma libra é aproximadamente igual a 453,60 gramas. Com base nas informações colhidas, Doroteia estimou que, ao usar esse produto, emagreceria, em um mês, **p** quilogramas. O valor de **p** é tal que:

A) $2,5 < p < 3,0$

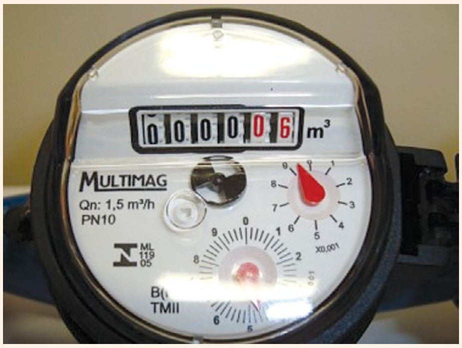
B) $3,0 < p < 3,5$

C) $3,5 < p < 4,0$

D) $4,0 < p < 4,5$

04. DH02

(IFSC-SC)



O consumo de água das residências que possuem água encanada é medido por um aparelho chamado hidrômetro. O hidrômetro utiliza, como unidade de medida, o metro cúbico.

Em diversos municípios catarinenses, essa leitura é feita mensalmente no hidrômetro para que cada consumidor tome conhecimento de seu consumo de água e para que a CASAN (Companhia Catarinense de Águas e Saneamento) possa emitir a fatura mensal de pagamento. Recentemente, foi aprovada uma lei que considera como consumo mínimo residencial o equivalente a 10 m³ ao mês.

Considerando que o consumo mensal de uma residência é de 600 litros, então essa residência terá pago em litros durante um ano sem consumir, o equivalente a

A) 48 000 litros.

B) 112 800 litros.

C) 4 800 litros.

D) 11 280 litros.

E) 1 128 litros.

05. (Insper-SP) Uma das normas de um aeroporto **X** determina que o intervalo de tempo mínimo entre duas decolagens realizadas em sua única pista deve ser de 45 segundos. Seja **Q** a quantidade de decolagens realizadas no aeroporto **X** das 9h00min às 10h00min de um certo dia. Para que a referida norma não tenha sido respeitada nesse período de uma hora

A) é necessário e suficiente que Q = 80.

B) é necessário que Q = 81.

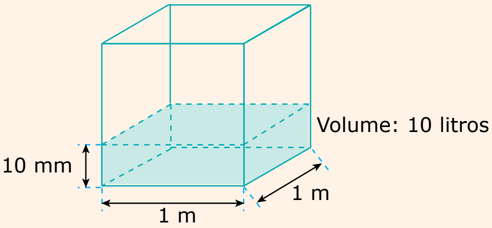
C) é necessário que Q > 81.

D) é suficiente que Q = 100.

E) é suficiente que Q < 100.

06. TSV4

(UNIFESP) Quando se diz que numa determinada região a precipitação pluviométrica foi de 10 mm, significa que a precipitação naquela região foi de 10 litros de água por metro quadrado, em média.



Se numa região de 10 km² de área ocorreu uma precipitação de 5 cm, quantos litros de água foram precipitados?

A) $5 \cdot 10^7$

B) $5 \cdot 10^8$

C) $5 \cdot 10^9$

D) $5 \cdot 10^{10}$

E) $5 \cdot 10^{11}$

07. LX1Z

(UFScar-SP) Considere **a**, **b** e **c** algarismos que fazem com que a conta a seguir, realizada com números de três algarismos, esteja correta.

$$\begin{array}{r} 4\,a\,5 \\ -\ 1\,5\,B \\ \hline c\,7\,7 \end{array}$$

Nas condições dadas, $b \cdot c^{-a}$ é igual a:

A) 0

B) $\frac{1}{16}$

C) $\frac{1}{4}$

D) 1

E) 16

08. D17U

(PUC-SP) A soma dos quatro algarismos distintos do número N = abcd é 16. A soma dos três primeiros algarismos é igual ao algarismo da unidade, e o algarismo do milhar é igual à soma dos algarismos da centena e da dezena. O produto dos algarismos da dezena e da centena é:

A) 4

B) 3

C) 2

D) 1

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO **Bernoulli Play**

01. (UECE) Deseja-se construir um reservatório para armazenar água, que tenha capacidade suficiente para satisfazer as necessidades básicas de cada um dos 3 500 habitantes de uma cidade durante 16 dias. Se cada um dos habitantes utiliza diariamente, para as suas necessidades básicas, exatamente 0,028 m^3 de água, então, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído é:

A) 15 680

B) 156 800

C) 1 568 000

D) 15 680 000

02. FWR3

(CEFET-MG) Para realizar uma campanha de imunização infantil, a prefeitura recebeu 1 728 litros de certa vacina distribuída em 80 caixas, cada uma contendo o mesmo número de ampolas de 18 cm^3. Para vacinar 114 000 crianças, em dose única, o número de caixas, a mais, da vacina que a prefeitura deverá receber é:

A) 5

B) 10

C) 15

D) 20

03. RZCZ

(IFCE) Seja $x = a_1a_2a_3a_4$ um número de quatro algarismos. Considere o número $y = a_4a_3a_2a_1$ formado pelos mesmos algarismos de **x**, escritos na ordem inversa. A diferença $x - y$ é sempre divisível por:

A) 2

B) 4

C) 5

D) 7

E) 9

04. (Fatec-SP) Leia o texto e siga as orientações:

- pense em um número inteiro positivo **N**, de três algarismos distintos e não nulos;
- com os algarismos de **N**, forme todos os possíveis números de dois algarismos distintos;
- obtenha a soma (**S**) de todos esses números de dois algarismos;
- obtenha a soma (**R**) dos três algarismos do número **N**;
- finalmente, divida **S** por **R**.

O quociente da divisão de **S** por **R** é igual a:

A) 21

B) 22

C) 23

D) 24

E) 25

05. 2XJ5

(UERJ) O código de uma inscrição tem 14 algarismos; dois deles e suas respectivas posições estão indicados a seguir.

5				8				x					

Considere que, nesse código, a soma de três algarismos consecutivos seja sempre igual a 20.

O algarismo representado por **x** será divisor do seguinte número:

A) 49

B) 64

C) 81

D) 125

06. (UFMG) Sejam **N** um número natural de dois algarismos não nulos e **M** o número obtido invertendo-se a ordem dos algarismos de **N**. Sabe-se que $N - M = 45$. Então, quantos são os possíveis valores de **N**?

A) 7

B) 4

C) 5

D) 6

07. 2GJ2

(PUCPR) Considere os números **a**, **b** e **c**, em que $a, b, c \in \mathbb{N}$ e que $a \neq b \neq c$. Se a operação

$$\begin{array}{r} abc \\ abc \\ +\ abc \\ \hline bbb \end{array}$$

é verdadeira, podemos afirmar que $a + b + c$ é igual a:

A) 5

B) 9

C) 11

D) 12

E) 13

08. 5MQS

(FGV-SP) Chamaremos de S(n) a soma dos algarismos do número inteiro positivo **n**, e de P(n) o produto dos algarismos de **n**. Por exemplo, se $n = 47$, então $S(47) = 11$ e $P(47) = 28$. Se **n** é um número inteiro positivo de dois algarismos tal que $n = S(n) + P(n)$, então o algarismo das unidades de **n** é:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 6

E) 9

09. (UPE–2019) Ana leva 15 minutos, todos os dias, para chegar ao seu trabalho, viajando de metrô. Trabalha durante 8 horas por dia e utiliza, apenas, 1 hora e 15 minutos de intervalo para o almoço, a fim de conseguir largar mais cedo. Para retornar, ela pega uma carona com seu irmão e leva exatamente 35 minutos para chegar a sua casa, por causa do tráfego intenso no horário. Nessas condições, se Ana sai de casa todos os dias às 7 horas e 30 minutos, em que horário ela chega a sua casa nos dias em que vai ao trabalho?

A) 18 horas e 15 minutos

B) 18 horas

C) 17 horas e 05 minutos

D) 17 horas e 35 minutos

E) 16 horas e 30 minutos

10. 067U (CEFET-MG) Sobre um número natural **n** formado por dois algarismos, sabe-se que:

- o algarismo das unidades excede o triplo do das dezenas em 1;
- a inversão da ordem dos algarismos produz um número que excederá o dobro do original em 18 unidades.

A soma dos algarismos do número **n**, que atende às condições anteriores, é:

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11

11. 9NXJ (IFSP) Ada Byron (Condessa de Lovelace), filha do poeta inglês Lord Byron, viveu no século XIX e foi pioneira na história do desenvolvimento de programas para computador junto com Charles Babbage.

Certo dia, ao lhe perguntarem a idade, ela respondeu: “Se trocarmos a ordem dos seus algarismos e elevarmos ao quadrado, obteremos justamente o ano em que estamos”.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Explorando o Ensino da Matemática* – Artigos. Brasília, 2004. V. 1, p. 191 (Adaptação).

Em 1977, após **x** anos de seu nascimento, Ada Byron foi homenageada: uma linguagem de programação foi desenvolvida recebendo o nome de ADA. O valor de **x** é:

A) 119 C) 137 E) 162

B) 128 D) 151

12. (Albert Einstein) Seja **N** um número natural da forma xyxyxyx, cujos algarismos **x** e **y** são escolhidos entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7. Sabendo que a soma dos algarismos de **N** é igual a 15, é correto afirmar que:

A) N é um número par.

B) $N < 3 . 10^6$

C) $3 . 10^6 < N < 5 . 10^6$

D) $N > 5 . 10^6$

SEÇÃO ENEM

01. (Enem–2021) O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).

Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores. Exemplo: IX = 10 – 1 = 9;
4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores. Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.

Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

A) 379 C) 579 E) 601

B) 381 D) 581

02. (Enem–2021) Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismos 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binária, são 1 001 e 1 100, respectivamente. A operação de adição, na base binária, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

a	b	a + b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\,10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição 9 + 12 será representado, na base binária, por

A) 101. C) 1111. E) 110001.

B) 1101. D) 10101.

03. (Enem–2021) Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a 10 000 m². Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de 300 m² cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R$ 20 000,00 cada, e os demais, R$ 30 000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a

A) 700 000.

B) 1 600 000.

C) 1 900 000.

D) 2 200 000.

E) 2 800 000.

04. (Enem–2019) A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL, 50 mL, 100 mL, 250 mL e 500 mL. Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de 1 cm³.

A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é

A) 10.

B) 50.

C) 100.

D) 250.

E) 500.

05. (Enem–2019) O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de 0,3 m³. Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade.

Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é

A) 9.

B) 12.

C) 89.

D) 112.

E) 134.

06. (Enem) Medir distâncias sempre foi uma necessidade da humanidade. Ao longo do tempo, fez-se necessária a criação de unidades de medidas que pudessem representar tais distâncias, como, por exemplo, o metro. Uma unidade de comprimento pouco conhecida é a Unidade Astronômica (UA), utilizada para descrever, por exemplo, distâncias entre corpos celestes. Por definição, 1 UA equivale à distância entre a Terra e o Sol, que, em notação científica, é dada por $1{,}496 \cdot 10^2$ milhões de quilômetros.

Na mesma forma de representação, 1 UA, em metro equivale a

A) $1{,}496 \cdot 10^5$ m.

B) $1{,}496 \cdot 10^6$ m.

C) $1{,}496 \cdot 10^8$ m.

D) $1{,}496 \cdot 10^{10}$ m.

E) $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m.

07. (Enem) A *Chlamydia*, a menor bactéria do mundo, mede cerca de 0,2 micrômetro (1 micrômetro equivale à milionésima parte de um metro). Para ter uma noção de como é pequena a *Chlamydia*, uma pessoa resolveu descrever o tamanho da bactéria na unidade milímetro.

A medida da *Chlamydia*, em milímetro, é:

A) $2 \cdot 10^{-1}$

B) $2 \cdot 10^{-2}$

C) $2 \cdot 10^{-4}$

D) $2 \cdot 10^{-5}$

E) $2 \cdot 10^{-7}$

08. (Enem) Alguns exames médicos requerem uma ingestão de água maior do que a habitual. Por recomendação médica, antes do horário do exame, uma paciente deveria ingerir 1 copo de água de 150 mililitros a cada meia hora, durante as 10 horas que antecederiam um exame. A paciente foi a um supermercado comprar água e verificou que havia garrafas dos seguintes tipos:

Garrafa I: 0,15 litro

Garrafa II: 0,30 litro

Garrafa III: 0,75 litro

Garrafa IV: 1,50 litro

Garrafa V: 3,00 litros

A paciente decidiu comprar duas garrafas do mesmo tipo, procurando atender à recomendação médica e, ainda, de modo a consumir todo o líquido das duas garrafas antes do exame.

Qual o tipo de garrafa escolhida pela paciente?

A) I

B) II

C) III

D) IV

E) V

09. (Enem) A maior piscina do mundo, registrada no livro *Guiness*, está localizada no Chile, em San Alfonso del Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área.

Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado.

Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

A) 8
B) 80
C) 800
D) 8 000
E) 80 000

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. D
○ 02. E
○ 03. C
○ 04. B
○ 05. D
○ 06. B
○ 07. D
○ 08. B

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. C
○ 03. E
○ 04. B
○ 05. A
○ 06. B
○ 07. E
○ 08. E
○ 09. D
○ 10. C
○ 11. E
○ 12. C

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. D
○ 02. D
○ 03. C
○ 04. B
○ 05. C
○ 06. E
○ 07. C
○ 08. D
○ 09. E

Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

Matemática Básica

Capítulo 1: Operações no conjunto dos números reais

Adição e subtração

– Se os números reais possuem mesmo sinal, conserve o sinal e some-os.

Exemplos:

- $-9 - 6 = -15$
- $9 + 6 = 15$

– Se os números reais possuem sinais diferentes, conserve o sinal do maior valor absoluto e subtraia os valores.

Exemplos:

- $-2 + 8 = 6$ (sinais diferentes, sendo o 8 positivo, com maior valor absoluto, logo o sinal da subtração 8 – 2 é positivo)
- $+2 - 8 = -6$ (sinais diferentes, sendo o 8 negativo, com maior valor absoluto, logo o sinal da diferença 8 – 2 é negativo)

Multiplicação e divisão

Na multiplicação e na divisão de números reais, você pode usar a regra dos sinais:

– Dois números com sinais iguais multiplicados ou divididos resultam em um número positivo.

– Dois números com sinais diferentes sendo multiplicados ou divididos resultam em um número negativo.

Analise a tabela a seguir, que ilustra essa regra.

Regra dos sinais na multiplicação ou divisão			É igual a	Exemplos
+	e	+	+	10 : 2 = 5
–	e	–	+	(–4) . (–3) = 12 –(–7) = 7
–	e	+	–	(–36) : 12 = –3
+	e	–	–	7 . (–8) = –56

Potenciação

Potenciação é uma operação de multiplicação em que todos os fatores são iguais e a potência é o resultado dessa operação. O expoente indica quantas vezes a base será multiplicada por ela mesma.

Exemplos:

- $\underset{\text{Base}}{4}^{\overset{\text{Expoente}}{3}} = \underbrace{4 \,.\, 4 \,.\, 4}_{3\text{ fatores iguais à base}} = 64$
- $\underset{\text{Base}}{1}^{\overset{\text{Expoente}}{6}} = \underbrace{1 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 1}_{6\text{ fatores iguais à base}} = 1$
- $\underset{\text{Base}}{5}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = \underbrace{5 \,.\, 5}_{2\text{ fatores iguais à base}} = 25$
- $\underset{\text{Base}}{2}^{\overset{\text{Expoente}}{5}} = \underbrace{2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2}_{5\text{ fatores iguais à base}} = 32$
- $\underset{\text{Base}}{(-7)}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = \underbrace{(-7) \,.\, (-7)}_{2\text{ fatores iguais à base}} = 49$
- $-\underset{\text{Base}}{7}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = -\underbrace{(7 \,.\, 7)}_{2\text{ fatores iguais à base}} = -49$
- $\underset{\text{Base}}{(-4)}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = \underbrace{(-4) \,.\, (-4)}_{2\text{ fatores iguais à base}} = 16$
- $\underset{\text{Base}}{(-4)}^{\overset{\text{Expoente}}{3}} = \underbrace{(-4) \,.\, (-4) \,.\, (-4)}_{3\text{ fatores iguais à base}} = -64$

Atenção:

- Note que $5^2 = 5 \,.\, 5 = 25$ é diferente de $5 \,.\, 2 = 10$.
- Se a base é positiva, a potência é sempre positiva, independentemente de o expoente ser par ou ímpar.

- Se a base é negativa, a potência pode ser positiva ou negativa, veja:
  - Número negativo elevado a um número par tem o resultado positivo. Mas observe:

$$(\underset{\text{Base}}{\underset{\downarrow}{-9}})^2 \neq -\underset{\text{Base}}{\underset{\downarrow}{9}}^2$$

  - Número negativo elevado a um número ímpar tem o resultado negativo.

Algumas potências em $\mathbb{R}$:

Potência	Como Resolver	Exemplos
Expoente zero	Qualquer número real – diferente de zero – elevado ao expoente 0 é igual a 1.	$4^0 = 1$ $(-35)^0 = 1$
Expoente um	Todo número real elevado ao expoente 1 é igual ao próprio número.	$357^1 = 357$ $-16^1 = -16$
Expoente inteiro negativo	Todo número real, não nulo, com expoente negativo corresponde ao inverso desse número, com o mesmo expoente, agora sem o sinal.	$3^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{81}$
Expoente fracionário	Todo número real positivo com expoente fracionário (com numerador inteiro e denominador natural não nulo) pode ser escrito em forma de raiz da seguinte forma: a base da potência será o radicando (número que fica dentro da raiz), o numerador do expoente será o expoente dessa base e o denominador será o índice da raiz. Observação: para bases negativas, deverá verificar se satisfaz a condição de existência de um número real.	$36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36^1} = 6$ $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 4$

Potência de base 10 ou potência de 10

Toda potência de base 10 e expoente natural terá como resultado o algarismo 1 seguido de quantos zeros o expoente indicar.

Toda potência de base 10 e expoente inteiro negativo terá como resultado o inverso de 10 com o mesmo expoente, agora positivo.

Exemplos:

- $10^6 = 10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 10 = 1\,000\,000$
- $10^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 0{,}001$

Propriedades da potenciação

Propriedades da potenciação		Representação algébrica	Exemplos
Produto de potências de mesma base	Conserva-se a base e somam-se os expoentes.	$a^m.a^n = a^{m+n}$	$10^{21}.10^{13} = 10^{21+13} = 10^{34}$
Quociente de potências de mesma base	Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{10^{21}}{10^{13}} = 10^{21-13} = 10^8$
Potência de uma potência	Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.	$(a^m)^n = a^{m.n}$	$(2^3)^{-8} = 2^{3.(-8)} = 2^{-24}$
Potência de um produto	Eleva-se cada um dos fatores ao expoente do produto.	$(a.b)^n = a^n.b^n$	$(2\,.\,3)^3 = 2^3.3^3$
Potência de um quociente	Elevam-se os termos da divisão (dividendo e divisor) ao expoente dessa operação.	$(a : b)^n = a^n : b^n$, com $b \neq 0$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$

MATEMÁTICA BÁSICA

EXERCÍCIOS

01. Calcule as potências:

A) 1^3

B) 0^6

C) $(-2)^3$

D) $(-4)^3$

E) $(-2)^4$

F) $(-4)^4$

G) $2^3 \,.\, 2^5$

02. (UFPA) Simplificando a expressão $[2^9 : (2^2 \,.\, 2)^3]^{-3}$, obtém-se:

A) 2

B) 2^{-30}

C) 2^{-6}

D) 1

E) 2^{36}

03. (UFSM) O valor da expressão $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ é:

A) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

B) $\left(\dfrac{6}{3}\right)^2$

C) $\sqrt{2}$

D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

E) 2

04. Simplifique a expressão $\dfrac{81.(1\,024)^4.2^8(512)^{-3}.18}{(2^{-1})^2.(2^{10}.3^3)^2}$.

05. (UFRGS-RS–2015) A expressão $(0{,}125)^{15}$ é equivalente a

A) 5^{45}

B) 5^{-45}

C) 2^{45}

D) 2^{-45}

E) $(-2)^{45}$

Notação Científica

Escrever um número em notação científica é escrever o produto de **a**, cujo módulo é maior ou igual a 1 e menor que 10, com uma potência de 10, ou seja: $a.10^n$, $1 \leq |a| < 10$

Exemplo:

- $700 = 7{,}00 \,.\, 10^2 = 7 \,.\, 10^2$

Modo prático de se escrever um número em notação científica:

I. Reescreva o número com a vírgula à direita do primeiro algarismo significativo (diferente de zero).

II. Multiplique a reescrita do número por 10 elevado ao número de casas deslocadas sendo que a cada casa que andar com a vírgula para **direita**, o expoente fica **–1** e a cada casa que andar com a vírgula para **esquerda**, o expoente fica **+1**.

Por isso, $700 = \overbrace{7{,}00}^{\text{I}} \,.\, \underbrace{10^2}_{\text{II}} \rightarrow$ o expoente ficou +2, pois a vírgula foi deslocada **duas** casas para a esquerda.

Mais exemplos:

- $4\,900\,000 = 4{,}900000 \,.\, 10^6 = 4{,}9 \,.\, 10^6$ (foram 6 casas para esquerda)
- $0{,}00721 = 7{,}21 \,.\, 10^{-3}$ (foram 3 casa para a direita, pois 7 é o primeiro algarismo significativo).

Operações com números em notação científica

I. Adição e subtração: escreva os números com a potência de 10 sendo o mesmo expoente. Some ou subtraia as primeiras partes e mantenha a potência de 10.

II. Multiplicação e divisão: multiplique ou divida as primeiras partes. Para as potências de 10, utilize as regras da potenciação:
  - Multiplicação de mesma base: mantenha a base e some os expoentes. Exemplo: $10^2.10^3 = 10^5$
  - Divisão de mesma base: mantenha a base e subtraia os expoentes. Exemplo: $10^2:10^3 = 10^{-1}$.

Veja mais exemplos:

- $7{,}2.10^3 + 4{,}5.10^3 = (7{,}2 + 4{,}5) \,.\, 10^3 = 11{,}7 \,.\, 10^3$
- $(7{,}2 \,.\, 10^3) \,.\, (4{,}5 \,.\, 10^3) = 32{,}4 \,.\, 10^6$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Qual o valor da expressão $\dfrac{1\,000\,000.[(10^{-3})^2]^4.(0{,}0001.10^{-2})^3}{(0{,}000001)^2.10\,000^{-6}.(10^{-5}.10^{-1})^2}$, como uma potência de base 10?

1º Transforme os números para potência de base 10 (use a regra):

$$\frac{1\,000\,000.\left[\left(10^{-3}\right)^2\right]^4.\left(0{,}0001.10^{-2}\right)^3}{\left(0{,}000001\right)^2.10\,000^{-6}.\left(10^{-5}.10^{-1}\right)^2} =$$

$$\frac{10^6.\left[\left(10^{-3}\right)^2\right]^4.\left(10^{-4}.10^{-2}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-5}.10^{-1}\right)^2} =$$

2º Resolvendo os parênteses, utilizando as propriedades das potências:

$$\frac{10^6.\left[\left(10^{-3}\right)^2\right]^4.\left(10^{-4}.10^{-2}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-5}.10^{-1}\right)^2} =$$

$$\frac{10^6.\left[10^{-6}\right]^4.\left(10^{-6}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-6}\right)^2} =$$

3º Utilizando a propriedade da potência de potência:

$$\frac{10^{6}.\left[10^{-6}\right]^{4}.\left(10^{-6}\right)^{3}}{\left(10^{-6}\right)^{2}.\left(10^{4}\right)^{-6}.\left(10^{-6}\right)^{2}}=$$

$$\frac{10^{6}.10^{-24}.10^{-18}}{10^{-12}.10^{-24}.10^{-12}}=$$

4º Resolvendo as multiplicações de mesma base no numerador e denominador:

$$\frac{10^{6}.10^{-24}.10^{-18}}{10^{-12}.10^{-24}.10^{-12}}=$$

$$\frac{10^{-36}}{10^{-48}}=$$

5º Utilizando a propriedade da divisão de mesma base:

$$\frac{10^{-36}}{10^{-48}}=10^{-36-(-48)}=10^{-36+48}=10^{12}$$

EXERCÍCIOS

06. Escreva em potência de base 10 os seguintes números:

A) 100
B) 0,01
C) 1 000
D) 0,001
E) 0,00001
F) 100 000
G) 0,000001
H) 1 000 000 000

07. Calcule o valor da expressão:

$$\frac{0,01.10^{3}.(0,0001)^{3}.1000}{(0,01)^{2}.0,00001}$$

08. (PUC-SP) O valor da expressão $C=\frac{10^{-3}.10^{5}}{10.10^{4}}$ é:

A) 10
B) 1000
C) 10^{-2}
D) 10^{-3}

09. Transforme os valores a seguir para notação científica:

A) $150 = 1,5 . 10^{2}$
(duas casas com a vírgula para esquerda)
B) 20
C) 1 780
D) 74 000
E) 235 600
F) $0,0017 = 1,7 . 10^{-3}$
(três casas com a vírgula para direita)

G) 0,02
H) 0,00007
I) 0,152
J) 0,00000087

10. (FEI-SP) O valor da expressão $B = (5.10^{8}).(4.10^{-3})$ é:

A) 20^{6}
B) $2 . 10^{6}$
C) $2 . 10^{9}$
D) $20 . 10^{-4}$

11. Sejam dados os valores:

A = 512 000 000
B = 0,0000256
C = 7 800 000

A) Escreva **A**, **B** e **C** em notação científica.
B) Calcule A.B, A : B e A + C. Escreva os resultados em notação científica.

12. (CEFET-MG) Nos trabalhos científicos, números muito grandes ou próximos de zero, são escritos em notação científica, que consiste em um número x, tal que 1 < x < 10 multiplicado por uma potência de base 10.

Assim sendo, 0,00000045 deve ser escrito da seguinte forma:

A) $0,45 . 10^{-7}$
B) $4,5 . 10^{-7}$
C) $45 . 10^{-6}$
D) $4,5 . 10^{-8}$
E) $4,5 . 10^{-5}$

13. (UFRGS) Dadas as informações:

I. Velocidade da luz no vácuo: 300000000 m/s
II. Distância da Terra ao Sol: 149000000 km
III. Raio do átomo de hidrogênio: 0,000000005 cm
IV. Idade das rochas mais antigas: 10000000000000000 s

Escreva cada um desses números sob forma de notação científica.

14. A carga de um elétron é −0,00000000000000000016 C. Esse número, em notação científica, será:

A) $-1,6 . 10^{-18}$
B) $-1,6 . 10^{-17}$
C) $-1,6 . 10^{-19}$
D) $-1,6 . 10^{-20}$

15. (FUVEST-SP) As células da bactéria *Escherichia coli* têm formato cilíndrico, com 8 x 10^{-7} metros de diâmetro. O diâmetro de um fio de cabelo é de aproximadamente 1 x 10^{-4} metros.

Dividindo-se o diâmetro de um fio de cabelo pelo diâmetro de uma célula de *Escherichia coli*, obtém-se, como resultado:

A) 125
B) 250
C) 500
D) 1 000
E) 8 000

16. (UFSM) O valor da expressão $\sqrt[3]{\dfrac{60000 \,.\, 0{,}00009}{0{,}0002}}$ é:

A) 3.10^3
B) 3
C) 3.10
D) 9.10^3
E) 27.10^3

17. (UERJ)

Cientistas da Nasa recalculam idade da estrela mais velha já descoberta

Cientistas da agência espacial americana (Nasa) recalcularam a idade da estrela mais velha já descoberta, conhecida como "Estrela Matusalém" ou HD 140283. Eles estimam que a estrela possua 14,5 bilhões de anos, com margem de erro de 0,8 bilhão para menos ou para mais, o que significa que ela pode ter de x a y bilhões de anos.

G1, 11 mar. 2011.
Disponível em: <htpp://g1.globo.com> (Adaptação).

De acordo com as informações do texto, a soma x + y é igual a:

A) 13,7
B) 15,0
C) 23,5
D) 29,0

18. (CEFET-MG) Segundo as estimativas do IBGE, em 2009 o Brasil tem, aproximadamente, 190 milhões de habitantes espalhados pelas suas 27 unidades da federação e 5 565 municípios. A tabela seguinte mostra o número aproximado de habitantes em algumas capitais brasileiras.

Capitais	N.º de habitantes
Belo Horizonte	2 400 000
Brasília	2 600 000
Rio de Janeiro	6 000 000
São Paulo	11 000 000

Com base nesses dados, é correto afirmar que aproximadamente _______________ habitantes estão distribuídos em ____________________ .

A opção que completa, corretamente, as lacunas acima é

A) $1{,}68 \,.\, 10^8$, 5 561 municípios.
B) $2{,}45 \,.\, 10^7$, 5 561 municípios.
C) $7{,}52 \,.\, 10^6$, Belo Horizonte e Brasília.
D) $7{,}10 \,.\, 10^6$, Belo Horizonte e São Paulo.

Radiciação

É a operação que determina qual o número é o resultado da potenciação com o índice da raiz, ou seja, qual número elevado ao índice da raiz resulta no radicando (número dentro da raiz).

Para resolver raízes desconhecidas, fatore o radicando e junte os fatores de acordo com o índice da raiz.

Exemplo:

- $\sqrt[\overset{\text{índice}}{\uparrow 3}]{729} \rightarrow \text{Radicando}$

Para calcular $\sqrt[3]{729}$, fatore o 729 e agrupe os fatores iguais de 3 em 3, pois o índice é 3.

$$\begin{array}{r|ll}
729 & 3 & \\
243 & 3 & \rangle\, 3^3 \\
81 & 3 & \\
27 & 3 & \\
9 & 3 & \rangle\, 3^3 \\
3 & 3 & \\
1 & &
\end{array}$$

Então, $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^3.3^3} = \sqrt[3]{3^3}.\sqrt[3]{3^3} = 3.3 = 9$.

Propriedades da radiciação		Representação algébrica (satisfazendo as condições de existência dos números reais)	Exemplos
Multiplicação de raízes com mesmo índice	Conserva-se a raiz e o índice e multiplica-se os números do radicando.	$\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ $\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = 3\sqrt{2}$
Divisão de raízes com mesmo índice	Conserva-se a raiz e o índice e divide-se os números do radicando.	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, com $b \neq 0$	$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{20:5} = \sqrt{4} = 2$
Potência da raiz	Conserva-se o índice e eleva-se o radicando ao expoente indicado.	$\left(\sqrt[n]{2}\right)^m = \sqrt[n]{2^m}$	$\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$
Raiz de um potência	Simplifica-se, sempre que possível, o expoente com o índice da raiz.	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$	$\sqrt[4]{3^8} = \sqrt[4:4]{3^{8:4}} = 3^2 = 9$ ou $\sqrt[4]{3^8} = 3^{\frac{8}{4}} = 3^2 = 9$ $\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$ $\sqrt{15^2} = 15$
Raiz de raiz	Conserva-se o radicando e multiplica-se os índices em um mesmo radical.	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[5.3]{2} = \sqrt[15]{2}$ $\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[2.2]{3} = \sqrt[4]{3}$

Observação:

O índice unitário representa uma raiz exata.

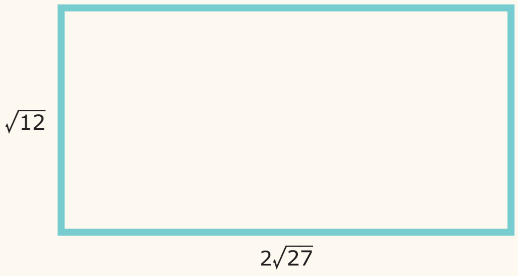
$\sqrt[1]{a^2} = a^{\frac{2}{1}} = a^2$

EXERCÍCIOS

19. Sejam os valores de **x** e **y** respectivamente iguais a $3\sqrt{50} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{3}\,.\,4\sqrt{12} - 5\sqrt{18}$ e $\sqrt{7}.\frac{\sqrt{7}}{2} - \left(\sqrt[3]{5}\right)^6 + \sqrt{\sqrt{3}}\,.\,3^{-\frac{1}{4}}$.

Simplificando as expressões, verifique se **x** e **y** representam números inteiros.

20. Considere o retângulo a seguir, cujas medidas estão indicadas na figura.



Determine o perímetro do retângulo, com o resultado na forma simplificada.

Expressões numéricas

Para resolver uma expressão numérica que não envolva parênteses, colchetes ou chaves, é necessário respeitar a hierarquia das operações na seguinte ordem:

1º Potenciação ou radiciação;

2º Multiplicação ou divisão (na ordem que surgir na expressão, da esquerda para a direita);

3º Adição ou subtração.

Acompanhe o exemplo:

$$\underset{\downarrow}{7^2} + 45 - 2 + 72 : 8\,.\,2 + \underset{\downarrow}{\sqrt{81}} =$$

$$49 + 45 - 2 + \underbrace{72 : 8}_{\downarrow}\,.\,2 + 9 =$$

$$49 + 45 - 2 + \underbrace{9\,.\,2}_{\downarrow} + 9 =$$

$$\underbrace{49 + 45}_{\downarrow} - 2 + 18 + 9 =$$

$$\underbrace{94 - 2}_{\downarrow} + 18 + 9 =$$

$$92 + 18 + 9 = 119$$

Caso a expressão tenha, ainda, sinais de associação (parênteses, colchetes ou chaves), deve-se resolver as operações que estão dentro dos parênteses; depois as operações que estão entre os colchetes e, finalmente, resolver aquelas que estão entre as chaves, nessa ordem, e sempre respeitando a ordem de resolução das operações. Observe:

$$7^2 + 45 - [2 + 72 : 8 \;.\; (2 + \underset{\downarrow}{\sqrt{81}})] =$$

$$7^2 + 45 - [2 + 72 : 8 \;.\; (\underbrace{2 \;+\; 9}_{\downarrow})] =$$

$$7^2 + 45 - [2 + \underbrace{72 \;:\; 8}_{\downarrow} \;.\; 11] =$$

$$7^2 + 45 - [2 + \underbrace{9 \,.\, 11}_{\downarrow}] =$$

$$7^2 + 45 - [\underbrace{2 + 99}_{\downarrow}] =$$

$$\underset{\downarrow}{7^2} + 45 - 101 =$$

$$\underbrace{49 + 45}_{\downarrow} - 101 =$$

$$94 - 101 = -7$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Calcule o valor das expressões numéricas:

A) $-7 + \sqrt{400} : (-4).5 - 3^2 - (-8) + 4.(3 - 7)$

Para resolver a expressão numérica vamos seguir a hierarquia, veja como:

1º Resolvendo dentro dos parênteses:

$$-7 + \sqrt{400} : (-4).5 - 3^2 - (-8) + 4.(\underbrace{3 - 7}_{\downarrow}) =$$

$$-7 + \sqrt{400} : (-4).5 - 3^2 - (-8) + 4.(-4) =$$

2º Resolvendo potenciação e radiciação:

$$-7 + \underset{\downarrow}{\sqrt{400}} : (-4).5 - \underset{\downarrow}{3^2} - (-8) + 4.(-4) =$$

$$-7 + 20 : \; (-4) \;.\; 5 - 9 - (-8) + 4.(-4) =$$

3º Resolvendo multiplicação e divisão (esquerda para direita):

$$-7 + \underbrace{20 : (-4)}_{\downarrow}.5 - 9 - (-8) + \underbrace{4.(-4)}_{\downarrow} =$$

$$-7 + \underbrace{(-5).5}_{\downarrow} - 9 \underbrace{- (-8)}_{\downarrow} \; - 16 =$$

$$-7 - 25 \;\; -9 \;+\;\; 8 - 16 =$$

4º Adição e subtração:

$$\underbrace{-7 - 25}_{\downarrow} - 9 + 8 - 16 =$$

$$\underbrace{-32 - 9}_{\downarrow} + 8 - 16 =$$

$$\underbrace{-41 + 8}_{\downarrow} - 16 =$$

$$-33 - 16 \;=\; -49$$

B) $25^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} . \dfrac{1}{2} + 2$

1º O expoente é fracionário, logo vamos usar a propriedade da potência com expoente fracionário:

$$25^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$\sqrt{25} - \sqrt{4^3} + \sqrt[3]{8^1} . \frac{1}{2} + 2 =$$

2º Calculando o valor de cada raiz (caso seja necessário, fatore):

$$\sqrt{25} - \sqrt{4^3} + \sqrt[3]{8^1} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$5 - \sqrt{64} + \sqrt[3]{8} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$5 - 8 + \sqrt[3]{2^3} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$5 - 8 + 2 . \frac{1}{2} + 2 =$$

3º Calculando a multiplicação:

$$5 - 8 + \cancel{2} . \frac{1}{\cancel{2}} + 2 =$$

$$5 - 8 + 1 + 2 =$$

4º Calculando adição e subtração:

$$\underbrace{5 - 8}_{\downarrow} + 1 + 2 =$$

$$\underbrace{-3 + 1}_{\downarrow} + 2 =$$

$$-2 + 2 = 0$$

EXERCÍCIOS

21. Resolva as expressões:

A) $(-4 - 3)^2 : (-1 - 6) + 2[(-8)^3 : (24 : 3)^2]$

B) $\sqrt{36} : 3^2 - 7.(\sqrt{16} + \sqrt[3]{8})$

C) $5^2 : \left(3^2 - \sqrt{16}\right) + 6^2 . \left(4^2 - 3 . 2\right)^0$

D) $\sqrt{81} + \sqrt{4} . \sqrt{64} - \sqrt{36}$

22. Uma dessas questões de uma prova foi calcular o valor da expressão matemática:

$$\sqrt{4}.\left[\left(\sqrt{36} + 7.3\right) : \sqrt{81} + \left(21 - \sqrt{25}.2^2\right)\right] + \sqrt{49} - 10$$

A resolução correta dessa questão é

A) 5

B) 15

C) 25

D) 35

E) 45

23. (PUC Rio) O valor de $\sqrt[3]{-27} \,.\, \sqrt[2]{(-3)^2}$ é

A) 3
B) 6
C) 9
D) –6
E) –9

24. Qual o valor da expressão abaixo?

$$\left\{2^6 \times \left[[\sqrt{1024} : \left(5^3 + 37 \,.\, 3 - 283\right)^2 \right]^3 \right\}^0$$

A) 101
B) 86
C) 7
D) 3
E) 1

25. (CN) Qual é o valor da expressão

$$\left[\left(3^{0,333...}\right)^{27} + 2^{2^{1^7}} - \sqrt[5]{239 + \sqrt[3]{\frac{448}{7}}} - \left(\sqrt[3]{3}\right)^{3^3}\right]^{\sqrt[7]{92}} \quad ?$$

A) 0,3
B) $\sqrt{3}$
C) 1
D) 0
E) 1

26. (IFSul–2016) O valor da expressão $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{2} + \sqrt[3]{-27}$ é

A) 3
B) –3
C) $\frac{551}{25}$
D) $\frac{701}{25}$

27. Determine o valor das seguintes expressões:

A) $\sqrt{289} - 4\sqrt{225} + 2\sqrt{36.9}$

B) $\sqrt{\frac{16}{25}} + 2\sqrt{0,49}$

C) $\sqrt{6.8.12} - \frac{\sqrt{3\,600}}{6}$

D) $\sqrt{\frac{\sqrt{324}}{\sqrt{81}} \,.\, 3 .\, \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{16}}}$

E) $\frac{\sqrt{144} - \sqrt{25}}{75} : \frac{\sqrt{441}}{\sqrt{121} + \sqrt{196}}$

28. Determine o resultado de $\left(\frac{5^0 + 5^{-1}}{15^{-2}} + \frac{-3^3}{\frac{1}{6} - \frac{2}{9}}\right) . (-1)^5$.

29. (IFSul–2017) As corridas com obstáculos são provas de atletismo que fazem parte do programa olímpico e consistem em corridas que têm no percurso barreiras que os atletas têm de saltar. Suponha que uma prova tenha um percurso de 1 000 metros e que a primeira barreira esteja a 25 metros da largada, a segunda a 50 metros, e assim sucessivamente.

Se a última barreira está a 25 metros da linha de chegada, o total de barreiras no percurso é

A) 39
B) 41
C) 43
D) 45

30. (IFPE) O SBT, em parceria com a Nestlé, criou um novo programa de perguntas e respostas chamado "Um milhão na mesa". Nele, o apresentador Silvio Santos faz perguntas sobre temas escolhidos pelos participantes. O prêmio máximo é de R$ 1 000 000,00, que fica, inicialmente, sobre uma mesa, distribuído em pacotes com notas de R$ 20,00. Cada pacote é formado por mil notas. Em quantos pacotes está dividido o prêmio do programa?

A) 150
B) 125
C) 100
D) 75
E) 50

31. (UFG-GO) Uma pessoa fez uma compra em um supermercado no valor de R$ 77,00. Ao efetuar o pagamento com uma nota de R$ 100,00, o operador de caixa informou-lhe que dispunha apenas de notas de R$ 10,00 para o troco. O cliente verificou que ainda tinha em sua carteira R$ 73,00, sendo três notas de R$ 10,00, oito notas de R$ 5,00 e três moedas de R$ 1,00.

O menor valor que o cliente deve repassar ao operador de caixa, para facilitar o troco, considerando-se o dinheiro que tinha em sua carteira, é

A) R$ 103,00.
B) R$ 107,00.
C) R$ 113,00.
D) R$ 117,00.
E) R$ 123,00.

32. (UEPA) O cálcio é essencial para a transmissão nervosa, coagulação do sangue e contração muscular; atua também na respiração celular, além de garantir uma boa formação e manutenção de ossos e dentes. A tabela 1 a seguir mostra que a ingestão diária recomendada de cálcio por pessoa varia com a idade.

Tabela 1

Idade	Cálcio (mg/dia)
4 a 8 anos	800
9 a 13 anos	1 300
14 a 18 anos	1 300
19 a 50 anos	1 000

Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Cálcio>.

Foi por essa importância que o cálcio tem para o corpo humano que a diretora de uma escola resolveu calcular a quantidade de cálcio que teria de usar nas refeições diárias dos seus alunos para suprir essa necessidade. A tabela 2 a seguir mostra a quantidade de alunos por idade existente nessa escola.

Tabela 2

Idade	Alunos
4 a 8 anos	60
9 a 13 anos	100
14 a 18 anos	80
19 a 50 anos	40

A quantidade diária de cálcio, em mg, que teria que usar nas refeições desses alunos é

A) 286 000
B) 294 000
C) 300 000
D) 310 000
E) 322 000

33. (Unesp) Segundo nutricionistas, uma refeição equilibrada, para uma pessoa adulta e saudável, não deve conter mais que 800 kcal. A tabela traz algumas opções de pedido, variedades dentro dessas opções e o valor energético de cada uma delas.

Opções de pedido	Variedades	Valor energético
Sanduíches	completo	491 kcal
	de peixe	362 kcal
	light	295 kcal
Acompanhamentos	porção de fritas	206 kcal
	salada	8 kcal
Bebidas	refrigerante 300 mL	120 kcal
	refrigerante *diet* 300 mL	0 kcal
	suco de laranja 300 mL	116 kcal
Sobremesas	torta de maçã	198 kcal
	porção de frutas	25 kcal

Escolhendo-se um item de cada opção de pedido, a refeição de maior valor energético, que não exceda o limite de 800 kcal, será a composta de

A) sanduíche completo, porção de fritas, refrigerante *diet* 300 mL e porção de frutas.
B) sanduíche *light*, porção de fritas, refrigerante 300 mL e porção de frutas.
C) sanduíche *light*, porção de fritas, suco de laranja 300 mL e porção de frutas.
D) sanduíche de peixe, porção de fritas, suco de laranja 300 mL e porção de frutas.
E) sanduíche de peixe, porção de fritas, refrigerante *diet* 300 mL e torta de maçã.

34. (UFG-GO) Considere que no primeiro dia do "Rock in Rio 2011", em um certo momento, o público presente era de cem mil pessoas e que a Cidade do Rock, local do evento, dispunha de quatro portões por onde podiam sair, no máximo, 1 250 pessoas por minuto, em cada portão. Nessas circunstâncias, o tempo mínimo, em minutos, para esvaziar a Cidade do Rock será de

A) 80
B) 60
C) 50
D) 40
E) 20

35. (UFPE) O usuário doméstico de *software* pirateado está sujeito a multa equivalente a 3 000 vezes o valor de mercado do *software*, para cada cópia instalada. Se o preço de mercado de um determinado *software* é de R$ 1 300,00 e cópias piratas do mesmo estão instaladas nos 5 computadores de uma residência, qual é o valor total da multa (em reais) a que está sujeito o proprietário dos computadores? Indique a soma dos dígitos do valor da multa.

36. (UFPE) Júnior possui uma fazenda onde recolhe 45 litros de leite de cabra por dia, que são utilizados na fabricação de queijo. Com cada 5 litros de leite, ele fabrica 1 kg de queijo. O queijo fabricado é então dividido em porções de 125 g que são empacotadas em dúzias. Cada pacote é vendido por R$ 6,00. Quanto Júnior arrecada por dia com a venda do queijo?

A) R$ 35,00
B) R$ 34,00
C) R$ 33,00
D) R$ 37,00
E) R$ 36,00

37. (UERJ)

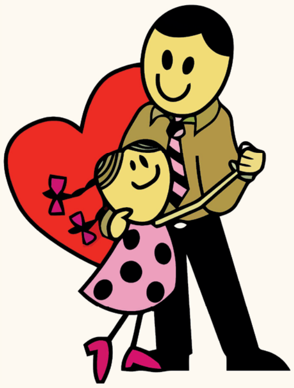
FÁBRICA Y – Ano 2000				
Produtos	Produção (em mil unidades)		Preço unitários de venda (em R$)	
	maio	junho	maio	junho
A	100	50	15	18
B	80	100	13	12
C	90	70	14	10

Todos os produtos **A**, **B** e **C** produzidos nos meses de maio e junho foram vendidos pelos preços da tabela.

Calcule o total arrecadado nessa venda, em reais.

38. (IFSC) A idade de Manoela é dada pela expressão numérica:

$$\text{Idade} = \left[50\% + 10^{-1} + 10^{2} - 2^{-1} - \frac{1}{10}\right]^{\frac{1}{2}} \text{ anos}$$



Sabendo que o pai possui o quádruplo da idade de Manoela, é correto afirmar que a idade do pai é de:

A) 50 anos

B) 60 anos

C) 48 anos

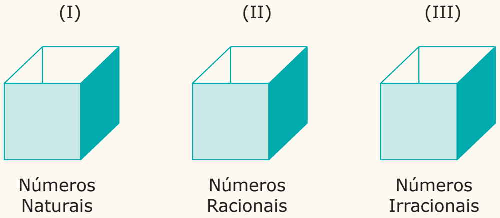
D) 36 anos

E) 40 anos

39. (EPCAR-MG–2018) Sejam A e B os valores das expressões numéricas a seguir:

$$A = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}} \qquad B = \frac{(0{,}00001)^{2} \cdot (0{,}01)^{-3}}{\dfrac{\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}}{\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-1}} \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^{2}}$$

Cada um desses valores pode ser colocado em uma das caixas a seguir, conforme a especificação de cada uma, a saber:



Dessa forma, podemos afirmar que uma combinação correta para os valores A e B e as caixas (I), (II) e (III) é, respectivamente,

A) A (II) e B (I)

B) A (I) e B (III)

C) A (III) e B (II)

D) A (I) e B (II)

Operações com frações

Adição ou subtração

Faça o MMC dos denominadores (fatore-os simultaneamente, o produto dos fatores será o MMC) e, em seguida, escreva as frações equivalentes com o MMC no novo denominador.

Todo número inteiro possui 1 no denominador.

Exemplo:

- $\frac{3}{4} - 7 = \frac{3}{4} - \frac{7}{1}$

MMC (1, 4) = 4

Para calcular as frações equivalentes, escreva o MMC nos denominadores, em seguida divida o MMC pelo denominador anterior de cada fração, uma a uma, e multiplique este resultado pelo numerador. Veja:

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{?}{4} - \frac{?}{4} \Rightarrow$$
$$\frac{3}{4} - \frac{28}{4} = -\frac{25}{4}$$

Multiplicação de frações

Multiplique numerador com numerador e denominador com denominador. Se possível, simplifique (reduza) a fração.

Exemplo:

- $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{56}$

$$\frac{\cancel{6}^{:2}}{\cancel{56}_{:2}} = \frac{3}{28}$$

Divisão de frações

Conserve a primeira fração e multiplique pelo inverso da segunda.

Exemplo:

- $\frac{5}{12} : \frac{3}{4} = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\cancel{20}^{:4}}{\cancel{36}_{:4}} = \frac{5}{9}$

Potenciação de frações

Faça a potência do numerador e a potência do denominador.

Exemplo:

- $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$

Radiciação de frações

Calcule a raiz do denominador e a raiz do numerador.

Exemplo:

- $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Calcule o valor da expressão numérica:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{10} : \frac{8}{15}\right)}$$

Para resolver a expressão numérica vamos seguir a hierarquia, veja como:

1º Resolvendo dentro dos parênteses, temos uma divisão de frações. Nesse caso, usaremos a regra de divisão de frações: repita a 1ª fração e multiplique pelo inverso da 2ª fração. Na multiplicação de frações, multiplique o numerador com numerador e denominador com denominador.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \underbrace{\sqrt{\left(\frac{3}{10} : \frac{8}{15}\right)}}_{\downarrow} =$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \underbrace{\sqrt{\left(\frac{3}{10} \cdot \frac{15}{8}\right)}}_{\downarrow} =$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \sqrt{\frac{45}{80}} =$$

2º Simplificando a fração dentro da raiz por 5 temos:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \sqrt{\frac{9}{16}} =$$

3º Resolvendo potenciação e radiciação:

$$\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^2}_{\downarrow} + \frac{1}{2} - \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3}_{\downarrow} \cdot \underbrace{\sqrt{\left(\frac{9}{16}\right)}}_{\downarrow} =$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4} =$$

4º Resolvendo a multiplicação:

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2} - \underbrace{\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4}}_{\downarrow} =$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2} - \frac{3}{32} =$$

5º Calculando o MMC dos denominadores, já que eles são diferentes e fazendo a equivalência das frações:

MMC (16, 2, 32) = 32

$$\underset{\downarrow}{\frac{1}{16}} + \underset{\downarrow}{\frac{1}{2}} - \underset{\downarrow}{\frac{3}{32}} =$$

$$\frac{2}{32} + \frac{16}{32} - \frac{3}{32} =$$

6º Calculando as adições e subtrações:

$$\underbrace{\frac{2}{32} + \frac{16}{32}}_{\downarrow} - \frac{3}{32} =$$

$$\frac{18}{32} - \frac{3}{32} =$$

$$\frac{15}{32}$$

EXERCÍCIOS

40. Resolva as expressões a seguir:

A) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-2} - (-3) + 8\left[-\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]$

B) $\dfrac{-\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$

41. (UFC-CE) O valor da soma $1 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)$ é:

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

42. Determine o resultado de $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\sqrt{\frac{1}{144}}\right)^{-1}$.

43. Escreva a fração irredutível que representa o resultado da expressão $\dfrac{2 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + 1}}}}{\dfrac{26}{15}}$.

44. Sendo $A = (-2)^{-3} - \left(-\dfrac{1}{3}\right)^{-2} + (2^{-1})^{3} + \left(-\dfrac{5}{7}\right)^{0}$ e

$B = \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-2} . \left(2 - \dfrac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\dfrac{2^{2}}{3}\right)^{-6}$, calcule o valor de A + B.

45. (Mackenzie-SP) $\dfrac{(-5)^{2} - 3^{2} + \left(\dfrac{2}{3}\right)^{0}}{3^{(-2)} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{2}}$ é igual a:

A) $\dfrac{3\,150}{17}$

B) 90

C) $\dfrac{1\,530}{73}$

D) $\dfrac{17}{3\,150}$

E) –90

46. (UFRGS) O valor da expressão $\dfrac{(-5)^{2} - 4^{2} + \left(\dfrac{1}{5}\right)^{0}}{3^{(-2)} + 1}$ é:

A) –4

B) $\dfrac{1}{9}$

C) 1

D) $\dfrac{5}{4}$

E) 9

47. (PUC-RS) A expressão $\dfrac{2^{-2} . 2^{2} + 2 . (3^{2})^{2} + 18^{0}}{8^{\frac{2}{3}}}$ é igual a:

A) 164

B) 83

C) 82

D) 45

E) 41

48. (UFSM) O valor da expressão $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1} : \dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{3}$ é

A) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

B) $\left(\dfrac{6}{3}\right)^{2}$

C) $\sqrt{2}$

D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

E) 2

49. (IFPE–2017) Após fazer o curso de técnico em operador de computador no IFPE, Carlos Roberto resolveu abrir uma microempresa especializada em consertos de *notebooks*. Na primeira semana, Carlos conseguiu atender 3 clientes. Como seu trabalho foi muito bom, ele foi indicado por esses clientes e, na segunda semana, atendeu 15 clientes; na terceira semana, atendeu $\dfrac{7}{5}$ da quantidade de clientes que atendeu na segunda semana.

Carlos Roberto, nessas três primeiras semanas da sua empresa, atendeu

A) 25 clientes.

B) 42 clientes.

C) 35 clientes.

D) 39 clientes.

E) 28 clientes.

50. (UFG-GO) Na compra de um carro, foi dada uma entrada, correspondendo a um terço do seu valor, e o restante foi financiado em 24 prestações fixas de R$ 625,00. Calcule o preço do carro.

51. (FGV-SP) No orçamento da prefeitura de uma determinada cidade, a verba mensal total de R$ 24 000 000,00 é destinada à Educação. Sabe-se que $\dfrac{1}{8}$ deste montante é dirigido à Educação Infantil e $\dfrac{3}{8}$ ao Ensino Fundamental. Sabe-se também que $\dfrac{1}{3}$ dos recursos dirigidos à Educação Infantil são destinados ao pagamento de salários e o restante para outras despesas. Sabe-se ainda que $\dfrac{2}{5}$ dos recursos dirigidos ao Ensino Fundamental destinam-se ao pagamento de salários e o restante para outras despesas. Pede-se:

A) Quais são, em reais, os recursos destinados para a Educação Infantil e para o Ensino Fundamental?

B) Quais são as frações da verba total correspondentes aos recursos para pagamento de salários em cada um dos dois níveis de ensino?

C) Qual é a fração da verba total correspondente a outras despesas para a Educação Infantil?

D) Mantidos os números do enunciado, exceto a última fração $\dfrac{2}{5}$ referente aos recursos dirigidos para o pagamento de salários do Ensino Fundamental, pergunta-se: qual deverá ser o novo valor dessa última fração para que os recursos para pagamento de salários sejam iguais nos dois níveis de ensino?

52. (UEG-GO) Em uma cidade, $\frac{5}{8}$ da população torce pelo time A e, entre esses torcedores, $\frac{2}{5}$ são mulheres. Se o número de torcedores do sexo masculino do time A é igual a 120 000 a população dessa cidade é constituída por

A) 340 000 habitantes.
B) 320 000 habitantes.
C) 300 000 habitantes.
D) 280 000 habitantes.
E) 260 000 habitantes.

53. (UFRRJ) Em uma escola foi feito um levantamento para saber quais os tipos de calçados mais usados pelas crianças. Foi obtido o seguinte resultado: um terço usa sandálias; um quarto usa tênis; um quinto usa sapatos, e os 52 restantes usam outros tipos de calçados.

Pode-se concluir que, pelos tipos de calçados encontrados, há nessa escola um total de

A) 240 crianças.
B) 250 crianças.
C) 260 crianças.
D) 270 crianças.
E) 280 crianças.

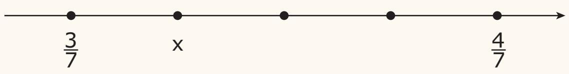
54. (PUC Minas) Um motorista de táxi trabalha de segunda a sábado, durante dez horas por dia, e ganha em média R$ 12,00 por hora trabalhada. Nessas condições, pode-se afirmar que, por semana, esse motorista ganha aproximadamente

A) R$ 380,00.
B) R$ 440,00.
C) R$ 660,00.
D) R$ 720,00.

55. (PUC Minas) Com uma frota de nove caminhões, uma transportadora levará 2 880 tambores desde uma fábrica até uma loja onde o produto será vendido no varejo. Cada um dos caminhões transporta, no máximo, 40 tambores por viagem da fábrica até a loja. O número mínimo de viagens que a frota deverá fazer para efetuar o serviço é

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

56. (FGV-SP–2016) Na reta numérica indicada a seguir, todos os pontos marcados estão igualmente espaçados.



Sendo assim, a soma do numerador com o denominador da fração irredutível que representa x é igual a

A) 39.
B) 40.
C) 41.
D) 42.
E) 43.

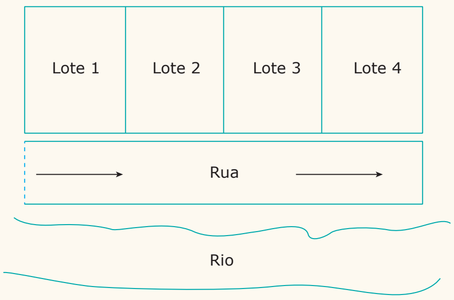
57. (UTFPR–2016) A expressão

$$\frac{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+1}}}}}{-1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{1+1}}}}$$

é equivalente a:

A) $\frac{13}{12}$.
B) $-\frac{13}{12}$.
C) $-\frac{39}{16}$.
D) $\frac{39}{16}$.
E) $\frac{1}{2}$.

58. (UPE–2016) Uma rua sem saída, às margens de um rio será calçada pelos proprietários dos seus quatro lotes e o custo da pavimentação será de R$ 60 000,00. Em uma reunião, eles chegaram ao seguinte acordo: os custos da pavimentação do primeiro lote serão divididos entre os proprietários dos quatro lotes; para o segundo lote serão divididos entre os proprietários dos lotes 2, 3 e 4; os custos da pavimentação para o terceiro lote, serão divididos entre os proprietários dos lotes 3 e 4, e os custos da pavimentação para o quarto lote caberão apenas ao seu proprietário. Nessas condições, quanto o proprietário do lote 4 pagou a mais que o do lote 2?



A) R$ 12 500,00
B) R$ 14 500,00
C) R$ 16 500,00
D) R$ 18 000,00
E) R$ 22 500,00

Racionalização de denominadores

É o processo de transformar o denominador irracional em um número racional. Para isso, devemos seguir alguns passos. Vamos nos ater a dois casos:

Raiz quadrada no denominador

Observe a fração: $\frac{5}{\sqrt{7}}$.

Para transformar o denominador em um número racional, vamos multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt{7}$.

$$\frac{5}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{49}}=\frac{5\sqrt{7}}{7}$$

Denominador como uma adição ou subtração com raízes quadradas

Nesse caso vamos multiplicar os termos da fração pela expressão que representa a operação inversa entre os mesmos números presentes no denominador.

Observe a fração: $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}}$.

Para racionalizar o denominador, vamos multiplicar o numerador e o denominador por $2+\sqrt{5}$.

$$\frac{\sqrt{3}}{(2-\sqrt{5})}\cdot\frac{(2+\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})}=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2-5}=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{-3}=-\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{3}$$

EXERCÍCIOS

59. Racionalize os denominadores:

A) $\frac{8}{\sqrt{3}}$

B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

C) $\frac{23}{4+\sqrt{5}}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{7}}$

E) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{21}}$

60. (PUC Rio–2016) Quanto vale $\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}$?

A) $\sqrt[3]{3}$

B) $\sqrt[3]{9}$

C) $1+\sqrt[3]{3}$

D) $1+\sqrt[3]{9}$

E) $2\sqrt[3]{3}$

61. (PUC Rio–2016) Quanto vale $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}-1$

B) $\sqrt{2}+1$

C) $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$

D) $\frac{5}{2}$

E) 1

62. (FUVEST-SP) O valor da expressão $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ é:

A) $\sqrt{2}$

B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C) 2

D) $\frac{1}{2}$

E) $\sqrt{2}+1$

Operações com números decimais

Nos números decimais (números com vírgula), as posições dos algarismos devem ser respeitadas. Veja alguns exemplos:

Adição e subtração

De maneira prática, para efetuar uma adição ou subtração de números decimais, devemos:

I. Colocar número debaixo de número com vírgula debaixo de vírgula.

II. Igualar as casas decimais, acrescentando zeros à direita do número quando necessário.

III. Efetuar os cálculos, respeitando as posições dos algarismos no sistema de numeração decimal.

Exemplos:

- 7 – 3,33

$$\begin{array}{r} 7{,}00 \\ -\,3{,}33 \\ \hline 3{,}67 \end{array}$$

- 8,901 + 2,39

$$\begin{array}{r} 8{,}901 \\ +\,2{,}390 \\ \hline 11{,}291 \end{array}$$

Multiplicação

Tome como exemplo o produto 2,7 x 0,38.

Para resolvê-lo, multiplicamos os dois números sem considerar as vírgulas, como se fossem números inteiros, e colocamos a vírgula no final. Os fatores têm, juntos, três casas decimais. O produto terá três casas decimais.

$$\begin{array}{rl} 0{,}38 & \text{(2 casas decimais)} \\ \times\ \underline{2{,}7\ \ } & \text{(1 casa decimal)} \\ +\ 266 & \\ \underline{760} & \\ 1{,}026 & \text{(3 casas decimais)} \end{array}$$

Divisão

Para dividir números decimais, usamos modo bastante prático. Veja:

1,2 : 0,25

I. Igualamos o número de casas decimais dos dois números, acrescentando zeros à direita.

1,20 : 0,25

II. Eliminamos as vírgulas e os zeros à esquerda.

120 : 25

III. Efetuamos a divisão.

$$\begin{array}{r|l} 120 & \underline{25} \\ \underline{-100} & 4{,}8 \\ 200 & \\ \underline{-200} & \\ 000 & \end{array}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Calcule o valor da expressão numérica:

–5(0,2 – 3,04) + 8 : 0,5

1º Resolvendo dentro dos parênteses, temos uma subtração de números decimais, coloque vírgula embaixo de vírgula para resolver:

$$-5(\underbrace{0{,}2-3{,}04}_{\downarrow})+8:0{,}5=$$

$$-5(-2{,}84)+8:0{,}5=$$

2º Resolvendo as multiplicações e divisões:

$$\underbrace{-5(-2{,}84)}_{\downarrow}+\underbrace{8:0{,}5}_{\downarrow}=$$

$$+14{,}2 \quad + \quad 16 =$$

3º Resolvendo a soma:

+14,2 + 16 = 30,2

EXERCÍCIOS

63. Calcule:

A) 3,2 : 0,25

B) 0,48 : 0,002

C) 7,3 . 0,45

D) 12,52 . 3,789

64. Calcule o valor das expressões a seguir:

A) $\left(\sqrt{0{,}25}+\sqrt{0{,}25}+2{,}5\right)$

B) $\sqrt{0{,}04}+(0{,}6)^2-(0{,}3)^0$

C) $\left[0{,}75+(0{,}5)^2+2{,}5\right]$

65. (FUVEST-SP) O valor de $(0{,}2)^3 + (0{,}16)^2$ é:

A) 0,0264

B) 0,0336

C) 0,1056

D) 0,2568

E) 0,6256

66. Qual é o resultado da expressão numérica abaixo?

41,32 + 56,4 – 81,932 + 5

A) 102,72

B) 20,8

C) 20,7

D) 20

E) 20,788

67. Calcule $(-3{,}2)^2 + 4\left(-\dfrac{3}{10}\right)^2 - 16 : (-2)^3$.

68. (PUC Minas) Uma pessoa tem 36 moedas. Um quarto dessas moedas é de 25 centavos, um terço é de 5 centavos, e as restantes são de 10 centavos. Essas moedas totalizam a quantia de

A) 8,75

B) 7,35

C) 5,45

D) 4,35

69. Fernanda comprou 3 *shorts* de R$ 35,90 cada e pagou a loja com 1 nota de R$ 50,00 e 3 notas de R$ 20,00. Quanto ela recebeu de troco?

70. (UERJ–2015) O cartão pré-pago de um usuário do metrô tem R$ 8,90 de crédito. Para uma viagem, foi debitado desse cartão o valor de R$ 3,25, correspondente a uma passagem. Em seguida, o usuário creditou mais R$ 20,00 nesse mesmo cartão.

Admitindo que o preço da passagem continue o mesmo, e que não será realizado mais crédito algum, determine o número máximo de passagens que ainda podem ser debitadas desse cartão.

71. (IFPE–2016) Milena e Larissa foram a uma lanchonete logo depois da aula. Lá, pediram dois sanduíches, no valor de R$ 7,70 cada, dois sucos, no valor de R$ 3,60 cada, e uma fatia de torta, no valor de R$ 4,40. Na hora de pagar a conta, decidiram dividir igualmente entre elas o valor a ser pago. Cada uma possuía uma nota de R$ 20,00. Ao chegar ao caixa para efetuar o pagamento, o responsável por receber avisou que, naquele momento, só teria moedas de R$ 0,25 para passar troco.

Assim sendo, quantas moedas cada uma das meninas recebeu como troco?

A) 20

B) 26

C) 13

D) 8

E) 7

72. (UEG-GO–2015) Renata vai ao supermercado comprar exatamente 1 quilo de determinado produto que é vendido em embalagens de diferentes conteúdos, conforme apresenta a tabela a seguir.

Embalagem	250 gramas	500 gramas	750 gramas
Preço	R$ 2,70	R$ 5,10	R$ 7,40

Renata pagará o menor preço por 1 quilo desse produto se comprar

A) 4 embalagens de 250 gramas.

B) 2 embalagens de 500 gramas.

C) 2 embalagens de 250 gramas e 1 de 500 gramas.

D) 1 embalagem de 750 gramas e 1 de 250 gramas.

73. (Unisinos-RS) Uma confeitaria vende salgados a R$ 0,80 a unidade e doces a R$ 1,10 a unidade. Para uma festa, foram encomendados 200 salgados e 100 doces. Na hora do pagamento da compra, o caixa se enganou e inverteu as quantidades, registrando 100 salgados e 200 doces. Esse engano fez com que o valor cobrado fosse

A) R$ 30,00 a mais do que o valor correto.

B) R$ 30,00 a menos do que o valor correto.

C) R$ 20,00 a mais do que o valor correto.

D) R$ 20,00 a menos do que o valor correto.

E) igual ao valor correto.

74. (UERJ) Um supermercado realiza uma promoção com o objetivo de diminuir o consumo de sacolas plásticas: o cliente que não utilizar as sacolas disponíveis no mercado terá um desconto de R$ 0,03 a cada cinco itens registrados no caixa. Um participante dessa promoção comprou 215 itens e pagou R$ 155,00.

Determine o valor, em reais, que esse cliente pagaria se fizesse as mesmas compras e não participasse da promoção.

75. (CEFET-RJ) Lucas deve comprar exatamente 75 latas de refrigerante para a sua festa de aniversário. O mercado próximo à sua casa oferece pacotes com seis latas por R$ 13,00 e latas vendidas separadamente por R$ 2,40 a unidade. Pergunta-se: qual será a despesa mínima, em reais, de Lucas na compra das 75 latas?

A) 163,20

B) 169,00

C) 156,00

D) 156,20

76. (UFG-GO) Antônio possui um carro a álcool que consome 1 litro de combustível a cada 8 km percorridos, enquanto José possui um carro a gasolina cujo consumo é de 12 km por litro. Sabendo-se que o litro de álcool custa R$ 1,14 e o litro de gasolina R$ 1,60, e que José e Antônio dispõem da mesma quantidade de dinheiro, quantos quilômetros irá percorrer José, tendo em vista que Antônio percorreu 320 km?

77. (PUC) Um feirante compra maçãs de R$ 0,75 para cada duas unidades e as vende ao preço de R$ 3,00 para cada seis unidades. O número de maçãs que deverá vender para obter um lucro de R$ 50,00 é

A) 40

B) 52

C) 400

D) 520

E) 600

78. (UFG) Segundo uma reportagem do jornal *Valor Econômico* (14 out. 2009, p. A1), nos nove primeiros meses de 2009, as exportações do agronegócio somaram U$ 49,4 bilhões, que corresponde a R$ 83,486 bilhões, considerando o valor médio do dólar nesse período. Em igual período de 2008, as exportações do agronegócio somaram U$ 55,3 bilhões. Considerando o valor médio do dólar nos nove primeiros meses de 2008, o valor das exportações de 2008 superou o valor das exportações de 2009 em R$ 31,538 bilhões. Nesse caso, o valor médio do dólar nos nove primeiros meses de 2008 foi de

A) R$ 1,38.

B) R$ 1,94.

C) R$ 1,99.

D) R$ 2,08.

E) R$ 2,53.

79. (UFPE) Um feirante comprou maçãs por R$ 0,20 a unidade e as revendeu por R$ 0,30 a unidade, ficando com uma sobra de 30 maçãs, que foram descartadas. Indique quantas dezenas de maçãs o feirante comprou, sabendo que seu lucro foi de R$ 30,00.

80. (IFPE–2018) Bruno, aluno do curso de Agricultura do IFPE - Vitória, começou um estágio na sua área, recebendo a remuneração mensal de um salário mínimo. Ele resolveu fazer algumas economias e decidiu poupar dois salários em 2017 e três salários em 2018. Se Bruno economizar exatamente o que planejou, tomando como base o salário mínimo, na imagem abaixo, podemos afirmar que ele poupará

A) R$ 4 726,60.
B) R$ 3 789,60.
C) R$ 4 747,40.
D) R$ 5 684,40.
E) R$ 3 810,40.

Dízima Periódica

São números decimais que se repetem periódica e infinitamente. São dois tipos:

Tipo de dízima	Como identificar	Exemplo	Como transformar para fração
Periódica simples	O(s) números(s) que se repetem, chamados período, começam logo após a vírgula.	0,222... (período é 2). Outra forma de escrita: $0,222... = 0,\overline{2}$	Escreva o período no numerador. No denominador, coloque um 9 para cada algarismo do período. Ex.: $0,222... = \frac{2}{9}$
Periódica composta	Existe(m) número(s) que está(ão) entre a vírgula e o período	0,2555... (período é o 5, anteperíodo é o 2) Outra forma de escrita: $0,2555... = 0,2\overline{5}$	Escreva no numerador o número formado pela parte inteira com anteperíodo e o período e subtraia o número formado pela parte inteira e anteperíodo. No denominador, coloque 9 para cada algarismo do período e 0 (zero) para cada algarismo do anteperíodo. Ex.: $1,5898989... = \frac{1589-15}{990} = \frac{1574}{990}$

Caso a dízima tenha uma parte inteira, basta a escrevermos na frente da fração, como parte inteira de um número misto, e calcularmos a parte decimal como já explicado:

$$5,7373... \Rightarrow 5\frac{73}{99} \text{ (número misto).}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. Determine o valor da expressão numérica:

$$9 \,.\, (0{,}222...) \,.\, (0{,}555...) - \frac{3}{4} : \frac{27}{2} + 5$$

1º Transformamos as dízimas periódicas simples em frações:

$$9 \,.\, \underbrace{(0{,}222...)}_{\downarrow} \,.\, \underbrace{(0{,}555...)}_{\downarrow} - \frac{3}{4} : \frac{27}{2} + 5 =$$

$$9 \,.\, \left(\frac{2}{9}\right) \quad . \quad \left(\frac{5}{9}\right) - \frac{3}{4} : \frac{27}{2} + 5 =$$

2º Resolver as multiplicações (simplificando numerador com denominador antes de multiplicar) e a divisão (use a regra de divisão de frações):

$$9.\left(\frac{2}{9}\right).\left(\frac{5}{9}\right) - \underbrace{\frac{3}{4} : \frac{27}{2}}_{\downarrow} + 5 =$$

$$\cancel{9}.\left(\frac{2}{\cancel{9}}\right).\left(\frac{5}{9}\right) - \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} . \frac{\cancel{2}}{\cancel{27}} + 5 =$$

$$\frac{10}{9} - \frac{1}{18} + 5 =$$

3º Resolver adição e subtração das frações, usando o MMC dos denominadores ou a equivalência das frações:

$$\frac{10}{9} - \frac{1}{18} + 5 =$$

$$\frac{20}{18} - \frac{1}{18} + \frac{90}{18} =$$

$$\frac{109}{18}$$

EXERCÍCIOS

81. Classifique e em seguida transforme as dízimas periódicas em frações geratrizes:

A) 0,888...

B) 0,363636...

C) 1,555...

D) 2,545454...

E) 0,2111...

F) 0,31525252...

G) 5,6789789789...

82. (ESFA) Qual a fração que dá origem à dízima 2,54646... em representação decimal?

A) $\frac{2\,521}{990}$

B) $\frac{2\,546}{999}$

C) $\frac{2\,546}{990}$

D) $\frac{2\,546}{900}$

E) $\frac{2\,521}{999}$

83. (PUC) A dízima periódica 0,499999999... é igual a:

A) $\frac{49}{99}$

B) $\frac{5}{11}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{49}{90}$

E) $\frac{4}{9}$

84. (CEFET-RJ) Encontre a fração geratriz da seguinte dízima periódica 0,636363...

A) $\frac{7}{11}$

B) $\frac{63}{100}$

C) $\frac{14}{28}$

D) Nenhuma das alternativas anteriores

85. (CEFET-RJ) A forma fracionária de escrever o número 0,565656... é ?

A) $\frac{56}{10}$

B) $\frac{0{,}56}{100}$

C) $\frac{56}{100}$

D) Nenhuma das alternativas anteriores

MATEMÁTICA

FRENTE A | MÓDULO 02

Teoria dos Conjuntos

Entendemos a ideia de conjuntos como qualquer coleção ou grupo de objetos ou símbolos (os quais chamamos de elementos).

Para indicar que **x** é um elemento de **A**, escrevemos $x \in A$ (lê-se: **x** pertence a **A**). Se **x** não pertence a **A**, indicamos $x \notin A$.

As principais maneiras de representar um conjunto são:

i) Por meio da enumeração de seus elementos.

Exemplo:

O conjunto dos dias da semana é:

S = {domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado}

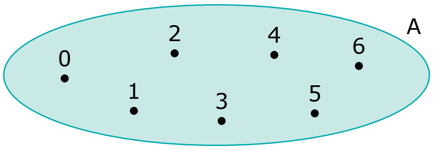
ii) Por meio de uma propriedade comum aos seus elementos.

Exemplo:

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$, que corresponde ao conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

iii) Por meio do Diagrama de Venn (John Venn, lógico inglês, 1834-1923).

Exemplo:



Admite-se a existência de conjunto com um só elemento (conjunto unitário) e de conjunto sem elementos, denominado conjunto vazio e representado por $\varnothing$ ou **{ }**.

SUBCONJUNTOS

Dados os conjuntos **A** e **B**, dizemos que **B** é subconjunto de **A** se, e somente se, todo elemento de **B** for elemento de **A**.

Notação: $B \subset A$ (lê-se: **B** está contido em **A**)

Exemplo:

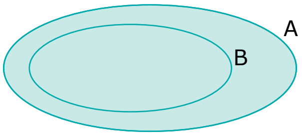


Diagrama de Venn

Sendo **A** e **B** conjuntos, temos que $A \subset B$ e $B \subset A$ se, e somente se, $A = B$.

OBSERVAÇÕES

i) Qualquer que seja o conjunto **A**, temos que **A** é subconjunto de **A**, pois todo elemento de **A** é elemento de **A**.

ii) Qualquer que seja o conjunto **A**, temos que o conjunto vazio é subconjunto de **A**, pois, se não o fosse, deveria existir pelo menos um elemento do conjunto vazio que não pertencesse a **A** (o que é um absurdo).

Exemplo:

Dado o conjunto $A = \{1, 2, 3, \{3, 4\}\}$, classificar em verdadeira (**V**) ou falsa (**F**) cada uma das seguintes proposições.

A) ( ) **A** possui 4 elementos.

B) ( ) $1 \in A$ e $2 \in A$

C) ( ) $\{1, 2\} \subset A$

D) ( ) $\{3, 4\} \subset A$

E) ( ) $\{\{3, 4\}\} \subset A$

O conjunto **A** possui 4 elementos, a saber, os números 1, 2 e 3 e o conjunto binário {3, 4}; portanto, tem-se que $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$ e $\{3, 4\} \in A$.

$\{1, 2\} \subset A$, pois 1 e 2 são elementos de **A**.

$\{3, 4\} \not\subset A$, pois 4 não é elemento de **A**.

$\{\{3, 4\}\} \subset A$, pois {3, 4} é elemento de **A**.

Assim, a única proposição falsa é a letra **D**.

CONJUNTO DAS PARTES

Sendo **A** um conjunto finito, com **n** elementos, podemos demonstrar que o número de subconjuntos de **A** é 2^n.

O conjunto de todos os subconjuntos de **A** é chamado conjunto das partes de **A**, e será indicado por P(A).

Exemplo:

Dado o conjunto $A = \{x, y, z\}$, obter o conjunto das partes de **A**.

Como o número de elementos de **A** é 3, concluímos que o número de seus subconjuntos é $2^3 = 8$. Os subconjuntos de **A** são:

$$\varnothing; \{x\}; \{y\}; \{z\}; \{x, y\}; \{x, z\}; \{y, z\}; A$$

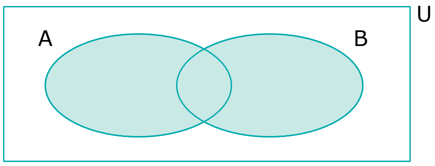
Assim, o conjunto das partes de **A** é:

$$P(A) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, A\}$$

UNIÃO

Dados os conjuntos **A** e **B** em um universo **U**, chamamos união (ou reunião) de **A** com **B** ao conjunto dos elementos que pertencem a, pelo menos, um dos conjuntos **A** ou **B**.

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



Exemplos:

1º) $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2º) $\{1, 2, 3, 4\} \cup \varnothing = \{1, 2, 3, 4\}$

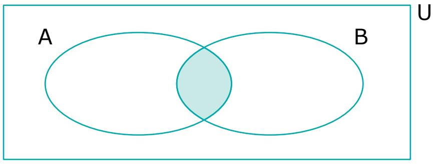
Propriedades

$$A \cup B = B \cup A$$
$$B \subset A \Rightarrow A \cup B = A$$
$$A \cup \varnothing = A$$
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C$$

INTERSEÇÃO

Dados os conjuntos **A** e **B** em um universo **U**, chamamos interseção de **A** com **B** ao conjunto dos elementos comuns a **A** e **B**.

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$



Exemplos:

1º) $\{1, 2, 3, 4\} \cap \{4, 5\} = \{4\}$

2º) $\{1, 2, 3, 4\} \cap \varnothing = \varnothing$

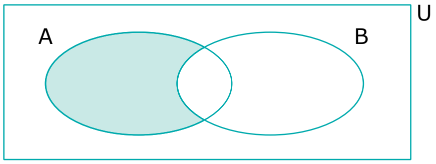
Propriedades

$$A \cap B = B \cap A$$
$$B \subset A \Leftrightarrow A \cap B = B$$
$$A \cap \varnothing = \varnothing$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$$
$$(A \cap B) \subset (A \cup B)$$

DIFERENÇA

Dados os conjuntos **A** e **B** em um universo **U**, chamamos diferença entre **A** e **B**, nessa ordem, ao conjunto dos elementos de **A** que não são elementos de **B**.

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$



Exemplos:

1º) $\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3\}$

2º) $\{1, 2\} - \varnothing = \{1, 2\}$

3º) $\varnothing - \{1, 2\} = \varnothing$

Propriedades

$$(A - B) \subset A$$
$$A - \varnothing = A$$
$$\varnothing - A = \varnothing$$
$$A - (A \cap B) = A - B$$

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, obter os conjuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ e $B - A$.

$A \cap B = \{3, 4\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A - B = \{1, 2\}$

$B - A = \{5, 6, 7\}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Numa pesquisa escolar a respeito da leitura dos jornais **A** e **B**, constatou-se que:

i) 280 alunos leem somente um dos jornais.

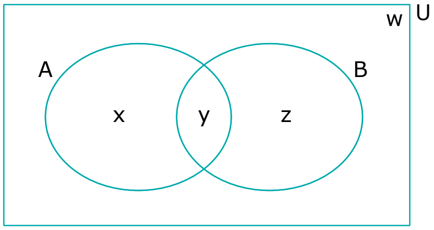
ii) 230 leem o jornal **B**.

iii) 100 leem os dois.

iv) 200 não leem o jornal **A**.

Quantos alunos foram entrevistados?

Resolução:



Sendo **x**, **y**, **z** e **w** o número de elementos de cada região indicada no diagrama anterior, temos:

$$\begin{array}{ll} x + z = 280 & (1) \\ y + z = 230 & (2) \\ y = 100 & (3) \\ z + w = 200 & (4) \end{array}$$

Das equações (3) e (2), temos que z = 130.

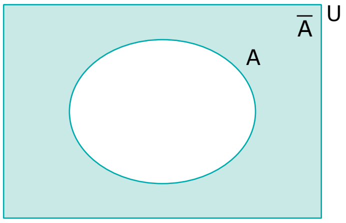
Substituindo **z** por 130 nas equações (1) e (4), obtemos, respectivamente, os valores de **x** e **w**: x = 150 e w = 70.

O número total de alunos que foram entrevistados é:

$$x + y + z + w = 450$$

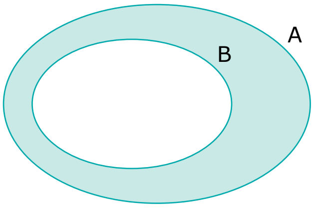
COMPLEMENTAR

Chamemos de conjunto universo **U** o conjunto que contém todos os elementos do contexto no qual estamos trabalhando. No Diagrama de Venn a seguir, representamos o complementar de **A** em relação ao universo (indicado por C_U^A ou $\overline{A}$).



Dados os conjuntos **A** e **B**, com $B \subset A$, chamamos de complementar de **B** em relação a **A** o conjunto:

$$C_A^B = \{x \in A \text{ e } x \notin B\} = A - B$$



Exemplo:

Dados A = {1, 2, 3, 4} e B = {2, 4}. O complementar de **B** em relação a **A** é C_A^B = {1, 3}.

CONTEÚDO NO **Bernoulli Play**

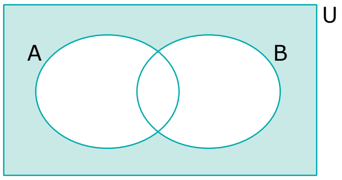
Teoria dos conjuntos

Acesse o QR Code e conheça esse recurso interativo. Revise conceitos relacionados ao estudo de conjuntos.

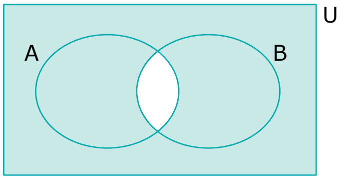
LEIS DE MORGAN

Podemos verificar, através do Diagrama de Venn, as seguintes igualdades:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$



ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$



EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

01. A27U

(PUC RS–2022) Uma rede de farmácias fez uma pesquisa de mercado com consumidores para descobrir suas preferências em relação a dois tipos de analgésicos, tipo 1 e tipo 2. Os resultados da pesquisa indicam que

- 190 pessoas compram o analgésico do tipo 1;
- 130 pessoas compram o analgésico do tipo 2;
- 60 pessoas compram os dois tipos de analgésicos;
- 230 pessoas não compram nenhum dos dois tipos.

De acordo com essas informações, o número de entrevistados foi

A) 230.
B) 320.
C) 490.
D) 610.

02. (UEG-GO–2020) Em uma escola, todas as crianças participaram de uma pesquisa sobre a preferência do lanche. Nessa pesquisa, constatou-se que 35 alunos gostam de salgados, 33 gostam de doces, 52 gostam de suco, 7 alunos gostam de salgado e doce, 5 alunos gostam de salgado e suco, 3 alunos gostam de doce e suco, 3 alunos gostam das três opções e 8 alunos não gostam de nenhuma das opções. O total de alunos da escola é:

A) 145
B) 98
C) 137
D) 114
E) 116

03. 5K4C

(UEG-GO) Dados dois conjuntos, **A** e **B**, onde $A \cap B = \{b, d\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ e $B - A = \{a\}$. O conjunto **B** é igual a:

A) {a}
B) {c, e}
C) {a, b, d}
D) {b, c, d, e}
E) {a, b, c, d, e}

04. XOA7

(UFT-TO) Uma Instituição de Ensino Superior oferece os cursos **A** e **B**. Em seu processo seletivo, o candidato pode optar por inscrever-se nos dois cursos ou apenas em um curso. Ao final, o número de inscrições por curso e o número total de candidatos inscritos pode ser observado no quadro que segue:

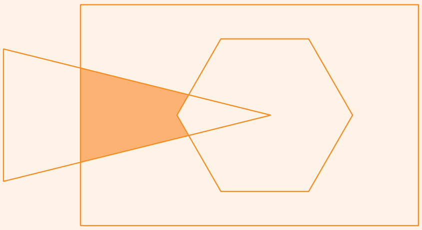
Número de inscrições no curso A	Número de inscrições no curso B	Número total de candidatos inscritos
480	392	560

Com base nas informações anteriores e nas possibilidades de inscrições, pode-se afirmar que o número de candidatos que optaram por inscrever-se somente no curso **A** foi:

A) 80
B) 168
C) 312
D) 480
E) 560

05. C91M

(UFSJ-MG) Na figura, **R** é um retângulo, **T** é um triângulo e **H** é um hexágono.



Então é correto afirmar que a região destacada em laranjado é dada por:

A) $(H - T) \cap R$
B) $T - H$
C) $(R \cap T) - (T \cap H)$
D) $(R \cap T)$

06. IL18

(UERN) Uma empresa de *software* aloca seus funcionários em duas equipes de trabalho: manutenção e atendimento. Sabe-se que 80% de seus funcionários trabalham na equipe de manutenção e 35% na equipe de atendimento. Sabendo-se que essa empresa possui 500 funcionários e que um funcionário não precisa necessariamente trabalhar em uma única equipe, então o número de funcionários que trabalham nas equipes de atendimento e de manutenção é:

A) 50
B) 60
C) 65
D) 75

07. J7Y9

(UERJ) Considere um grupo de 50 pessoas que foram identificadas em relação a duas categorias: quanto à cor dos cabelos, louras ou morenas; quanto à cor dos olhos, azuis ou castanhos. De acordo com essa identificação, sabe-se que 14 pessoas no grupo são louras com olhos azuis, que 31 pessoas são morenas e que 18 têm olhos castanhos. Calcule, no grupo, o número de pessoas morenas com olhos castanhos.

08. CB44

(UFOP-MG) Três frutas são consumidas por um grupo de 400 pessoas: laranja, banana e maçã. Dessas pessoas, 185 consomem laranja, 125 consomem laranja e banana, 130 consomem banana e maçã, 120 consomem laranja e maçã e 100 consomem laranja, banana e maçã. O número de pessoas que consomem banana é igual ao número de pessoas que consomem maçã. O número de pessoas que consomem maçã e não consomem laranja é de:

A) 95
B) 125
C) 195
D) 245

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UFJF-MG–2022) Considere os seguintes intervalos: A =]–5, 4], B = [1, 6] e C = [2, 3]. O conjunto formado por todos os números inteiros pertencentes a (A ∩ B) – C é:

A) {1, 4}
B) {2, 3}
C) {1, 2, 3}
D) {1, 2, 3, 4}
E) {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

02. (UECE–2022) Em uma pesquisa que envolveu 120 alunas de uma academia de dança, foram obtidos os seguintes dados: 80 delas querem ser atrizes, 70 querem ser cantoras e 50 querem ser atrizes e cantoras. Considerando estes dados, é correto concluir que o número de alunas que não querem ser cantoras nem atrizes é:

A) 30
B) 20
C) 50
D) 40

03. (EPCAR-MG–2022) Com a finalidade de conhecer a preferência de seus clientes por chocolates, a equipe de *marketing* de vendas de um *shopping* fez uma pesquisa com 792 pessoas, as quais foram questionadas sobre:

Qual tipo de chocolate você mais gosta: ao leite, com passas ou crocante?

De posse das informações coletadas, elaborou-se o seguinte quadro:

Qual tipo de chocolate você mais gosta?							
Tipo de chocolate	Ao leite	Com passas	Crocante	Ao leite e com passas	Ao leite e crocante	Crocante e com passas	Crocante, ao leite e com passas
Quantidade de pessoas	411	358	299	156	109	131	72

Daquelas pessoas que responderam não gostar de nenhum dos três tipos de chocolates da pesquisa, **x** não gostam de chocolate algum e o dobro de **x** gostam de chocolate, mas não desses tipos apresentados na pesquisa.

A razão entre o número de pessoas que gostam dos três tipos de chocolates apresentados na pesquisa e **x**, nessa ordem, é um número

A) maior que 3 e menor que 5.
B) maior que 5 e menor que 7.
C) maior que 7 e menor que 9.
D) maior que 9.

04. IY1Z (UFES) As marcas de cerveja mais consumidas em um bar, num certo dia, foram **A**, **B** e **S**. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
S	80
A e B	60
B e S	40
A e S	20
A, B e S	15
Outras	70

A) Quantos beberam cerveja no bar, nesse dia?
B) Dentre os consumidores de **A**, **B** e **S**, quantos beberam apenas duas dessas marcas?
C) Quantos não consumiram a cerveja **S**?
D) Quantos não consumiram a marca **B** nem a marca **S**?

05. EAYW (UFPA) Em uma turma de cinquenta alunos de Medicina, há dezoito cursando Anatomia, quinze cursando Citologia e treze cursando Biofísica. Seis alunos cursam simultaneamente Anatomia e Citologia, cinco cursam simultaneamente Citologia e Biofísica e quatro cursam simultaneamente Anatomia e Biofísica. Dezesseis alunos não cursam nenhuma destas disciplinas.

O número de alunos que cursam, simultaneamente, exatamente duas disciplinas é:

A) 31
B) 15
C) 12
D) 8
E) 6

06. (Unit-AL–2019) Analisando as proposições a seguir, identifique com V as verdadeiras e, com F, as falsas.

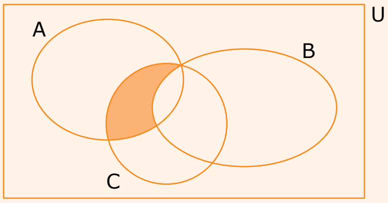
( ) Se M = Q ∩ R e N = I – Q, tem-se que M ∪ N = R.
( ) Se n(G) = 42, n(H) = 36 e n(G ∩ H) = 12, com isso n(G ∪ H) = 66.
( ) Se T = {0, 2, 4, 6}, P = {1, 2}, Q = {2, 3, 4} e S = {4}, então (T – P) ∩ (Q ∪ S) = {3, 4, 5}.
( ) Todo número inteiro é racional, mas nem todo número racional é inteiro.

A alternativa que contém a sequência correta, de cima para baixo, é a:

A) F V V F
B) V F F V
C) V V F F
D) V V F V
E) V V V F

07. M93R

(UFPE) Considere o seguinte "Diagrama de Venn", que representa graficamente os conjuntos **A**, **B** e **C**, em que **U** representa o universo.



Assinale, entre as alternativas a seguir, o conjunto que é representado pela área sombreada no diagrama. A barra (‾) representa o complementar do conjunto em relação a **U**.

A) $A \cap B \cap C$

B) $A \cap B \cap \overline{C}$

C) $A \cup B \cup C$

D) $A \cap \overline{B} \cap C$

E) $\overline{A} \cup B \cup C$

08. EFY5

(FGV) Em uma pesquisa para estudar a incidência de três fatores de risco (**A**, **B** e **C**) para doenças cardíacas em homens, verificou-se que, do total da população investigada,

15% da população apresentava apenas o fator **A**;

15% da população apresentava apenas o fator **B**;

15% da população apresentava apenas o fator **C**;

10% da população apresentava apenas os fatores **A** e **B**;

10% da população apresentava apenas os fatores **A** e **C**;

10% da população apresentava apenas os fatores **B** e **C**;

em 5% da população os três fatores de risco ocorriam simultaneamente.

Da população investigada, entre aqueles que não apresentavam o fator de risco **A**, a porcentagem dos que não apresentavam nenhum dos três fatores de risco é, aproximadamente,

A) 20%.

B) 50%.

C) 25%.

D) 66%.

E) 33%.

09. ED9M

(UNIRIO-RJ) Numa pesquisa para se avaliar a leitura de três revistas, **A**, **B** e **C**, descobriu-se que 81 pessoas leem, pelo menos, uma das revistas; 61 pessoas leem somente uma delas e 17 pessoas leem duas das três revistas. Assim, o número de pessoas mais bem informadas dentre as 81 é:

A) 3

B) 5

C) 12

D) 29

E) 37

10.

(AFA-SP–2020) Uma pesquisa foi realizada com um grupo de Cadetes da AFA.

Esses Cadetes afirmaram que praticam, pelo menos uma, dentre as modalidades esportivas: voleibol, natação e atletismo.

Obteve-se, após a pesquisa, os seguintes resultados:

I. Dos 66 Cadetes que praticam voleibol, 25 não praticam outra modalidade esportiva;

II. Dos 68 Cadetes que praticam natação, 29 não praticam outra modalidade esportiva;

III. Dos 70 Cadetes que praticam atletismo, 26 não praticam outra modalidade esportiva e

IV. 6 Cadetes praticam as três modalidades esportivas.

Marque a alternativa falsa. A quantidade de Cadetes que

A) pratica pelo menos duas das modalidades esportivas citadas é 59.

B) foram pesquisados é superior a 150.

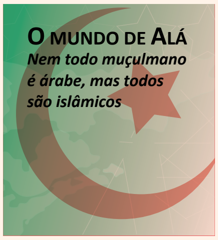
C) pratica voleibol ou natação é 113.

D) pratica exatamente duas das modalidades esportivas citadas é um número primo.

11.

(UFF-RJ) Os muçulmanos sequer se limitam aos países de etnia árabe, como muitos imaginam. Por exemplo, a maior concentração de muçulmanos do mundo encontra-se na Indonésia, que não é um país de etnia árabe.

SUPERINTERESSANTE, ed. 169, out. 2001 (Adaptação).



Considere **T** o conjunto de todas as pessoas do mundo; **M** o conjunto de todas aquelas que são muçulmanas e **A** o conjunto de todas aquelas que são árabes. Sabendo que nem toda pessoa que é muçulmana é árabe, pode-se representar o conjunto de pessoas do mundo que não são muçulmanas nem árabes por:

A) $T - (A \cup M)$

B) $T - A$

C) $T - (A \cap M)$

D) $(A - M) \cup (M - A)$

E) $M - A$

12. 0WXO

(UECE) Num certo grupo de pessoas, metade lê o jornal *A notícia* e um terço lê *O informativo*, mas somente um sexto lê ambos os jornais. Do grupo, a quantidade de pessoas que não leem nem *A notícia* e nem *O informativo* é

A) a metade.

B) um terço.

C) dois terços.

D) um quinto.

E) um sexto.

13. (ESPM-SP) Em uma aula de Matemática, o professor propôs 2 problemas para serem resolvidos pela turma. 76% dos alunos resolveram o primeiro problema, 48% resolveram o segundo e 20% dos alunos não conseguiram resolver nenhum dos dois. Se apenas 22 alunos resolveram os dois problemas, pode-se concluir que o número de alunos dessa classe é

A) maior que 60.
B) menor que 50.
C) múltiplo de 10.
D) múltiplo de 7.
E) ímpar.

14. ZPI3

(UEFS-BA) Em um grupo de 30 jovens, 2 já assistiram a todos os filmes **X**, **Y** e **Z**, e 10 ainda não viram nenhum. Dos 14 que viram **Y**, 5 também assistiram a **X**, e 6 também viram **Z**. Ao todo, 11 jovens assistiram a **X**.

Com base nessas informações, é correto concluir que, nesse grupo,

A) ninguém assistiu apenas a X.
B) ninguém assistiu apenas a Z.
C) alguém assistiu a Z, mas não viu Y.
D) nem todos os que assistiram a Z viram Y.
E) todos os que assistiram a X também viram Z.

15. Q06M

(PUC RS) Numa escola de idiomas, 250 alunos estão matriculados no curso de inglês, 130 no de francês e 180 no de espanhol. Sabe-se que alguns desses alunos estão matriculados em 2, ou até mesmo em 3 desses cursos. Com essas informações, pode-se afirmar que o número de alunos que estão matriculados nos três cursos é, no máximo,

A) 130
B) 180
C) 250
D) 310
E) 560

16. GBW4

(Albert Einstein) Sejam **A**, **B** e **C** subconjuntos do conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$, de modo que:

- **A** é o conjunto dos números de 3 algarismos, todos distintos.
- **B** é o conjunto dos números que possuem exatamente 1 algarismo 5.
- **C** é o conjunto dos números pares.

E sejam os conjuntos:

$P = A \cap C$

$Q = A^C \cup B^C$

$R = B \cup C^C$

onde a notação X^C indica o conjunto complementar do conjunto **X**.

São elementos respectivos dos conjuntos **P**, **Q** e **R** os números:

A) 204, 555, 550
B) 972, 1 234, 500
C) 1 234, 505, 5 555
D) 204, 115, 550

SEÇÃO ENEM

01. (Enem) Uma pesquisa foi realizada para tentar descobrir, do ponto de vista das mulheres, qual é o perfil da parceira ideal procurada pelo homem do séc. XXI. Alguns resultados estão apresentados no quadro a seguir.

O QUE AS MULHERES PENSAM QUE OS HOMENS PREFEREM

72% das mulheres têm certeza de que os homens odeiam ir ao *shopping*	**65%** pensam que os homens preferem mulheres que façam todas as tarefas da casa
No entanto, apenas **39%** dos homens disseram achar a atividade insuportável	No entanto, **84%** deles disseram acreditar que as tarefas devem ser divididas entre o casal

CORREIO BRAZILIENSE. 29 jun. 2008 (Adaptação).

Se a pesquisa foi realizada com 300 mulheres, então a quantidade delas que acredita que os homens odeiam ir ao *shopping* e pensa que eles preferem que elas façam todas as tarefas da casa é

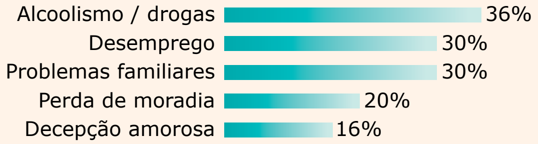
A) inferior a 80.
B) superior a 80 e inferior a 100.
C) superior a 100 e inferior a 120.
D) superior a 120 e inferior a 140.
E) superior a 140.

Instrução: Texto para as questões **02** e **03**.

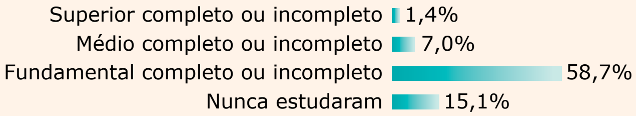
A vida na rua como ela é

O Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS) realizou, em parceria com a ONU, uma pesquisa nacional sobre a população que vive na rua, tendo sido ouvidas 31 922 pessoas em 71 cidades brasileiras. Nesse levantamento, constatou-se que a maioria dessa população sabe ler e escrever (74%), que apenas 15,1% vivem de esmolas e que, entre os moradores de rua que ingressaram no Ensino Superior, 0,7% se diplomou. Outros dados da pesquisa são apresentados nos quadros a seguir:

Por que vive na rua?



Escolaridade



ISTOÉ. p. 21, 07 maio 2008 (Adaptação).

02. (Enem) As informações apresentadas no texto são suficientes para se concluir que:

A) as pessoas que vivem na rua e sobrevivem de esmolas são aquelas que nunca estudaram.

B) as pessoas que vivem na rua e cursaram o Ensino Fundamental, completo ou incompleto, são aquelas que sabem ler e escrever.

C) existem pessoas que declararam mais de um motivo para estarem vivendo na rua.

D) mais da metade das pessoas que vivem na rua e que ingressaram no Ensino Superior se diplomou.

E) as pessoas que declararam o desemprego como motivo para viver na rua também declararam a decepção amorosa.

03. (Enem) No universo pesquisado, considere que **P** seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo / drogas e **Q** seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto **P** ou do conjunto **Q**, então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de **P** e **Q** é igual a

A) 12%.
B) 16%.
C) 20%.
D) 36%.
E) 52%.

04. (Enem) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C_1, C_2 e C_3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas.

Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C_1 e C_2 terão 10 páginas em comum; C_1 e C_3 terão 6 páginas em comum; C_2 e C_3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C_1.

Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

A) 135
B) 126
C) 118
D) 114
E) 110

05. (Enem) Uma escola de Ensino Médio tem 250 alunos que estão matriculados na 1ª, 2ª ou 3ª séries. 32% dos alunos são homens e 40% dos homens estão na 1ª série. 20% dos alunos matriculados estão na 3ª série, sendo 10 alunos homens. Dentre os alunos da 2ª série, o número de mulheres é igual ao número de homens.

A tabela a seguir pode ser preenchida com as informações dadas:

	1ª	2ª	3ª	Total
Mulher	a	b	c	a + b + c
Homem	d	e	f	d + e + f
Total	a + d	b + e	c + f	250

O valor de **a** é:

A) 10
B) 48
C) 92
D) 102
E) 120

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. E
○ 03. C
○ 04. B
○ 05. C
○ 06. D
○ 07. 13
○ 08. B

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. A
○ 02. B
○ 03. A
04.
  ○ A) 315
  ○ B) 75
  ○ C) 235
  ○ D) 155
○ 05. E
○ 06. D
○ 07. D
○ 08. E
○ 09. A
○ 10. B
○ 11. A
○ 12. B
○ 13. C
○ 14. B
○ 15. A
○ 16. B

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. C
○ 03. A
○ 04. C
○ 05. C

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

MATEMÁTICA

FRENTE B

MÓDULO 02

Regra de Três

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Essa regra é aplicada quando temos apenas duas grandezas envolvidas (direta ou inversamente proporcionais), e queremos relacionar dois valores correspondentes de cada grandeza. São conhecidos três dos quatro valores e o outro valor é, então, determinado através dessa regra. Temos, assim, duas possibilidades:

i) Se a_1 e a_2 são diretamente proporcionais a b_1 e b_2, então:

Grandeza a	Grandeza b
↓ a_1	↓ b_1
a_2	b_2

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

Exemplo:

Considerando que em um festival cada 5 pessoas ocupavam uma área de 2 m^2, quantas pessoas estavam presentes em toda a área de 800 m^2 do festival?

Quanto maior o número de pessoas no festival, maior o espaço ocupado por todas elas. Logo, o número de pessoas e a área ocupada são grandezas diretamente proporcionais:

Número de pessoas	Área ocupada
↓ 5	↓ 2
x	800

$$\frac{5}{x} = \frac{2}{800} \Leftrightarrow x = 2\,000 \text{ pessoas}$$

Assim, estavam presentes no festival 2 000 pessoas.

ii) Se a_1 e a_2 são inversamente proporcionais a b_1 e b_2, então:

Grandeza a	Grandeza b
↓ a_1	↑ b_1
a_2	b_2

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_2}{b_1}$$

Exemplo:

Abrindo completamente 6 torneiras, enche-se um tanque com água em 22 minutos. Se abrirmos apenas 4 torneiras, em quanto tempo o tanque ficará cheio?

Quanto menor o número de torneiras abertas, menor será a vazão de água e, consequentemente, mais tempo será gasto para encher o tanque. Logo, o número de torneiras abertas e o tempo são grandezas inversamente proporcionais:

Número de torneiras	Tempo
↓ 6	↑ 22
4	x

$$\frac{6}{4} = \frac{x}{22} \Leftrightarrow x = 33 \text{ minutos}$$

Portanto, com 4 torneiras, o tanque ficará cheio após 33 minutos.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

Essa regra é aplicada quando são envolvidas mais de duas grandezas. Podemos analisar como se relacionam duas dessas grandezas fixando as demais.

Exemplo:

Se 4 operários constroem um muro de 30 m de comprimento em 10 dias, trabalhando 8 horas por dia, quantas horas por dia deverão trabalhar 6 operários para construir 45 m do mesmo muro em 8 dias?

Sendo **x** o número de horas, por dia, trabalhadas pelos 6 operários, temos:

A Número de operários	**B** Comprimento do muro	**C** Número de dias	**D** Número de horas por dia
↑ 4 6	↓ 30 45	↑ 10 8	↓ 8 x

Vamos determinar o valor faltante da grandeza **D**, que depende dos valores das grandezas **A**, **B** e **C**.

Fixando **A** e **C**, **D** é diretamente proporcional a **B**, pois quanto maior o número de horas trabalhadas por dia, maior será o comprimento do muro construído (na mesma razão, por exemplo, se dobrarmos uma grandeza, a outra também dobrará).

Fixando **B** e **C**, **D** é inversamente proporcional a **A**, pois quanto maior o número de horas trabalhadas por dia, menor será o número de operários necessários à construção (em uma razão inversa, por exemplo, se dobrarmos uma grandeza, a outra cairá pela metade).

Fixando **A** e **B**, **D** é inversamente proporcional a **C**, pois quanto maior o número de horas trabalhadas por dia, menor será o número de dias necessários à construção (em uma razão inversa).

Então, **D** é proporcional a $\frac{B}{AC}$, e podemos montar a seguinte proporção a partir do produto das razões dos valores conhecidos, observando o mesmo sentido das setas mostradas anteriormente:

$$\frac{x}{8} = \frac{10}{8} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{45}{30} \Leftrightarrow x = 10\ \frac{h}{dia}$$

Portanto, cada um dos operários deverá trabalhar 10 horas por dia.

CONTEÚDO NO **Bernoulli Play**

Razões e proporções

Acesse o QR Code para conhecer um recurso interativo, no qual você terá a oportunidade de revisar os conceitos de razão e proporção, além de colocar em prática seus conhecimentos sobre esses temas.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO **Bernoulli Play**

01. (UERJ) Na imagem da etiqueta, informa-se o valor a ser pago por 0,256 kg de peito de peru.

PEITO PERU

DEPTO.:

PESO : 0,256 kg

R$/kg :

2 243000 012804

DATA : 27/03/14

VALIDADE: 31/03/14

TOTAL R$

12,80

O valor, em reais, de um quilograma desse produto é igual a:

A) 25,60

B) 32,76

C) 40,00

D) 50,00

02. JHD1

(PUC Rio) Um estudante vai a pé da escola até o metrô. Se ele caminha a 6 km/h, ele demora 20 minutos. Se ele corre, ele demora apenas 12 minutos.

Com que velocidade ele corre?

A) 10 km/h

B) 12 km/h

C) 25 km/h

D) 9 km/h

E) 8 km/h

03. SBU0

(UFPE) Se treze datilógrafos, de mesma capacidade, digitam treze mil e treze símbolos em treze minutos, quantos símbolos são digitados por cada um deles em um minuto?

A) 77

B) 71

C) 65

D) 59

E) 55

04. U4WX

(UDESC–2020) Durante um evento esportivo é preciso contratar uma equipe para recepcionar os atletas e entregar um "*Kit* de Boas Vindas". Cada membro dessa equipe de apoio é denominado *staff*. Estima-se que cada *staff* atenda 14 atletas a cada 30 minutos. Sabendo-se que o evento conta com 1 280 atletas inscritos, a quantidade mínima de *staffs*, para que todos os atletas sejam recepcionados em um período máximo de 6 horas, é de:

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10

05. DJ6E

(CEFET-MG) Numa fábrica de peças de automóvel, 200 funcionários trabalhando 8 horas por dia produzem, juntos, 5 000 peças por dia. Devido à crise, essa fábrica demitiu 80 desses funcionários e a jornada de trabalho dos restantes passou a ser de 6 horas diárias.

Nessas condições, o número de peças produzidas por dia passou a ser de:

A) 1 666

B) 2 250

C) 3 000

D) 3 750

06. (EPCAR-MG–2022) Uma obra será realizada nas imediações da cidade de Barbacena, MG. Inicialmente, a empresa contratada fez uma planilha com a previsão de todos os gastos com a execução dessa obra.

Assim, a empresa planejou executar o previsto em 16 dias com 25 operários trabalhando 6 horas por dia.

Contudo, o engenheiro verificou que o terreno apresentava o triplo da dificuldade prevista para a obra.

A empresa, então, replanejou a execução e dobrou o número de operários para que trabalhassem 8 horas por dia.

Se for cumprido esse novo planejamento, então o prazo em que essa obra ficará pronta, em dias, será igual a:

A) 15

B) 16

C) 18

D) 20

07.
8941

(PUC Rio) Sabemos que 5 gatos comem 20 kg de ração em 20 dias. Considere as seguintes afirmações:

I. 2 gatos comem 2 kg de ração em 2 dias.

II. 5 gatos comem 5 kg de ração em 5 dias.

III. 4 gatos comem 16 kg de ração em 16 dias.

Quais destas afirmativas são verdadeiras?

A) Apenas I

B) Apenas II

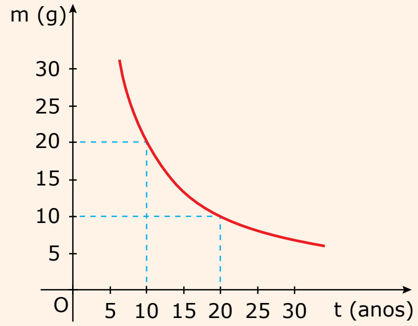
C) Apenas III

D) Nenhuma delas

E) Todas as três

08.
EHTW

(UFRRJ) A decomposição de uma determinada substância é inversamente proporcional ao tempo. O gráfico da figura foi construído com a massa da substância expressa em gramas, e o tempo, em anos.



O tempo necessário para que essa substância se reduza a 2,5 gramas é de

A) 60 anos.

B) 80 anos.

C) 120 anos.

D) 160 anos.

E) 240 anos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (FCMMG–2022) Uma empresa de construção assumiu a proposta de reforma de uma unidade de saúde no decorrer de 16 finais de semana. No levantamento inicial, foi prevista a utilização da mão de obra de 12 operários, trabalhando 6 horas por dia. Após análise mais detalhada, o engenheiro responsável pela obra verificou que o serviço ofereceria o triplo da dificuldade inicialmente esperada e, por isso, sugeriu dobrar a mão de obra empregada e estender a carga horária dos funcionários para 8 horas diárias.

Se for cumprido esse novo planejamento, o número de finais de semana necessários para a conclusão da reforma será igual a:

A) 18

B) 16

C) 14

D) 12

02. (UPE–2019) Dez funcionários do setor de atendimento ao público de uma prefeitura trabalham seis horas por dia, durante vinte dias, para atender certa quantidade de pessoas. Se dois desses funcionários tirarem licença por tempo indeterminado, qual será, aproximadamente, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender a mesma quantidade de pessoas, trabalhando duas horas a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho?

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 28

03.
0PB0

(Unifor-CE–2020) Um fabricante brasileiro de cosméticos produz sabonete líquido, dentre vários outros produtos e disponibiliza no mercado brasileiro seu sabonete em embalagens de 250 mL e 750 mL. Após um estudo de mercado, a empresa decidiu entrar no mercado estadunidense. No entanto, a unidade de volume mais utilizada nos Estados Unidos é a onça fluida (fl oz), sendo necessário assim adaptar suas embalagens. Por uma questão de economia, nas embalagens constará o volume do produto em mL e em fl oz.

Portanto, sabendo que 1 L corresponde a 33,814 fl oz, nas novas embalagens teremos, respectivamente,

A) 250 mL (8.45 fl oz) e 750 mL (25.36 fl oz).

B) 250 mL (6 fl oz) e 750 mL (18 fl oz).

C) 250 mL (2,5 fl oz) e 750 mL (7.5 fl oz).

D) 250 mL (5 fl oz) e 750 mL (15 fl oz).

E) 250 mL (3.38 fl oz) e 750 mL (10 fl oz).

04. THLP

(PUC Rio) Duas torneiras jogam água em um reservatório, uma na razão de 1 m^3 por hora e a outra na razão de 1 m^3 a cada 6 horas. Se o reservatório tem 14 m^3, em quantas horas ele estará cheio?

A) 8

B) 10

C) 12

D) 14

E) 16

05. ZY3G

(Unifor-CE) Um automóvel consome 1 litro de gasolina a cada 11 km para transportar, diariamente, ida e volta o prefeito de uma cidade do interior cearense, que reside em sua fazenda a 16,5 km da sede do município. Considerando meses com 30 dias e a gasolina a preço constante de R$ 3,60 o litro, o gasto mensal com o combustível para a prefeitura será de

A) R$ 195,00.

B) R$ 255,00.

C) R$ 315,00.

D) R$ 324,00.

E) R$ 345,00.

06. (EPCAR-MG) Uma prestadora de serviços combina um prazo de 9 dias, utilizando 12 máquinas, para executar certo trabalho. Ao final do quarto dia, 4 máquinas estragam, não sendo substituídas e não havendo interrupção do trabalho. As máquinas levam 3 dias para serem consertadas, retornando ao trabalho no dia seguinte. Para que seja cumprido o prazo combinado no início, a prestadora coloca, além das 12 máquinas, mais **x** máquinas iguais às primeiras.

É correto afirmar que **x** é igual a:

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

07. AMNN

(UFTM-MG) Como combustível, o etanol de cana-de-açúcar e o etanol de milho têm qualidades iguais. O grande diferencial entre eles é a produtividade. Sabe-se que 1 hectare de cana-de-açúcar produz 7 500 litros de etanol, enquanto 1 hectare de milho produz apenas 3 000 litros. Uma região específica da usina tem **x** hectares plantados, divididos entre cana e milho, de forma diretamente proporcional à produtividade de cada cultura. Considerando que 1 ha = 10 000 m^2 e que ao plantio do milho couberam 400 hectares, a área total, em m^2, dessa região específica pode ser corretamente expressa por:

A) $1,2 . 10^6$

B) $1,3 . 10^6$

C) $1,4 . 10^7$

D) $1,4 . 10^8$

E) $1,6 . 10^8$

08. UWTC

(ESPM-SP) Duas impressoras iguais imprimem 5 000 páginas em 30 minutos. Se elas forem substituídas por uma só impressora 20% mais eficiente que cada uma das anteriores, 3 600 páginas seriam impressas num tempo de

A) 36 min.

B) 42 min.

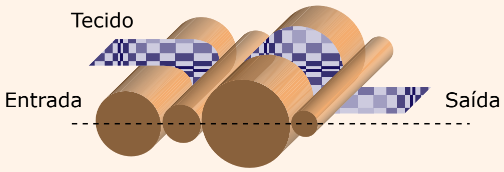
C) 24 min.

D) 28 min.

E) 48 min.

09. GEGE

(UFMS) Numa fábrica de tecidos, quatro rolos cilíndricos de metal estão dispostos sequencialmente como um conjunto de engrenagens conectadas (veja a figura a seguir). Sabe-se que o diâmetro do primeiro rolo mede 1,6 metro; do segundo, 50 centímetros; do terceiro, 2 metros; e o quarto rolo tem raio medindo 10 centímetros. Estando o sistema já em funcionamento, e sabendo-se que o quarto rolo dá 10 voltas completas por minuto, quantas voltas completas o primeiro rolo dará em 12 horas seguidas de funcionamento?



A) 7 200

B) 900

C) 720

D) 480

E) 450

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Enem–2021) Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos *boxes* para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido.

Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

A) 6,0 C) 5,0 E) 4,4

B) 5,7 D) 4,5

02. (Enem–2021) Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é

A) 15,9.

B) 16,1.

C) 16,4.

D) 17,4.

E) 18,0.

03. (Enem) Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere **X** e **Y** os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

A) $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

B) $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

C) $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

D) $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

E) $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

04. VZG4 (Enem) Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2 000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500 m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120 000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público.

Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

A) 360

B) 485

C) 560

D) 740

E) 860

05. (Enem) Um clube tem um campo de futebol com área total de 8 000 m², correspondente ao gramado. Usualmente, a poda da grama desse campo é feita por duas máquinas do clube próprias para o serviço. Trabalhando no mesmo ritmo, as duas máquinas podam juntas 200 m² por hora. Por motivo de urgência na realização de uma partida de futebol, o administrador do campo precisará solicitar ao clube vizinho máquinas iguais às suas para fazer o serviço de poda em um tempo máximo de 5 h.

Utilizando as duas máquinas que o clube já possui, qual o número mínimo de máquinas que o administrador do campo deverá solicitar ao clube vizinho?

A) 4

B) 6

C) 8

D) 14

E) 16

06. (Enem) Alguns medicamentos para felinos são administrados com base na superfície corporal do animal. Foi receitado a um felino pesando 3,0 kg um medicamento na dosagem diária de 250 mg por metro quadrado de superfície corporal.

O quadro apresenta a relação entre a massa do felino, em quilogramas, e a área de sua superfície corporal, em metros quadrados.

Relação entre a massa de um felino e a área de sua superfície corporal

Massa (kg)	Área (m²)
1,0	0,100
2,0	0,159
3,0	0,208
4,0	0,252
5,0	0,292

NORSWORTHY, G. *O paciente felino*. São Paulo: Roca, 2009.

A dose diária, em miligramas, que esse felino deverá receber é de:

A) 0,624

B) 52,0

C) 156,0

D) 750,0

E) 1 201,9

07. (Enem) Um *show* especial de Natal teve 45 000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos. O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o *show*, para a efetiva entrada no estádio. Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao *show* e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicas indicados. Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

A) 1 hora.

B) 1 hora e 15 minutos.

C) 5 horas.

D) 6 horas.

E) 6 horas e 15 minutos.

08. (Enem) Nos Estados Unidos a unidade de medida de volume mais utilizada nas latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95 centilitros (cL).

Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 mL.

Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 mL, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de:

A) 0,83
B) 1,20
C) 12,03
D) 104,73
E) 120,34

09. (Enem) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfico dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes. Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1 500 telhas ou 1 200 tijolos.

Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

A) 300 tijolos
B) 360 tijolos
C) 400 tijolos
D) 480 tijolos
E) 600 tijolos

10. (Enem) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:

A) 2
B) 4
C) 5
D) 8
E) 9

11. (Enem) Nos *shopping centers*, costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo shopping custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes. Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é:

A) 153
B) 460
C) 1 218
D) 1 380
E) 3 066

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. D
○ 02. A
○ 03. A
○ 04. C
○ 05. B
○ 06. C
○ 07. B
○ 08. B

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. A
○ 02. B
○ 03. A
○ 04. C
○ 05. D
○ 06. D
○ 07. C
○ 08. A
○ 09. B

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. A
○ 02. D
○ 03. A
○ 04. E
○ 05. D
○ 06. B
○ 07. B
○ 08. C
○ 09. D
○ 10. C
○ 11. D

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

MATEMÁTICA

FRENTE C

MÓDULO 02

Raciocínio Lógico

Lógica (do grego *logos*) significa pensamento, ideia, argumento. Ela tem o objetivo primordial de garantir uma linha de pensamento que chegue a conhecimentos verdadeiros.

Podemos, então, dizer que a lógica nos ensina a lidar com os argumentos e a raciocinar corretamente, para não chegarmos a conclusões equivocadas. Estudaremos neste módulo alguns princípios complementares da lógica, importantes para o estudo da Matemática.

PROPOSIÇÕES

Proposição é uma declaração (afirmativa ou negativa) que pode ser classificada como verdadeira ou falsa.

São proposições:

i) "A Bahia fica na região Nordeste."
É uma proposição verdadeira.

ii) "O dobro de três não é seis."
É uma proposição falsa.

iii) "Todo triângulo é equilátero."
É uma proposição falsa.

Não são proposições, pois não podemos classificar como verdadeiras ou falsas:

i) "Antônio gosta de salada?"
É uma oração interrogativa.

ii) "Thiago, vá estudar para a prova de Biologia."
É uma oração imperativa.

iii) "$2x + 3 = 1$"
É uma equação.

CONECTIVOS

A partir de proposições simples, podemos formar proposições mais complexas, por meio do emprego de símbolos lógicos, denominados conectivos. As proposições formadas com conectivos são chamadas proposições compostas.

Conectivo **e**

Inserindo o conectivo **e** (representado pelo símbolo $\wedge$) entre duas proposições simples **A** e **B**, obtemos uma proposição composta. Essa nova proposição é dita conjunção das proposições originais **A** e **B**, ou seja, é a proposição em que se declaram, ao mesmo tempo, **A** e **B**.

A conjunção é verdadeira quando **A** $\wedge$ **B** forem ambas verdadeiras; se ao menos uma delas for falsa, então A $\wedge$ B é falsa.

Exemplo 1:

A: Cinco é ímpar. (verdadeira)
B: A água é incolor. (verdadeira)
A $\wedge$ B: Cinco é ímpar e a água é incolor. (verdadeira)

Exemplo 2

A: Belo Horizonte é maior do que Goiânia. (verdadeira)
B: O Rio de Janeiro é maior do que São Paulo. (falsa)
A $\wedge$ B: Belo Horizonte é maior do que Goiânia e o Rio de Janeiro é maior do que São Paulo. (falsa)

Conectivo **ou**

Inserindo o conectivo **ou** (representado pelo símbolo $\vee$) entre duas proposições simples **A** e **B**, obtemos uma proposição composta. Essa nova proposição é denominada disjunção das proposições originais **A** e **B**, ou seja, é a proposição em que se declara verdadeira pelo menos uma das proposições **A** e **B**.

A disjunção é verdadeira quando ao menos uma das proposições **A** e **B** forem verdadeiras, sendo falsa somente quando todas as proposições forem falsas ao mesmo tempo.

Exemplo 1:

A: Aranhas são mamíferos. (falsa)
B: Cobras são répteis. (verdadeira)
A $\vee$ B: Aranhas são mamíferos ou cobras são répteis. (verdadeira)

Exemplo 2:

A: O céu é azul. (verdadeira)
B: Triângulos não possuem diagonais. (verdadeira)
A $\vee$ B: O céu é azul ou triângulos não possuem diagonais. (verdadeira)

Condicional

Assim como as demais conectivas, a condicional possui caracteres específicos que norteiam seu uso. As sentenças compostas são associadas com o uso das palavras se e então, sendo escritas conforme a seguir:

Se P, então Q (simbologia: $P \rightarrow Q$)

Os elementos P e Q são proposições que devem ser ligados formando um único corpo. A sentença P será denominada de antecedente, e a sentença Q de consequente. Mas lembre-se que a Filosofia estabelece a forma e os resultados a serem seguidos pelas ciências, ou seja, pode-se olhar a condicional como uma forma lógica fixa que pode ser mudada somente com a alteração das proposições P e Q.

Na lógica formal aristotélica, foi instituído que a proposição composta condicional possui um resultado falso somente quando sua premissa P é verdadeira e o consequente Q é falso. Nos demais casos, a condicional será considerada verdadeira.

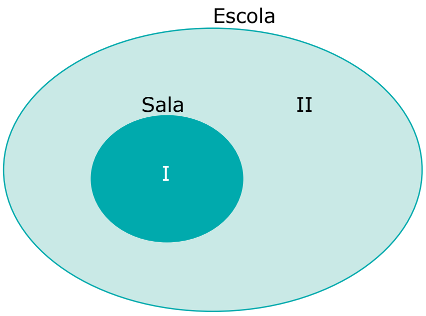
Em algumas situações, é possível perceber uma relação de inclusão nessa conduta. Observe o exemplo a seguir:

Se João está na sala de aula, então João está na escola.

Elementos: Proposição P: João está na sala de aula.
Proposição Q: João está na escola.

Observa-se uma relação de inclusão nessa situação prática, pois a sala de aula está contida na Escola.

Considere que o aluno estando dentro do elemento sala ou escola torna a sentença verdadeira e, no caso contrário, falsa.



I. Dentro da sala que, por sua vez, está dentro da escola.

II. Somente dentro da escola.

Nesse caso específico, constata-se a seguinte situação do aluno: João está na sala e, consequentemente, na escola é possível; João está na escola e não está na sala de aula também é possível; João pode não estar na sala de aula e não estar na escola é uma situação fática possível; contudo, a situação João está dentro da sala de aula e, ao mesmo tempo, não está na escola não pode ocorrer em uma situação fática e, nesse caso, a condicional se tornaria falsa, pois a sentença P (premissa) é verdadeira e a sentença Q (consequente) é falsa.

A situação descrita anteriormente pode ser percebida de forma clara, entretanto, a lógica formal aristotélica não foi escrita somente para esse tipo de caso, e sim de forma genérica para todas as construções lógicas, ou seja, as condicionais não estão restritas às situações que possam ser criadas como representação de conjuntos, embora, no campo da matemática, sejam bastante usadas nesse contexto. A seguir será estabelecido alguns exemplos específicos.

I. Considere as proposições simples a seguir:

P: 7 é um número primo (verdadeiro).

Q: $2 < 3$ (verdadeiro).

Preposição composta condicional:

Se 7 é um número primo, então $2 < 3$.

Valor lógico: verdadeiro, pois a primeira e a segunda proposição são verdadeiras.

II. Considere as proposições a seguir:

B: O triângulo ABC de lados medindo 6, 6 e 7 é equilátero (falso).

A: O triângulo ABC de lados medindo 6, 6 e 7 é isósceles (verdadeiro).

Proposição composta condicional:

Se A então B.

Valor lógico: Falso, pois a primeira sentença (A) é verdadeira e a segunda sentença (B) é falsa. Lembre-se que a condicional é falsa somente nessa situação apresentada, em que o antecedente, primeira sentença, é verdadeira e o consequente, segunda sentença, é falsa. simbolicamente: $V \rightarrow F$ resultado F.

A sentença condicional $P \rightarrow Q$ pode ser lida como: P condicional Q; P acarreta Q; P somente se Q; P é condição suficiente de Q.

Bicondicional

A proposição composta denominada de Bicondicional associa-se a uma escrita rígida através das palavras se, e somente se, sendo escrita como a seguir:

P se, e somente se, Q (simbologia: $P \leftrightarrow Q$).

Os elementos P e Q são proposições que devem ser ligados formando um único corpo. A bicondicional apresenta-se como duas proposições condicionais (se, então) atribuídas ao sentido de ida e volta. Observe a seguir:

P se, e somente se, Q possui a mesma eficácia da conjunção (e) descrita por: Se P, então Q e se Q, então P.

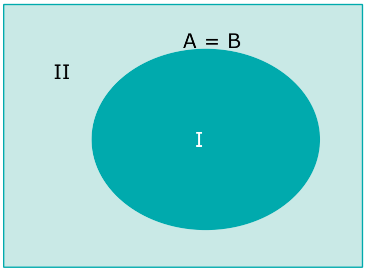
Simbolicamente: $P \leftrightarrow Q$ é equivalente a $(P \leftrightarrow Q)$ e $(Q \leftrightarrow P)$.

A proposição bicondicional possui, segundo a Filosofia, valor lógico falso nos casos:

I. Quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa (simbolicamente: $V \leftrightarrow F$).

II. Quando a primeira proposição é falsa e a segunda é verdadeira (simbolicamente: $F \leftrightarrow V$).

Nas situações fáticas que são possíveis, pode-se entender a bicondicionalidade como uma relação de igualdade entre dois conjuntos, em que os elementos do conjunto A e B são os elementos que satisfazem, respectivamente, as proposições P e Q. Observe a seguir:



I. Satisfaz as proposições P e Q.

II. Não satisfaz as proposições P e Q.

As situações que podem existir para esse diagrama seria satisfazer simultaneamente aos dois conjuntos ou não satisfazer a nenhum, ou seja, não existe como satisfazer ao conjunto A (verdadeiro para P) e não satisfazer ao conjunto B (falso para Q) ou vice-versa. Nos dois últimos casos descritos que não existem nesse contexto fático, tem-se a bicondicionalidade falsa.

QUANTIFICADORES

Já vimos que sentenças do tipo $x + 2 = 5$ (ou seja, sentenças com variáveis) não são proposições, já que não são verdadeiras ou falsas. Por isso, são chamadas de sentenças abertas. Há duas maneiras de se transformarem sentenças abertas em proposições: atribuindo-se valores específicos às variáveis ou utilizando-se um dos dois tipos de quantificadores que veremos a seguir.

Proposições envolvendo quantificadores também são chamadas de proposições quantificadas.

Quantificador universal

O quantificador universal é indicado pelo símbolo $\forall$ e deve ser lido "qualquer que seja", "para todo" ou "para cada".

Exemplos:

Se **x** denota um número real, temos as proposições:

i) $\forall$ x: $2^x > 0$ (verdadeira)
ii) $\forall$ x: $x + 3 = 1$ (falsa)

Se **x** denota uma sobremesa, podemos construir a proposição:

$\forall$ x: **x** é calórica. (falsa)

Escrevendo essa proposição em linguagem corrente, temos: "toda sobremesa é calórica".

Quantificador existencial

O quantificador existencial é indicado pelo símbolo $\exists$ e deve ser lido "existe", "existe ao menos um" ou "existe um".

Exemplos:

Se **x** denota um número real, temos as proposições:

i) $\exists$ x: $x + 2 = 5$ (verdadeira)
ii) $\exists$ x: $x^2 + 1 < 0$ (falsa)

Se **x** denota um estudante, podemos construir a proposição:

$\exists$ x: **x** é inteligente. (verdadeira)

Escrevendo essa proposição em linguagem corrente, temos: "existe estudante inteligente".

OBSERVAÇÃO

Há também um tipo de quantificador, indicado pelo símbolo $\exists!$, que significa "existe um único".

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES

Negação de proposições simples

A negação de uma proposição **A** é simbolizada por ~A, que se lê "não **A**" ou, simplesmente, "negação de **A**". Assim, se **A** é falsa, então ~A é verdadeira e, se **A** é verdadeira, então ~A é falsa. Também podemos dizer que negar uma proposição acarreta inversão de seu valor lógico.

OBSERVAÇÃO

Para qualquer proposição **A**, é claro que ~(~A) e **A** têm o mesmo valor lógico.

Exemplo:

A: 4 é primo. (falsa)

~A: 4 não é primo. (verdadeira)

Negação de proposições compostas

Para negarmos uma conjunção ou uma disjunção, devemos inverter o valor lógico de cada proposição e trocar "**e**" por "**ou**" e vice-versa.

i) A negação da conjunção (**A** e **B**) é a disjunção (~A ou ~B).

ii) A negação da disjunção (**A** ou **B**) é a conjunção (~A e ~B).

Em símbolos, escrevemos:

$\sim(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A) \vee (\sim B)$

$\sim(A \vee B) \leftrightarrow (\sim A) \wedge (\sim B)$

Exemplo:

A: Marcos trabalha. (verdadeira)

B: Marcos joga tênis. (falsa)

A $\vee$ B: Marcos trabalha ou joga tênis. (verdadeira)

~(A $\vee$ B): Marcos não trabalha e não joga tênis. (falsa)

Negação de "todo"

Para tornar falsa a proposição "todo professor é alto", devemos encontrar, pelo menos, um professor que não é alto. Portanto, seja a afirmação:

A: Todo professor é alto. (falsa)

Sua negação é:

~A: Existe (pelo menos um) professor que não é alto. (verdadeira)

~A: Nem todo professor é alto. (verdadeira)

Negação de "nenhum"

Analogamente, para negar a proposição "nenhum homem é fiel", devemos encontrar pelo menos um homem que seja fiel. Temos, então:

A: Nenhum homem é fiel. (falsa)

~A: Existe (pelo menos um) homem fiel. (verdadeira)

~A: Algum homem é fiel. (verdadeira)

Negação de "algum" ou "existe"

A: Existe cachorro inteligente. (falsa)

Se houver um ou mais cachorros inteligentes, a proposição anterior é verdadeira. Para torná-la falsa, não pode haver cachorro inteligente. Portanto, a negação da proposição **A** é:

~A: Nenhum cachorro é inteligente. (verdadeira)

~A: Todo cachorro não é inteligente. (verdadeira)

CONTRAPOSITIVA DE UMA IMPLICAÇÃO

Definição

Dada uma implicação A → B, chamamos de contrapositiva dessa implicação a proposição ~B → ~A.

Uma implicação qualquer e sua contrapositiva sempre têm o mesmo valor lógico, como podemos perceber nos exemplos seguintes.

Exemplo 1:

A: Jorge trabalha. (verdadeira)

B: Jorge estuda. (falsa)

A → ~B: Se Jorge trabalha, então não estuda. (verdadeira)

B → ~A: Se Jorge estuda, então não trabalha. (verdadeira)

Exemplo 2:

A: Todo número primo é ímpar. (falsa)

B: Nenhum número par é primo. (falsa)

A → B: Se todo número primo é ímpar, então nenhum número par é primo. (verdadeira)

~B → ~A: Se algum número par é primo, então nem todo número primo é ímpar. (verdadeira)

PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS

O Princípio da Casa de Pombos, ou Princípio das Gavetas, ou "Teorema de Dirichlet", foi estabelecido pelo matemático Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet. Dirichlet estabeleceu o conceito usual de funções usado hoje em 1837, sendo um dos seus grandes trabalhos na área da Teoria dos Números.

O princípio consiste na certeza de obter determinado resultado e pode ser enunciado como a seguir:

Considere uma casa de pombos com (n – 1) entradas. Em uma revoada de **n** pombos para dentro da casa, é possível garantir com certeza que por pelo menos uma das entradas passou pelo menos 2 pombos. Observe que essa afirmação não é uma mera expectativa, e sim, uma certeza, pois o número de pombos supera o número de entradas.

Exemplo:

Uma urna possui 8 bolas pretas (P), 6 bolas brancas (B) e 5 bolas verdes (V). Quantas bolas devem ser retiradas da urna para garantir a certeza de obter:

A) Duas bolas de cores diferentes.

B) Duas bolas na cor preta.

Resposta:

A) Para garantir que as bolas possuam cores diferentes deve-se obter a saída da pior hipótese analisada, ou seja, a maior saída de bolas de cores iguais. Com a saída de 8 bolas pretas, então a próxima bola terá uma cor diferente da preta, pois não existem mais bolas pretas. Logo, retiram-se 9 bolas para garantir a certeza.

B) Nesse caso, a pior hipótese de saída seria sair todas as bolas verdes e brancas, sendo totalizadas 11 bolas (5 bolas verdes e 6 bolas brancas). Com as próximas duas retiradas das bolas pretas tem-se a condição do problema. Logo, retirando-se 13 bolas para garantir a certeza de obter duas bolas pretas.

CONTEÚDO NO **Bernoulli Play**

Princípio da casa dos pombos

Acesse o QR Code para interagir com o princípio da casa dos pombos. Nesse recurso você irá observar na prática como o princípio funciona.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (EFFOM-RJ–2022) Assinale a alternativa que corresponde à negação da afirmação a seguir.

Todo nauta é corajoso e sonhador.

A) Todo nauta não é corajoso e sonhador.

B) Todo nauta não é corajoso ou sonhador.

C) Existe nauta que não é corajoso e não é sonhador.

D) Existe nauta que não é corajoso ou não é sonhador.

E) Existe nauta que não é corajoso ou é sonhador.

02. XW80

(ESPM-SP) Para a escola que tivesse pelo menos um aluno classificado para a terceira fase, seria concedido um diploma de Honra ao Mérito. Sabe-se que a escola N. Sra. do Socorro ao Ensino Público não recebeu esse diploma. Isso foi porque

A) algum de seus alunos foi desclassificado na segunda fase.

B) somente um aluno dessa escola chegou à terceira fase.

C) nenhum aluno dessa escola chegou à terceira fase.

D) todos os alunos dessa escola foram desclassificados na primeira fase.

E) todos os alunos dessa escola foram reprovados na terceira fase.

03. (Unit-AL–2019) Considerando-se **N**, **M** duas proposições, nessa ordem, tem-se que $(\sim N \vee M)$, ou seja, "a negação da primeira ou a afirmação da segunda", equivale a $(N \to M)$, ou seja, "a afirmação da primeira implica a afirmação da segunda".

Assim sendo, do ponto de vista da Lógica, dizer que "O candidato **X** não ganhou as eleições/2018 para governador em Maceió ou o candidato **Y** ganhou as eleições/2018 para governador da Bahia", é o mesmo que dizer

A) "Se o candidato X ganhou as eleições/2018 para governador em Maceió, então o candidato Y ganhou as eleições/2018 para governador da Bahia".

B) "Se o candidato X ganhou as eleições para governador em Maceió, então o candidato Y não ganhou as eleições/2018 para governador da Bahia".

C) "Se candidato Y ganhou as eleições/2018 para governador da Bahia, então o candidato X ganhou as eleições/2018 para governador em Maceió".

D) "Se o candidato X não ganhou as eleições/2018 para governador em Maceió, então o candidato Y ganhou as eleições/2018 para governador da Bahia".

E) "Se o candidato X não ganhou as eleições/2018 para governador em Maceió, então o candidato Y não ganhou as eleições/2018 para governador da Bahia".

04. RY11

(Fatec-SP) Na Lógica, tem-se que a proposição

"Se ocorre **P**, então ocorre **Q**".

é equivalente à proposição

"Se não ocorre **Q**, então não ocorre **P**".

Assim sendo,

"Se $x < 3$, então $y = -4$"

é equivalente a

A) Se $x > 3$, então $y \neq -4$.

B) Se $x \geq 3$, então $y \neq 4$.

C) Se $y \neq 4$, então $x \geq 3$.

D) Se $y \neq -4$, então $x > 3$.

E) Se $y \neq -4$, então $x \geq 3$.

05. M6ZQ

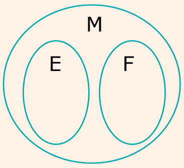
(UFG-GO) A afirmação "Todo jovem que gosta de Matemática adora esportes e festas" pode ser representada segundo o diagrama:

M = {jovens que gostam de Matemática}

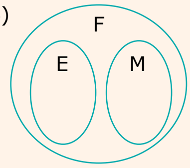
E = {jovens que adoram esportes}

F = {jovens que adoram festas}

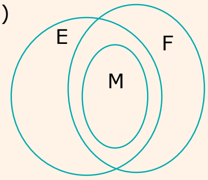
A)



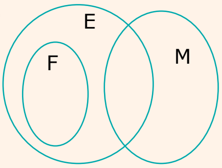
B)



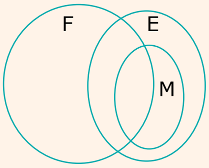
C)



D)



E)



06. WUB2

(Unifor-CE) Certo dia, o Centro Acadêmico de uma Faculdade de Medicina publicou a seguinte notícia:

"Todos os alunos serão reprovados em Anatomia!"

A repercussão dessa manchete fez com que a direção da faculdade interpelasse os responsáveis e deles exigisse, como forma de retratação, a publicação de uma negação da afirmação feita. Diante desse fato, a nota de retratação pode ter sido:

A) "Nenhum aluno será reprovado em Anatomia."

B) "Algum aluno será aprovado em Anatomia."

C) "Algum aluno será reprovado em Anatomia."

D) "Se alguém for reprovado em Anatomia, então não será um aluno."

E) "Todos os reprovados em Anatomia não são alunos."

07. R7QY

(UERJ) Uma loja identifica seus produtos com um código que utiliza 16 barras, finas ou grossas. Nesse sistema de codificação, a barra fina representa o zero e a grossa, o 1. A conversão do código em algarismos do número correspondente a cada produto deve ser feita de acordo com esta tabela:

Código	Algarismo
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9

Observe um exemplo de código e de seu número correspondente:

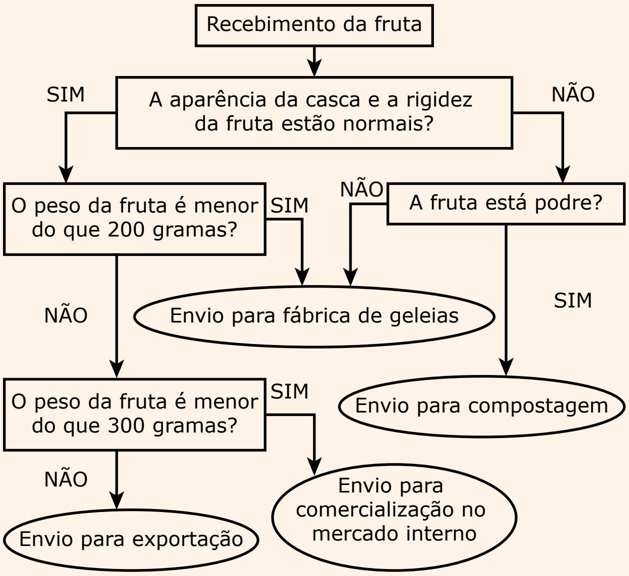
= 0729

Considere o código a seguir, que identifica determinado produto.

Esse código corresponde ao seguinte número:

A) 6 835
B) 5 724
C) 8 645
D) 9 768

08. (Insper-SP) A figura a seguir mostra o fluxograma do processo que é utilizado em uma cooperativa agrícola para definir o destino das frutas enviadas a ela pelos produtores da região.



De acordo com o fluxograma, se o peso de uma fruta recebida pela cooperativa é 320 gramas, então essa fruta, necessariamente,

A) será enviada para exportação.
B) será enviada para a fábrica de geleias.
C) não será enviada para comercialização no mercado interno.
D) não será enviada para compostagem.
E) não será enviada para a fábrica de geleias.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO **Bernoulli Play**

01. (Unit-SE–2019) Considerem-se as proposições:

I. "$5 > 2 \wedge -3 = 3$".
II. "$-4 < -1 \vee (-4)^2 = (-1)^2$".
III. "MMC(2, 6) = 2 ↔ 2 é um número primo".
IV. "$6 - 4 = 3 \rightarrow 6 : 4 = 3$".

Do ponto de vista da Lógica, pode-se afirmar que são verdadeiras apenas as que estão na alternativa

A) I e III.
B) I e IV.
C) II e IV.
D) I, II e IV.
E) II, III e IV.

02. VR03

(Fatec-SP) Um aluno da Fatec Cotia deve realizar cinco trabalhos: **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, que serão executados um de cada vez. Considerando o cronograma de entrega, ele estabeleceu as seguintes condições:

- não é possível realizar o trabalho **A** antes do trabalho **B**;
- não é possível realizar o trabalho **A** antes do trabalho **D**;
- o trabalho **E** só pode ser feito depois do trabalho **C**; e
- o trabalho **E** deverá ser o terceiro a ser realizado.

Assim sendo, o quarto trabalho a ser realizado

A) só pode ser o A.
B) só pode ser o B.
C) só pode ser o D.
D) só pode ser o A ou o B.
E) só pode ser o B ou o D.

03. 19MQ

(Fatec-SP) Considerando verdadeiras as premissas:

- Todo lixo eletrônico contamina o meio ambiente.
- Existe lixo eletrônico que é destinado à reciclagem.

Pode-se concluir logicamente que, se um determinado lixo

A) é eletrônico ou é destinado à reciclagem, então contamina o meio ambiente.
B) não é eletrônico e contamina o ambiente, então não é destinado à reciclagem.
C) contamina o meio ambiente e não é destinado à reciclagem, então é lixo eletrônico.
D) não é destinado à reciclagem e não contamina o meio ambiente, então não é eletrônico.
E) é destinado à reciclagem ou não contamina o meio ambiente, então não é lixo eletrônico.

04. (Fatec-SP) Proposição é uma frase declarativa que exprime um pensamento de sentido completo. Toda proposição possui um único valor lógico: Falso (F) ou Verdadeiro (V).

Assinale a alternativa que apresenta uma proposição.

A) Vamos estudar?

B) Parabéns!

C) x + y > 3

D) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$

E) $x^2 + 5x + 6$

05. 5P3V

(PUC Rio) Os sobrenomes de Roy, Edu e Luan são Todeka, Sharifa e Arrabeca, não necessariamente nessa ordem. O de sobrenome Sharifa, que não é o Roy, é mais velho que Luan. O de sobrenome Arrabeca é o mais velho dos três.

Concluímos, então, que os sobrenomes de Roy, Edu e Luan são, respectivamente:

A) Todeka, Sharifa e Arrabeca.

B) Todeka, Arrabeca e Sharifa.

C) Arrabeca, Sharifa e Todeka.

D) Arrabeca, Todeka e Sharifa.

E) Sharifa, Todeka e Arrabeca.

06. VYUK

(FGV-RJ) Considere as instruções a seguir, dadas a um computador:

1. Inicialize o valor de **X** com 4 e o valor de **Y** com 0 (zero).
2. Some 7 ao valor de **X**.
3. Some **X** ao valor de **Y**.
4. Se o valor de **Y** for no mínimo 100, vá para a instrução 5; caso contrário, vá para a instrução 2 e prossiga a partir de lá.
5. Imprima o valor de **X**.
6. Pare.

O valor de **X** que será impresso na instrução 5 é:

A) 101

B) 54

C) 29

D) 25

E) 39

07. N20F

(ESPM-SP) Se y > 3, então x ≠ 2 e x ≠ 5. Sabe-se que $x^2 - 7x + 10 = 0$. Podemos afirmar que um possível valor de x + y é:

A) 10

B) 11

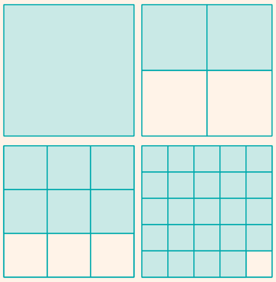
C) 9

D) 12

E) 8

08. WWH2

(UEG-GO) A figura a seguir representa uma sequência lógica, na qual cada quadrado possui uma quantidade de quadradinhos pintados em seu interior. Se prosseguirmos dessa maneira verificaremos que o 8º quadrado possuirá



A) abaixo de 1 000 quadradinhos pintados.

B) 6 144 quadradinhos pintados.

C) acima de 60 000 quadradinhos pintados.

D) 40 320 quadradinhos pintados.

09. 1CXR

(IFAL) A Lógica estuda a valorização das sentenças e suas relações, e muitas vezes usa a simbologia dos conjuntos para expressar essa linguagem. Por exemplo: sejam o conjunto dos jogadores de futebol e o conjunto dos atletas, denotados por **F** e **A** respectivamente. A sentença lógica "TODO JOGADOR DE FUTEBOL É ATLETA" significa que para qualquer elemento $X \in F$ tem-se também que $X \in A$. Representamos simbolicamente por $F \subset A$, ou seja, o conjunto **F** está contido no conjunto **A**.

Posto isto, a simbologia $F \not\subset A$ expressa corretamente pela lógica que

A) nenhum jogador de futebol é atleta.

B) todo atleta é jogador de futebol.

C) existe jogador de futebol que é atleta.

D) existe atleta que não é jogador de futebol.

E) existe jogador de futebol que não é atleta.

10. (PUCPR) Três amigos, João, Carlos e Renato, estão em uma fila. Sabe-se que João só fala a verdade, Renato só fala mentiras e Carlos às vezes mente e às vezes fala a verdade. Em uma conversa com eles, o primeiro ocupante da fila disse:

– João está atrás de mim.
O ocupante da segunda posição da fila disse:
– Meu nome é Carlos.
E o ocupante do final da fila disse:
– Renato está na segunda posição da fila.

Dessa forma podemos concluir que estão na primeira, segunda e terceira posição da fila, respectivamente:

A) Carlos, Renato e João.

B) Carlos, João e Renato.

C) Renato, Carlos e João.

D) Renato, João e Carlos.

E) João, Renato e Carlos.

11. X1Y1

(ESPM-SP) Se o cachorro dorme, então o gato não mia. Se o pássaro não canta, então o cachorro dorme. Sabemos que o gato mia. Então, é correto afirmar que:

A) O cachorro dorme e o pássaro canta.
B) O cachorro não dorme e o pássaro canta.
C) O cachorro não dorme e o pássaro não canta.
D) O cachorro dorme e o pássaro não canta.
E) Não se pode saber se o pássaro canta ou não.

12. BIBZ

(Fatec-SP) Considere que:

- a sentença "Nenhum **A** é **B**" é equivalente a "Todo **A** é não **B**";
- a negação da sentença "Todo **A** é **B**" é "Algum **A** é não **B**";
- a negação da sentença "Algum **A** é **B**" é "Todo **A** é não **B**".

Assim sendo, a negação da sentença "Nenhum nefelibata é pragmático" é

A) Todo nefelibata é não pragmático.
B) Todo não nefelibata é pragmático.
C) Algum nefelibata é pragmático.
D) Algum não nefelibata é pragmático.
E) Algum não nefelibata é não pragmático.

13. 1PUC

(ESPM-SP) Quanto ao estado civil das funcionárias de um escritório, é verdade que:

- Ou Laura não é casada ou Maria é casada.
- Se Maria é casada, então Paula é divorciada.
- Se Paula não é divorciada, então Laura é casada.

Com base no exposto, pode-se afirmar que:

A) Laura é casada.
B) Maria é solteira.
C) Paula é casada.
D) Laura é solteira.
E) Paula é divorciada.

14. DGYH

(ESPM-SP) Se Paulo é médico, então Carlos é advogado. Se João não é advogado, então Paulo é médico. O engenheiro é o mais velho dos três. Sabe-se que cada um dos personagens citados exerce uma e somente uma das profissões mencionadas e que Carlos não é advogado. Podemos afirmar que:

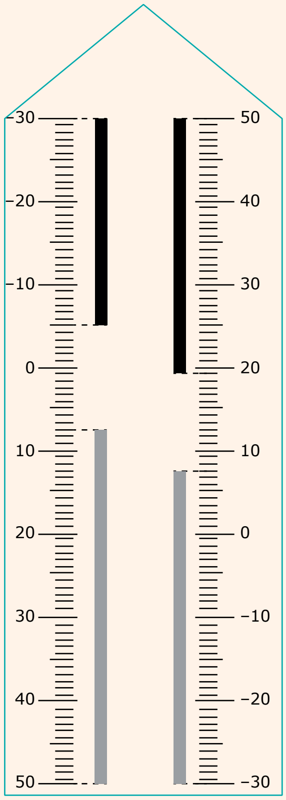
A) Paulo é o mais velho, Carlos é médico e João é advogado.
B) Paulo é advogado, Carlos é engenheiro e João é médico.
C) Paulo é médico ou Carlos é advogado ou João é o mais velho.
D) Paulo é advogado, Carlos é médico e João é engenheiro.
E) Paulo é médico, Carlos é engenheiro e João é advogado.

SEÇÃO ENEM

Resoluções no Bernoulli Play

01. JIM5

(Enem) Neste modelo de termômetro, os filetes na cor preta registram as temperaturas mínima e máxima do dia anterior e os filetes na cor cinza registram a temperatura ambiente atual, ou seja, no momento da leitura do termômetro.



Por isso ele tem duas colunas. Na da esquerda, os números estão em ordem crescente, de cima para baixo, de –30 °C até 50 °C. Na coluna da direita, os números estão ordenados de forma crescente, de baixo para cima, de –30 °C até 50 °C.

A leitura é feita da seguinte maneira:

- a temperatura mínima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da esquerda;
- a temperatura máxima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da direita;
- a temperatura atual é indicada pelo nível superior dos filetes cinza nas duas colunas.

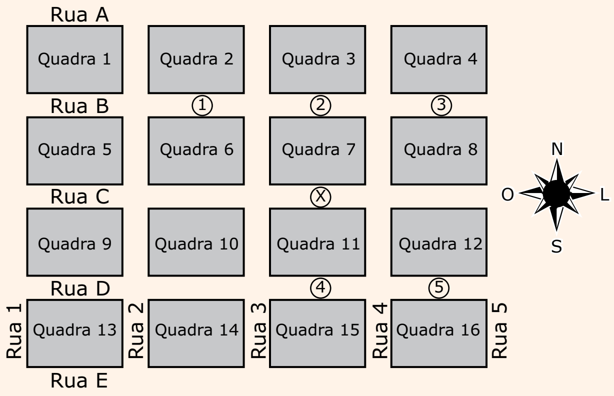
Disponível em: www.if.ufrgs.br.
Acesso em: 28 ago. 2014 (Adaptação).

Qual é a temperatura máxima mais aproximada registrada nesse termômetro?

A) 5 °C
B) 7 °C
C) 13 °C
D) 15 °C
E) 19 °C

02. G3IL

(Enem) Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra **X**, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



A padaria está representada pelo ponto numerado com:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

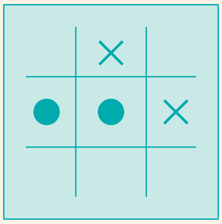
03. (Enem) Cinco times de futebol **A**, **B**, **C**, **D** e **E** ocuparam as primeiras colocações em um campeonato realizado em seu país. A classificação final desses clubes apresentou as seguintes características:

- O time **A** superou o time **C** na classificação.
- O time **C** ficou imediatamente à frente do time **E**.
- O time **B** não ficou entre os 3 últimos colocados.
- O time **D** ficou em uma classificação melhor que a do time **A**.

Assim, os dois times mais bem classificados foram

A) A e B.
B) A e C.
C) B e D.
D) B e E.
E) C e D.

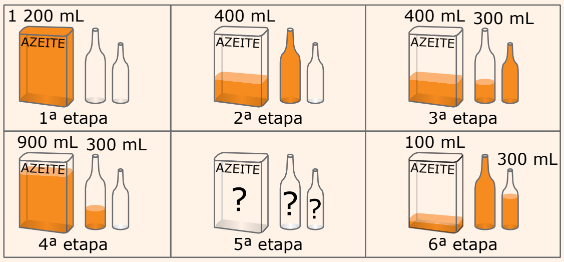
04. (Enem) O jogo da velha é um jogo popular, originado na Inglaterra. O nome "velha" surgiu do fato de esse jogo ser praticado, à época em que foi criado, por senhoras idosas que tinham dificuldades de visão e não conseguiam mais bordar. Esse jogo consiste na disputa de dois adversários que, em um tabuleiro 3 × 3, devem conseguir alinhar, verticalmente, horizontalmente ou na diagonal, 3 peças de formato idêntico. Cada jogador, após escolher o formato da peça com a qual vai jogar, coloca uma peça por vez, em qualquer casa do tabuleiro, e passa a vez para o adversário. Vence o primeiro que alinhar 3 peças.



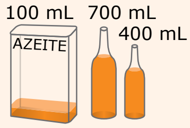
No tabuleiro representado anteriormente, estão registradas as jogadas de dois adversários em um dado momento. Observe que uma das peças tem formato de círculo e a outra tem a forma de um "xis". Considere as regras do jogo da velha e o fato de que, neste momento, é a vez do jogador que utiliza os círculos. Para garantir a vitória na sua próxima jogada, esse jogador pode posicionar a peça no tabuleiro de

A) uma só maneira.
B) duas maneiras distintas.
C) três maneiras distintas.
D) quatro maneiras distintas.
E) cinco maneiras distintas.

05. (Enem) A diversidade de formas geométricas espaciais criadas pelo homem, ao mesmo tempo que traz benefícios, causa dificuldades em algumas situações. Suponha, por exemplo, que um cozinheiro precise utilizar exatamente 100 mL de azeite de uma lata que contenha 1 200 mL e queira guardar o restante do azeite em duas garrafas, com capacidade para 500 mL e 800 mL cada, deixando cheia a garrafa maior. Considere que ele não disponha de instrumento de medida e decida resolver o problema utilizando apenas a lata e as duas garrafas. As etapas do procedimento utilizado por ele estão ilustradas nas figuras a seguir, tendo sido omitida a 5ª etapa.

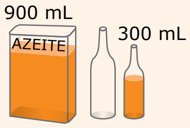


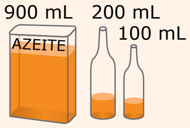
Qual das situações ilustradas a seguir corresponde à 5ª etapa do procedimento?

A)


B)


C)


D)


E)


SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei _______ Errei _______

- ○ 01. D
- ○ 02. C
- ○ 03. A
- ○ 04. E
- ○ 05. C
- ○ 06. B
- ○ 07. A
- ○ 08. C

Propostos

Acertei _______ Errei _______

- ○ 01. C
- ○ 02. E
- ○ 03. D
- ○ 04. D
- ○ 05. C
- ○ 06. E
- ○ 07. E
- ○ 08. D
- ○ 09. E
- ○ 10. A
- ○ 11. B
- ○ 12. C
- ○ 13. E
- ○ 14. A

Seção Enem

Acertei _______ Errei _______

- ○ 01. E
- ○ 02. A
- ○ 03. C
- ○ 04. B
- ○ 05. D

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

Matemática Básica

Capítulo 2: Unidades de Medida

Base decimal de numeração

Os múltiplos e submúltiplos das unidades de medida mais comuns são expressos na base dez, para tanto vamos recordar como multiplicar e dividir por 10, 100, 1 000, etc. e por potências de base 10.

Multiplicação por potências de base 10

Multiplicar um número por 10 corresponde, no sistema decimal, a "andar" com a vírgula uma casa para a DIREITA. Se multiplicarmos por 100 (ou 10^2), ande 2 casas, por 1 000 (ou 10^3) três casas, e assim por diante.

Exemplos:

- 3 . 10 = 30
- 3 . 100 = 300
- 3. 1 000 = 3 000
- 1,5 . 10 = 15
- 1,5 . 100 = 150
- 1,5 . 1 000 = 1 500
- 0,003 . 10 = 0,03
- 0,003 . 100 = 0,3
- 0,003 . 1 000 = 3

EXERCÍCIOS

01. Determine:

A) 52 . 10
B) 5,2 . 10
C) 0,52 . 10
D) 0,052 . 10
E) 1,34 . 100
F) 13,4 . 100
G) 134 . 100
H) 0,0007 . 100
I) 0,0007 . 10
J) 0,0007 . 1 000
K) 0,007 . 1 000
L) 0,07 . 1 000
M) 0,7 . 1 000
N) 7,0 . 1 000

Divisão por potências de base 10

Dividir um número por 10 corresponde, no sistema decimal, a "andar" com a vírgula uma casa para a ESQUERDA. Se dividirmos um número por 100 (ou 10^2), ande 2 casas, por 1 000 (ou 10^3) três casas, e assim por diante.

Exemplos:

- 3 : 10 = 0,3
- 3 : 100 = 0,03
- 3 : 1 000 = 0,003
- 1,5 : 10 = 0,15
- 1,5 : 100 = 0,015
- 1,5 : 1 000 = 0,0015
- 2 360 : 10 = 236,0
- 2 360 : 100 = 23,60
- 2 360 : 1 000 = 2,360

EXERCÍCIOS

02. Determine:

A) 36 : 10
B) 3,6 : 10
C) 0,36 : 10
D) 0,036 : 10

E) 952 : 100

F) 95,2 : 100

G) 9,52 : 100

H) 7 000 : 1 000

I) 700 : 1 000

J) 70 : 1 000

K) 7 : 1 000

L) 0,7 : 1 000

03. (UFRGS) Um adulto humano saudável abriga cerca de 100 bilhões de bactérias, somente em seu trato digestivo.

Esse número de bactérias pode ser escrito como

A) 10^9

B) 10^{10}

C) 10^{11}

D) 10^{12}

E) 10^{13}

04. (UEPB) A velocidade da luz, que é de trezentos mil quilômetros por segundo, expressa em centímetros por segundo, será igual a

A) $3{,}0 \cdot 10^9$ cm/s.

B) $3{,}0 \cdot 10^8$ cm/s.

C) $3{,}0 \cdot 10^{10}$ cm/s.

D) $3{,}0 \cdot 10^{11}$ cm/s.

E) $3{,}0 \cdot 10^6$ cm/s.

05. (UFRGS) A nave espacial Voyager, criada para estudar planetas do Sistema Solar, lançada da Terra em 1977, e ainda em movimento, possui computadores com capacidade de memória de 68 kB (quilobytes). Atualmente, existem pequenos aparelhos eletrônicos que possuem 8 GB (gigabytes) de memória.

Observe os dados do quadro a seguir:

10^n	Prefixo	Símbolo
10^{24}	iota	Y
10^{21}	zeta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	quilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da

Considerando as informações do enunciado e os dados do quadro, a melhor estimativa, entre as alternativas a seguir, para a razão da memória de um desses aparelhos eletrônicos e da memória dos computadores da Voyager é

A) 100

B) 1 000

C) 10 000

D) 100 000

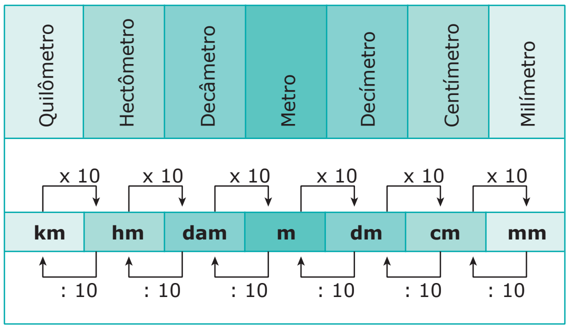
E) 1 000 000

Sistema métrico

Unidades de medida de comprimento

O metro é a unidade padrão para se medir comprimentos no Sistema Internacional de Medidas. Temos ainda seus múltiplos: quilômetro (km), hectômetro (hm) e decâmetro (dam), e seus submúltiplos: decímetro (dm), centímetro (cm) e milímetro (mm).

Para efetuar conversões, podemos utilizar a multiplicação e a divisão pelas potências de base 10, auxiliadas pela tabela a seguir.



Exemplos:

- 5 m = 50 dm, pois de metro para decímetro devemos multiplicar por 10.
- 5 m = 0,5 dam, pois de metro para decâmetro devemos dividir por 10.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (UTFPR) 0,01 km + 1 m + 1 000 cm + 1 000 mm é igual a

A) 22 000 m.

B) 2 200 m.

C) 220 m.

D) 22 m.

E) 2,2 m.

Resolução:

Observe que todas as alternativas estão em metros, logo, vamos transformar as demais unidades de medida para metros.

1º Para transformar 0,01 km em metros podemos multiplicar diretamente por 1 000, pois 1 km equivale a 1 000 metros.

0,01 x 1 000 = 10 m → deslocamos a vírgula três casas para a direita

Ou fazer três multiplicações por 10:

Na primeira temos 0,01 km = 0,1 hm, na segunda 0,1 hm = 1 dam e, na terceira, 1 dam = 10 m.

2º Para transformar 1 000 cm em metros podemos dividir este número diretamente por 100, pois 1 cm equivale a um centésimo do metro.

1 000 : 100 = 10 m → deslocamos a vírgula duas casas para a esquerda.

Ou fazer duas divisões sucessivas por 10:

Na primeira temos 1 000 cm = 100 dm e na segunda, 100 dm = 10 m.

3º Para transformar 1 000 mm em metros podemos dividir diretamente por 1 000, pois 1 mm, corresponde à milésima parte do metro.

1 000 : 1 000 = 1 m → deslocamos a vírgula três casas para a esquerda.

Ou fazer três divisões sucessivas por 10:

Na primeira temos 1 000 mm = 100 cm, na segunda temos 100 cm = 10 dm e, na terceira, 10 dm = 1 m.

Dessa forma,

$$\begin{tikzcd} 0{,}01\text{ km} \arrow[d] & + & 1\text{ m} \arrow[d] & + & 1\,000\text{ cm} \arrow[d] & + & 1\,000\text{ mm} \arrow[d] \\ 10\text{ m} & + & 1\text{ m} & + & 10\text{ m} & + & 1\text{ m} = 22\text{ m} \end{tikzcd}$$

Resposta letra D.

EXERCÍCIOS

06. Transforma as medidas a seguir para a unidade de medida descrita.

A) 3 cm = ___ mm
B) 12 cm = ___ mm
C) 285 cm = ___ mm
D) 6 m = ___ cm
E) 2,4 m = ___ cm
F) 0,7 m = ___ cm
G) 8 km = ___ m
H) 0,8 km = __ m
I) 0,08 km = ____ m
J) 40 mm = __ cm
K) 250 mm = ____ cm
L) 400 mm = ____ cm
M) 500 cm = ____ m
N) 750 cm = ____ m
O) 20 cm = _____ m
P) 2 000 m = ________ km
Q) 3 500 m = ________ km
R) 300 m = _____ km
S) 0,4 km = _____ m = ____ cm
T) 0,15 km = ____ m = ____ cm
U) 0,07 km = ____ m = ____ cm
V) 3 m = _____ cm = _____ mm
W) 0,3 m = _____ cm = _____ mm
X) 90 000 cm = _____ m = ______ km
Y) 1 500 cm = ____ m = ____ km
Z) 250 cm = _____ m = ______ km

07. Em metros, quanto vale cada uma das expressões seguintes?

A) 4,6 km + 750 m
B) 7,8 hm – 3,1 dam
C) 24 dm + 51,6 cm + 380 mm
D) 4 400 m + 2,6 km + 14,5 dam
E) 42,5 hm + 8 hm

08. (Big Adi–2017) O valor em decímetros de 0,473 dam é:

A) 4,73 dm.
B) 0,0473 dm.
C) 4730 dm.
D) 47,3 dm.
E) 43 dm.

09. (SAAE) No depósito há um rolo de arame cujo fio mede 0,27 km de comprimento. Se todo o fio desse rolo for cortado em pedaços iguais, cada qual com 120 cm de comprimento, o número de partes que serão obtidas é:

A) 225;
B) 205;
C) 180;
D) 160.

10. (CRQ) Quanto é, em metros, 3 km + 300 cm?

A) 33 m.
B) 303 m.
C) 3 003 m.
D) 3 000,3 m.
E) 30 000,3 m.

11. (Copese) Viviane mora 6 km ao norte do aeroporto, Glauco mora 15 km ao sul de Viviane e Genilda mora 23 km ao norte de Glauco. A distância, em km, de Genilda ao aeroporto é:

A) 10 km
B) 11 km
C) 12 km
D) 13 km
E) 14 km

12. (CRO) Assumindo que uma milha corresponda a 1,6 km, quantos centímetros há em 0,5 milha?

A) 4 000.
B) 80 000.
C) 320.
D) 800.
E) 400 000.

13. Marque a alternativa incorreta:

A) 500 metros = 50 km
B) 9 metros = 900 cm
C) 216,5 m = 21,65 dam
D) 1,137 dam = 1 137 cm

14. (UFMS) A espessura de uma folha de papel é de 0,1 mm. A altura de uma pilha formada com 1 milhão de folhas deste papel será de

A) 10^2 cm.
B) 10^3 cm.
C) 10^4 cm.
D) 10^5 cm.
E) 10^6 cm.

15. A Grande Muralha da China, com 7,8 metros de altura, começou a ser construída em 215 a.C. e foi erguida para proteger a região da invasão de nômades vindos do norte. A conversão da medida dessa altura foi realizada corretamente em:

A) 0,078 cm
B) 0,78 dm
C) 0,078 hm
D) 0,78 km
E) 0,0078 mm

16. (CETREDE) Uma vaca percorreu, num dia, 6,05 hm. No dia seguinte, percorreu mais 0,72 km e, no terceiro dia, mais 12 500 cm. Podemos dizer que essa vaca percorreu, nos três dias, uma distância de quantos metros?

A) 2 450.
B) 1 450.
C) 12 506,77.
D) 14 500.
E) 12 506.

17. (CPS) O perímetro de um triângulo é de 79,6 cm. Dois de seus lados medem 25 cm e 16,5 cm. A medida do terceiro lado, em polegadas, é

A) 12
B) 15
C) 22
D) 25
E) 32

18. (CEFET-PR) Devido a uma manifestação de protesto de moradores numa via rápida de duas pistas (mesmo sentido) de uma cidade, formou-se um congestionamento de 2 km, 3 hm e 4 dam de extensão. Considerando-se que cada carro ocupa, em média, 5 m, já incluído o espaço até o carro da frente, podemos concluir que o número aproximado de automóveis envolvidos nesse congestionamento foi de

A) 234
B) 342
C) 468
D) 782
E) 936

19. (UFPB) A distância entre duas determinadas cidades é de 90 km. Sabendo-se que a légua é uma unidade de medida correspondente a 6 km, a distância, em léguas, entre essas duas cidades é

A) 30
B) 25
C) 20
D) 15
E) 10

20. (CPS) Marcelo viajava de avião, quando, pelo alto-falante, o comandante do voo deu uma série de informações técnicas, entre elas, a de que estavam voando a uma altitude de 18 000 pés. Como está acostumado com o sistema métrico decimal, Marcelo ficou curioso; e assim que chegou a seu destino, fez uma pesquisa e descobriu que a unidade de medida pé equivale, aproximadamente, a 30 cm. Então, determinou que a altitude do avião, em metros, era

A) 5,4
B) 54
C) 540
D) 5 400
E) 54 000

Instrução: Texto para a questão **21**.

A necessidade de medir é quase tão antiga quanto a de contar. Quando o homem começou a construir suas habitações e a desenvolver a agricultura, precisou criar meios de efetuar medições. Para isso, ele tomava a si próprio como referência.

Foi assim que surgiram unidades de medidas tais como a polegada e o pé.

Veja os seus valores correspondentes em centímetros:

1 polegada = 2,54 cm
1 pé = 30,48 cm

MACHADO, N.J. *Vivendo a Matemática* – Medindo comprimentos. São Paulo: Scipione (Adaptação).

21. (CPS) Durante um voo, o piloto informou aos passageiros: – "O avião está a uma altitude de 3 000 pés". Logo, naquele momento, a altitude desse avião, em metros, era

A) 9,144
B) 91,44
C) 914,4
D) 9 144
E) 91 440

22. (UFF-RJ) O nanômetro é a unidade de medida de comprimento usada em Nanotecnologia (“nano” vem do grego e significa “anão”).

Sabe-se que um metro equivale a um bilhão de nanômetros.

Considerando o diâmetro da Terra com 13 000 quilômetros, conclui-se que a medida do diâmetro da terra, em nanômetros, é igual a

A) $1,3 . 10^{16}$

B) $1,3 . 10^{-16}$

C) $1,3 . 10^{-9}$

D) $1,3 . 10^{9}$

E) $1,3 . 10^{4}$

23. (UEPB) Para apertar um parafuso, um mecânico precisa de uma chave de boca de $\frac{100}{157}$ de polegada. Sabendo que 1 polegada é igual a, aproximadamente, 25 mm, e que o mecânico dispõe de chaves com medidas de 8, 10, 12, 14 e 16 milímetros, a chave adequada para a tarefa é a de

A) 14 mm.

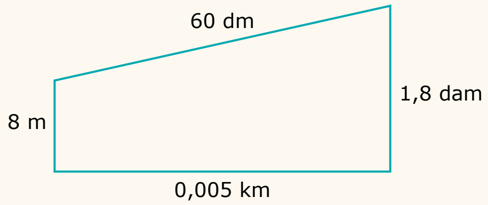
B) 10 mm.

C) 12 mm.

D) 8 mm.

E) 16 mm.

24. (Unifor-CE) A figura a seguir representa um terreno que deverá ser cercado contra animais com três fios de arame em cada dimensão.



A quantidade de arame que será utilizada para cercar o terreno em metros é:

A) 100 m

B) 111 m

C) 120 m

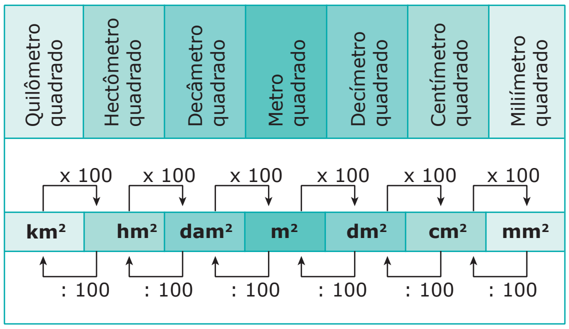
D) 122 m

E) 130 m

Unidades de medida de área

O metro quadrado (m^2) é a unidade padrão para se medir área. Além dele, temos seus múltiplos: decâmetro quadrado (dam^2), hectômetro quadrado (hm^2) e quilômetro quadrado (km^2), e seus submúltiplos: decímetro quadrado (dm^2), centímetro quadrado (cm^2) e milímetro quadrado (mm^2).

A tabela a seguir relaciona as conversões dessas unidades de medida considerando a multiplicação e divisão por potências de base 10.



Quilômetro quadrado	Hectômetro quadrado	Decâmetro quadrado	Metro quadrado	Decímetro quadrado	Centímetro quadrado	Milímetro quadrado
km²	**hm²**	**dam²**	**m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**

Exemplos:

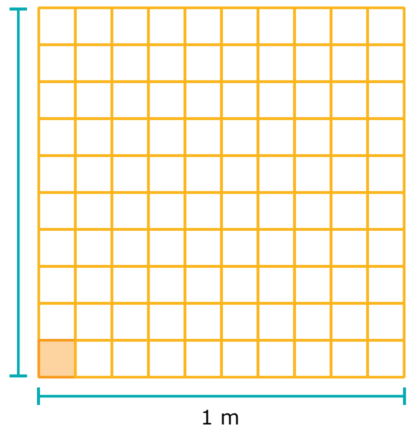
- 5 m^2 = 500 dm^2, pois para transformar m^2 para dm^2 devemos multiplicar por 100, logo 5 x $\underline{100}$ = 500 (andar duas casas com a vírgula para direita).
- 13 m^2 = 0,13 dam^2, pois para transformar m^2 para dam^2 devemos dividir por 100, logo 13 : $\underline{100}$ = 0,13 (andar duas casas com a vírgula para esquerda).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. A área de uma casa é de 15 000 dm^2, se precisarmos expressar essa medida em metros quadrados, qual valor encontraremos?

Resolução:

Considere que a figura a seguir representa um quadrado de 1 m de lado e que ele foi dividido em 10 partes (1 m = 10 dm).



Observe que 1 m^2 equivale a 100 dm^2.

Então, para converter de dm^2 para m^2 basta dividir por 100.

15 000 : 100 = 150 m^2 → deslocamos a vírgula duas casas para a esquerda.

EXERCÍCIOS

25. Transforme as unidades a seguir, conforme solicitado em cada item.

A) 2 km^2 em hm^2

B) 1,5 m^2 em dm^2

C) 5,8 km^2 em dam^2

D) 0,4 m^2 em mm^2

E) 27 mm^2 em cm^2

F) 126 mm^2 em m^2

G) 8,132 km^2 em m^2

H) 180 m^2 em km^2

I) 5 cm^2 em m^2

J) 78,5 dam^2 em km^2

K) 12 m^2 em cm^2

L) 56,3 dm^2 em mm^2

M) 0,2 mm^2 em cm^2

N) 4,1 hm^2 em cm^2

26. 12 000 mm^2 + 12 cm^2 é igual a:

A) 0,1212 dm^2

B) 1,2012 dm^2

C) 1,32 dm^2

D) 12,12 dm^2

E) 121,2 dm^2

27. Transforme as seguintes medidas para as unidades indicadas.

A) 5,42 m para mm

B) 0,08 m^2 para cm^2

C) 73,4 cm para dam

D) 1,5493 hm^2 para dam^2

E) 3,2 dam para km

28. Efetue as adições a seguir dando a resposta em m^2.

A) 4,12 cm^2 + 0,0752 dm^2 + 17,95 dm^2

B) 43,85 m^2 + 48,75 dm^2 + 87 900 mm^2

29. (UFRJ) Uma chapa de vidro tem 0,15 metros quadrados. Quanto mede a sua área em centímetros quadrados? Justifique.

30. (CEFET-CE) Quantos metros quadrados possui um terreno de dimensões 1 km por 1 km?

31. (UNIRIO-RJ) Uma área de 2 . 10^4 km^2, em uma certa região do estado do Rio, possui 20% de terras cultiváveis e improdutivas. Essas terras cultiváveis e improdutivas deverão ser usadas no assentamento de famílias de agricultores sem terra.

Considerando que cada família receba 40 hectares (1 ha = 10^4 m^2), o número total de famílias será de

A) 40 000

B) 20 000

C) 10 000

D) 4 000

E) 1 000

32. (UFRJ) Um grande ato público em favor da Educação foi organizado em uma certa cidade. Uma avenida de 1,25 km de extensão e 40 m de largura foi totalmente tomada pelo público.

Supondo que quatro pessoas ocupam 1 metro quadrado, calcule quantas pessoas foram ao evento.

33. (ESPM-SP) Durante uma manifestação, os participantes ocuparam uma avenida de 18 m de largura em uma extensão de 1,5 km. Considerando-se uma taxa de ocupação de 1,5 pessoas por m^2, podemos estimar que o número de participantes dessa manifestação foi de, aproximadamente,

A) 70 mil

B) 60 mil

C) 40 mil

D) 30 mil

E) 50 mil

34. (Unicamp-SP) Supondo que a área média ocupada por uma pessoa em um comício seja de 2 500 cm^2, pergunta-se:

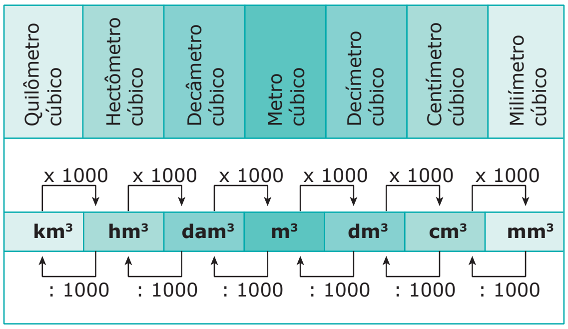
A) Quantas pessoas poderão se reunir em uma praça retangular que mede 150 metros de comprimento por 50 metros de largura?

B) Se $\frac{3}{56}$ da população de uma cidade lota a praça, qual é, então, a população da cidade?

Unidades de medida de volume

O metro cúbico (m^3) é a unidade padrão para se medir volume. Seus múltiplos são: quilômetro cúbico (km^3), hectômetro cúbico (hm^3) e decâmetro cúbico (dam^3), e seus submúltiplos são: decímetro cúbico (dm^3), centímetro cúbico (cm^3) e milímetro cúbico (mm^3).

Na tabela a seguir são apresentados os fatores pelos quais devemos multiplicar ou dividir uma medida para efetuar conversões.



Quilômetro cúbico	Hectômetro cúbico	Decâmetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
: 1000	: 1000	: 1000	: 1000	: 1000	: 1000	

Exemplos:

- 7 m^3 = 7 000 dm^3, pois para transformar de m^3 para dm^3 devemos multiplicar por 1 000.
  Logo, 7 . 1 000 = 7 000.
- 56 dam^3 = 0,056 hm^3, pois para transformar de dam^3 para hm^3 devemos dividir por 1 000. Logo, 56 : 1 000 = 0,056 (deslocamos a vírgula 3 casas para a esquerda).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Um aquário tem o formato de um bloco retangular de dimensões 50 cm x 3,6 dm x 180 mm. Quantos cm^3 de água cabem nesse aquário?

Resolução:

1º Vamos transformar as dimensões para a mesma unidade, no caso o cm é mais viável, já que a resposta solicitada é em cm^3.

3,6 dm = 36 cm, pois para transformar de dm para cm devemos multiplicar por 10. Sendo assim, 3,6 x 10 = 36 cm.

180 mm = 18 cm, pois para transformar de mm para cm devemos dividir por 10. Sendo assim, 180 : 10 = 18 cm.

2º O volume de um bloco retangular (paralelepípedo) é dado por:

Volume = Comprimento x largura x altura

Logo, V = 50 x 36 x 18 = 32 400 cm^3, ou seja, cabem 32 400 cm^3 de água nesse aquário.

EXERCÍCIOS

35. Transforme as unidades a seguir, de acordo com o solicitado em cada item:

A) 6m^3 em dm^3

B) 50 cm^3 em mm^3

C) 3,632 m^3 em mm^3

D) 0,95 dm^3 em mm^3

E) 500 dam^3 em m^3

F) 8,132 km^3 em hm^3

36. Expresse em metros cúbicos o valor da expressão: 548 dm^3 + 251 000 cm^3

37. Determine quantos dm^3 há em:

A) 250 cm^3

B) 0,000009 km^3

38. Um recipiente em formato de um paralelepípedo (bloco retangular) tem dimensões 1,2 dm x 0,8 cm x 0,004 m. Quantos mm^3 cabem nesse recipiente se for enchido com água?

39. Escreva as medidas a seguir nas unidades pedidas.

A) 8,43 m^3 em cm^3

B) 3,5 dam^3 em dm^3

C) 0,008 dm^3 em mm^3

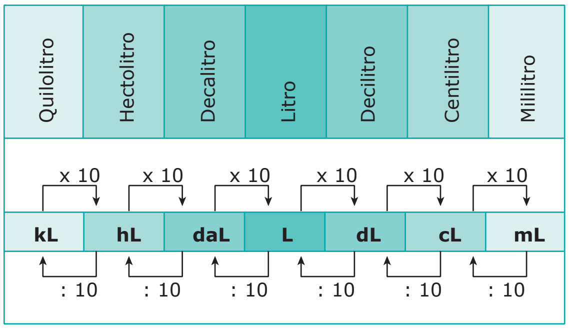
D) 4,39 hm^3 em m^3

E) 182 938 cm^3 em dm^3

Unidades de medida de capacidade

O litro (L) é a unidade padrão para se medir capacidade. Temos também seus múltiplos: quilolitro (kL), hectolitro (hL) e decalitro (daL), e seus submúltiplos: decilitro (dL), centilitro (cL) e o mililitro (mL).

Veja as operações que podemos utilizar para estas conversões.



Quilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	
kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	

Exemplos:

- 9 L = 90 dL, pois para transformar de L para dL devemos multiplicar por 10. Logo, 9 x 10 = 90.
- 82 L = 8,2 daL, pois para transformar de L para daL devemos dividir por 10. Logo, 82 : 10 = 8,2 (deslocar a vírgula uma casa para a esquerda).

1 L = 1 dm³

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

04. Na leitura do hidrômetro da casa de Carolina, verificou-se que o consumo de água do último mês foi de 18 m^3. Quantos litros de água foram consumidos?

Resolução:

18 m^3 = 18 000 dm^3 = 18 000 litros

05. Uma indústria farmacêutica fabrica 4 500 litros de uma vacina que devem ser distribuídos em ampolas de 15 cm^3 cada uma. Quantas ampolas serão obtidas com essa quantidade de vacina?

Resolução:

4 500 litros = 4 500 dm^3 = 4 500 000 cm^3

$$\frac{4\,500\,000\,cm^3}{15\ cm^3} = 300\,000 \text{ ampolas}$$

EXERCÍCIOS

40. (Enem) Um reservatório de uma cidade estava com 30 m^3 de água no momento em que iniciou um vazamento estimado em 30 litros por minuto. Depois de 20 minutos, a partir do início do vazamento, uma equipe técnica chegou ao local e gastou exatamente 2 horas para consertar o sistema e parar o vazamento. O reservatório não foi reabastecido durante todo o período que esteve com o vazamento.

Qual foi o volume de água que sobrou no reservatório, em m^3, no momento em que parou o vazamento?

A) 3,6
B) 4,2
C) 25,8
D) 26,4
E) 27,6

41. Quantos mililitros tem 1 litro de água?

42. Uma indústria produz 900 litros de vinho por dia. Essa produção é distribuída em garrafas de 720 mL. Quantas garrafas são usadas por dia?

43. Converta em litros. Lembre-se de que 1 dm^3 = 1 L.

A) 3,5 dm^3
B) 5 m^3
C) 3 400 000 mm^3
D) 28 cm^3
E) 4,3 km^3
F) 13 dam^3

44. (Fumarc) Quantos hectolitros cabem em 1,2 dam^3?

A) 120
B) 1 200
C) 12 000
D) 120 000

45. (IDHTEC) Quantos copos de 200 cm^3 são necessários para esvaziar totalmente um barril com 50 litros de vinho?

A) 25 000
B) 2 500
C) 250
D) 25
E) 2,5

46. Qual o volume, em cm^3, de:

A) uma embalagem de vinagre de 720 mL?
B) uma garrafa de refrigerante de um litro e meio?
C) um garrafão de 5 litros de água?

47. Em uma embalagem cabem 250 mL de detergente. Para a limpeza de uma cozinha industrial foram usadas 6 embalagens. Indique quanto foi usado de detergente, em litro(s).

48. Um copo tem capacidade de 0,25 L. Quantos desses copos podemos encher com 5 litros de refrigerante?

49. (Prefeitura-RJ) Segundo a ONU (Organização das Nações Unidas), uma pessoa precisa de, no mínimo, 110 litros de água por dia para viver com dignidade. Essa quantidade de água, em m^3, equivale a:

A) 0,011
B) 0,11
C) 1,1
D) 11

50. (UFRGS) Uma torneira com vazamento pinga, de maneira constante, 25 gotas de água por minuto. Se cada gota contém 0,2 mL de água, então, em 24 horas, o vazamento será de

A) 0,072 L.
B) 0,72 L.
C) 1,44 L.
D) 7,2 L.
E) 14,4 L.

51. (UFPE) Uma empresa de exportação de gasolina comunicou à ANP o desaparecimento de 7,2 milhões de litros de gasolina dos seus depósitos. Se um caminhão-tanque tem capacidade de 32 m^3, quantos caminhões seriam necessários para transportar a gasolina desaparecida?

A) 205
B) 210
C) 215
D) 220
E) 225

52. (UTFPR) Após saber que em sua cidade faltará água por algumas horas, uma pessoa resolveu encher três recipientes com esse líquido para usá-lo durante esse período.

No primeiro recipiente, essa pessoa colocou 30 dm^3; no segundo recipiente, colocou 0,15 m^3 e no terceiro colocou 50 litros de água. A quantidade total, em litros, de água que essa pessoa guardou nesses três recipientes é de

A) 80,15
B) 95
C) 230
D) 500
E) 3 200

53. (UEG-GO) Um reservatório de uma distribuidora de gás tem capacidade para 88,4 m^3 do produto. Sabendo-se que o botijão, usado nas cozinhas, vem embalado na forma líquida (transformando-se em gás depois) e que cada botijão tem capacidade para 13 litros, a capacidade total do reservatório da distribuidora equivale a

A) 7 110 botijões de gás.
B) 7 010 botijões de gás.
C) 6 900 botijões de gás.
D) 6 880 botijões de gás.
E) 6 800 botijões de gás.

54. (PUC Minas) Se o vazamento de certa torneira enche um copo de 250 mL de água a cada hora, pode-se estimar que em p dias são desperdiçados 3 m^3 de água. Então, o valor de p é igual a

A) 365
B) 450
C) 500
D) 645

55. (CEFET-MG) Um laboratório dispõe somente de frascos com volume de 175 000 mm^3. Quantos frascos serão necessários para acomodar 4 200 dL (decilitros) de certa substância?

A) 24 000
B) 7 350
C) 2 400
D) 240

56. (CEFET–CE) Um medicamento é comercializado em frascos com 40 cm^3 de capacidade. 8 000 litros desse medicamento encherão __ frascos.

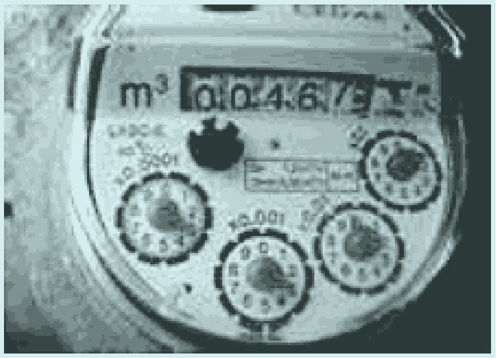
A) 20
B) 200
C) 2 000
D) 20 000
E) 200 000

57. (CEFET–CE) Um tanque de gasolina de um automóvel tem 12 dm de comprimento, 40 cm de largura e 0,15 m de altura e está completamente cheio. Durante uma viagem, gastou-se $\frac{2}{3}$ da capacidade do tanque. Quantos litros restaram no tanque?

58. (UFRGS) A atmosfera terrestre contém 12 900 quilômetros cúbicos de água. Esse valor corresponde, em litros, a

A) $1,29 \,.\, 10^9$
B) $1,29 \,.\, 10^{12}$
C) $1,29 \,.\, 10^{15}$
D) $1,29 \,.\, 10^{16}$
E) $1,29 \,.\, 10^{18}$

59. (G1-IFSC)



O consumo de água das residências que possuem água encanada é medido por um aparelho chamado hidrômetro. O hidrômetro utiliza, como unidade de medida, o metro cúbico.

Em diversos municípios catarinenses, essa leitura é feita mensalmente no hidrômetro para que cada consumidor tome conhecimento de seu consumo de água e para que a CASAN (Companhia Catarinense de Águas e Saneamento) possa emitir a fatura mensal de pagamento. Recentemente, foi aprovada uma lei que considera como consumo mínimo residencial o equivalente a 10 m^3 ao mês.

Considerando que o consumo mensal de uma residência é de 600 litros, então essa residência terá pago em litros durante um ano sem consumir, o equivalente a

A) 112 800 litros.
B) 112 800 litros.
C) 4 800 litros.
D) 11 280 litros.
E) 1 128 litros.

Unidades de medida de massa

O grama (g) é a unidade padrão para se medir massa. Seus múltiplos são: o quilograma (kg), o hectograma (hg) e o decagrama (dag). E seus submúltiplos são: o decigrama (dg), o centigrama (cg) e o miligrama (mg).

Na tabela a seguir veja uma forma de fazer as conversões:

Quilograma	Hectograma	Decagrama	Grama	Decigrama	Centigrama	Miligrama
x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	
kg	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	

Exemplos:

- 3,4 g = 340 cg, pois para transformar de g para cg devemos multiplicar por 10 e depois por 10, ou seja, por 100. Sendo assim, 3,4 . 100 = 340 (ande 2 casas com a vírgula para direita).
- 88 g = 8,8 dag, pois para transformar de g para dag devemos dividir por 10. Sendo assim, 88 : 10 = 8,8 (ande 1 casa com a vírgula para esquerda).

1 tonelada (1 t) = 1 000 kg

EXERCÍCIO RESOLVIDO

06. Um mamão tem 728 gramas, um abacaxi 14,98 hg e uma melancia 6,54 kg. Qual o peso total dessas frutas, em quilogramas?

Resolução:

Vamos transformar as medidas para quilogramas, já que foi esta a unidade solicitada.

728 gramas = 0,728 kg, pois para transformar de g para kg devemos dividir por 1 000 (deslocamos a vírgula 3 casas para a esquerda).

14,98 hg = 1,498 kg, pois para transformar de hg para kg devemos dividir por 10 (deslocamos a vírgula 1 casa para a esquerda).

Então, basta somar os valores:

0,728 + 1,498 + 6,54 = 8,766 kg.

EXERCÍCIOS

60. Transforme em gramas:

A) 9 kg
B) 1,5 kg
C) 0,820 kg
D) 5,763 kg
E) 0,64 kg
F) 58,2 kg

61. Transforme em quilogramas:

A) 2 t
B) 0,5 t
C) 4,85 t
D) 6 000 g
E) 4 930 g
F) 18 643 g

62. (UTFPR) Para metais e pedras preciosas, 1 quilate equivale a 200 mg. Assim, um anel com 12 brilhantes de 5 cg cada possui, em quilates,

A) 3
B) 5
C) 12
D) 15
E) 20

63. Duas toneladas e meia equivalem a quantos gramas?

64. (CRMV) Ao somarmos 72,5 decigramas com 0,875 decagramas teremos?

A) 7,3375 gramas
B) 73,375 gramas
C) 9,475 gramas
D) 16 gramas

65. (IBFC) Dentre as alternativas a única correta é:

A) 1,25 hm = 1 250 cm
B) 0,0047 daL = 4,7 cL
C) 72,45 dg = 7,245 dag
D) 0,323 hm^2 = 323 dm^2

66. (Cesgranrio) Atualmente, estima-se que cada brasileiro produza 378 quilos de resíduos urbanos (lixo) por ano. De acordo com essa informação, no mínimo quantos brasileiros são necessários para produzir mais de 10 toneladas de resíduos urbanos em um ano?

A) 27
B) 3
C) 60
D) 124
E) 265

67. (UERJ–2018)

BILL WATTERSON. Disponível em: <novaescola.org.br>.

Onça e libra são unidades de massa do sistema inglês. Sabe-se que 16 onças equivalem a 1 libra e que 0,4 onças é igual a x libras.

O valor de x é igual a:

A) 0,0125
B) 0,005
C) 0,025
D) 0,05

MATEMÁTICA

FRENTE A
MÓDULO 03

Divisibilidade, MDC e MMC

DIVISÃO EUCLIDIANA

O algoritmo da divisão de dois números inteiros **D** e **d**, com d ≠ 0, é representado da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array}}$$

Temos que $0 \leq r < |d|$ e $D = qd + r$.

Portanto, **q** é o quociente, **r** é o resto da divisão de **D** por **d**, e denotamos **D** por dividendo e **d** por divisor.

OBSERVAÇÃO

Quando temos o caso em que r = 0, então D = q.d e, assim, dizemos que **D** é um múltiplo de **d** ou que **d** é um divisor de **D**.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Considerar todas as divisões entre números naturais tais que o divisor é 13 e o resto é o triplo do quociente. Determinar a soma dos possíveis quocientes dessas divisões.

Resolução:

Sejam **D** o dividendo e **q** o quociente na situação descrita. Como o resto é o triplo do quociente, escrevemos:

$$\begin{array}{l|l} D & 13 \\ \cline{2-2} 3q & q \end{array}$$

Sabemos que o resto deve ser menor do que o divisor. Portanto, devemos encontrar todos os valores de **q** para os quais 3q < 13. Assim, temos:

Para $q = 0 \Rightarrow 3q = 0 < 13$

Para $q = 1 \Rightarrow 3q = 3 < 13$

Para $q = 2 \Rightarrow 3q = 6 < 13$

Para $q = 3 \Rightarrow 3q = 9 < 13$

Para $q = 4 \Rightarrow 3q = 12 < 13$

Para $q = 5 \Rightarrow 3q = 15 > 13$ (não convém)

Portanto, os possíveis valores de **q** são 0, 1, 2, 3 e 4. A sua soma é igual a 10.

MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Sejam dois números inteiros **a** e **b**, em que b ≠ 0. O número **a** será múltiplo de **b** se existir um número inteiro **m** tal que:

$$\boxed{a = m.b}$$

Daí, dizemos que:

i) **a** é múltiplo de **b**, ou

ii) **a** é divisível por **b**, ou

iii) **b** é divisor de **a**, ou

iv) **b** divide **a**.

Número par

É todo número inteiro divisível por 2, ou seja, que pode ser escrito na forma 2n, com $n \in \mathbb{Z}$.

Número ímpar

É todo número inteiro que não é divisível por 2, ou seja, que pode ser escrito na forma 2n + 1, em que $n \in \mathbb{Z}$.

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Divisibilidade por 2: Um número é divisível por 2 quando seu último algarismo é par.

Divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos é divisível por 3.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 quando o número formado pelos dois últimos algarismos é divisível por 4.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 quando o último algarismo é 0 ou 5.

Divisibilidade por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Divisibilidade por 8: Um número é divisível por 8 quando o número formado pelos 3 últimos algarismos é divisível por 8.

Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é divisível por 9.

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 quando o seu último algarismo é 0.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 quando a soma dos algarismos de ordem ímpar menos a soma dos algarismos de ordem par é um número divisível por 11.

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. (EPCAR-MG) Considere o número m = 488 a9b, em que **b** é o algarismo das unidades e **a** é o algarismo das centenas. Sabendo-se que **m** é divisível por 45, o valor da soma a + b é:

A) 7

B) 9

C) 16

D) 18

Resolução:

Um número é divisível por 45 se esse número é divisível por 9 e por 5. Para que **m** seja divisível por 5, temos de considerar duas possibilidades: b = 0 ou b = 5.

1) Para b = 0, temos m = 488 a90. Porém, **m** é divisível também por 9, ou seja, a soma

$4 + 8 + 8 + a + 9 + 0 = 29 + a$

deve ser divisível por 9. O múltiplo de 9 mais próximo de 29 é o número 36. Para que a soma seja igual a esse número, temos a = 7.

2) Para b = 5, temos m = 488 a95. Porém, **m** é divisível também por 9, ou seja, a soma

$4 + 8 + 8 + a + 9 + 5 = 34 + a$

deve ser divisível por 9. Como no caso anterior, a soma deve ser igual a 36. Portanto, a = 2.

Em ambos os casos, temos a + b = 7.

NÚMEROS PRIMOS

Um número inteiro positivo é dito primo quando admite exatamente dois divisores positivos: o número 1 e ele mesmo.

Sendo **P** o conjunto dos números primos positivos, temos:

P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...}

OBSERVAÇÕES

i) Se um número natural não nulo possui mais de dois divisores positivos, ele é chamado de composto.

ii) O número 1 não é primo nem composto.

Reconhecimento de um número primo

Seja **n** um número inteiro positivo. Para verificarmos se **n** é primo, podemos proceder da seguinte forma:

i) Calculamos o valor de $\sqrt{n}$.

ii) Verificamos se **n** é divisível por cada um dos números primos menores do que $\sqrt{n}$.

iii) Se **n** não é divisível por nenhum desses números primos, então **n** é primo. Caso contrário, **n** é composto.

Exemplo:

Verificar se 97 é primo.

$\sqrt{97} = 9,85$ (aproximadamente)

Os primos menores do que $\sqrt{97}$ são 2, 3, 5 e 7.

Observe que 97 não é divisível por nenhum desses números, ou seja, 97 é primo.

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou pode ser escrito como um produto de fatores primos. Esse produto é obtido pela chamada decomposição em fatores primos ou, simplesmente, fatoração do número.

Exemplo:

Decompor em fatores primos o número 840.

840	2
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	$840 = 2^3 . 3 . 5 . 7$

CÁLCULO DA QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

i) Decompõe-se o número em fatores primos.

ii) Tomam-se os expoentes de cada fator primo, e soma-se 1 a cada um deles.

iii) Multiplicam-se os resultados anteriores. O produto é a quantidade de divisores positivos do número.

Exemplo

Vamos determinar a quantidade de divisores positivos de 360.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	$2^3 . 3^2 . 5^1$

Assim, a quantidade de divisores positivos é:
$(3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 4 . 3 . 2 = 24$

OBSERVAÇÃO

Para calcular o número de divisores positivos e negativos do número, devemos multiplicar o valor encontrado por 2, ou seja, o número de divisores será o dobro da quantidade de divisores positivos, pois, para cada divisor **y** positivo, deverá existir um divisor negativo **–y**.

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

O máximo divisor comum de dois ou mais números naturais é o maior número que é divisor de todos esses números. Para se obter o MDC entre dois ou mais números, deve-se:

i) Decompô-los em fatores primos.

ii) Tomar os fatores primos comuns com seus menores expoentes.

iii) Efetuar o produto desses fatores.

Exemplo:

Vamos calcular o máximo divisor comum dos números 90, 96 e 54.

$90 = 2 . 3^2 . 5$ $\quad$ $96 = 2^5 . 3$ $\quad$ $54 = 2 . 3^3$

Daí, temos que MDC(90, 96, 54) = 2 . 3 = 6.

OBSERVAÇÃO

Dois números são ditos primos entre si quando o MDC entre eles é igual a 1.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais é o menor número natural, excluindo o zero, que é múltiplo desses números.

Assim, para se obter o MMC entre dois ou mais números naturais, deve-se:

i) Decompô-los em fatores primos.

ii) Tomar todos os fatores primos comuns e não comuns com seus maiores expoentes.

iii) Efetuar o produto desses fatores.

Exemplo:

Podemos calcular o mínimo múltiplo comum dos números 90, 96 e 54 da seguinte forma:

$90 = 2 . 3^2 . 5$ $\quad$ $96 = 2^5 . 3$ $\quad$ $54 = 2 . 3^3$

Daí, temos que o MMC(90, 96, 54) = $2^5 . 3^3 . 5 = 4\ 320$.

OBSERVAÇÃO

Podemos também calcular o MMC de dois ou mais números por meio da chamada decomposição simultânea.

Refazendo o exemplo anterior, temos:

90, 96, 54	2
45, 48, 27	2
45, 24, 27	2
45, 12, 27	2
45, 6, 27	2
45, 3, 27	3
15, 1, 9	3
5, 1, 3	3
5, 1, 1	5
1, 1, 1	MMC(90, 96, 54) = $2^5 . 3^3 . 5 = 4\ 320$

RELAÇÃO ENTRE O MMC E O MDC

Sendo **a** e **b** dois números naturais, temos:

$$\boxed{[\text{MMC}(a, b)].[\text{MDC}(a, b)] = a.b}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

03. Determinar a soma dos algarismos do menor número natural que, quando dividido por 2, 3, 5 ou 9, deixa sempre resto 1.

Resolução:

Seja **x** o número procurado. Logo, temos:

$$\begin{array}{r|l} x & 2 \\ \cline{2-2} 1 & q_1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x & 3 \\ \cline{2-2} 1 & q_2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x & 5 \\ \cline{2-2} 1 & q_3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x & 9 \\ \cline{2-2} 1 & q_4 \end{array},$$

em que q_1, q_2, q_3 e q_4 são os quocientes de cada uma dessas divisões. Podemos escrevê-las da seguinte forma:

$x = 2q_1 + 1 \Rightarrow x - 1 = 2q_1 \Rightarrow x - 1$ é múltiplo de 2

$x = 3q_2 + 1 \Rightarrow x - 1 = 3q_2 \Rightarrow x - 1$ é múltiplo de 3

$x = 5q_3 + 1 \Rightarrow x - 1 = 5q_3 \Rightarrow x - 1$ é múltiplo de 5

$x = 9q_4 + 1 \Rightarrow x - 1 = 9q_4 \Rightarrow x - 1$ é múltiplo de 9

Portanto, $x - 1$ é um múltiplo comum de 2, 3, 5 e 9. Como queremos o menor número **x** que satisfaz essas condições, temos:

$x - 1 = \text{MMC}(2, 3, 5, 9) = 90 \Rightarrow x - 1 = 90 \Rightarrow x = 91$

A soma dos algarismos de **x** é 10.

04. Determinar o menor número natural que deixa restos 3, 5 e 6 quando dividido por 5, 7 e 8, respectivamente.

Resolução:

Seja **x** o número procurado. Daí, temos:

$$\begin{array}{r|l} x & 5 \\ \cline{2-2} 3 & q_1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x & 7 \\ \cline{2-2} 5 & q_2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x & 8 \\ \cline{2-2} 6 & q_3 \end{array},$$

em que q_1, q_2, q_3 são os quocientes de cada uma dessas divisões. Logo:

$x = 5q_1 + 3 \Rightarrow$

$x + 2 = 5q_1 + 3 + 2 \Rightarrow$

$x + 2 = 5q_1 + 5 \Rightarrow$

$x + 2 = 5(q_1 + 1)$

$x + 2$ é múltiplo de 5.

$x = 7q_2 + 5 \Rightarrow$

$x + 2 = 7q_2 + 5 + 2 \Rightarrow$

$x + 2 = 7q_2 + 7 \Rightarrow$

$x + 2 = 7(q_2 + 1)$

$x + 2$ é múltiplo de 7.

$x = 8q_3 + 6 \Rightarrow$

$x + 2 = 8q_3 + 6 + 2 \Rightarrow$

$x + 2 = 8q_3 + 8 \Rightarrow$

$x + 2 = 8(q_3 + 1)$

$x + 2$ é múltiplo de 8.

Como queremos o menor número **x** que satisfaz essas condições, temos:

$x + 2 = \text{MMC}(5, 7, 8) = 280 \Rightarrow x = 278$

05. Em um terminal rodoviário, sabe-se que:

- a cada 50 minutos parte um ônibus da linha Amarela;
- a cada 30 minutos parte um ônibus da linha Verde;
- a cada 40 minutos parte um ônibus da linha Branca.

Considerando-se que, às 8h, houve uma partida simultânea de um ônibus de cada uma das três linhas e que o quadro de horários não sofrerá alterações, determinar a hora exata em que a próxima partida simultânea ocorrerá.

Resolução:

O tempo da próxima partida simultânea deve ser igual ao mínimo múltiplo comum dos tempos de partida de cada uma das linhas. Assim, temos que MMC(50, 30, 40) = 600 minutos = 10 horas. Portanto, a próxima partida simultânea ocorrerá às 8h + 10h = 18 horas.

06. Uma sala retangular de dimensões 36 m e 40 m deverá ter o seu piso preenchido com placas idênticas, de formato quadrado e dimensões inteiras. Qual é o menor número de placas quadradas necessário para se revestir esse piso, nas condições dadas, de maneira que não haja cortes ou sobras de material?

Resolução:

Seja **x** a medida do lado de cada placa quadrada. Observe que, para que não haja sobra de material, a medida **x** deve ser um divisor de 36 e de 40. Para que tenhamos o menor número de placas, é necessário que a medida **x** seja a maior possível. Portanto, x = MDC(36, 40) = 4 m. O número de placas é obtido dividindo-se a área total da sala pela área de uma das placas quadradas.

Logo: $\dfrac{36\,.\,40}{4\,.\,4} = 90$ placas.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UECE–2022) Dados dois números inteiros positivos **p** e **q**, diremos que **p** é um divisor de **q** se existe um inteiro positivo **k**, tal que q = k . p.

Um número inteiro positivo **q**, maior do que um, é chamado de número primo se seus únicos divisores positivos são o número um e o próprio número **q**. Note que o número 101 101 possui **n** divisores positivos sendo **m** deles números primos.

Assim, é correto concluir que o valor de n – m é igual a:

A) 11
B) 9
C) 12
D) 10

02. PUU4

(EBMSP–2019) O mel tem sido empregado como remédio, através dos tempos, pelas suas propriedades antibacteriana, anti-inflamatória e nutritiva, entre outras.

Na produção do mel, a abelha operária extrai o néctar das flores, armazena no estômago e, ao voltar para a colmeia, regurgita o néctar com enzimas e passa para outras abelhas operárias. Essas abelhas, com o bater das suas asas, criam uma forte corrente de ar que ventila este néctar, fazendo com que a maioria da água evapore.

Admitindo-se que abelhas de uma colmeia tenham se dividido em dois grupos compostos, respectivamente, por 528 e 240 abelhas operárias, para coleta de néctar, e que cada grupo deve ser subdividido em grupos menores compostos por um mesmo número de abelhas, sendo esse número o maior possível, pode-se afirmar que serão formados, no total

A) 8 grupos de 96 abelhas.
B) 11 grupos de 61 abelhas.
C) 12 grupos de 64 abelhas.
D) 16 grupos de 48 abelhas.
E) 24 grupos de 32 abelhas.

03. UYQ1

(UECE) O número de divisores inteiros e positivos do número $2\,018^2 - 2\,017^2$ é:

A) 8
B) 14
C) 10
D) 12

04. N2WW

(Fatec-SP) Os números naturais de 0 a 3 000 foram dispostos, consecutivamente, conforme a figura, que mostra o começo do processo.

5ª linha					4								12								20				
4ª linha				3		5						11		13						19		21			
3ª linha			2				6				10				14				18				22		
2ª linha		1						7		9						15		17						...	
1ª linha	0								8								16								...

Nessas condições, o número 2 017 está na

A) 1ª linha.
B) 2ª linha.
C) 3ª linha.
D) 4ª linha.
E) 5ª linha.

05. 4FTL

(CEFET-RJ) João faz caminhada a cada 4 dias. Pedro, vizinho de João, faz caminhada no mesmo local, a cada 6 dias. Considerando que Pedro e João se encontraram hoje fazendo caminhada, eles se encontrarão novamente daqui a **n** dias. Qual das alternativas a seguir indica um valor possível para **n**?

A) 30
B) 32
C) 36
D) 42

06. (UEPB) Com relação ao movimento dos cometas no universo, sabemos que muitos deles passam pelo planeta Terra em períodos de anos definidos. Os cometas **A** e **B** passam de 20 em 20 anos e 35 em 35 anos respectivamente, e suas últimas aparições na Terra ocorreram em 1930. A próxima passagem dos dois pela Terra ocorrerá no ano de:

A) 2072
B) 2060
C) 2075
D) 2070
E) 2065

07. D9A8

(UEFS-BA) Uma equipe de professores corrigiu, em três dias de correção de um vestibular, números de redações iguais a 702, 728 e 585. Em cada dia, as redações foram igualmente divididas entre os professores.

O número de professores na equipe é um divisor de:

A) 52
B) 54
C) 60
D) 68
E) 77

08. 01E2

(UFJF-MG) Em uma rodovia, a partir do quilômetro 40, a cada 3 km há postos de telefones SOS. Ocorreu um acidente no quilômetro 750 dessa rodovia. A distância do telefone SOS mais próximo do local do acidente é

A) 0,6 km.
B) 0,8 km.
C) 1 km.
D) 1,2 km.
E) 1,4 km.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. G1DH (UERJ–2022)

Disponível em: jornalistaslivres.org.br.
Acesso em: 23 nov. 2019 (Adaptação).

A Wiphala é uma bandeira com sete cores, símbolo não só dos povos originários da região da Cordilheira dos Andes, como também de sua filosofia. A simetria observada na bandeira representa a igualdade dentro do sistema comunitário andino.

Disponível em: jornalistaslivres.org.br.
Acesso em: 23 nov. 2019 (Adaptação).

Considere uma bandeira retangular, com 272 cm de altura e 416 cm de largura, que também foi confeccionada com pequenos quadrados congruentes, de modo que não ocorre sobreposição ou espaço entre eles.

O número inteiro que representa a medida do maior lado que esses pequenos quadrados podem ter, em centímetros, é:

A) 12
B) 14
C) 16
D) 18

02. (UPE–2019) Se dividirmos 2018 por todos os números naturais de 1 a 1 000, qual o maior resto obtido?

A) 336
B) 672
C) 1 009
D) 1 018
E) 2 017

03. (UERJ) O ano bissexto possui 366 dias e sempre é múltiplo de 4. O ano de 2012 foi o último bissexto. Porém, há casos especiais de anos que, apesar de múltiplos de 4 não são bissextos: são aqueles que também são múltiplos de 100 e não são múltiplos de 400. O ano de 1900 foi o último caso especial.

A soma dos algarismos do próximo ano que será um caso especial é:

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6

04. 6DG3 (ESPM-SP) As moedas de 10 e 25 centavos de real tem, praticamente, a mesma espessura. 162 moedas de 10 centavos e 90 moedas de 25 centavos serão empilhadas de modo que, em cada pilha, as moedas sejam do mesmo tipo e todas as pilhas tenham a mesma altura. O menor número possível de pilhas é:

A) 12
B) 13
C) 14
D) 15
E) 16

05. 1JZ2 (IFSC-SC) Em uma loja existem três relógios cucos desregulados. O primeiro toca o cuco a cada 12 min., o segundo a cada 22 min. e o terceiro a cada 39 min. Se os três cucos tocaram juntos às quinze horas da tarde, é correto afirmar que eles tocarão juntos novamente

A) às 19 horas e 32 minutos do mesmo dia.
B) somente às 4 horas e 28 minutos do dia seguinte.
C) às 16 horas e 32 minutos do mesmo dia.
D) somente às 2 horas e 44 minutos do dia seguinte.
E) somente às 19h e 36 minutos do dia seguinte.

06. (UDESC) A quantidade de números naturais que são divisores do mínimo múltiplo comum entre os números a = 540, b = 720, c = 1 800 é igual a:

A) 75
B) 18
C) 30
D) 24
E) 60

07. 7B3L (ACAFE-SC) Um feirante deseja distribuir 576 goiabas, 432 laranjas e 504 maçãs entre várias famílias de um bairro carente. A exigência do feirante é que a distribuição seja feita de modo que cada família receba o mesmo e o menor número possível de frutas de uma mesma espécie.

A quantidade total de frutas recebida por cada família representa um número

A) divisível por 9.
B) múltiplo de 7.
C) múltiplo de 12.
D) entre 40 e 50.

08. (IFPE) Na Escola Pierre de Fermat, foi realizada uma gincana com o objetivo de arrecadar alimentos para a montagem e doação de cestas básicas. Ao fim da gincana, foram arrecadados 144 pacotes de feijão, 96 pacotes de açúcar, 192 pacotes de arroz e 240 pacotes de fubá. Na montagem das cestas, a diretora exigiu que fosse montado o maior número de cestas possível, de forma que não sobrasse nenhum pacote de alimento e nenhum pacote fosse partido.

Seguindo a exigência da diretora, quantos pacotes de feijão teremos em cada cesta?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

09. J07Q (ACAFE-SC) Um grupo de 216 mulheres e 180 homens inscreveram-se como voluntários para visitar pessoas doentes em hospitais de uma cidade. Todas as pessoas inscritas serão divididas em grupos segundo o seguinte critério: todos os grupos deverão ter a mesma quantidade de pessoas, e em cada grupo só haverá pessoas do mesmo sexo.

Nessas condições, se grupos distintos deverão visitar hospitais distintos, o menor número de hospitais a serem visitados é um número

A) par.
B) divisível por 6.
C) quadrado perfeito.
D) primo.

10. BU0X (UTFPR) Gabriela ficou doente. Sua mãe a levou ao médico que receitou alguns remédios dentre eles um antibiótico. O primeiro deve ser tomado a cada uma hora e trinta minutos e o segundo a cada duas horas e trinta minutos. Sabendo que Gabriela iniciou seu tratamento às 6h da manhã, tomando os dois medicamentos ao mesmo tempo, assinale a que horas da noite ela tomará os dois medicamentos juntos novamente.

A) 19h30min.
B) 20h.
C) 20h30min.
D) 21h.
E) 21h30min.

11. I7LF

(PUCPR) Um estagiário recebeu a tarefa de organizar documentos em três arquivos. No primeiro arquivo, havia apenas 42 contratos de locação; no segundo arquivo, apenas 30 contratos de compra e venda; no terceiro arquivo, apenas 18 laudos de avaliação de imóveis. Ele foi orientado a colocar os documentos em pastas, de modo que todas as pastas devem conter a mesma quantidade de documentos. Além de não poder mudar algum documento do seu arquivo original, deveria colocar na menor quantidade possível de pastas. O número mínimo de pastas que ele pode usar é:

A) 13
B) 15
C) 26
D) 28
E) 30

12. M657

(Mackenzie-SP) Se **m**, **n** e **p** são inteiros positivos, tais que $m = \frac{3p}{7}$ e n = 48 – 3p, então, para o menor valor possível de **p**, a soma m + n é igual a:

A) 30
B) 35
C) 38
D) 40
E) 42

13. 98Q3

(PUC RS) Paulo, aluno do curso de Medicina, necessitando aprofundar seus estudos em Anatomia, retirou da biblioteca um livro com 675 páginas. Ele pretende estudar diariamente 25 páginas desse livro. Seu colega José também retirou um livro de Anatomia, este com 615 páginas, e pretende estudar 15 páginas em cada dia. Iniciando a leitura no mesmo dia, em um determinado dia **x** de leitura eles terão a mesma quantidade de páginas ainda por ler. Este número **x** é:

A) 12
B) 10
C) 8
D) 6
E) 4

14. YHMY

(CEFET-CE) O algarismo que se deve intercalar entre os algarismos do número 76 de modo que o numeral obtido seja divisível por 4 e 9, simultaneamente, é:

A) 1
B) 7
C) 5
D) 6

15.

(Unigranrio-RJ) Uma mulher tem três filhas matriculadas regularmente no Ensino Fundamental. O produto da sua idade com as idades de suas filhas é 37 037. Desta forma, pode-se afirmar que a diferença entre as idades de sua filha mais velha e sua filha mais nova é:

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

16. T8F3

(UFU-MG) Se o máximo divisor comum entre os números 144 e 30^p é 36, em que **p** é um inteiro positivo, então o expoente **p** é igual a:

A) 1
B) 3
C) 4
D) 2

17.

(UECE–2019) Seja **U** o conjunto de todos os números inteiros positivos menores do que 200. Se $X_2 = \{n \in U$ tal que **n** é múltiplo de 2$\}$, $X_3 = \{n \in U$ tal que **n** é múltiplo de 3$\}$ e $X_5 = \{n \in U$ tal que **n** é múltiplo de 5$\}$, então, o número de elementos de $X_2 \cup X_3 \cup X_5$ é

A) 140.
B) 135.
C) 150.
D) 145.

18. 4C2V

(Mackenzie-SP) A soma dos naturais positivos que, divididos por 37, dão resto igual ao cubo do quociente é:

A) 258
B) 290
C) 301
D) 320
E) 348

19. 0X7M

(UECE) O número de degraus de uma escada é um múltiplo de sete, compreendido entre 40 e 100. Se ao subirmos essa escada, de dois em dois degraus, falta um degrau para atingir o topo da escada e ao subirmos de três em três degraus faltam dois degraus, podemos afirmar corretamente que o número de degraus da escada é:

A) 49
B) 63
C) 77
D) 91

20. VBB5

(FUVEST-SP) Maria quer cobrir o piso de sua sala com lajotas quadradas, todas com lado de mesma medida inteira, em centímetros. A sala é retangular, de lados 2 m e 5 m. Os lados das lajotas devem ser paralelos aos lados da sala, devendo ser utilizadas somente lajotas inteiras. Quais são os possíveis valores do lado das lajotas?

21. NH1D

(Unicamp-SP) Sejam **a** e **b** dois números inteiros positivos tais que MDC (a, b) = 5 e MMC (a, b) = 105.

A) Qual é o valor de **b**, se a = 35?
B) Encontre todos os valores possíveis para (a, b).

22. 1CWY

(ESPM-SP) Dividindo-se o número natural **N** por 13, obtém-se quociente **Q** e resto **R**. Aumentando-se 2 unidades no dividendo e mantendo-se o divisor, o quociente aumenta de 1 unidade e a divisão é exata.

Sabendo-se que Q + R = 16, podemos afirmar que os divisores primos de **N** são:

A) 2 e 19
B) 2, 3 e 13
C) 3 e 17
D) 3, 5 e 7
E) 5 e 11

23. 9C74

(UECE) Ao fatorarmos o número inteiro positivo **n**, obtemos a expressão $n = 2^x \cdot 5^y$ onde **x** e **y** são números inteiros positivos. Se **n** admite exatamente 12 divisores positivos e é menor do que o número 199, então, a soma x + y é igual a:

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8

24.

(EPCAR-MG–2022) As divisões exatas de **a** e **b** por 4 e 6, respectivamente, são iguais.

Multiplicando-se o mínimo múltiplo comum (MMC) de **a** e **b** pelo máximo divisor comum (MDC) de **a** e **b**, obtém-se 1 536.

A diferença (a – b) é igual a:

A) –18
B) –16
C) –14
D) –12

SEÇÃO ENEM

01. (Enem–2019) Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Disponível em: www.oficinabrasil.com.br.
Acesso em: 25 ago. 2014 (Adaptação).

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final, obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2 015º item cadastrado foi um(a)

A) rolamento.
B) catalisador.
C) amortecedor.
D) partilha de freio.
E) caixa de direção.

02. (Enem) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

A) 105 peças.
B) 120 peças.
C) 210 peças.
D) 243 peças.
E) 420 peças.

03. (Enem) O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

1) Cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
2) Todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
3) Não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é:

A) 2
B) 4
C) 9
D) 40
E) 80

04. (Enem) Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrarem as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número **N** é dado pela expressão $2^x . 5^y . 7^z$, na qual **x**, **y** e **z** são números inteiros não negativos. Sabe-se que **N** é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de **N**, diferentes de **N**, é:

A) x . y . z
B) (x + 1) . (y + 1)
C) x . y . z − 1
D) (x + 1) . (y + 1) . z
E) (x + 1) . (y + 1) . (z + 1) − 1

05. (Enem) Em uma plantação de eucaliptos, um fazendeiro aplicará um fertilizante a cada 40 dias, um inseticida para combater as formigas a cada 32 dias e um pesticida a cada 28 dias. Ele iniciou aplicando os três produtos em um mesmo dia.

De acordo com essas informações, depois de quantos dias, após a primeira aplicação, os três produtos serão aplicados novamente no mesmo dia?

A) 100
B) 140
C) 400
D) 1 120
E) 35 840

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. D
○ 03. A
○ 04. B
○ 05. C
○ 06. D
○ 07. A
○ 08. C

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. B
○ 03. A
○ 04. C
○ 05. E
○ 06. E
○ 07. B
○ 08. C
○ 09. D
○ 10. D
○ 11. B
○ 12. A
○ 13. D
○ 14. C
○ 15. C
○ 16. D
○ 17. D
○ 18. A
○ 19. C
○ 20. 1 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm, 10 cm, 20 cm, 25 cm, 50 cm e 100 cm.
21.
  ○ A) 15
  ○ B) (15, 35); (35, 15); (5, 105); (105, 5)
○ 22. A
○ 23. B
○ 24. B

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. E
○ 02. E
○ 03. C
○ 04. E
○ 05. D

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

MATEMÁTICA

FRENTE B | MÓDULO 03

Noções Primitivas de Geometria Plana

INTRODUÇÃO

Na Geometria Plana, ponto, reta e plano são conceitos primitivos. Neste texto, vamos designar pontos por letras maiúsculas (A, B, C, ...), retas por letras minúsculas (r, s, t, ...) e planos por letras gregas (α, β, γ, ...).

Em nosso estudo, faremos uso de alguns postulados (ou axiomas), que são verdades aceitas sem demonstração, e de teoremas (ou proposições), afirmações que podem ser demonstradas.

São exemplos de postulados:

P1) Numa reta, bem como num plano, há infinitos pontos.

P2) Dois pontos distintos determinam uma única reta que os contém.

P3) Três pontos distintos não colineares determinam um único plano que os contém.

São exemplos de teoremas, que serão demonstrados posteriormente:

T1) Em qualquer triângulo, a soma dos ângulos internos é igual a 180°.

T2) Em qualquer quadrilátero, a soma dos ângulos internos é igual a 360°.

Segmento de reta

Dados dois pontos distintos, **A** e **B**, na reta **r**, a reunião desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles, em **r**, é o segmento de reta $\overline{AB}$.

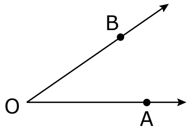
Semirreta

Dados dois pontos distintos, **A** e **B**, na reta **r**, define-se semirreta $\overrightarrow{AB}$ como a reunião dos pontos com origem em **A** e sentido para **B**.

ÂNGULOS

Definição

Chama-se ângulo à reunião de duas semirretas de mesma origem.

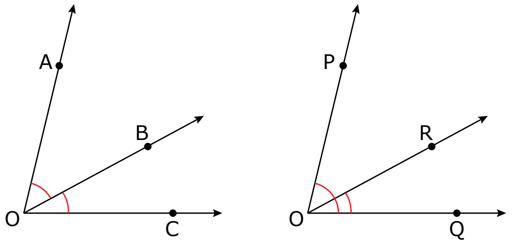


Indica-se: $\angle AOB$, $\angle BOA$, $A\hat{O}B$, $B\hat{O}A$ ou $\hat{O}$.

Nomenclatura: vértice **O** e lados $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

Ângulos consecutivos

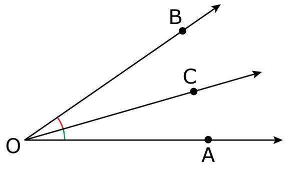
Dois ângulos são consecutivos se eles possuem um lado em comum.



Nas figuras, os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ (assim como os $P\hat{O}Q$ e $R\hat{O}Q$) são consecutivos.

Ângulos adjacentes

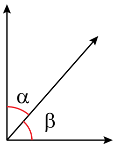
Dois ângulos consecutivos, que não possuem ponto interior comum, são chamados de ângulos adjacentes.



Na figura, $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$ são ângulos adjacentes.

Ângulos complementares

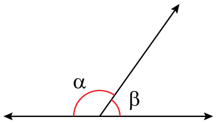
Dois ângulos são complementares se, e somente se, a soma de suas medidas for 90° $\left(\frac{\pi}{2}\text{ radianos}\right)$. Dizemos, nesse caso, que um dos ângulos é o complemento do outro.



⇒ Dois ângulos complementares
$\alpha + \beta = 90°$

Ângulos suplementares

Dois ângulos são suplementares se, e somente se, a soma de suas medidas for 180° (π radianos). Dizemos, nesse caso, que um dos ângulos é o suplemento do outro.



⇒ Dois ângulos suplementares
$\alpha + \beta = 180°$

Exemplo:

O suplemento do dobro de um ângulo excede em 30° o triplo do complemento desse ângulo. Determinar o ângulo.

Ângulo: **x**

Complemento do ângulo: $90° - x$

Suplemento do dobro do ângulo: $180° - 2x$

Equacionando, teremos:

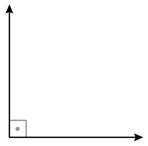
$180° - 2x = 30° + 3(90° - x) \Rightarrow x = 120°$

Classificação

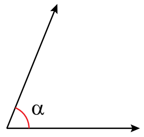
i) Ângulo reto é todo ângulo cuja medida é 90°.

ii) Ângulo agudo é um ângulo cuja medida é maior que 0° e menor que 90°.

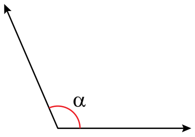
iii) Ângulo obtuso é um ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180°.



Ângulo reto
(90°)



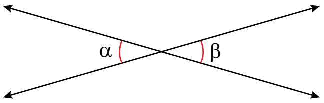
Ângulo agudo
($0° < \alpha < 90°$)



Ângulo obtuso
($90° < \alpha < 180°$)

Ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.)

Dois ângulos são opostos pelo vértice se os lados de um são as respectivas semirretas opostas aos lados do outro.

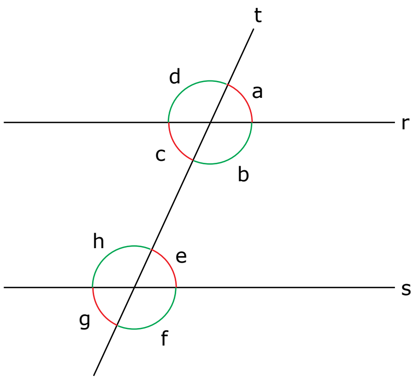


⇒ Ângulos opostos pelo vértice $\alpha = \beta$

Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes (possuem a mesma medida).

RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL

Duas retas **r** e **s**, paralelas distintas, e uma transversal **t** determinam oito ângulos geométricos, conforme a figura. Dois quaisquer desses ângulos ou são suplementares ou são congruentes.



r // s

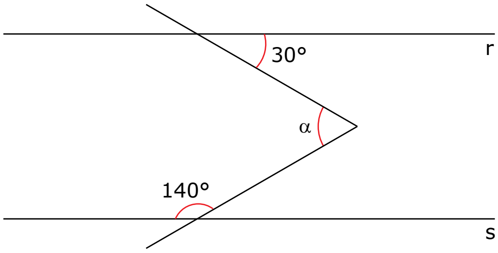
Ângulos correspondentes	$a = e$ $b = f$ $d = h$ $c = g$
Ângulos alternos	internos $\begin{cases} b = h \\ c = e \end{cases}$ externos $\begin{cases} a = g \\ d = f \end{cases}$
Ângulos colaterais	internos $\begin{cases} b + e = 180° \\ c + h = 180° \end{cases}$ externos $\begin{cases} a + f = 180° \\ d + g = 180° \end{cases}$

OBSERVAÇÃO

Se uma reta transversal **t** determina com duas retas coplanares, **r** e **s**, ângulos alternos congruentes, então r // s.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Na figura a seguir, as retas **r** e **s** são paralelas. Determinar α.

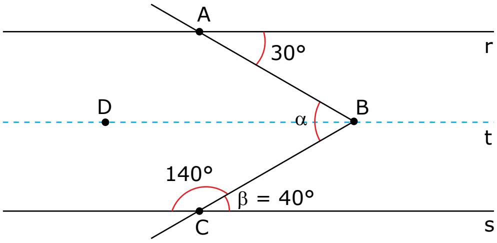


Resolução:

Sejam os pontos **A**, **B** e **C** e o ângulo β.

Os ângulos 140° e β são suplementares, ou seja, $\beta = 40°$.

Trace a reta tracejada **t** paralela às retas **r** e **s**, passando por **B**. Seja **D** um ponto da reta **t**.



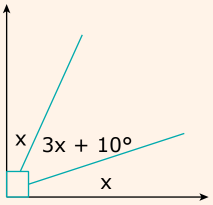
Os ângulos de medidas 30° e $A\hat{B}D$ são alternos internos, ou seja, $A\hat{B}D = 30°$.

Os ângulos de medidas 40° e $C\hat{B}D$ são alternos internos, ou seja, $C\hat{B}D = 40°$.

Assim: $\alpha = A\hat{B}D + C\hat{B}D = 70°$.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

01. (UTFPR) Calcule o valor de **x**, em graus, na figura:

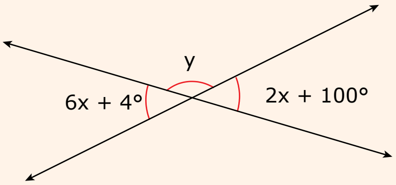


A) 16
B) 10
C) 20
D) 58
E) 32

02. DNY6 (ESPM-SP) A medida de um ângulo cujo suplemento tem 100° a mais que a metade do seu complemento é igual a

A) 40°.
B) 50°.
C) 60°.
D) 70°.
E) 80°.

03. QWUD (UTFPR) A medida de **y** na figura, em graus, é



A) 42°.
B) 32°.
C) 142°.
D) 148°.
E) 24°.

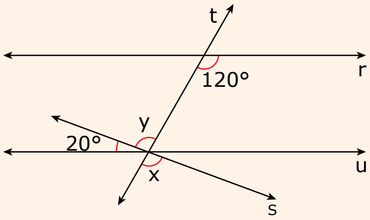
04. VTGU (UEPB) Duas retas cortadas por uma transversal formam ângulos alternos externos expressos em graus pelas equações 3x + 18 e 5x + 10. O valor de **x** de modo que estas retas sejam paralelas é:

A) 4
B) 5
C) 8
D) 10
E) 12

05. NXMP (UFU-MG) Dois ângulos consecutivos são complementares. Então, o ângulo formado pelas bissetrizes desses ângulos é

A) 20°.
B) 30°.
C) 35°.
D) 40°.
E) 45°.

06. N5G6 (FGV-SP) Considere as retas **r**, **s**, **t**, **u**, todas num mesmo plano, com r // u.



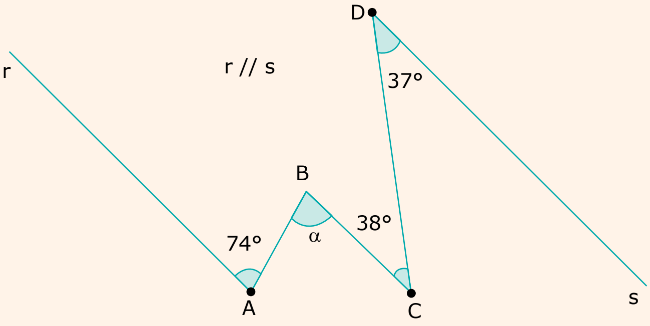
O valor em graus de 2x + 3y é

A) 64°.
B) 500°.
C) 520°.
D) 660°.
E) 580°.

07. U7YG

(UFVJM-MG) Para o controle e ajustes de engrenagens do maquinário de uma fábrica, é indispensável determinar todos os ângulos para verificar tensões em seus pontos de sustentação.

Este sistema indica pontos de sustentação e ângulos que os técnicos encontraram durante a manutenção de um maquinário.

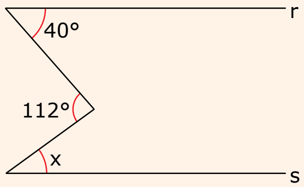


Sabendo que as retas **r** e **s** são paralelas, o valor da medida do ângulo α, em graus, é:

A) 38°
C) 74°
B) 68°
D) 75°

08. WYXT

(Unimontes-MG) Se r // s, então o valor de **x**, na figura a seguir, é:

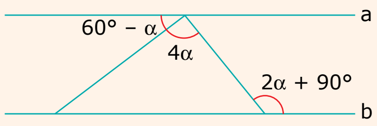


A) 52°
C) 72°
B) 68°
D) 58°

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Mackenzie-SP) Na figura a seguir, **a** e **b** são retas paralelas.



A afirmação correta a respeito do número que expressa, em graus, a medida do ângulo α é

A) um número primo maior que 23.
B) um número ímpar.
C) um múltiplo de 4.
D) um divisor de 60.
E) um múltiplo comum entre 5 e 7.

02. (IFCE) Sabendo-se que a soma de dois ângulos é 78° e que um deles vale $\frac{3}{5}$ do complemento do outro, os valores são

A) 10° e 68°.
D) 18° e 60°.
B) 15° e 63°.
E) 20° e 58°.
C) 16° e 62°.

03. FRMX

(IFCE) Dois ângulos são suplementares. Os $\frac{2}{3}$ do maior excedem os $\frac{3}{4}$ do menor em 69°. Determine os ângulos.

04. 0240

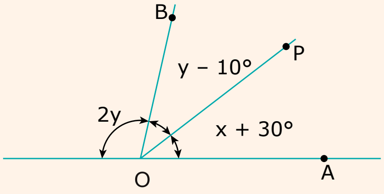
(IFSul) Duas retas paralelas **r** e **s**, cortadas por uma transversal **t**, formam ângulos colaterais internos, dos quais um excede o outro em 20°.

O ângulo colateral interno agudo mede

A) 20°.
C) 55°.
B) 35°.
D) 80°.

05. LDHT

(CEFET-SC) Na figura a seguir, OP é bissetriz do ângulo AÔB. Determine o valor de **x** e **y**.



A) x = 13 e y = 49
D) x = 17 e y = 42
B) x = 15 e y = 35
E) x = 10 e y = 50
C) x = 12 e y = 48

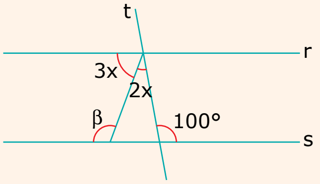
06. 4I34

(PUCPR) Dois ângulos complementares $\hat{A}$ e $\hat{B}$, sendo $\hat{A} < \hat{B}$, têm medidas na razão de 13 para 17. Consequentemente, a razão da medida do suplemento do ângulo $\hat{A}$ para o suplemento do ângulo $\hat{B}$ vale:

A) $\frac{43}{47}$
B) $\frac{17}{13}$
C) $\frac{13}{17}$
D) $\frac{119}{48}$
E) $\frac{47}{43}$

07. KØLA

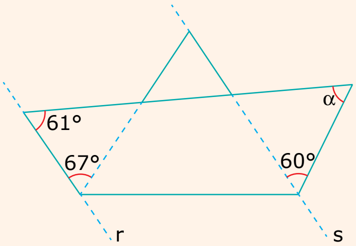
(UEPB) As retas paralelas **r** e **s** são cortadas pela reta **t** como mostra a figura a seguir. A medida do ângulo β é



A) 120°.
C) 140°.
E) 110°.
B) 100°.
D) 130°.

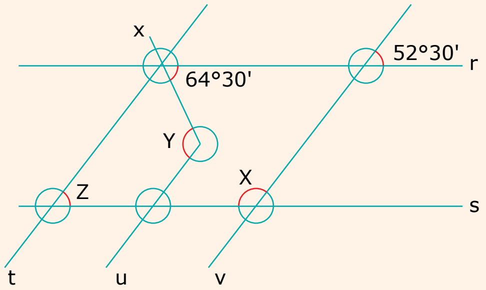
08. QØR6

(IFPE) Eva é aluna do curso de Construção Naval do *campus* Ipojuca e tem mania de construir barquinhos de papel. Durante a aula de desenho técnico, resolveu medir os ângulos do último barquinho que fez, representado na imagem a seguir. Sabendo que as retas suportes, **r** e **s** são paralelas, qual a medida do ângulo α destacado?



A) 52°
B) 60°
C) 61°
D) 67°
E) 59°

09. (UTFPR) Na figura a seguir, temos r // s e t // u // v.



Com base nos estudos dos ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, pode-se afirmar que:

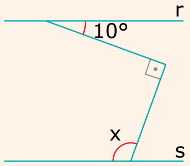
I. O ângulo **X** mede 127° 30′.
II. O ângulo **Y** mede 117°.
III. O ângulo **Z** mede 64° 30′.

Analise as proposições anteriores e assinale a alternativa correta.

A) Somente as afirmações I e II estão corretas.
B) Somente as afirmações I e III estão corretas.
C) Somente a afirmação I está correta.
D) As afirmações I, II e III estão corretas.
E) As afirmações I, II e III estão incorretas.

10. EHKS

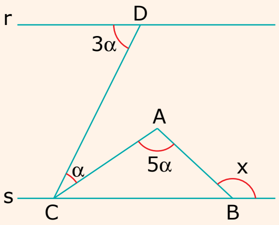
(PUC-SP) Na figura r // s, então o valor do ângulo **x** é:



11. 1Y1Z

(ESPM-SP) Na figura a seguir, as retas **r** e **s** são paralelas e AB = AC.

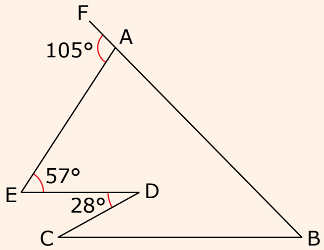
O valor de **x** é igual a



A) 120°.
B) 135°.
C) 140°.
D) 150°.
E) 165°.

12. AXQJ

(UFMG) Observe esta figura:



Nessa figura, os pontos **F**, **A** e **B** estão em uma reta, e as retas CB e ED são paralelas. Assim, o ângulo ABC mede

A) 39°.
B) 44°.
C) 47°.
D) 48°.

SEÇÃO ENEM

01. (Enem) Uma família fez uma festa de aniversário e enfeitou o local da festa com bandeirinhas de papel. Essas bandeirinhas foram feitas da seguinte maneira: inicialmente, recortaram as folhas de papel em forma de quadrado, como mostra a figura 1. Em seguida, dobraram as folhas quadradas ao meio sobrepondo os lados BC e AD, de modo que **C** e **D** coincidam, e o mesmo ocorra com **A** e **B**, conforme ilustrado na figura 2. Marcaram os pontos médios **O** e **N**, dos lados FG e AF, respectivamente, e o ponto **M** do lado AD, de modo que AM seja igual a um quarto de AD. A seguir, fizeram cortes sobre as linhas pontilhadas ao longo da folha dobrada.

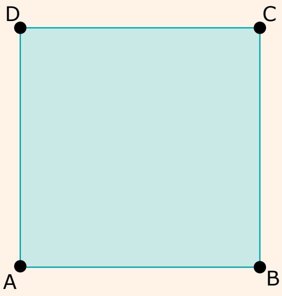


Figura 1

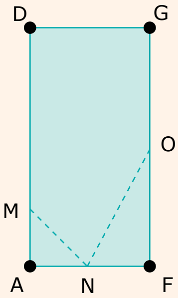
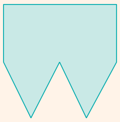
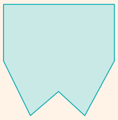


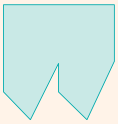
Figura 2

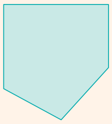
Após os cortes, a folha é aberta e a bandeirinha está pronta.

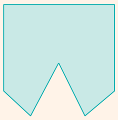
A figura que representa a forma da bandeirinha pronta é:

A)


B)


C)


D)


E)


02. (Enem) Um decorador utilizou um único tipo de transformação geométrica para compor pares de cerâmicas em uma parede. Uma das composições está representada pelas cerâmicas indicadas por I e II.

I II III

Utilizando a mesma transformação, qual é a figura que compõe par com a cerâmica indicada por III?

A) 

C) 

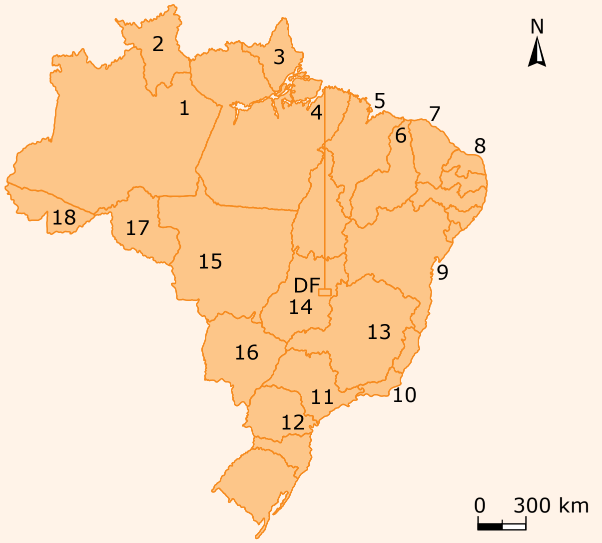
E) 

B) 

D) 

03. (Enem) Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades, estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião AI que partiu de Brasília-DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.

Mapa do Brasil e algumas capitais



1. Manaus
2. Boa Vista
3. Macapá
4. Belém
5. São Luís
6. Teresina
7. Fortaleza
8. Natal
9. Salvador
10. Rio de Janeiro
11. São Paulo
12. Curitiba
13. Belo Horizonte
14. Goiânia
15. Cuiabá
16. Campo Grande
17. Porto Velho
18. Rio Branco

SIQUEIRA, S. *Brasil Regiões*. Disponível em: www.santiagosiqueira.pro.br. Acesso em: 28 jul. 2009 (Adaptação).

Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião AII, que seguiu a direção que forma um ângulo de 135 graus no sentido horário com a rota Brasília-Belém, e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião AIII, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião AII ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em:

A) Belo Horizonte, e, em seguida, embarcou para Curitiba.

B) Belo Horizonte, e, em seguida, embarcou para Salvador.

C) Boa Vista, e, em seguida, embarcou para Porto Velho.

D) Goiânia, e, em seguida, embarcou para o Rio de Janeiro.

E) Goiânia, e, em seguida, embarcou para Manaus.

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. A
○ 02. D
○ 03. B
○ 04. A
○ 05. E
○ 06. B
○ 07. D
○ 08. C

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. D
○ 02. D
○ 03. 36° e 144°
○ 04. D
○ 05. E
○ 06. E
○ 07. A
○ 08. E
○ 09. A
○ 10. 100°
○ 11. C
○ 12. D

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. E
○ 02. B
○ 03. B

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

MATEMÁTICA

FRENTE C
MÓDULO 03

Porcentagem

Porcentagem, ou percentagem, é uma fração cujo denominador é igual a 100. Por exemplo, "sete por cento" é representado como 7%, e equivale à fração $\frac{7}{100}$.

O conceito de porcentagem é um dos mais utilizados no dia a dia, para, por exemplo, efetuar comparações com valores dados. Vamos supor que uma prestação de R$ 500,00 vai sofrer um reajuste de 30%. Em termos matemáticos, escrevemos:

$$30\% \text{ de } 500 = \frac{30}{100}.500 = 150$$

Assim, a nova prestação será igual a R$ 650,00.

Podemos dizer também que, ao calcularmos a porcentagem em relação a um valor dado, estamos representando uma proporção, na qual um dos denominadores é igual a 100. Desse modo, no exemplo dado, dizemos que o valor de 150 representa em 500 o mesmo que o valor 30 representa em 100.

$$\frac{150}{500} = \frac{30}{100}$$

OBSERVAÇÃO

Há três modos de representar uma porcentagem: na forma percentual, na forma fracionária ou na forma decimal. Vejamos alguns exemplos:

Forma percentual	Forma fracionária	Forma decimal
20%	$\frac{20}{100}$	0,2
5%	$\frac{5}{100}$	0,05
1,3%	$\frac{1,3}{100}$	0,013

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (PUC Minas) Certa cidade tem 18 500 eleitores. Na eleição para prefeito, houve 6% de abstenção entre os homens e 9% entre as mulheres; com isso, o número de votantes do sexo masculino ficou exatamente igual ao número de votantes do sexo feminino. Pode-se afirmar que o número de eleitores do sexo feminino, nessa cidade, é:

A) 7 200
B) 8 500
C) 9 250
D) 9 400

Resolução:

Sejam:

H: Total de eleitores do sexo masculino.

M: Total de eleitores do sexo feminino.

Temos H + M = 18 500.

Além disso, temos 0,94H votantes do sexo masculino e 0,91M votantes do sexo feminino.

Temos 0,94H = 0,91M.

Portanto, devemos resolver o seguinte sistema:

$$\begin{cases} H + M = 18\,500 \\ 0,94H = 0,91M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H + M = 18\,500 \\ 94H - 91M = 0 \end{cases}$$

Substituindo H = 18 500 – M na segunda equação, temos:

$94(18\,500 - M) - 91M = 0 \Rightarrow$

$1\,739\,000 - 94M - 91M = 0 \Rightarrow$

$185M = 1\,739\,000 \Rightarrow$

$M = 9\,400$

02. (UERJ) Considere uma mercadoria que teve seu preço elevado de **x** reais para **y** reais. Para saber o percentual de aumento, um cliente dividiu **y** por **x**, obtendo quociente igual a 2,08 e resto igual a zero.

Em relação ao valor de **x**, o aumento percentual é equivalente a

A) 10,8%.
B) 20,8%.
C) 108,0%.
D) 208,0%.

Resolução:

A razão do valor final pelo valor inicial nos fornece o fator de aumento (ou redução) do sistema em questão, sendo que o fator de aumento é igual a um mais a taxa percentual. Tomando como **i** a taxa de variação percentual:

fator de aumento = 1 + i $\Rightarrow$ i = 2,08 – 1 = 1,08 = 108,0%.

AUMENTOS E DESCONTOS SUCESSIVOS

Aumentos sucessivos

A título de exemplo, vamos imaginar que o preço de uma mercadoria seja igual a **P** reais. Qual será o novo preço após um aumento de 10%?

Nesse caso, temos que 10% de P = 0,1.P.

Portanto, o novo preço será igual a P + 0,1P = 1,1P.

Observe que o preço após o aumento também pode ser obtido simplesmente multiplicando-se o preço anterior **P** por 1,1. Esse artifício é muito útil para solucionarmos problemas envolvendo aumentos sucessivos.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Um vendedor resolveu promover dois reajustes sucessivos de 5% no preço de uma mercadoria. Isso equivale a um só aumento de

A) 10%. B) 10,25%. C) 11%. D) 12%.

Resolução:

Seja **P** o preço da mercadoria. A cada aumento de 5%, multiplicamos **P** por 1,05. Temos:

$$\underbrace{1,05.P}_{\text{Preço após o primeiro aumento}}$$

$$\underbrace{1,05.(1,05.P)}_{\text{Preço após o segundo aumento}} = 1,1025.P$$

1,1025.P – P = 0,1025.P, o que equivale a um só aumento de 10,25%.

Descontos sucessivos

De maneira análoga à utilizada no caso dos aumentos sucessivos, vamos imaginar que o preço **P** da mercadoria sofreu um desconto de 30%. Qual será o preço após esse desconto?

Temos 30% de P = 0,3.P.

O novo preço é dado por P – 0,3.P = 0,7.P.

Observe que o preço após o desconto é dado pela multiplicação do preço **P** por 0,7.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Um eletrodoméstico teve seu preço reduzido em 15%. Tendo atraído poucos compradores, o comerciante resolveu dar um novo desconto, dessa vez de 10%. Em relação ao preço original, qual foi o desconto total dado pelo comerciante?

Resolução:

Seja **P** o preço original dessa mercadoria. Temos:

$$\underbrace{0,85.P}_{\text{Preço após a redução de 15\%}}$$

$$\underbrace{0,9.(0,85.P)}_{\text{Preço após a redução de 10\%}} = 0,765.P$$

Observe que P – 0,765.P = 0,235.P, o que significa que houve um desconto total de 23,5%.

Lucro

Considere um determinado produto vendido por um comerciante por um preço de venda **V**. Suponhamos que esse comerciante tenha adquirido tal produto no atacado a um preço de custo **C**. Definimos como lucro o valor efetivamente recebido pelo comerciante, descontado o custo de aquisição. Em termos algébricos, temos:

L = V – C

L: lucro por unidade vendida;

V: valor arrecadado com a venda;

C: custo de aquisição do produto.

Em muitos problemas, deseja-se saber a porcentagem correspondente a esse lucro, normalmente em função do custo. Porém, em algumas situações, tal porcentagem pode ser calculada em função do preço de venda.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. Um comerciante obteve um lucro de 30% sobre o preço de custo de um determinado produto. Qual foi a porcentagem do lucro sobre o preço de venda desse mesmo produto?

Resolução:

Sejam:

L: lucro por unidade vendida;
V: preço de venda do produto;
C: preço de custo do produto.

Temos L = V – C. (I)

Mas L = 0,3C.

Portanto, $C = \dfrac{L}{0,3} = \dfrac{10L}{3}$.

Substituindo em (I), temos:

$$L = V - \frac{10}{3}.L \Rightarrow L + \frac{10}{3}.L = V \Rightarrow \frac{13L}{3} = V \Rightarrow$$

$$L = \frac{3}{13}.V \cong 0,23.V$$

Portanto, o lucro é de cerca de 23% sobre o preço de venda.

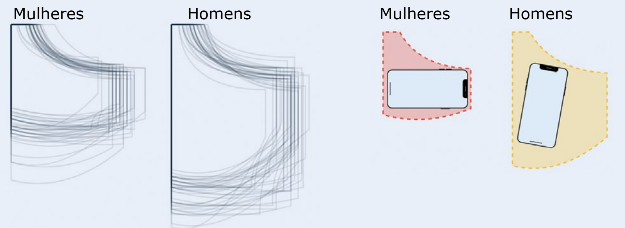
EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Unifor-CE–2022) Ana possui uma pequena lanchonete onde vende coxinha. No dia 3 de outubro, ela aumentou o preço da coxinha em 30%; no dia 20 de outubro, ela aumentou o preço da coxinha em 10%. Se **P** era o preço da coxinha no dia primeiro de outubro, qual será o preço da coxinha após os dois aumentos?

A) 1,43P
B) 1,4P
C) 0,43P
D) 0,4P
E) P + 4

02. I6FT (Albert Einstein–2022) Segundo estudo recente, marcas da desigualdade de gênero podem ser identificadas até no tamanho médio dos bolsos das calças jeans femininas e masculinas.



Um estudo que avaliou o tamanho dos bolsos frontais em 80 *jeans* femininos e 80 *jeans* masculinos constatou que: 20% dos bolsos femininos e 95% dos bolsos masculinos comportam um celular de determinada marca sem que parte dele fique para fora.

Disponível em: www.pudding.cool (Adaptação).

De acordo com os dados desse estudo, o número de bolsos masculinos que comportam o celular supera o número de bolsos femininos que comportam o mesmo celular em:

A) 375%
B) 465%
C) 115%
D) 215%
E) 75%

03. (FAMERP-SP–2022) Segundo dados do Instituto Trata Brasil, 83,3% dos brasileiros contam com água encanada, mas apenas 51,9% têm acesso a tratamento de esgoto. De acordo com estimativas do IBGE, em 2021 a população brasileira atingiu a marca de 213,3 milhões de pessoas. Considerando-se que todos os brasileiros que têm acesso a tratamento de esgoto também têm acesso à água encanada, o número aproximado de brasileiros que, em 2021, têm acesso à água encanada, mas não têm acesso ao tratamento de esgoto, é de

A) 110 milhões.
B) 85 milhões.
C) 92 milhões.
D) 102 milhões.
E) 67 milhões.

04. JGE6 (UECE) As ações da Empresa BRASTEC, nos anos de 2011 e 2012, valorizaram 12% e 7%, respectivamente, e nos anos de 2013 e 2014 desvalorizaram 2% e 8%, respectivamente. A valorização das ações correspondente ao período considerado (2011) foi aproximadamente de

A) 9%.
B) 8,5%.
C) 8%.
D) 7,5%.

05. (UEG-GO–2020) O preço de uma calça jeans no varejo é de R$ 119,50. Caso o cliente compre acima de 6 peças, ele paga o preço de atacado, com desconto de R$ 20,00 em cada peça. Se um cliente comprar 8 calças, o desconto que ele terá em porcentagem será de aproximadamente

A) 18,74%.
B) 16,73%.
C) 13,75%.
D) 12,50%.
E) 11,25%.

06. OGRJ (UECE) Em um empreendimento imobiliário, o centro comercial e o parque de estacionamento ocupam, respectivamente, 42% e 53% da área do terreno. A área restante, que corresponde a 3 000 m^2, é destinada a jardins e vias de circulação. Nestas condições, a medida da área do terreno ocupada pelo centro comercial, em m^2, é:

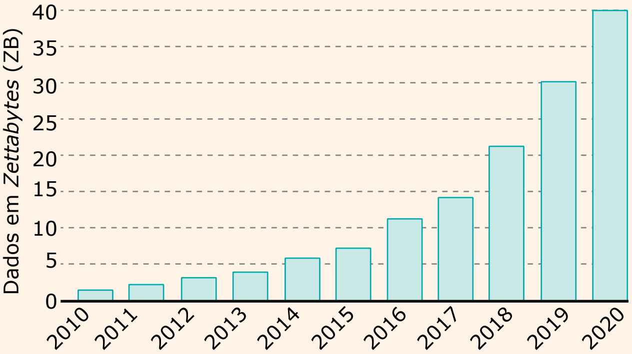
A) 24 800
B) 25 000
C) 25 200
D) 25 400

07. 8725 (UFRGS-RS) Na compra de três unidades idênticas de uma mesma mercadoria, o vendedor oferece um desconto de 10% no preço da segunda unidade e um desconto de 20% no preço da terceira unidade. A primeira unidade não tem desconto. Comprando três unidades dessa mercadoria, o desconto total é

A) 8%.
B) 10%.
C) 22%.
D) 30%.
E) 32%.

08. (UFRGS-RS–2020) O gráfico a seguir representa a quantidade de dados armazenados no mundo inteiro, em *zettabytes*.

Crescimento Global de Dados



UNITED NATIONS ECONOMIC COMISSION FOR EUROPE. *UNECE Statistics Wikis* (Adaptação).

Com base nos dados do gráfico, considere as afirmações a seguir.

I. Em relação a 2019, a expectativa é que a quantidade de dados armazenados cresça mais de 20% em 2020.

I. De 2017 a 2019, em termos percentuais, a quantidade de dados armazenados cresceu mais de 100%.

III. Em termos percentuais, pode-se afirmar que a quantidade de dados armazenados cresceu mais no período de 2012 a 2016 do que no período de 2016 a 2019.

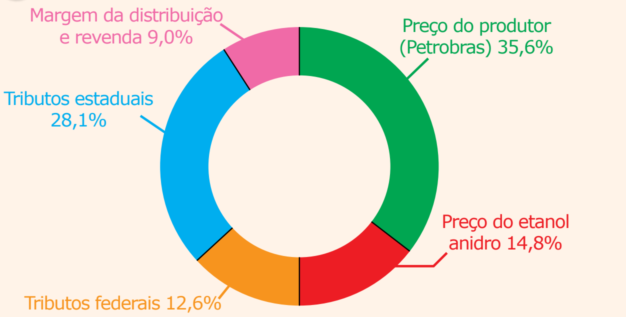
Quais estão corretas?

A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas III.
D) Apenas I e II.
E) I, II e III.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Q29Y (UPF-RS–2022)

Composição do preço da gasolina



Média nacional em abril de 2021
Fonte: ANP.

Disponível em: www.infomoney.com.br/minhas-financas/gasolina-nunca-foi-tao-cara-no-brasil-mas-por-que-entenda-o-que-faz-o-preco-disparar.

De acordo com o gráfico anterior, considerando o preço de R$ 7,00 pelo litro de gasolina, o valor pago em tributos pelo consumidor para cada litro de gasolina, em reais, é:

A) 3,479
B) 4,151
C) 0,882
D) 2,849
E) 1,967

02. (Unisinos-RS–2022) Uma cidade resolveu fazer uma campanha de prevenção de duas doenças, **X** e **Y**. Foram realizados exames em 2 000 pessoas a fim de diagnosticar se tinham a doença **X** ou a **Y**: 13,5% tinham, pelo menos, uma das doenças, 6% tinham apenas a doença **X** e 4,5% apenas a doença **Y**. Com base neste resultado

I. 3% das pessoas foram diagnosticadas com ambas as doenças.

II. 270 pessoas foram diagnosticadas com, pelo menos, uma das doenças.

III. 150 pessoas foram diagnosticadas com a doença **Y**.

Sobre as proposições anteriores, pode-se afirmar que

A) apenas I está correta.
B) apenas III está correta.
C) apenas I e II estão corretas.
D) apenas II e III estão corretas.
E) I, II e III estão corretas.

03. (UNEB-BA–2019) É dia de *Black Friday*, mas também de zueira na *Internet* como mostra o meme.

O que é a Black Friday?

Black Friday é uma expressão em inglês, que significa Sexta-feira Negra. É a sexta-feira depois do dia de Ação de Graças, ou *Thanksgiving* em inglês. Este termo teve origem nos Estados Unidos, e é um dia especial porque as lojas fazem grandes descontos, e, por isso, muitas pessoas compram presentes para o Natal. Ocorre na última sexta-feira do mês de novembro.

A *Black Friday*, que no ano de 2018 foi realizada em 23 de novembro, é a principal data do calendário do *e-commerce* (comércio eletrônico) brasileiro. Contudo o evento também ganhou a adesão de lojas físicas.

Se o fato que mostra a imagem for verídico em uma determinada loja, considerando-se o valor, da esquerda, na imagem, correspondente ao preço da bolsa no dia anterior à *Black Friday*, e o valor da direita correspondente ao preço no dia da *Black Friday*, pode-se afirmar que o consumidor comprou essa bolsa, no dia da *Black Friday*, com

A) 5% de desconto do valor pago, se a tivesse comprado no dia anterior à *Black Friday*.

B) 10% de desconto do valor pago, se a tivesse comprado no dia anterior à *Black Friday*.

C) 20% de acréscimo do valor pago, se a tivesse comprado no dia anterior à *Black Friday*.

D) 25% de acréscimo do valor pago, se a tivesse comprado no dia anterior à *Black Friday*.

E) 50% de acréscimo pago, se a tivesse comprado no dia anterior à *Black Friday*.

04. V2FC (UECE) Em uma empresa multinacional, 60% dos seus 2 400 funcionários são do sexo feminino. Se 672 dos funcionários do sexo masculino são de nacionalidade brasileira e 25% das mulheres não são brasileiras, então, a porcentagem do total de funcionários que não são brasileiros é

A) 23%.
B) 25%.
C) 27%.
D) 29%.

05. BQOT

(CEFET-RJ) O preço do novo celular CefeX sofreu três reajustes durante o ano de 2015: um aumento de 20% em fevereiro; outro de mais 25% em junho; e, em outubro, um desconto de 40%. Com base nessas informações, qual é a porcentagem final de variação do preço sofrido pelo produto, em relação ao preço inicial, durante o ano de 2015?

06. GAR2

(UEG-GO) Com a alta da inflação e para não repassar aos clientes o aumento dos gastos na produção de suco de laranja, um empresário decidiu que no próximo mês 10% do volume desse suco será composto por água, volume que atualmente é de apenas 4%. Se hoje são consumidos 10 000 litros de água no volume de suco de laranja produzido, mantendo-se a mesma quantidade produzida, no próximo mês a quantidade de água consumida no volume desse suco será de

A) 10 000 litros.

B) 12 500 litros.

C) 16 000 litros.

D) 25 000 litros.

07. (UFU-MG) Um estudante recorre a uma imobiliária na expectativa de alugar um apartamento. A imobiliária exige de seus locatários o pagamento de um depósito caução, dividido em três parcelas fixas e de iguais valores, a serem pagas junto com as mensalidades do aluguel nos três primeiros meses.

Essas mensalidades são fixas e de iguais valores. O estudante desembolsará, em um ano de contrato, um total de R$ 8 400,00, de maneira que o desembolso total, após o término do pagamento do depósito caução, será 80% superior àquele correspondente ao desembolso referente aos três primeiros meses.

Nas condições apresentadas, o valor do depósito caução é igual a

A) R$ 1 400,00.

B) R$ 1 200,00.

C) R$ 900,00.

D) R$ 1 800,00.

08. KDKB

(ACAFE-SC) O gerente de uma academia de dança faz uma promoção para aumentar o número de frequentadores, tanto do sexo masculino quanto do feminino. Com a promoção, o número de frequentadores do sexo masculino aumentou de 80 para 126 e, apesar disso, o percentual da participação de homens caiu de 40% para 28%.

Com essas informações, o número de mulheres que frequentam essa academia, após a promoção, teve um aumento de

A) 170%.

B) 70%.

C) 60%.

D) 270%.

09. 4KLW

(UERJ) Para combater a subnutrição infantil, foi desenvolvida uma mistura alimentícia composta por três tipos de suplementos alimentares: I, II e III. Esses suplementos, por sua vez, contêm diferentes concentrações de três nutrientes: **A**, **B** e **C**. Observe as tabelas a seguir, que indicam a concentração de nutrientes nos suplementos e a porcentagem de suplementos na mistura, respectivamente.

Nutriente	Concentração dos suplementos alimentares (g/kg)		
	I	II	III
A	0,2	0,5	0,4
B	0,3	0,4	0,1
C	0,1	0,4	0,5

Suplemento alimentar	Quantidade na mistura (%)
I	45
II	25
III	30

A quantidade do nutriente **C**, em g/kg encontrada na mistura alimentícia é igual a:

A) 0,235

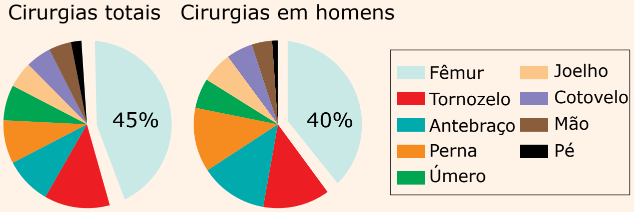
B) 0,265

C) 0,275

D) 0,295

10. 2TF4

(UERJ) No mapa mensal de um hospital, foi registrado o total de 800 cirurgias ortopédicas, sendo 440 em homens, conforme os gráficos a seguir.



Cirurgias totais   Cirurgias em homens

De acordo com esses dados, o número total de cirurgias de fêmur realizadas em mulheres foi:

A) 144

B) 162

C) 184

D) 190

11. ML50

(UFES) Um empregado recebe um salário mensal para trabalhar 8 horas diárias. Trabalhando 2 horas extras todo dia, ele tem um acréscimo de 50% em seu salário. Quanto ele ganha a mais por hora extra?

A) 50%

B) 60%

C) 80%

D) 100%

E) 120%

12. UXLZ (UFF-RJ) A confeitaria Cara Melada é conhecida por suas famosas balas de leite, vendidas em pacotes. No Natal, essa confeitaria fez a seguinte promoção: colocou, em cada pacote, 20% a mais de balas e aumentou em 8% o preço do pacote. Determine a variação, em porcentagem, que essa promoção acarretou no preço de cada bala do pacote.

13. (EPCAR-MG–2022) O proprietário de uma loja de motos comprou duas motos para revenda e pagou o total de R$ 27 000,00.

Na revenda dessas motos, o proprietário lucrou 10% com a primeira e, apesar de ter tido um prejuízo de 5% com a segunda, no total ele ainda teve lucro de R$ 750,00 sobre o valor de compra.

É correto afirmar que

A) a segunda moto foi revendida por mais de R$ 12 400,00.

B) a primeira moto custou, para a loja, R$ 1 050,00 a mais que a segunda.

C) o lucro na revenda dessas duas motos foi inferior a 2,5% do valor de compra.

D) a diferença entre os preços de revenda dessas motos é maior que R$ 3 000,00.

14. WU8H (FUVEST-SP) Um lojista sabe que, para não ter prejuízo, o preço de venda de seus produtos deve ser no mínimo 44% superior ao preço de custo. Porém, ele prepara a tabela de preços de venda acrescentando 80% ao preço de custo, porque sabe que o cliente gosta de obter desconto no momento da compra. Qual é o maior desconto que ele pode conceder ao cliente, sobre o preço da tabela, de modo a não ter prejuízo?

A) 10%

B) 15%

C) 20%

D) 25%

E) 36%

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Enem–2021) Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: **X**, **Y** e **Z**. O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R$ 45,00	R$ 40,00	R$ 50,00
Farmácia 2	R$ 50,00	R$ 50,00	R$ 40,00
Farmácia 3	R$ 65,00	R$ 45,00	R$ 35,00

Dessas farmácias, algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos **X** e **Y** na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento **Z**, e não há desconto para o medicamento **Z**;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

A) X, Y e Z na Farmácia 1.

B) X e Y na Farmácia 1, e Z na Farmácia 3.

C) X e Y na Farmácia 2, e Z na Farmácia 3.

D) X na Farmácia 2, e Y e Z na Farmácia 3.

E) X, Y e Z na Farmácia 3.

02. (Enem–2021) Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2 000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave **A**, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando uma dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave **A** pelo modelo de aeronave **B**, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo **A**, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro.

A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave **B**, em relação à do modelo de aeronave **A**, em um voo lotado entre as duas cidades, é

A) 10% menor.

B) 1% menor.

C) igual.

D) 1% maior.

E) 11% maior.

03. (Enem–2019) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

IBGE. *Censo 2010*. Disponível em: www.ibge.gov.br.
Acesso em: 13 ago. 2012 (Adaptação).

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

A) R$ 1 340,00.

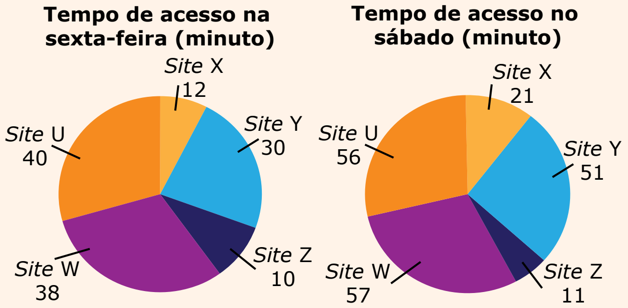
B) R$ 1 349,00.

C) R$ 1 375,00.

D) R$ 1 465,00.

E) R$ 1 474,00.

04. DKGI (Enem) Quanto tempo você fica conectado à Internet? Para responder a essa pergunta, foi criado um miniaplicativo de computador que roda na área de trabalho, para gerar automaticamente um gráfico de setores, mapeando o tempo que uma pessoa acessa cinco *sites* visitados. Em um computador, foi observado que houve um aumento significativo do tempo de acesso da sexta-feira para o sábado, nos cinco *sites* mais acessados. A seguir, temos os dados do miniaplicativo para esses dias.



Analisando os gráficos do computador, a maior taxa de aumento no tempo de acesso, da sexta-feira para o sábado, foi no *site*

A) X.
B) Y.
C) Z.
D) W.
E) U.

05. (Enem) Um atacadista compra de uma fábrica um produto por R$ 10,00 e repassa às lojas por um preço 50% superior. Para obterem um lucro suficiente com o produto, os lojistas fazem a revenda com acréscimo de preço de 100% do valor pelo qual compraram.

Qual é o preço final, em real, de um produto que passou pelas três etapas listadas?

A) 15,00
B) 20,00
C) 25,00
D) 30,00
E) 40,00

06. (Enem) Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90%, dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem **P** da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película.

De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de **P** é:

A) [35; 63]
B) [40; 63]
C) [50; 70]
D) [50; 90]
E) [70; 90]

07. (Enem) O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (Adaptação).

Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

A) R$ 900,00.
B) R$ 1 200,00.
C) R$ 2 100,00.
D) R$ 3 900,00.
E) R$ 5 100,00.

08. (Enem) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 03 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

A) 4%.
B) 20%.
C) 36%.
D) 64%.
E) 96%.

09. (Enem) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R$ 3 800,00 gerado pela aplicação.

A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

A) R$ 4 222,22.

B) R$ 4 523,80.

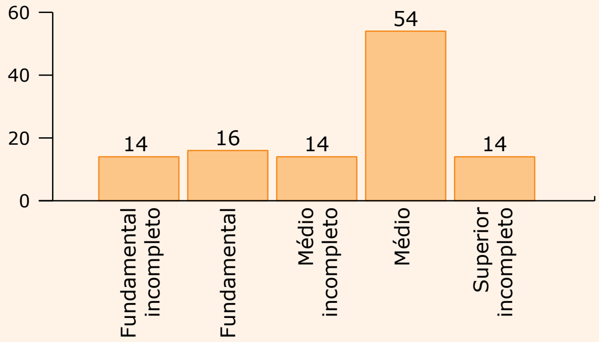
C) R$ 5 000,00.

D) R$ 13 300,00.

E) R$ 17 100,00.

10. (Enem) A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa a seguir, realizada com os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do Rio de Janeiro.

Total: 112 jogadores



O GLOBO. 24 jul. 2005.

De acordo com esses dados, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que concluíram o Ensino Médio é de, aproximadamente,

A) 14%.

B) 48%.

C) 54%.

D) 60%.

E) 68%.

11. (Enem) O tabagismo (vício em fumo) é responsável por uma grande quantidade de doenças e mortes prematuras na atualidade. O Instituto Nacional do Câncer divulgou que 90% dos casos diagnosticados de câncer de pulmão e 80% dos casos diagnosticados de enfisema pulmonar estão associados ao consumo de tabaco. Paralelamente, foram mostrados os resultados de uma pesquisa realizada em um grupo de 2 000 pessoas com doenças de pulmão, das quais 1 500 são casos diagnosticados de câncer, e 500 são casos diagnosticados de enfisema.

Com base nessas informações, pode-se estimar que o número de fumantes desse grupo de 2 000 pessoas é, aproximadamente:

A) 740

B) 1 100

C) 1 310

D) 1 620

E) 1 750

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. A
○ 02. A
○ 03. E
○ 04. C
○ 05. B
○ 06. C
○ 07. B
○ 08. E

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. D
○ 02. E
○ 03. D
○ 04. C
○ 05. 10%
○ 06. D
○ 07. B
○ 08. A
○ 09. D
○ 10. C
○ 11. D
○ 12. Redução de 10% no preço de cada bala.
○ 13. D
○ 14. C

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. C
○ 02. B
○ 03. E
○ 04. A
○ 05. D
○ 06. A
○ 07. B
○ 08. C
○ 09. C
○ 10. D
○ 11. E

Total dos meus acertos: _____ de _____ . ______ %

Matemática Básica

Capítulo 3: Razões e Proporções

Razão

A razão entre dois números **a** e **b**, sendo **b** diferente de zero, é o mesmo que o resultado da divisão entre **a** e **b** (a : b). A razão também pode ser representada pela fração $\frac{a}{b}$.

Exemplos:

- A razão entre 2 e 3 é igual a $\frac{2}{3}$.
- A razão entre 3 e 2 é igual a $\frac{3}{2}$.

O primeiro valor indicado na razão será sempre o numerador da fração e o segundo valor será o denominador.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Em uma sala, com 50 alunos, a razão entre o número de meninos e meninas é de $\frac{14}{11}$. Qual é a razão entre o número de meninas e o total de alunos da sala?

Resolução:

A razão $\frac{14}{11}$, indica que a cada 14 meninos, existem 11 meninas, ou seja, 14 + 11 = 25 alunos.

Mas o enunciado afirma que são 50 alunos, sendo assim, o dobro dos valores dados. Nessa sala existem 11 . 2 = 22 meninas.

Logo, a razão de meninas e o total de alunos é:

$\frac{22}{50} = \frac{11}{25}$ (razão simplificada)

Razões especiais

Escala

É a razão entre a medida do comprimento no mapa (ou desenho) e a medida do comprimento real correspondente.

$$E = \frac{d}{D}$$

Sendo:

E = escala;

d = comprimento no desenho;

D = comprimento real.

Exemplos:

- Se o desenho de uma casa está na escala 1 : 60 indica que o comprimento de 1 cm no desenho corresponde a 60 cm do comprimento real.
- Uma parte de uma estrada, compreendendo 200 m, será desenhado no mapa, correspondendo a 4 cm. Logo, a escala usada será:

Comprimento no mapa	Comprimento real
4 cm	200 m = 20 000 cm

Logo, a escala é 4 : 200, ou $\frac{4}{200}$.

Simplificando os termos da fração por 4, $\frac{4^{:4}}{200_{:4}} = \frac{1}{50}$, temos que a escala também pode ser escrita como 1 : 50.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Escala, em cartografia, é a relação matemática entre as dimensões reais do objeto e a sua representação no mapa. Assim, em um mapa de escala 1 : 50 000, uma cidade que tem 4,5 km de extensão entre seus extremos será representada com

A) 9 cm.

B) 90 cm.

C) 225 mm.

D) 11 mm.

Resolução:

1º A escala 1 : 50 000 indica que o comprimento de 1 cm no mapa corresponde a 50 000 cm do comprimento real. Escrevendo essa razão, temos:

$$\frac{1}{50\ 000}$$

2º Transformar 4,5 km, do comprimento real, para centímetros:

4,5 km = 4,5 . 100 000 = 450 000 cm

3º Montando uma proporção entre a escala e a razão entre x (medida a ser determinada do valor de 4,5 km) e 450 000 cm.

$$\frac{1}{50000} = \frac{x}{450000} \Rightarrow$$

$50\,000 \,.\, x = 450\,000 \Rightarrow$

$x = 9$ cm

Velocidade média

É a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto.

$$V = \frac{d}{t}$$

Sendo:

V = velocidade;

d = distância percorrida;

t = tempo gasto.

Exemplo:

- Vinícius percorreu 80 km em 2 horas. Logo, sua velocidade média foi de: $V = \frac{d}{t} \Rightarrow \frac{80 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 40 \text{ km/h}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. (Cesgranrio) Uma pessoa, correndo, percorre 4,0 km com velocidade escalar média de 12 km/h. O tempo do percurso é de:

A) 3,0 min

B) 8,0 min

C) 20 min

D) 30 min

E) 33 min

Resolução:

Os dados do problema são velocidade V = 12 km/h e a distância percorrida de 4 km. Através da fórmula temos que:

$$V = \frac{d}{t}$$

Substituindo os valores:

$$V = \frac{d}{t} \Rightarrow 12 = \frac{4}{t} \Rightarrow$$

$$12t = 4 \Rightarrow$$

$$t = \frac{4^{:4}}{12_{:4}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{1}{3} \text{ hora}$$

Como 1 hora são 60 minutos, $\frac{1}{3}$ hora é o mesmo que $\frac{1}{3}$ de $60 = 60{:}3 = 20$ minutos.

Porcentagem (%)

Pode ser escrita como uma razão cujo denominador é 100 .

Exemplo:

- $20\% = \frac{20}{100}$

Quando escrita em forma de fração, ela pode ser simplificada, veja: $20\% = \frac{20^{:20}}{100_{:20}} = \frac{1}{5}$.

Logo, calcular 20% de um valor é o mesmo que calcular $\frac{1}{5}$ desse valor.

Veja, agora, como calcular a porcentagem de um valor acompanhando o exemplo a seguir:

- 20% de 640

$20 \,.\, 640 = 12\,800$

$12\,800 : 100 = 128$

Logo, 20% de 640 é igual a 128.

EXERCÍCIOS

01. Numa prova de 36 questões, um aluno acertou 12. Determine a razão:

A) Do número de questões que acertou para o número total de questões.

B) Do número de questões que errou para o número total de questões.

02. A altura de Carlos é 1,80 m e a altura de Charles é de 150 cm. Qual é a razão entre as alturas de Charles e Carlos?

03. Numa partida de basquete Danilo fez 16 arremessos, acertando 8 deles.

A) Qual a razão do número de acertos para o número total de arremessos de Danilo?

B) Qual a razão entre o número de arremessos que Danilo acertou e o número de arremessos que ele errou?

04. Gustavo subiu na balança para saber como estava sua massa e se espantou com os seus 100 kg. Márcio, ao subir na mesma balança, ficou mais feliz com 80 000 g. Qual a razão entre os pesos de Gustavo e Márcio?

05. Numa sala de aula de 40 alunos, 8 foram reprovados. Determine:

A) A razão do número de alunos reprovados para o total de alunos.

B) A razão do número de alunos aprovados para o total de alunos.

06. No último concurso para professor, havia 6 000 candidatos. Tendo sido aprovados apenas 1 200, determine a razão entre o número de reprovados e o número de candidatos.

07. (FGV-SP) Em uma sala de aula, a razão entre o número de homens e o de mulheres é $\frac{3}{4}$. Seja N o número total de pessoas (número de homens mais o de mulheres). Um possível valor para N é:

A) 46
B) 47
C) 48
D) 49
E) 50

08. (IFSP) O dono de uma empresa foi pesquisar preços e benefícios de 5 tipos de canetas, uma vez que teria que comprar um grande número. Os dados coletados foram os seguintes:

Tipo de caneta	Preço	Nº. médio de palavras que ela escreve com a carga de tinta
I	R$ 2,50	20 000
II	R$ 3,50	25 000
III	R$ 3,00	30 000
IV	R$ 4,00	35 000
V	R$ 5,00	40 000

Para que o dono da empresa tenha o melhor custo / benefício na compra das canetas, ele deve comprar as do tipo

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

09. (UEMA) Analise o gasto de três usuários de ônibus da ilha de São Luís – MA. Pandolfo vai ao trabalho no ônibus da linha de Ribamar, paga R$ 2,30 por passagem e percorre 11,5 km de sua casa ao trabalho. Jaulina vai à aula de hidroginástica no ônibus da linha do Maiobão, paga R$ 2,10 por passagem e percorre 14 km. Ambrosina vai ao teatro no ônibus do Caratatiua, paga R$ 1,70 e percorre 5 km. A afirmação correta, considerando o valor pago por cada usuário de ônibus e o quilômetro percorrido, é a seguinte:

A) Jaulina paga R$ 0,20 por quilômetro percorrido.
B) Pandolfo paga o menor valor por quilômetro percorrido.
C) Ambrosina paga maior valor por quilômetro percorrido.
D) Jaulina e Pandolfo pagam juntos R$ 0,45 por quilômetro percorrido.
E) Ambrosina e Pandolfo pagam juntos R$ 0,60 por quilômetro percorrido.

10. (UFG-GO) Um quebra-cabeça de 100 peças mede 26 cm por 36 cm, enquanto outro quebra-cabeça de 2 000 peças mede 48 cm por 136 cm. Nessas condições,

A) Calcule a razão entre a área média de uma peça do quebra-cabeça de 100 peças e do quebra-cabeça de 2 000 peças, nessa ordem.
B) Se uma pessoa gastou 10 horas para montar o quebra-cabeça de 100 peças e 360 horas para montar o quebra-cabeça de 2 000 peças, calcule a diferença entre a quantidade média de peças que ela colocou, por hora, para montar cada um dos quebra-cabeças.

11. (UFSJ-MG) O Partenon é uma obra arquitetônica grega, cujas aberturas entre suas colunas têm o formato de quadriláteros que são chamados de retângulos de ouro.

Disponível em: <www.aluzdaluz.com.br/arte_grega.htm>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Eles recebem esse nome porque a razão entre a altura AB e a base AD é igual ao número de ouro, que é igual a, aproximadamente, 1,618.

Para que as portas de uma construção, que têm altura de 2,43 metros, também sejam retângulos de ouro, é correto afirmar que elas terão suas larguras entre

A) 1,5 m e 1,51 m.
B) 1,61 m e 1,62 m.
C) 1,4 m e 1,41 m.
D) 1,31 m e 1,32 m.

12. Um automóvel percorreu a distância de 400 km em 8 horas. Qual sua velocidade média?

13. O micro-ônibus de Jorge fez um percurso a 220 km/h durante 5 horas. Qual a distância percorrida?

14. Se um automóvel percorre a distância de 300 km com velocidade média de 100 km/h, qual o tempo gasto nessa viagem?

15. (FUVEST-SP) Após chover na cidade de São Paulo, as águas da chuva descerão o rio Tietê até o rio Paraná, percorrendo cerca de 1 000 km. Sendo de 4 km/h a velocidade média das águas, o percurso mencionado será cumprido pelas águas da chuva em aproximadamente:

A) 30 dias
B) 10 dias
C) 25 dias
D) 2 dias
E) 4 dias

16. (CEFET-MG) Uma moto, com velocidade constante de 80 km/h, percorre a distância de 180 km entre Belo Horizonte e Santa Rita do Rio do Peixe em um tempo de

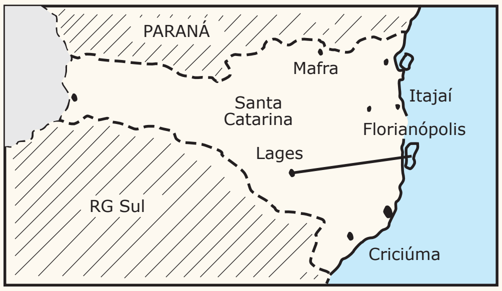
A) 2h 15 min.
B) 2 h 25 min.
C) 2 h 30 min.
D) 2 h 45 min.

17. Num mapa feito na escala 1 : 20 000 a distância entre duas cidades A e B é 4,8 cm. Calcule a distância real entre as duas cidades em km.

18. Na maquete de uma praça pública construída na escala 1 : 80, o edifício da prefeitura, de 12,5 m de altura, está representado com uma altura de?

19. Uma maquete foi construída na razão 1 : 50. Se a altura de um prédio na maquete for de 80 cm, qual é a altura real desse prédio?

20. (UFPE) Utilizando o mapa, calcule a distância real, em linha reta, entre as cidades de Florianópolis e Lajes, sabendo que a distância gráfica é de 1,7 cm:



ESCALA 1:10 000 000

Assinale as afirmações verdadeiras e as afirmações falsas.

A) 1 700 km
B) 170 000 m
C) 1 700 000 m
D) 170 km
E) 1 700 m

21. (UFC-CE) Considere um mapa geográfico cuja escala é de 1 : 1 000 000, e a distância em linha reta entre duas cidades é de aproximadamente 7 cm. Assinale a alternativa que indica corretamente a distância real entre duas cidades.

A) 700 km.
B) 70 km.
C) 7 km.
D) 7 000 km.
E) 170 km.

22. (UPF-RS) Analisando um mapa temático cuja escala é de 1 : 1 000 000 e a distância, em linha reta, entre duas cidades é de, aproximadamente, 8 cm, a alternativa que indica, corretamente, a distância real entre as duas cidades é:

A) 80 km
B) 8 km
C) 800 km
D) 8 000 km
E) 180 km

23. (FMU) Em um mapa cuja escala é 1 : 2 500 000, duas cidades estão separadas, em linha reta, por 5 centímetros. A distância real (no terreno) entre essas duas cidades é

A) 50 km
B) 75 km
C) 125 km
D) 500 km
E) 1 250 km

24. (UFRN) Uma cidade está localizada a 5 cm de outra, medidos sobre um mapa de escala 1 : 200 000. Desprezando as distorções normais de uma projeção, marque a opção que indica a distância real (no terreno) entre as cidades.

A) 5 km
B) 100 km
C) 10 km
D) 50 km

25. (PUC Minas) Na maquete de uma casa, feita na escala 1 : 500, uma sala tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. A capacidade, em litros, dessa sala é

A) 640
B) 6 400
C) 800
D) 8 000
E) 80 000

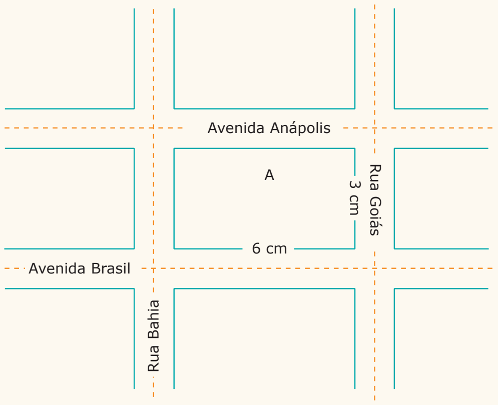
26. (IFSP) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de

A) 56
B) 60
C) 66
D) 72
E) 78

27. (IFPE) Nos mapas usados nas aulas de Geografia encontramos um tipo de razão chamada de escala. Uma escala é a relação matemática entre o comprimento ou a distância medida sobre um mapa e a sua medida real na superfície terrestre. Em um mapa encontramos a escala 1 : 200 000. Se nesse mapa a distância entre duas cidades é igual a 65 cm, então a distância real, em km, entre as cidades é igual a

A) 100
B) 105
C) 110
D) 120
E) 130

28. (UEG-GO) Analise o desenho a seguir:



Tendo em vista que, na planta acima, a quadra **A** possui uma área de 1 800 m^2, a escala numérica da planta é

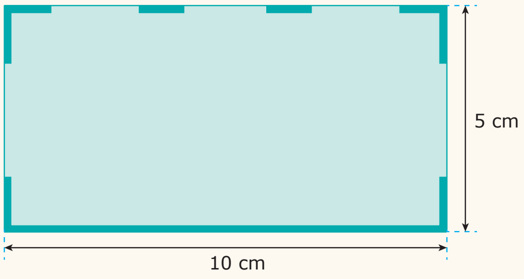
A) 1 : 10 000

B) 1 : 1 000

C) 1 : 100

D) 1 : 10

29. (Unesp–2015) Para divulgar a venda de um galpão retangular de 5 000 m^2, uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura.



O maior lado do galpão mede, em metros,

A) 200.

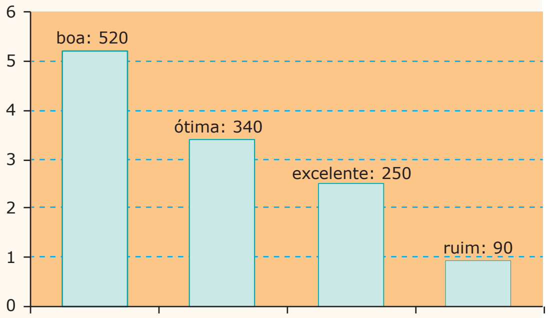
B) 25.

C) 50.

D) 80.

E) 100.

30. (UEMG) Numa pesquisa de opinião feita para verificar o nível de satisfação com a administração de um certo prefeito, foram entrevistadas 1 200 pessoas, que escolheram uma, e apenas uma, entre as possíveis respostas: excelente, ótima, boa e ruim. O gráfico a seguir mostra o resultado da pesquisa.



De acordo com o gráfico, é correto afirmar que o percentual de entrevistados que consideram a administração do prefeito ótima ou boa é de, aproximadamente,

A) 62,6%.

B) 69,3%.

C) 71,6%.

D) 82,4%

31. (UFPB) Em uma prova de rali, um carro percorreu 85% do percurso. Sabendo-se que faltam 180 km para completar a prova, é correto afirmar que o percurso total desse rali é:

A) 2 100 km

B) 1 020 km

C) 1 120 km

D) 1 210 km

E) 1 200 km

32. (CASA0902 / 10) Uma fundação que cuida de crianças abandonadas conseguiu, em janeiro, encaminhar 72 crianças para adoção, o que representa 60% das crianças da fundação. Pode-se concluir que o número de crianças dessa fundação que não foram encaminhadas é

A) 44.

B) 46.

C) 47.

D) 48.

E) 52.

33. (UNIP-SP) O preço da tabela de um carro é R$ 16 000,000. Pagando à vista, o comprador consegue um desconto de 15% e pagará pelo carro apenas:

A) R$ 12 000,00

B) R$ 12 800,00

C) R$ 13 500,00

D) R$ 13 600,00

E) R$ 13 900,00

34. (UFRN) Compareceram 42 alunos a determinada aula. Sabendo-se que 16% dos alunos faltaram, qual o total de alunos ausentes?

A) 4

B) 16

C) 10

D) 8

E) 20

35. (UFPB) Dos 120 alunos de um determinado curso apenas 20% não gostam de Matemática. Quantos alunos desse curso gostam de Matemática?

36. (UEMG) No ano de 2005, o total de alunos matriculados numa certa escola era de 1 050. Em 2006, a mesma escola contava com 1 230 matrículas. O acréscimo percentual do número de matrículas de um ano para o seguinte foi de, aproximadamente,

A) 10%

B) 17%

C) 20%

D) 21%

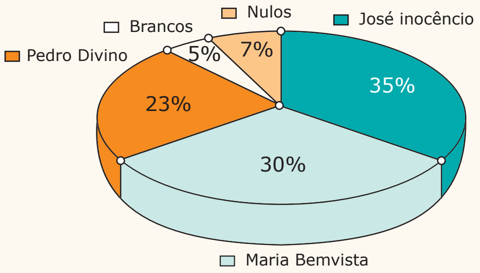
37. (FAAP-SP) Um determinado bem que custava R$ 112,50 teve um aumento passando a custar R$ 121,50. A majoração sobre o preço antigo foi de:

A) 10,8%
B) 1,0%
C) 10,0%
D) 8,0%
E) 12,5%

38. (Unicamp-SP) Para repor o teor de sódio no corpo humano, o indivíduo deve ingerir aproximadamente 500 mg de sódio por dia. Considere que determinado refrigerante de 350 mL contém 35 mg de sódio. Ingerindo-se 1 500 mL desse refrigerante em um dia, qual é a porcentagem de sódio consumida em relação às necessidades diárias?

A) 45%
B) 60%
C) 15%
D) 30%

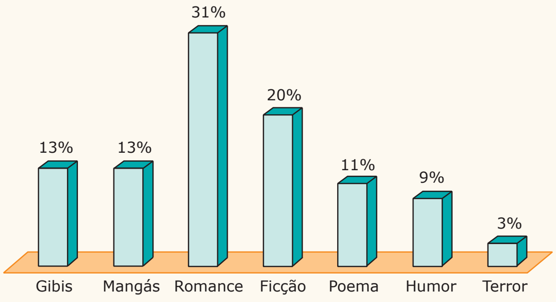
39. (IFSP) Numa pesquisa dos candidatos a prefeito de uma cidade, têm-se os candidatos Pedro Divino, Maria Bemvista e José Inocêncio. Com relação ao gráfico das intenções de votos, a seguir, se a cidade possui 50 000 eleitores, o número de votos do candidato mais cotado será



A) 7 000.
B) 11 500.
C) 15 000.
D) 17 500.
E) 20 000.

40. (IFSC–2017) Uma escola decidiu realizar uma pesquisa entre seus alunos para determinar a porcentagem de leitores e também descobrir quais tipos de livros os alunos preferiam ler. A partir do resultado dessa pesquisa, obteve-se o seguinte gráfico:

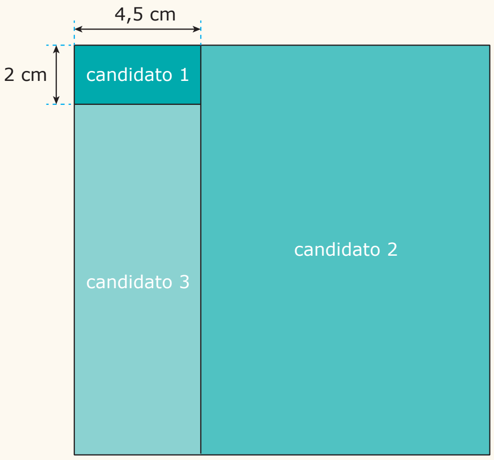
Tipos de livros lidos pelos alunos



Com base nos dados representados no gráfico, considerando-se que essa pesquisa foi realizada com 1 200 alunos e que cada aluno somente poderia escolher uma das opções, qual o número de alunos dessa escola que são leitores de romance e de humor, respectivamente:

A) 120 e 130
B) 322 e 88
C) 372 e 108
D) 310 e 90
E) 278 e 75

41. (Unesp–2018) Os estudantes 1, 2 e 3 concorreram a um mesmo cargo da diretoria do grêmio de uma faculdade da UNESP, sendo que 1 obteve 6,25% do total de votos que os três receberam para esse cargo. Na figura, a área de cada um dos três retângulos representa a porcentagem de votos obtidos pelo candidato correspondente. Juntos, os retângulos compõem um quadrado, cuja área representa o total dos votos recebidos pelos três candidatos.



Do total de votos recebidos pelos três candidatos, o candidato 2 obteve

A) 61,75%.
B) 62,75%.
C) 62,50%.
D) 62,00%.
E) 62,25%.

Proporção

A razão $\frac{2}{4}$, se simplificada por 2, é igual à razão $\frac{1}{2}$.

Significa que $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ segue uma proporção.

Proporção é uma igualdade entre duas ou mais razões.

A razão entre a e b é igual a razão entre c e d: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Nesta proporção, a e d são chamados de extremos, ao passo que b e c são considerados meios da proporção.

Propriedade fundamental das proporções

O produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$$

Propriedade das proporções

A proporção entre duas razões é igual a razão da soma dos numeradores pela soma dos denominadores.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Exemplo:

- $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{2+1}{4+2} = \frac{3}{6}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. (UERJ) Para preparar um refresco, uma pessoa misturou dentro de uma jarra 300 mL de suco concentrado mais 900 mL de água. Para preparar 5 litros desse refresco, com a mesma proporção de suco concentrado e água usada na jarra anterior, a quantidade de suco concentrado, em mL, que ela irá precisar será de

A) 1 025.
B) 1 250.
C) 1 320.
D) 1 430.
E) 1 525.

Resolução:

1º O refresco é composto por 300 mL de suco + 900 mL de água = 1 200 mL (total).

Para manter a mesma proporção, temos que a razão entre o suco e total é:

$$\frac{300}{1\,200} = \frac{1}{4}(\text{simplificada}).$$

2º Transformar 5 litros em mL, pois é pedido em mililitros.

5 . 1 000 = 5 000 mL.

3º Montar a proporção, sabendo que x mL de suco, a ser determinado, num total de 5 000 mL de refresco:

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{5\,000} \Rightarrow$$

$4.x = 5\,000 \Rightarrow$

$x = 1\,250$ mL de suco.

EXERCÍCIOS

42. Qual é o valor desconhecido em cada proporção?

A) $\frac{x}{2} = \frac{x+1}{4}$
B) $\frac{x}{13} = \frac{9}{117}$
C) $\frac{4}{x} = \frac{16}{24}$
D) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$
E) $\frac{3}{2} = \frac{x}{48}$

43. (SPTR) Em uma concessionária de veículos, a razão entre o número de carros vermelhos e o número de carros prateados vendidos durante uma semana foi de $\frac{3}{11}$. Sabendo-se que nessa semana o número de carros vendidos (somente vermelhos e prateados) foi 168, pode-se concluir que, nessa venda, o número de carros prateados superou o número de carros vermelhos em

A) 96.
B) 112.
C) 123.
D) 132.
E) 138.

44. (SEED) Paulo acertou 75 questões da prova objetiva do último simulado. Sabendo-se que a razão entre o número de questões que Paulo acertou e o número de questões que ele respondeu de forma incorreta é de 15 para 2, e que 5 questões não foram respondidas por falta de tempo, pode-se afirmar que o número total de questões desse teste era

A) 110.
B) 105.
C) 100.
D) 95.
E) 90.

45. (Unicamp-SP–2014) A razão entre a idade de Pedro e a de seu pai é igual a $\frac{2}{9}$. Se a soma das duas idades é igual a 55 anos, então Pedro tem

A) 12 anos.
B) 13 anos.
C) 10 anos.
D) 15 anos.

46. (FGV) Em uma escola, a razão entre o número de alunos e o de professores é de 50 para 1. Se houvesse mais 400 alunos e mais 16 professores, a razão entre o número de alunos e o de professores seria de 40 para 1.

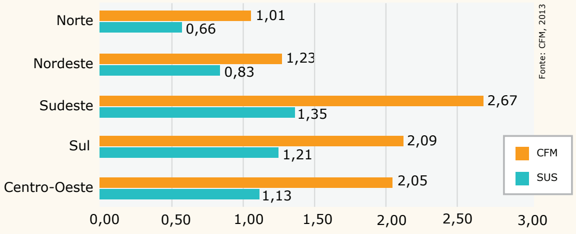
Podemos concluir que o número de alunos da escola é

A) 1 000
B) 1 050
C) 1 100
D) 1 150
E) 1 200

47. (Insper-SP) Por um terminal de ônibus passam dez diferentes linhas. A mais movimentada delas é a linha 1: quatro em cada sete usuários do terminal viajam nessa linha. Cada uma das demais linhas transporta cerca de 1 300 usuários do terminal por dia. Considerando que cada passageiro utiliza uma única linha, a linha 1 transporta por dia cerca de

A) 5 200 usuários do terminal.
B) 9 100 usuários do terminal.
C) 13 000 usuários do terminal.
D) 15 600 usuários do terminal.
E) 18 200 usuários do terminal.

48. (UERJ) Observe no gráfico o número de médicos ativos registrados no Conselho Federal de Medicina (CFM) e o número de médicos atuantes no Sistema Único de Saúde (SUS), para cada mil habitantes, nas cinco regiões do Brasil.



CFM, 2013.

O SUS oferece 1,0 médico para cada grupo de **x** habitantes.

Na região Norte, o valor de **x** é aproximadamente igual a

A) 660
B) 1 000
C) 1 334
D) 1 515

Grandezas diretamente proporcionais

Quando duas grandezas possuem razão constante, são chamadas de grandezas diretamente proporcionais. Em outras palavras, duas grandezas são diretamente proporcionais quando uma das grandezas é multiplicada (ou dividida) por um número e a outra grandeza também é multiplicada (ou dividida) pelo mesmo número (se uma **aumenta**, a outra **aumenta** na mesma proporção).

Exemplo:

- Se uma máquina produz 3 calças em 10 minutos, então a mesma máquina produzirá 6 calças em 20 minutos.

Para facilitar, veja a tabela:

	Calças	Tempo (minutos)	
x2	3	10	x 2
	6	20	

Veja o exemplo acima, escrito na forma de proporção:

$$\frac{3}{6} = \frac{10}{20}$$

Se simplificarmos as duas razões temos:

$$\frac{3^{:3}}{6_{:3}} = \frac{10^{:10}}{20_{:10}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Perceba que existe uma constante de proporcionalidade igual a $\frac{1}{2}$.

Se as grandezas são proporcionais, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \text{constante (k)}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. (PUC) Se (2; 3; x; ...) e (8; y; 4; ...) forem duas sucessões de números diretamente proporcionais, então:

A) x = 1 e y = 6
B) x = 2 e y = 12
C) x = 1 e y = 12
D) x = 4 e y = 2
E) x = 8 e y = 12

Resolução:

1º Os números do primeiro parêntese são diretamente proporcionais aos números do segundo parêntese. Assim, vamos montar a proporção:

$$\frac{2}{8} = \frac{3}{y} = \frac{x}{4} \begin{array}{l} \rightarrow \text{números do primeiro parêntese} \\ \rightarrow \text{números do segundo parêntese} \end{array}$$

2º Resolvendo as duas primeiras razões:

$$\frac{2}{8} = \frac{3}{y} \Rightarrow$$

2.y = 24 ⇒

y = 12

3º Resolvendo a primeira razão com a terceira razão:

$$\frac{2}{8} = \frac{x}{4} \Rightarrow$$

8.x = 8 ⇒

x = 1

Logo, x = 1 e y = 12.

Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas, tais que o produto entre elas é sempre constante, são chamadas de grandezas inversamente proporcionais. Em outras palavras, duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma das grandezas é **multiplicada** por um número e a outra grandeza é **dividida** pelo mesmo número (se uma **aumenta,** a outra **diminui** na mesma proporção).

Exemplo:

- Um automóvel a 50 km/h gasta 2 horas para ir de A para B. Se esse mesmo automóvel aumentar sua velocidade para 100 km/h, ele gastará 1 hora. Perceba que aumentar a velocidade diminui o tempo (quanto mais rápido, o tempo gasto é menor).

	Velocidade (km/h)	Tempo (horas)	
x2	50	2	:2
	100	1	

Como as grandezas são inversamente proporcionais, vamos inverter uma delas e aplicar a proporção. Veja o exemplo acima, escrito na forma de proporção:

$$\frac{50}{\frac{1}{2}} = \frac{100}{\frac{1}{1}} = \text{constante (k)}$$

$$50.2 = 100.1 = 100$$

Perceba que o produto entre as grandezas é constante e igual a 100, ou seja, existe uma constante de proporcionalidade inversa igual a 100.

Se as grandezas **a** e **c** são inversamente proporcionais a **b** e **d**, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{b}} = \frac{c}{\frac{1}{d}} = \text{constante (k)}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

06. (ILSL) Se os números da sucessão (x, y, 8) são inversamente proporcionais aos da sucessão (16, 8, 6) então a soma entre x e y é igual a:

A) 9
B) 10
C) 8
D) 12

Resolução:

1º Os números do primeiro parêntese são inversamente proporcionais aos números do segundo parêntese. Assim, vamos montar a proporção:

$$\frac{x}{\frac{1}{16}} = \frac{y}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{\frac{1}{6}}$$

→ números do primeiro parêntese

→ números do segundo parêntese invertidos

2º Resolvendo a primeira razão com a terceira:

$$\frac{x}{\frac{1}{16}} = \frac{8}{\frac{1}{6}} \Rightarrow$$

$16.x = 8.6 \Rightarrow$

$16.x = 48 \Rightarrow$

$x = 3$

3º Resolvendo a segunda razão e a terceira razão:

$$\frac{y}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{\frac{1}{6}} \Rightarrow$$

$8.y = 8.6 \Rightarrow$

$8.y = 48 \Rightarrow$

$y = 6$

4º Respondendo o problema: $x + y = 3 + 6 = 9$

EXERCÍCIOS

49. Os números da sequência (10, 15, 20, 25) são diretamente proporcionais aos números da sequência (2, 3, 4, 5). Determine a constante de proporcionalidade dessas sequências.

50. (IFCE–2016) Três números naturais são diretamente proporcionais a 2, 3 e 5. Se a soma dos quadrados desses números é 342, então os três números são

A) 6, 9 e 15.
B) 10, 30 e 50.
C) 4, 6 e 10.
D) 5, 8 e 12.
E) 8, 12 e 20.

51. (IFSP) A fotografia é uma forma de representação artística.

Um fotógrafo deseja ampliar uma fotografia sem a distorcer, isto é, pretende produzir uma imagem semelhante à original.

Se a fotografia original possui forma retangular de dimensões 12 cm x 16 cm, e o fotógrafo pretende utilizar uma constante de proporcionalidade k = 2,5, então as dimensões da fotografia ampliada serão

A) 25 cm x 42 cm.
B) 25 cm x 40 cm.
C) 30 cm x 40 cm.
D) 30 cm x 42 cm.
E) 32 cm x 44 cm.

52. Os pares de números "36 e 15" e "20 e x" são grandezas inversamente proporcionais. Quanto vale **x**?

53. (Unesp) Os professores de matemática e educação física de uma escola organizaram um campeonato de damas entre os alunos.

Pelas regras do campeonato, cada colocação admitia apenas um ocupante. Para premiar os três primeiros colocados, a direção da escola comprou 310 chocolates, que foram divididos entre os 1º, 2º e 3º colocados no campeonato, em quantidades inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 5, respectivamente. As quantidades de chocolates recebidas pelos alunos premiados, em ordem crescente de colocação no campeonato, foram

A) 155, 93 e 62
B) 155, 95 e 60
C) 150, 100 e 60
D) 150, 103 e 57
E) 150, 105 e 55

54. (Fatec-SP) Argamassa é uma mistura de cimento, cal, areia e água a qual serve para o assentamento de tijolos, revestimento de superfícies e execução de juntas.

Uma mistura de cimento, cal e areia será preparada de modo que para cada parte de cimento haja duas partes de cal e nove partes de areia.

Usando como unidade de medida uma lata de 18 litros, a quantidade de areia para preparar 300 latas dessa mistura será, em metros cúbicos,

A) 1,80
B) 2,25
C) 2,78
D) 4,05
E) 4,34

55. (CEFET-MG) Um tanque possui duas torneiras, sendo uma de entrada, que o enche em 5 horas, e outra de saída, que o esvazia em 7 horas. Supondo que esse tanque esteja totalmente vazio e que as torneiras sejam, abertas, ao mesmo tempo, às 15 horas, então, ele ficara totalmente cheio às

A) 8 h 30 min.
B) 8 h 50 min.
C) 20 h 30 min.
D) 20 h 50 min.

Divisão de uma quantia em partes proporcionais

Para dividir uma quantia em partes diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, devemos:

I. Determinar se as grandezas serão divididas de maneira direta ou inversamente proporcionais.

II. Montar a proporção dada utilizando de letras para os valores desconhecidos.

III. Utilizar as propriedades da proporção.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

07. João investiu R$ 500,00 na abertura de uma lanchonete. Juntamente a João, Carlos investiu R$ 400,00 e Danilo, R$ 200,00. Se no primeiro mês o lucro de R$ 330,00 foi dividido em partes proporcionais aos investimentos, quanto coube a cada um dos amigos?

Resolução:

Vamos chamar o lucro de cada amigo de:

Amigo	Lucro
João	x
Carlos	y
Danilo	z

Como houve a proporção direta entre lucro e investimento vamos escrever a proporção entre lucro e investimento de cada amigo:

João Carlos Danilo

$$\frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{z}{200}$$

Usando a propriedade das proporções:

$$\frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{z}{200} = \frac{x+y+z}{500+400+200}$$

Como o total do lucro (x + y + z) é igual a 330, vamos aplicar a propriedade das proporções e substituir x + y + z por 330.

$$\frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{z}{200} = \frac{330}{1\,100}$$

Resolva essa proporção por partes:

1º $\frac{z}{200} = \frac{330}{1\,100} \Rightarrow$

$1\,100.z = 330.200 \Rightarrow$

$1\,100.z = 66\,000 \Rightarrow$

$z = 60$

2º $\frac{y}{400} = \frac{330}{1\,100} \Rightarrow$

$1\,100.y = 400.330 \Rightarrow$

$1\,100.y = 132\,000 \Rightarrow$

$y = 120$

3º $\frac{x}{500} = \frac{330}{1\,100} \Rightarrow$

$1\,100.x = 500\ .\ 330 \Rightarrow$

$1\,100.x = 165\,000 \Rightarrow$

$x = 150$

Perceba que a soma dos lucros corresponde ao lucro total: 150 + 120 + 60 = 330

Danilo receberá R$ 60,00, Carlos receberá R$ 120,00 e João receberá R$ 150,00.

08. (UFV) As prefeituras das cidades A, B e C construíram uma ponte sobre o rio próximo a essas cidades. A ponte dista 10 km de A, 12 km de B e 18 km de C. O custo da construção, R$ 8 600 000,00, foi dividido em partes inversamente proporcionais às distâncias das cidades à ponte. Com a construção, a prefeitura da cidade A teve um gasto de:

A) R$ 3 200 000,00
B) R$ 3 600 000,00
C) R$ 3 000 000,00
D) R$ 3 800 000,00
E) R$ 3 400 000,00

Resolução:

1º Vamos montar a tabela com os dados do custo e as distâncias:

	A	B	C
Custo (R$)	x	y	z
Distância (km)	10	12	18

2º Como são grandezas inversamente proporcionais, vamos montar a proporção:

$$\frac{x}{\frac{1}{10}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{18}}$$

3º Usando a propriedade das proporções:

$$\frac{x}{\frac{1}{10}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{18}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}}$$

4º Reescrevendo essa proporção usando a divisão de frações:

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{x+y+z}{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}}$$

5º O custo total é de R$ 8 600 000,00, sendo representado pelos custos de A somado ao de B e C. Logo, x + y + z = 8 600 000.

Calculando a soma das frações que estão no denominador da última razão:

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18} = \frac{18+15+10}{180} = \frac{43}{180}$$

Então teremos:

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{x+y+z}{\frac{43}{180}} \Rightarrow$$

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{8\,600\,000}{\frac{43}{180}} \Rightarrow$$

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{8\,600000}{\frac{43}{180}} \Rightarrow$$

$$10.x = 12.y = 18.z = 200\,000.180$$

6º Resolvendo a primeira com última razão, para determinar os custos com A:

$10.x = \frac{200\,000}{180} \Rightarrow$

$10.x = 36\,000\,000 \Rightarrow$

$x = 3\,600\,000$

A prefeitura da cidade A teve um gasto de R$ 3 600 000,00.

EXERCÍCIOS

56. (ESA) Repartindo 420 em três partes que são diretamente proporcionais aos números 3, 7 e 4, respectivamente, encontramos:

A) 90, 210 e 120
B) 90, 300 e 30
C) 60, 240 e 120
D) 60, 220 e 140
E) 90, 200 e 130

57. (UFLA-MG) Três pessoas montam uma sociedade, na qual cada uma delas aplica, respectivamente, R$ 20 000,00, R$ 30 000,00 e R$ 50 000,00. O balanço anual da firma acusou um lucro de R$ 40 000,00. Supondo-se que o lucro seja dividido em partes diretamente proporcionais ao capital aplicado, cada sócio receberá, respectivamente:

A) R$ 5 000,00; R$ 10 000,00 e R$ 25 000,00
B) R$ 7 000,00; R$ 11 000,00 e R$ 22 000,00
C) R$ 8 000,00; R$ 12 000,00 e R$ 20 000,00
D) R$ 10 000,00; R$ 10 000,00 e R$ 20 000,00
E) R$ 12 000,00; R$ 13 000,00 e R$ 15 000,00

58. Uma herança de R$ 120 000,00 deve ser repartida entre três irmãos em partes diretamente proporcionais às idades de cada um dos herdeiros. Quanto receberá cada herdeiro, se eles possuem 15, 20 e 25 anos?

59. (UTFPR) Paula, Flávia e Olga se uniram para comprar uma confecção. Paula entrou com R$ 36 000,00, Flávia com R$ 45 000,00 e Olga com R$ 63 000,00. Um ano após o início dessa sociedade, constatou-se que a confecção havia dado a elas um lucro de R$ 19 200,00. Dividindo esse lucro proporcionalmente ao investimento inicial das sócias, quanto Paula, Flávia e Olga deverão receber, respectivamente?

A) R$ 4 800,00, R$ 6 000,00 e R$ 8 400,00.

B) R$ 3 400,00, R$ 6 500,00 e R$ 9 300,00.

C) R$ 5 200,00, R$ 6 400,00 e R$ 7 600,00.

D) R$ 4 200,00, R$ 6 800,00 e R$ 8 200,00.

E) R$ 5 400,00, R$ 6 850,00 e R$ 6 950,00.

60. (CEFET-MG) Uma herança de R$ 60 000,00 foi dividida entre três filhos **A**, **B** e **C**, de maneira inversamente proporcional às respectivas idades 10, 15 e 18 anos. A quantia, em reais, que o filho **B** recebeu foi de

A) 12 000,00.

B) 14 000,00.

C) 18 000,00.

D) 27 000,00.

61. (UPE) As famílias Tatu, Pinguim e Pardal realizaram uma viagem juntas, cada uma em seu carro. Cada família sabe muito bem o quanto o seu carro consome de gasolina. O quadro a seguir mostra o carro de cada uma das famílias, com os respectivos consumos médios.

Família	Carro	Consumo
Tatu	Penault	20 km/L
Pinguim	Pevrolet	15 km/L
Pardal	Piat	12 km/L

Nessa viagem, eles sempre pagaram a gasolina com o mesmo cartão de crédito. Ao final da viagem, eles perceberam que consumiram 1 200 litros de gasolina e gastaram 3 mil reais com esses abastecimentos.

Como eles decidiram dividir a despesa de forma proporcional ao que cada família consumiu, quanto deverá pagar a família Pardal?

A) R$ 750,00

B) R$ 1 000,00

C) R$ 1 050,00

D) R$ 1 250,00

E) R$ 1 800,00

62. (IFAL) Uma herança foi dividida entre a viúva, a filha, o filho e o segurança da família. A filha e o filho ficaram com a metade, distribuída na proporção de 4 para 3, respectivamente. A viúva ganhou o dobro do que coube ao filho, e o segurança, R$ 500,00. Calcule o valor da herança.

A) R$ 5 500,00

B) R$ 6 000,00

C) R$ 7 000,00

D) R$ 11 500,00

E) R$ 9 500,00

63. (EPCAR-MG) Uma mãe dividiu a quantia de R$ 2 100,00 entre seus três filhos de 3, 5 e 6 anos. A divisão foi feita em partes inversamente proporcionais às idades de cada um.

Dessa forma, é verdade que

A) o filho mais novo recebeu 100 reais a mais que a soma dos valores recebidos pelos outros dois filhos.

B) o filho mais velho recebeu 20% a menos que o filho do meio.

C) a quantia que o filho do meio recebeu é 40% do que recebeu o mais novo.

D) se a divisão fosse feita em partes iguais, o filho mais velho teria sua parte acrescida de 40% em relação ao que realmente recebeu.

Regra de três simples

Problemas que envolvem a comparação entre duas grandezas, conhecendo três valores para se descobrir o quarto valor, são resolvidos pela regra de três.

Resolver usando a regra de três é comparar as grandezas através da proporção, direta ou inversamente proporcionais.

Para resolver a regra de três simples:

I. Determine se as grandezas são inversamente ou diretamente proporcionais.

IMPORTANTE: se as grandezas são inversamente proporcionais, inverta uma das grandezas.

II. Monte a proporção e utilize a Propriedade fundamental da proporção. Lembre-se de que se a grandeza for inversamente proporcional, inverta uma das grandezas antes de aplicar a propriedade.

Exemplos:

- Um estoque de ração alimenta os 15 cães de um canil por 10 dias. Se fossem 20 cães, quantos dia duraria esse estoque de ração?

  Para facilitar, monte uma tabela com as grandezas e os valores:

Cães	Dias
↑ 15	10 ↓
20	X

Perceba que se aumenta o número de cães, o estoque de ração acabará em menos dias. Logo, são grandezas inversamente proporcionais. Para montar a proporção, invertemos uma das grandezas (no caso, vamos inverter "Cães"):

$$\frac{20}{15} = \frac{10}{x}$$

Aplicando a Propriedade fundamental da proporção:

$20 \,.\, x = 15 \,.\, 10 \Rightarrow$

$20 \,.\, x = 150 \Rightarrow$

$x = 7{,}5$ dias.

- Os cães de um canil consomem 100 kg de ração em 20 dias. Em quantos dias eles consumirão 80 kg?

Para facilitar, monte uma tabela com as grandezas e os valores:

Ração (kg)	Dias
↑ 100	20 ↑
80	x

Perceba que se aumenta a quantidade de ração a ser consumida, o número de dias para os cães consumi-las também aumentará. Logo, são grandezas diretamente proporcionais. Para montar a proporção, manteremos os valores como na tabela:

$$\frac{100}{80} = \frac{20}{x}$$

Aplicando a Propriedade fundamental da proporção:

$100 \,.\, x = 80 \,.\, 20 \Rightarrow$

$100 \,.\, x = 1\,600 \Rightarrow$

$x = 16$ dias.

Logo, serão gastos 16 dias para consumir os 80 kg de ração.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

09. (FAETEC) Uma engrenagem de 36 dentes movimenta uma outra de 48 dentes. Se a primeira engrenagem executa 100 voltas, a segunda engrenagem executará

A) 13 voltas.
B) 25 voltas.
C) 45 voltas.
D) 75 voltas.
E) 85 voltas.

Resolução:

Montando a proporção:

Dentes Voltas

$$\frac{36}{48} = \frac{100}{x}$$

Se aumentar o número de dentes de uma engrenagem, ela ficará maior e dará menos voltas. Logo, são grandezas inversamente proporcionais. Para resolver vamos inverter a razão dos dentes:

$$\frac{48}{36} = \frac{100}{x} \Rightarrow$$

$48x = 3\,600 \Rightarrow$

$x = 75$ voltas

A segunda engrenagem executará 75 voltas.

EXERCÍCIOS

64. Uma torneira despeja 35 litros de água em 7 minutos. Para encher uma caixa-d'água de 1 000 litros, essa torneira levará quanto tempo?

65. Joaquim comprou 15 metros de arame por R$ 25,00. Quanto ele pagará por 12 metros desse mesmo arame?

66. (IFAL–2017) Um técnico em edificações percebe que necessita de 9 pedreiros para construir uma casa em 20 dias. Trabalhando com a mesma eficiência, quantos pedreiros são necessários para construir uma casa do mesmo tipo em 12 dias?

A) 6
B) 12
C) 15
D) 18
E) 21

67. (IFBA–2017) Um produtor de cinema faz um documentário sobre os mistérios da natureza, composto por 60 curtas-metragens de 8 minutos cada. Se ele resolvesse utilizar curtas-metragens com duração de 3 minutos, o número de curtas-metragens que comporiam o documentário seria de

A) 23
B) 60
C) 90
D) 160
E) 260

68. (IFAL–2017) Uma editora utiliza 3 máquinas para produzir 1 800 livros num certo período. Quantas máquinas serão necessárias para produzir 5 400 livros no mesmo período?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

69. (IFSP–2016) Anderson pagou R$ 30,90 por 0,750 quilograma de um produto. Se ele tivesse comprado 1,250 quilogramas desse produto, ele teria pago o valor de

A) R$ 52,40.
B) R$ 50,60.
C) R$ 51,50.
D) R$ 53,70.
E) R$ 49,80.

70. (PUC Rio) Uma receita de bolo leva 8 ovos e 6 xícaras de açúcar. Se quisermos fazer a mesma receita com apenas 3 ovos, a quantidade correta de açúcar será

A) 3 xícaras de açúcar.
B) 2 xícaras de açúcar.
C) 2 xícaras e meia de açúcar.
D) 2 xícaras e um terço de xícara de açúcar.
E) 2 xícaras e um quarto de xícara de açúcar.

71. (PUC Rio) Em um círculo, um ângulo central de 20 graus determina um arco de 5 cm. Qual o tamanho do arco, em cm, determinado por um ângulo central de 40 graus?

A) 5
B) 10
C) 20
D) 40
E) 60

72. (PUC Minas) Por questões de segurança e de conforto, um estádio foi reformado e sua capacidade de público, reduzida.

Onde antes havia 8 lugares, agora há apenas 6. Se antes da reforma a capacidade do estádio era de 91 000 lugares, após a reforma o número de lugares passou a ser de

A) 64 300
B) 68 250
C) 72 400
D) 76 350

73. (Unisinos-RS) Uma empresa está asfaltando uma rodovia de 50 km. Sabendo-se que ela levou 12 dias para asfaltar 20 km, quantos dias levará para asfaltar os 30 km restantes?

A) 14
B) 16
C) 18
D) 20
E) 24

74. (CFTRJ) Carol pretende preparar um enorme bolo. Sua receita, entre outros ingredientes, leva 500 g de trigo, 300 g de chocolate e 150 g de açúcar. Sabendo que Carol usará 2,5 kg de trigo na receita, quanto deverá usar de chocolate e açúcar, respectivamente?

A) 1 kg e 400 g
B) 1,5 kg e 750 g
C) 1,5 kg e 800 g
D) 1,6 kg e 800 g

75. (Unesp) Semanalmente, o apresentador de um programa televisivo reparte uma mesma quantia em dinheiro igualmente entre os vencedores de um concurso. Na semana passada, cada um dos 15 vencedores recebeu R$ 720,00. Nesta semana, houve 24 vencedores; portanto, a quantia recebida por cada um deles, em reais, foi de

A) 675,00
B) 600,00
C) 450,00
D) 540,00
E) 400,00

76. (CEFET-MG) Para se fazer um feijão tropeiro, toma-se como referência a quantidade e o preço dos ingredientes relacionados na seguinte tabela:

Ingredientes para 10 pessoas	Preço (R$)
1 kg de feijão	4,30 o quilo
700 g de linguiça	8,00 o quilo
300 g de lombo	13,00 o quilo
6 ovos	3,00 a dúzia
1 kg de farinha	3,00 o quilo

O custo, em reais, do feijão tropeiro para 80 pessoas é igual a

A) 146,40
B) 183,00
C) 201,30
D) 222,00

77. (UEA-AM) A Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel) aprovou o pedido de elevação da cota do reservatório da Usina de Santo Antônio, no Rio Madeira (RO), de 70,5 metros para 71,3 metros. Na prática, isso significa que a usina terá direito de alagar uma área maior do que a inicialmente prevista, de 350 km² para 430 km².

O Estado de S. Paulo, 03 jul. 2013.

Admita que a área alagada seja proporcional à altura da cota. Nesse caso, se a cota desse reservatório for elevada para 71 metros, a área total alagada, em metros quadrados, será corretamente expressa por

A) $4 . 10^9$
B) $5 . 10^8$
C) $4 . 10^7$
D) $5 . 10^9$
E) $4 . 10^8$

78. (UFPE) Uma expedição tinha alimento suficiente para 30 dias. Passados 10 dias do seu início, outras 18 pessoas se juntaram às primeiras e o alimento durou mais 16 dias. Quantas eram as pessoas no início da expedição?

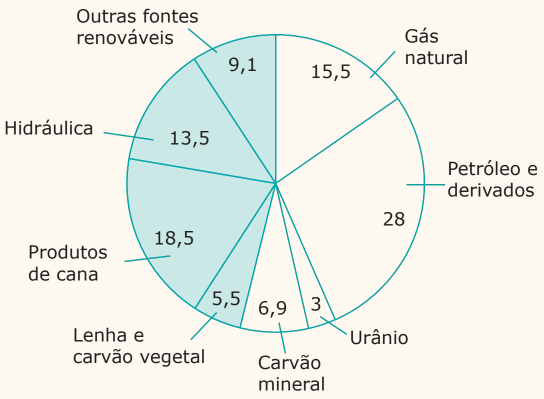
79. (UNEB-BA) "Considere reduzir o consumo de cafeína – algumas pesquisas sugerem que quem bebe quatro xícaras de café por dia tem três vezes mais chances de sofrer fratura nos quadris na velhice. Para combater esse efeito, alguns especialistas sugerem obter 40 mg extras de cálcio para cada 178 mL de café consumido."

BREWER, 2013.

De acordo com o texto, se uma pessoa consome regularmente café, apenas no trabalho, durante os cinco dias úteis da semana, em copinhos de 44,5 ml, tiver que ingerir 300 mg extras de cálcio por semana, então essa pessoa costuma ingerir por dia, em média, um total de copinhos de café igual a

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

80. (Unicamp) A figura abaixo exibe, em porcentagem, a previsão da oferta de energia no Brasil em 2030, segundo o Plano Nacional de Energia.



Segundo o plano, em 2030, a oferta total de energia do país irá atingir 557 milhões de tep (toneladas equivalentes de petróleo). Nesse caso, podemos prever que a parcela oriunda de fontes renováveis, indicada em cinza na figura, equivalerá a

A) 178,240 milhões de tep.

B) 297,995 milhões de tep.

C) 353,138 milhões de tep.

D) 259,562 milhões de tep.

81. (IFSUL–2016) Leia a tirinha a seguir.

Supondo-se que o menino alugue sua pá a 6 reais por hora e que a menina a utilize por 4 horas e 20 minutos, quanto ela lhe pagará, em reais?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28

82. (UERJ–2015) Na imagem da etiqueta, informa-se o valor a ser pago por 0,256 kg de peito de peru.

PEITO PERU

DEPTO.:

PESO : 0,256 kg

R$/kg :

2 243000 012804

DATA : 27/03/14

VALIDADE: 31/03/14

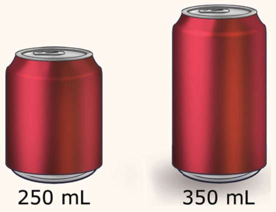
TOTAL R$

12,80

O valor, em reais, de um quilograma desse produto é igual a:

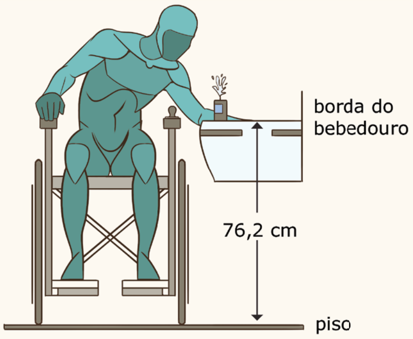
A) 25,60 B) 32,76 C) 40,00 D) 50,00

83. (UERJ–2018) Duas latas contêm 250 mL e 350 mL de um mesmo suco e são vendidas, respectivamente, por R$ 3,00 e R$ 4,90



Tomando por base o preço por mililitro do suco, calcule quantos por cento a lata maior é mais cara do que a lata menor.

84. (UFGRS-RS) Alguns especialistas recomendam que, para um acesso confortável aos bebedouros por parte de crianças e usuários de cadeiras de rodas, a borda desses equipamentos esteja a uma altura de 76,2 cm do piso, como indicado na figura a seguir.



Um bebedouro que tenha sido instalado a uma altura de 91,4 cm do piso à borda excedeu a altura recomendada. Dentre os percentuais a seguir, o que mais se aproxima do excesso em relação à altura recomendada é

A) 5%.
C) 15%.
E) 25%.
B) 10%.
D) 20%.

Regra de três composta

Em problemas com a comparação de mais de duas grandezas envolvidas usamos a regra de três composta. Uma maneira de resolver é seguindo os passos:

I. Organize os dados do problema, grandezas e valores, em uma tabela.

II. Compare a grandeza que tem o valor a ser determinado (x), com cada uma das outras (se são direta ou inversamente proporcionais), fixando as demais. Use setas ↑ (aumentar) ou ↓ (diminuir) para comparar as grandezas.

III. Monte a proporção entre as grandezas, sendo que a grandeza que tem a letra x fica no primeiro membro da igualdade e as outras grandezas no 2º membro da igualdade, em forma de produto(s). Importante: a grandeza que for inversamente proporcional (a grandeza que não possui x) deve ser invertida para resolução.

Exemplo:

- (FMP) Para construir 10 casas, 20 operários precisam de 12 dias de trabalho. Quantos dias 12 operários precisarão para construir 13 casas?

I. Tabela com os dados do problema:

Casas	Operários	Dias
10	20	12
13	12	x

II. Coloque ↑ na grandeza com a variável x, a ser determinado o valor, indicando que ela está aumentando. Nesse exemplo, será colocada em "Dias":

Casas	Operários	Dias
10	20	12 ↑
13	12	x

Comparando as grandezas, duas a duas, dias com casas: se aumentam os dias, aumenta o número de casas construídas (diretamente proporcionais).

Casas	Operários	Dias
10 ↑	20	12 ↑
13	12	x

Comparando dias com operários: se aumenta o número de dias a serem feitas as casas, podem-se diminuir o número de operários (inversamente proporcionais).

Casas	Operários	Dias
10 ↑	20 ↓	12 ↑
13	12	x

III. Montando a proporção, invertendo os valores da grandeza inversamente proporcional, temos:

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{13} \cdot \frac{12}{20} \Rightarrow$$

Resolvendo a proporção, tente simplificar as frações do 2º membro, numerador com denominador.

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{13} \cdot \frac{12}{20} \Rightarrow$$

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{26}$$

Logo, x = 26, o que significa que são necessários 26 dias.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

10. (USP – SP) Uma família composta de 6 pessoas consome, em 2 dias, 3 kg de pão. Quantos quilos de pão serão necessários para alimentá-la durante 5 dias, estando ausentes 2 pessoas?

Resolução:

1º Montando a tabela:

Pessoas	Dias	Pães (kg)
6	2	3
4	5	x

2º Comparando a grandeza com x (kg de pães) com número de pessoas:

Se aumenta os pães, aumenta o número de pessoas que podem comer (diretamente proporcionais):

Pessoas	Dias	Pães (kg)
6 ↑	2	3 ↑
4	5	x

Comparando a grandeza com x (kg de pães) com número de dias: Se aumenta os pães, aumenta o número de dias que as pessoas podem comer (diretamente proporcionais):

Pessoas	Dias	Pães (kg)
6 ↑	2 ↑	3 ↑
4	5	x

3º Montando a proporção:

$$\frac{3}{x} = \frac{6}{4} \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{x} = \frac{12}{20} \Rightarrow$$

$12 \cdot x = 60 \Rightarrow$

$x = 5$ kg de pães.

EXERCÍCIOS

85. (FCC-SP) Se 25 operários trabalhando 10 horas por dia abriram um canal com 238 m de comprimento em 17 dias, quantos operários serão necessários para abrir 686 m do mesmo canal em 25 dias de 7 horas de trabalho?

86. (UFMG) No ano passado, uma equipe de 13 professores, com um ritmo de trabalho supostamente constante, corrigiu 3 000 provas em 6 dias. Este ano, o número de provas aumentou para 5 500 e a equipe foi ampliada para 15 professores. Para se obter uma estimativa do número **n** de dias necessários para totalizar a correção, suponha que, durante todo o período de correção, o ritmo de trabalho da equipe deste ano será o mesmo da equipe do ano passado. O número **n** satisfaz a condição:

A) $n \leq 8$
B) $8 < n \leq 10$
C) $10 < n \leq 12$
D) $n > 12$

87. (PUC Campinas-SP) Sabe-se que 5 máquinas, todas de igual eficiência, são capazes de produzir 500 peças em 5 dias, se operarem 5 horas por dia. Se 10 máquinas iguais as primeiras operassem 10 horas por dia durante 10 dias, o número de peças produzidas seria:

A) 1 000
B) 2 000
C) 4 000
D) 5 000
E) 8 000

88. (ESPM-SP) Em 10 minutos, 27 secretárias com a mesma habilidade digitaram o equivalente a 324 páginas. Nas mesmas condições, se o número de secretárias fosse 50, em quantos minutos teoricamente elas digitariam 600 páginas?

A) 10min
B) 45min
C) 5min
D) 5min e 24seg
E) 34min e 29seg

89. (PUC SP) Um motorista de táxi, trabalhando 6 horas por dia durante 10 dias, gasta R$ 1 026,00 de gás. Qual será o seu gasto mensal, se trabalhar 4 horas por dia?

A) R$ 1 026,00
B) R$ 2 052,00
C) R$ 3 078,00
D) R$ 4 104,00

90. (Mackenzie-SP) Se 15 operários em 9 dias de 8 horas ganham R$ 10 800,00; 23 operários em 12 dias de 6 horas ganhariam:

A) R$ 16 560,00.
B) R$ 17 560,00.
C) R$ 26 560,00.
D) R$ 29 440,00.

91. (SANTA CASA-SP) Sabe-se que 4 máquinas, operando 4 horas por dia, durante 4 dias, produzem 4 toneladas de certo produto. Quantas toneladas do mesmo produto seriam produzidas por 6 máquinas daquele tipo, operando 6 horas por dia, durante 6 dias?

A) 8

B) 15

C) 10,5

D) 13,5

92. (FEP-PA) Para asfaltar 1 km de estrada, 30 homens gastaram 12 dias trabalhando 8 horas por dia. Vinte homens, para asfaltar 2 km da mesma estrada, trabalhando 12 horas por dia, gastarão:

A) 6 dias.

B) 12 dias.

C) 24 dias.

D) 28 dias.

93. (PUC Campinas-SP) Operando 12 horas por dia, 20 máquinas produzem 6 000 peças em 6 dias. Com 4 horas a menos de trabalho diário, 15 daquelas máquinas produzirão 4 000 peças em:

A) 8 dias

B) 9 dias

C) 9 dias e 6 horas

D) 8 dias e 12 horas

94. (Unimep-SP) Se dois gatos comem dois ratos em dois minutos, para comer 60 ratos em 30 minutos são necessários:

A) 4 gatos

B) 3 gatos

C) 2 gatos

D) 5 gatos

E) 6 gatos

95. (CFTMG–2016) Em uma empresa, 10 funcionários produzem 150 peças em 30 dias úteis. O número de funcionários que a empresa vai precisar para produzir 200 peças, em 20 dias úteis, é igual a

A) 18

B) 20

C) 22

D) 24

96. (IFAL) Seis homens fabricam 100 pares de sapatos por dia, trabalhando 8 horas por dia. Para fabricar 125 pares dos mesmos sapatos, trabalhando apenas 5 horas por dia,

A) será preciso dobrar a quantidade de homens.

B) serão precisos mais dois homens.

C) serão precisos três homens a menos.

D) serão precisos mais três homens.

E) serão precisos mais quatro homens.

97. (CFTMG–2016) Numa fábrica de peças de automóvel, 200 funcionários trabalhando 8 horas por dia produzem, juntos, 5 000 peças por dia. Devido à crise, essa fábrica demitiu 80 desses funcionários e a jornada de trabalho dos restantes passou a ser de 6 horas diárias.

Nessas condições, o número de peças produzidas por dia passou a ser de

A) 1 666

B) 2 250

C) 3 000

D) 3 750

98. (UTFPR) Com um automóvel que faz uma média de consumo de 12 km por litro, um motorista **A** gasta em uma viagem R$ 143,00 em combustível, abastecendo ao preço de R$ 2,60 por litro. Um motorista **B** faz o mesmo trajeto gastando R$ 140,00 em combustível, abastecendo ao preço de R$ 2,80 por litro. Nessas condições, o automóvel com que o motorista **B** realiza sua viagem fez uma média de consumo em km/L em um valor que varia entre

A) 10 e 11

B) 11 e 12

C) 12 e 13,5

D) 13,5 e 15

E) 15 e 18

99. (IFBA) Se foram feitos $\frac{2}{5}$ de um relatório em 10 dias por 24 alunos, que estudaram 7 horas por dia, então quantos dias serão necessários para terminar esse relatório, sabendo-se que 4 alunos desistiram e que o restante agora estuda 6 horas por dia?

A) 25

B) 22

C) 20

D) 21

E) 19

MATEMÁTICA

FRENTE
A

MÓDULO
04

Produtos Notáveis e Fatoração

PRODUTOS NOTÁVEIS

Os produtos notáveis são identidades que podem ser obtidas de maneira prática. Assim, como são muito frequentes no cálculo algébrico, vamos listar os principais:

i) Quadrado da soma de dois termos

$(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$

ii) Quadrado da diferença de dois termos

$(a - b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$

iii) Produto da soma pela diferença de dois termos

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

iv) Cubo da soma de dois termos

$(a + b)^3 = a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3$

v) Cubo da diferença de dois termos

$(a - b)^3 = a^3 - 3.a^2.b + 3.a.b^2 - b^3$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Desenvolver os seguintes produtos notáveis:

A) $\left(\frac{a}{3} - b\right)^2$

Resolução:

$$\left(\frac{a}{3} - b\right)^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 - 2.\frac{a}{3}.b + (b)^2 = \frac{a^2}{9} - \frac{2ab}{3} + b^2$$

B) $(x + 3y)(x - 3y)$

Resolução:

$(x + 3y)(x - 3y) = (x)^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$

02. (UNIMEP-SP) A diferença entre o quadrado da soma de dois números inteiros e a soma de seus quadrados não pode ser:

A) 12

B) 6

C) 4

D) 2

E) 9

Resolução:

Sejam **x** e **y** dois números inteiros. Temos:

$(x + y)^2 - (x^2 + y^2) = x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - y^2 = 2xy$

Como o número obtido é par, temos que o único valor que não corresponde à expressão é 9. Portanto, a alternativa correta é a E.

FATORAÇÃO

Seja uma expressão algébrica escrita como uma soma de termos. Fatorar essa expressão significa escrevê-la na forma de um produto. Para tanto, existem determinadas técnicas, descritas a seguir:

Fator comum

Inicialmente, identificamos um termo comum a todas as parcelas da expressão. Em seguida, colocamos esse termo em evidência.

Exemplos:

1º) $ab + ac = a(b + c)$

2º) $24x^3y^2 - 6x^4y + 12x^2y^5 = 6x^2y(4xy - x^2 + 2y^4)$

Agrupamento

Às vezes, não é possível identificar, de início, um fator comum a todas as parcelas da expressão. Nesse caso, formamos dois ou mais grupos com um termo comum. Em seguida, colocamos em evidência um fator comum a todos os grupos.

Exemplos:

1º) $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y)$
$= (x + y)(a + b)$

2º) $8x^2 - 4xz - 6xy + 3yz = 4x(2x - z) - 3y(2x - z)$
$= (2x - z)(4x - 3y)$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Fatorar a expressão $a^2 - 4ba + 3b^2$.

Resolução:

$$\begin{aligned} a^2 - 4ba + 3b^2 &= a^2 - ba - 3ba + 3b^2 \\ &= a(a - b) - 3b(a - b) \\ &= (a - b)(a - 3b) \end{aligned}$$

Soma e diferença de cubos

Trata-se de identidades muito úteis em cálculo algébrico.

São elas:

i) Soma de cubos

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

ii) Diferença de cubos

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Exemplo:

Vamos fatorar a expressão $x^3 - 27$:

$x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

Identificação de um produto notável

Exemplos:

1º) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 \Rightarrow$ Quadrado da soma.

2º) $a^4b^2 - c^6 = (a^2b)^2 - (c^3)^2 = (a^2b + c^3)(a^2b - c^3)$
$\Rightarrow$ Produto da soma pela diferença.

3º) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = (a - 1)^3 \Rightarrow$ Cubo da diferença.

Fatoração do trinômio da forma $ax^2 + bx + c$

Sejam x_1 e x_2 as raízes reais do trinômio $ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Esse trinômio pode ser escrito na forma:

$$\boxed{a(x - x_1)(x - x_2)}$$

OBSERVAÇÃO

As raízes podem ser obtidas pela Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ sendo } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Exemplo:

Vamos fatorar a expressão $x^2 - 5x + 6$.

Cálculo das raízes:

$\Delta = (-5)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 6 = 25 - 24 = 1$

$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ e } x_2 = 3$

Substituindo na forma fatorada, temos $1(x - 2)(x - 3)$.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Unisinos-RS–2022) Sobre números reais são feitas as seguintes afirmações:

I. Para quaisquer números reais **a** e **b**, temos que $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

II. Para qualquer número real **x** vale que $\sqrt{x^2} = x$.

III. Para quaisquer números reais **a** e **b**, temos que $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Sobre as proposições anteriores, pode-se afirmar que

A) apenas I está correta.
B) apenas III está correta.
C) apenas I e II estão corretas.
D) apenas II e III estão corretas.
E) I, II e III estão corretas.

02. LGYZ (CEFET-MG) O valor numérico da expressão $\sqrt{68^2 - 32^2}$ está compreendido no intervalo:

A) [30,40[
B) [40,50[
C) [50,60[
D) [60,70[

03. (UTFPR) Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados (ax + by) e (bx + ay). Encontre, de forma fatorada, o perímetro desse retângulo.

A) $2(a + b)(x + y)$
B) $4(a + b)(x + y)$
C) $2(a - b)(x - y)$
D) $4(a - b)(x - y)$
E) $(a + b)(x + y)$

04. 5DFJ (UECE–2022) O número irracional $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^6$ é igual a:

A) $198 - 485\sqrt{6}$
B) $485 - 198\sqrt{6}$
C) $-198 + 485\sqrt{6}$
D) $-485 + 198\sqrt{6}$

05. (ESPM-SP–2020) O valor da expressão numérica $2 \,.\, 10^{-5} + \dfrac{99\,998^2}{99\,999^2 - 1}$ é igual a:

A) 0
B) 2
C) 1
D) $\frac{1}{2}$
E) $\frac{1}{4}$

06. TMSU (UEPB) Dado $x - \dfrac{1}{x} = 13$, o valor de $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ é igual a:

A) 171
B) 169
C) 167
D) 130
E) $\frac{168}{13}$

07. TFYD (IFCE) Sejam **x**, **y** $\in \mathbb{R}$ com $x + y = -16$ e $xy = 64$. O valor da expressão $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ é:

A) –2

B) –1

C) 0

D) 1

E) 2

08. 7WAB (UTFPR) Dados $A = x + y$, $B = x - y$ e $C = x.y$, para $x \neq y$, $x \neq 0$ e $y \neq 0$. Simplificando a expressão algébrica, $\frac{A^2 - B^2}{C}$ obtém-se:

A) 0

B) $\frac{2y}{x}$

C) 4

D) $-\frac{2x}{y}$

E) $\frac{4}{xy}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (PUC Rio–2022) Considere o número irracional $x = \sqrt{7} + \sqrt{11}$. Assinale a alternativa correta:

A) $x < 5$

B) $5 < x < 6$

C) $6 < x < 7$

D) $7 < x$

02. IUSH (FMP-RJ–2022) Sabe-se que **N** é um número natural, que quando dividido por 7, deixa resto igual a 2.

Portanto, o número natural N^3, quando dividido por 7, deixa resto igual a:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

03. (UPE–2019) Sabendo-se que $(4 - y) = 1{,}5 \,.\, 10^{-6}$ e $(4 + y) = 2{,}5 \,.\, 10^{-7}$, qual é o valor numérico da expressão $\sqrt{256} - \sqrt{y^4}$?

A) $375 \,.\, 10^{-15}$

B) $37{,}5 \,.\, 10^{13}$

C) $3{,}75 \,.\, 10^{-14}$

D) $0{,}375 \,.\, 10^{12}$

E) $0{,}0375 \,.\, 10^{-13}$

04. DZMN (ESPM-SP) Considerando-se que $x = 9\,731^2$, $y = 3\,907^2$ e $z = 2\sqrt{xy}$, o valor da expressão $\sqrt{x + y - z}$ é:

A) 6 792

B) 5 824

C) 7 321

D) 4 938

E) 7 721

05. 3K56 (IFCE) Se $x + y = 2$ e $x^2 + y^2 = 3$, então $x^3 + y^3$ vale:

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

06. (IFCE) Para cada número real positivo **m**, a expressão $\left(m^{\frac{1}{2}} + m^{-\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{m}}\right)\left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)$ é igual a:

A) $m^{\frac{1}{2}}$

B) $m + 1$

C) $m + 2$

D) $m + 3$

E) $m + \frac{1}{m}$

07. 855T (CEFET-MG) Simplificando a fração algébrica $\frac{x^2 - y^2 + 2x + 2y}{x^2 - y^2}$, sendo **x** e **y** números reais, tais que $x + y \neq 0$ e $x - y = 4$, obtém-se o valor:

A) 1,5

B) 1,0

C) 0,5

D) 0,0

08. SHAV (UTFPR) Simplificando a expressão $\frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - y^2}$, com $x \neq y$, obtém-se:

A) $2 - 4xy$

B) $\frac{x - y}{x + y}$

C) $\frac{2xy}{x + y}$

D) $-2xy$

E) $-\frac{4xy}{x - y}$

09. 5YNT (Fatec-SP) Sabe-se que $a^2 - 2bc - b^2 - c^2 = 40$ e $a - b - c = 10$, com **a**, **b** e **c** números reais. Então, o valor de $a + b + c$ é igual a:

A) 1

B) 2

C) 4

D) 10

E) 20

10. TLOS (CEFET-RJ) O único par de números naturais **m** e **n** que satisfaz a igualdade $m^2 - n^2 = 17$ é tal que

A) seu produto é 72.

B) sua soma é 18.

C) seu quociente é 17.

D) sua diferença é 2.

11. LH5G

(EPCAR-MG) O valor da expressão $\left(\frac{x^{-2}-y^{-2}}{x^{-1}+y^{-1}}\right)\cdot\left(\frac{x^2y+xy^2}{x^2-y^2}\right)$, em que x e y $\in \mathbb{R}^*$ e $x \neq y$ e $x \neq -y$ é:

A) –1

B) –2

C) 1

D) 2

12. (UFRGS-RS) Se $x - y = 2$ e $x^2 + y^2 = 8$, então $x^3 - y^3$ é igual a

A) 12.

B) 14.

C) 16.

D) 18.

E) 20.

13. 08I0

(EPCAR-MG) Simplificando as expressões

$$A = \frac{\left[1-\left(\frac{y}{x}\right)^2\right]\cdot x^2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2+2\sqrt{xy}} \text{ e } B = \frac{x^2-xy}{2x},$$ nas quais $y > x > 0$,

é correto afirmar que:

A) $\frac{A}{B} = 2^{-1}$

B) $\frac{B}{A} \in \mathbb{N}$

C) A.B > 0

D) A + B > 0

14. 6MWP

(CEFET-MG) Simplificando a expressão $\frac{x^3-1}{x^2-x} - \frac{x^2+2x+1}{x^2+x}$ para $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ obtém-se:

A) x

B) x^2

C) x – 1

D) $x^2 - 1$

15. (Unesp) A expressão $\frac{4x+8}{x^2+3x+2} + \frac{3x-3}{x^2-1}$, para $x \neq \pm 1$, $x \neq -2$, é equivalente a:

A) $\frac{4}{x+1} - \frac{3}{x-1}$

B) $\frac{1}{x+1}$

C) $\frac{7}{x+1}$

D) $\frac{4}{x+1} + \frac{3}{x-1}$

E) $\frac{1}{x-1}$

16. 5UI6

(ESPM-SP) Em relação ao número $N = 2^{48} - 1$, pode-se afirmar que

A) ele é primo.

B) ele é par.

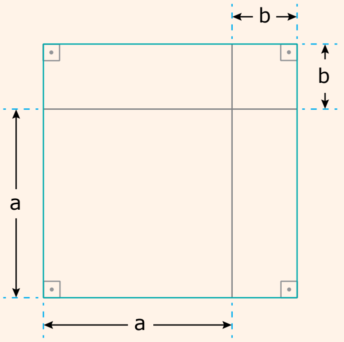
C) ele é múltiplo de 7.

D) ele não é múltiplo de $2^{24} + 1$.

E) ele não é divisível por 9.

SEÇÃO ENEM

01. Em Matemática, verifica-se, em várias situações, uma correspondência entre um modelo algébrico e um modelo geométrico. Como exemplo, observe a figura a seguir:



A área da figura anterior corresponde ao produto notável:

A) $(a - b)^2$

B) $(a + b)^2$

C) $(a + b)(a - b)$

D) $(a + b)^3$

E) $(a - b)^3$

02. Anselmo foi encarregado de calcular o valor da expressão $A = 4\ 000 \ .\ 206^2 - 4\ 000\ .\ 204^2$ sem utilizar calculadora. Seu amigo Fernando recomendou a utilização de técnicas de fatoração, além do conhecimento dos produtos notáveis. Ao seguir o conselho de Fernando, Anselmo obteve:

A) 3 280 000

B) 360 000

C) 2 380 000

D) 1 680 000

E) 1 240 000

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. B
○ 02. D
○ 03. A
○ 04. B
○ 05. C
○ 06. A
○ 07. E
○ 08. C

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. B
○ 02. A
○ 03. A
○ 04. B
○ 05. B
○ 06. D
○ 07. A
○ 08. B
○ 09. C
○ 10. A
○ 11. A
○ 12. E
○ 13. C
○ 14. A
○ 15. C
○ 16. C

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. B
○ 02. A

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %

MATEMÁTICA

FRENTE B | MÓDULO 04

Triângulos e Pontos Notáveis

TRIÂNGULOS

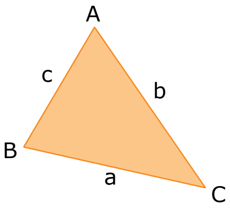
Considere três pontos não colineares, **A**, **B** e **C**. A união dos três segmentos de reta $(\overline{AB}, \overline{AC} \text{ e } \overline{BC})$ com extremidades nos três pontos é denominada triângulo ABC (indicação: Δ ABC).

Elementos

i) Vértices: São os pontos **A**, **B** e **C**.

ii) Lados: São os segmentos $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, de medidas **a**, **b** e **c** indicadas na figura.

iii) Ângulos internos: $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$.

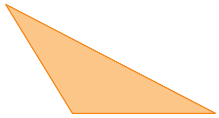


O perímetro de um triângulo é a soma das medidas dos lados. Representamos o perímetro por 2p e o semiperímetro por **p**. Assim, no triângulo ABC anterior, tem-se:

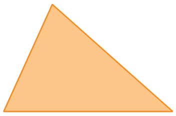
$$\boxed{2p = a + b + c \ \text{ e } \ p = \frac{a + b + c}{2}}$$

Classificação

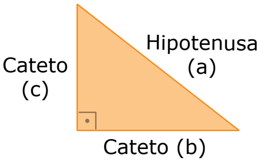
Quanto à medida dos seus ângulos internos, podemos classificar os triângulos em:



Triângulo obtusângulo
(um ângulo interno obtuso)



Triângulo acutângulo
(três ângulos internos agudos)

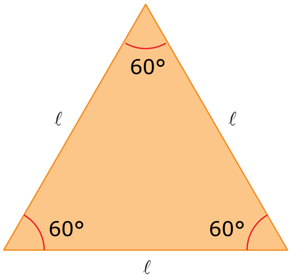


Triângulo retângulo
(um ângulo interno reto)

Sabemos que, pelo Teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$, ou seja, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

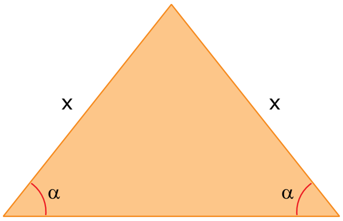
Quanto à medida dos seus lados, podemos classificar os triângulos em:

i) Triângulo equilátero: Os três lados são congruentes entre si, e os três ângulos medem 60°.



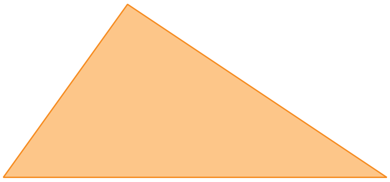
Triângulo equilátero

ii) Triângulo isósceles: Possui pelo menos dois lados congruentes. O lado de medida diferente, caso exista, é chamado base, e o ângulo oposto à base é chamado ângulo do vértice. Os ângulos da base (opostos a lados de medidas iguais) são congruentes. Observe que todo triângulo equilátero é isósceles.



Triângulo isósceles

iii) Triângulo escaleno: Os três lados e os três ângulos são não congruentes entre si.



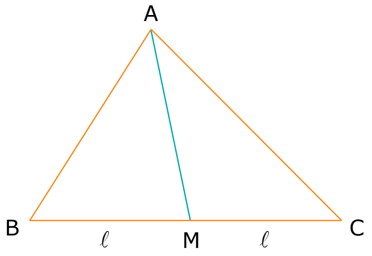
Triângulo escaleno

PONTOS NOTÁVEIS

Baricentro

Mediana de um triângulo é um segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.

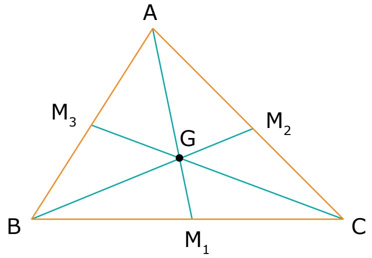
Na figura, $\overline{AM}$ é mediana do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.



Propriedades

i) As três medianas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, chamado baricentro.

ii) O baricentro divide cada uma das medianas na proporção de 2 para 1 (do vértice ao ponto médio).



$AG = 2.GM_1$

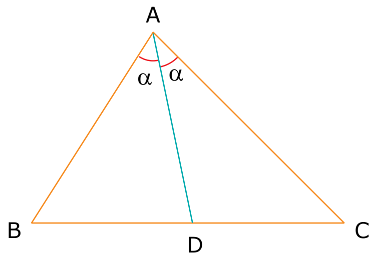
$BG = 2.GM_2$

$CG = 2.GM_3$

Incentro

Bissetriz interna de um triângulo é um segmento de reta que une um vértice ao lado oposto e divide o ângulo do vértice ao meio.

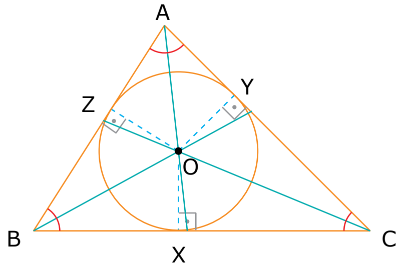
Na figura, $\overline{AD}$ é a bissetriz interna do triângulo ABC relativa ao vértice **A**, e $B\hat{A}D = D\hat{A}C$.



Propriedades

i) As três bissetrizes internas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, chamado incentro.

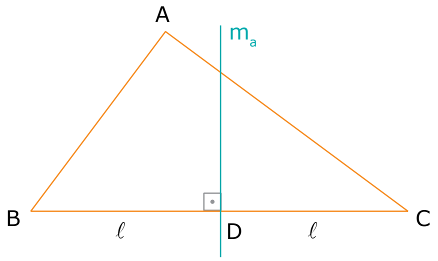
ii) O incentro é equidistante dos lados; portanto, é o centro da circunferência inscrita no triângulo ABC.



Circuncentro

Mediatriz de um lado de um triângulo é a reta perpendicular a esse lado pelo seu ponto médio.

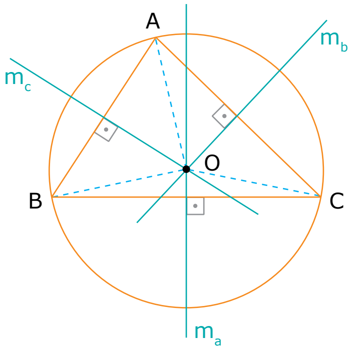
Na figura, $\mathbf{m_a}$ é mediatriz do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.



Propriedades

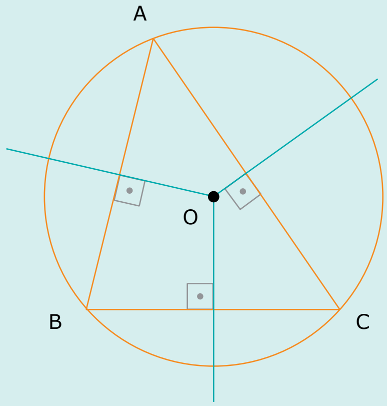
i) As três mediatrizes dos lados de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, chamado circuncentro.

ii) O circuncentro é equidistante dos vértices; portanto, é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC.

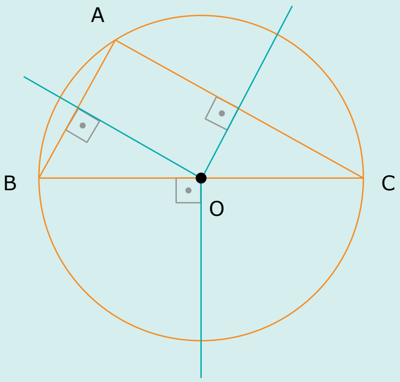


Posição do circuncentro em relação a um triângulo

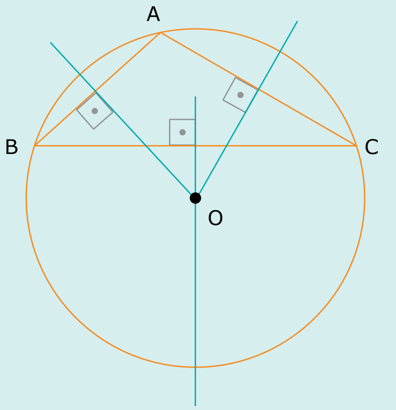
A) É interno, se o triângulo é acutângulo.



B) É o ponto médio da hipotenusa, se o triângulo é retângulo.



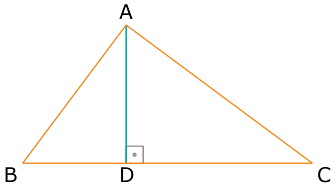
C) É externo, se o triângulo é obtusângulo.



Ortocentro

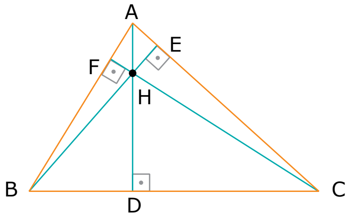
Altura de um triângulo é o segmento de reta traçado de um vértice à reta suporte do lado oposto, perpendicularmente a esta.

Nesta figura, $\overline{AD}$ é a altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.



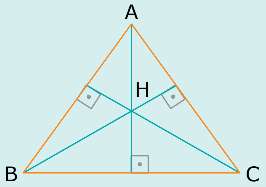
Propriedades

As três retas suportes das alturas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, denominado ortocentro.

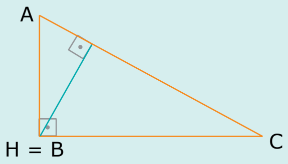


Posição do ortocentro em relação a um triângulo

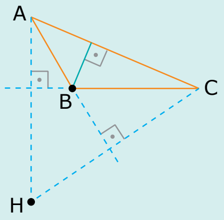
A) É interno, se o triângulo é acutângulo.



B) É o vértice do ângulo reto, se o triângulo é retângulo.

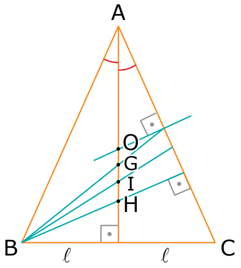


C) É externo, se o triângulo é obtusângulo.

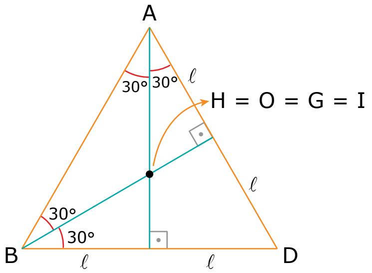


OBSERVAÇÕES

i) Em um triângulo isósceles, o baricentro, o incentro, o circuncentro e o ortocentro são colineares.



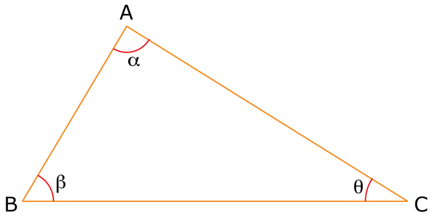
ii) Em um triângulo equilátero, os quatro pontos notáveis são coincidentes.



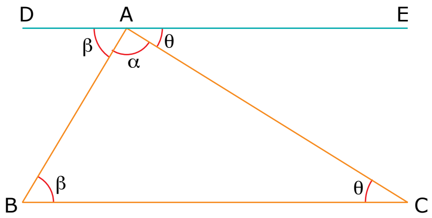
TEOREMAS

Soma dos ângulos internos de um triângulo

Considere um triângulo qualquer ABC cujos ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ têm medidas α, β e θ, respectivamente.



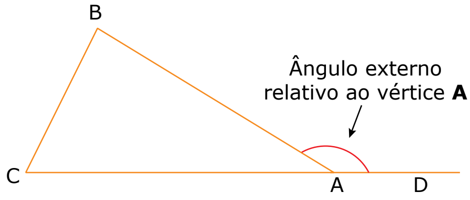
Traçando por **A** a reta $\overleftrightarrow{DE}$ paralela a $\overline{BC}$, determinamos ângulos alternos internos congruentes.



Como o ângulo $D\hat{A}E$ mede 180°, concluímos que:

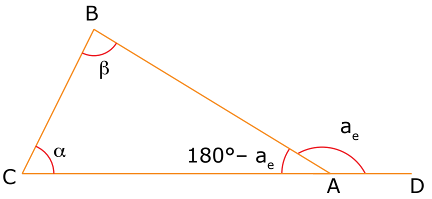
$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$$

Ângulo externo de um triângulo



O ângulo $B\hat{A}D$ é adjacente e suplementar de um ângulo interno do triângulo ABC; por isso, $B\hat{A}D$ é chamado de ângulo externo desse triângulo.

Sendo **α** e **β** as medidas dos ângulos internos **C** e **B**, respectivamente, e indicando por $\mathbf{a_e}$ a medida do ângulo externo relativo ao vértice **A**,

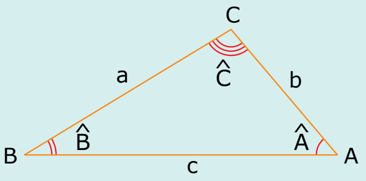


temos $\alpha + \beta + 180° - a_e = 180° \Rightarrow a_e = \alpha + \beta$, isto é:

A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

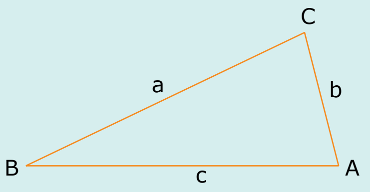
Desigualdades nos triângulos

A) Dados dois lados de um triângulo, de medidas diferentes, ao maior lado opõe-se o maior ângulo.



$$b < a < c \Leftrightarrow \hat{B} < \hat{A} < \hat{C}$$

B) Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.



$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

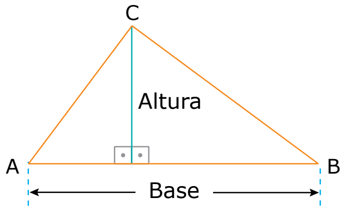
$$c < a + b$$

As três desigualdades citadas são equivalentes a:

$$\boxed{|b - c| < a < b + c}$$

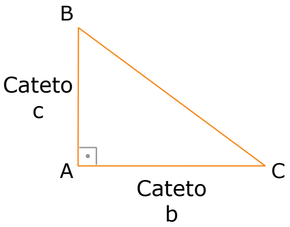
Área de um triângulo

Para calcular a área de um triângulo, fazemos metade do produto de um dos lados (base) pela altura relativa a ele. No triângulo ABC a seguir, temos:



$$\boxed{\text{Área}_{\Delta\ ABC} = \frac{\text{Base}\,.\,\text{Altura}}{2}}$$

Se o triângulo for retângulo e considerarmos como base um dos catetos, o outro cateto será a altura, e a área será igual ao semiproduto dos catetos:



$$\boxed{A_{\Delta\ ABC} = \frac{b.c}{2}}$$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO **Bernoulli Play**

01. GK4J

(IFRR–2019) Sejam **m** e **n** dois números inteiros positivos tais que m > n. Se **a**, **b** e **c** são as medidas dos lados de um triângulo, de modo que $a = m^2 + n^2$, $b = m^2 - n^2$ e $c = 2\ mn$, então esse triângulo é:

A) Isósceles

B) Equilátero

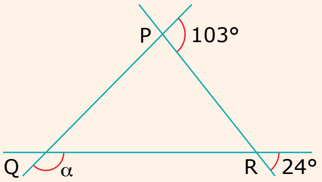
C) Acutângulo

D) Obtusângulo

E) Retângulo

02. FBYS

(UECE) As retas na figura interceptam-se duas a duas nos pontos **P**, **Q** e **R**. Considerando os valores indicados, o ângulo α é igual a



A) 101°.

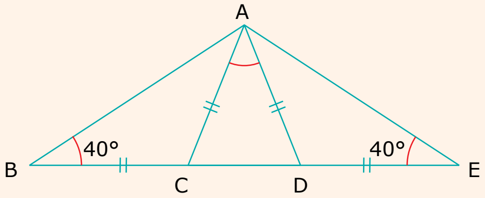
B) 102°.

C) 103°.

D) 104°.

03. 8F4N

(PUC-SP) Na figura, BC = CA = AD = DE. O ângulo $C\hat{A}D$ mede



A) 10°.

B) 20°.

C) 30°.

D) 40°.

E) 60°.

MATEMÁTICA

04. (Cesesp-PE) Dentre os quatro centros principais do triângulo qualquer, há dois deles que podem se situar no seu exterior, conforme o tipo de triângulo. Assinale a alternativa em que os mesmos são citados.

A) O baricentro e o ortocentro.

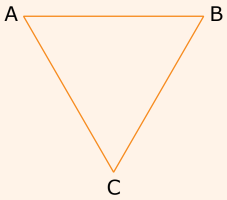
B) O baricentro e o incentro.

C) O circuncentro e o incentro.

D) O circuncentro e o ortocentro.

E) O incentro e o ortocentro.

05. 6RNW (UNIFICADO-RJ) Na figura a seguir, os pontos **A**, **B** e **C** representam as posições de três casas construídas numa área plana de um condomínio. Um posto policial estará localizado num ponto **P** situado à mesma distância das três casas. Em Geometria, o ponto **P** é conhecido pelo nome de



A) baricentro.

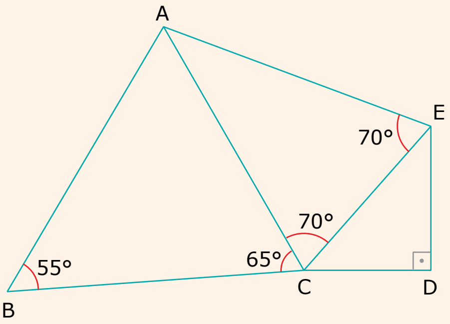
B) ortocentro.

C) circuncentro.

D) incentro.

E) ex-incentro.

06. UYSP (UFMG) Observe a figura.



Com base nos dados dessa figura, pode-se afirmar que o maior segmento é

A) $\overline{AB}$.

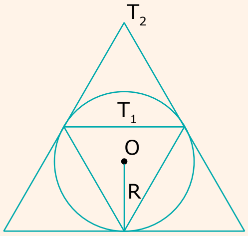
B) $\overline{AE}$.

C) $\overline{EC}$.

D) $\overline{BC}$.

E) $\overline{ED}$.

07. IRV1 (UNIFESP) Numa circunferência de raio R > 0, consideram-se, como na figura, os triângulos equiláteros T_1, inscrito, e T_2, circunscrito.



A razão entre a altura de T_2 e a altura de T_1 é:

A) 4

B) 3

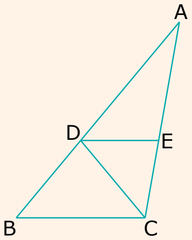
C) $\frac{5}{2}$

D) $\frac{2\pi}{3}$

E) 2

08. 16C4 (UFPE) Seja um triângulo ABC, um ponto **D** sobre AB e um ponto **E** sobre AC, tais que:

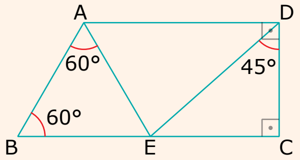
- medida do ângulo BAC é de 30°.
- DB = DC e ED = EC.
- DE e BC são paralelas.



Qual é a medida, em graus, do ângulo ABC?

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (Fatec-SP) Dada a figura:



Sobre as sentenças

I. O triângulo CDE é isósceles.

II. O triângulo ABE é equilátero.

III. AE é bissetriz do ângulo $B\hat{A}D$.

é verdade que

A) somente a I é falsa.

B) somente a II é falsa.

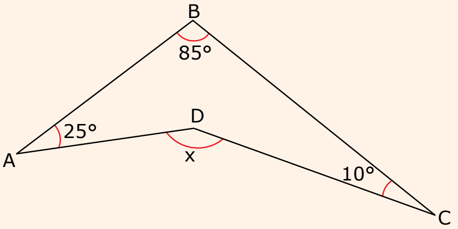
C) somente a III é falsa.

D) são todas falsas.

E) são todas verdadeiras.

02. 3R9C

(Fatec-SP) Na figura, o valor do ângulo **x**, em graus, é:



A) 90

B) 100

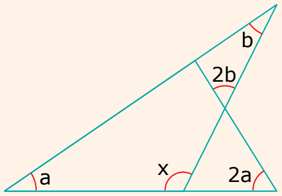
C) 110

D) 120

E) 130

03. 0G49

(UFMG) Observe a figura:



Nela, **a**, 2a, **b**, 2b e **x** representam as medidas, em graus, dos ângulos assinalados. O valor de **x**, em graus, é:

A) 100

B) 110

C) 115

D) 120

04. (EFOMM-RJ) Num triângulo ABC as bissetrizes dos ângulos externos do vértice **B** e **C** formam um ângulo de medida 50°. Calcule o ângulo interno do vértice **A**.

A) 110°

B) 90°

C) 80°

D) 50°

E) 20°

05. (UFES) Um dos ângulos internos de um triângulo isósceles mede 100°. Qual é a medida do ângulo agudo formado pelas bissetrizes dos outros ângulos internos?

A) 20°

B) 40°

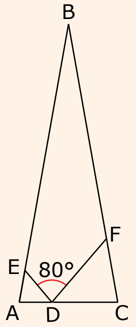
C) 60°

D) 80°

E) 140°

06. Q5DX

(FUVEST-SP) Na figura a seguir, tem-se que AD = AE, CD = CF e BA = BC. Se o ângulo $E\hat{D}F$ mede 80°, então o ângulo $A\hat{B}C$ mede



A) 20°.

B) 30°.

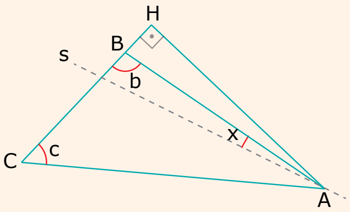
C) 50°.

D) 60°.

E) 90°.

07. BDSM

(FGV) Na figura a seguir, o triângulo AHC é retângulo em **H** e **s** é a reta suporte da bissetriz do ângulo $C\hat{A}H$.



Se c = 30° e b = 110°, então

A) x = 15°.

B) x = 30°.

C) x = 20°.

D) x = 10°.

E) x = 5°.

08. MMPZ

(IFCE) A altura e a mediana traçadas do vértice do ângulo reto de um triângulo retângulo formam um ângulo de 24°. Sendo assim, os ângulos agudos do triângulo são

A) 33° e 57°.

B) 34° e 56°.

C) 35° e 55°.

D) 36° e 54°.

E) 37° e 53°.

09. QKTO

(UNIFEI-MG) Considere um ponto **Q**, interior ao triângulo MNP, de modo que $\overline{MQ}$ e $\overline{NQ}$ sejam bissetrizes dos ângulos **M** e **N**, respectivamente. Se o ângulo **P** mede 70°, qual a medida do ângulo MQN?

A) 90°

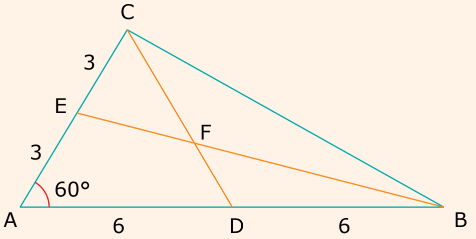
B) 100°

C) 115°

D) 125°

10. 1XAM

(EEAR–2022) Seja ABC um triângulo tal que $\hat{A} = 60°$, conforme a figura. Assim, tem-se que FD = ________.



A) 2

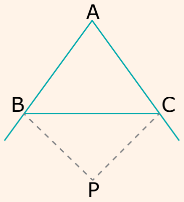
B) 3

C) 4

D) 5

11. OPLD

(Uncisal) Um professor de Matemática pediu que três de seus alunos se posicionassem cada um deles nos vértices de um triângulo ABC. O primeiro aluno se posicionou no vértice do ângulo $\hat{A}$ cujo valor é 65°. Os outros dois alunos se posicionaram nos vértices dos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$. O professor então pediu que o segundo e o terceiro se encontrassem em um ponto **P** caminhando segundo as bissetrizes externas dos ângulos externos de **B** e **C**, respectivamente.



O ângulo BPC formado pela trajetória dos alunos no ponto **P** é igual a

A) 32°30′.

B) 47°30′.

C) 50°.

D) 57°30′.

E) 60°.

12. LYS5

(Ibmec-SP) Considere um triângulo isósceles ABC, com AB = AC, em que o ângulo interno **A** é obtuso. Seja **H** o ortocentro desse triângulo, ou seja, o ponto de encontro das retas suportes de suas alturas. Se os triângulos ABC e ABH são congruentes, então o ângulo interno **C**, em graus, mede:

A) 10

B) 15

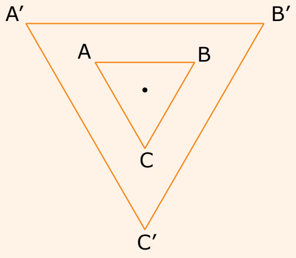
C) 20

D) 25

E) 30

13. S4TZ

(UFC-CE) Na figura a seguir, temos dois triângulos equiláteros, ABC e A′B′C′, que possuem o mesmo baricentro, tais que AB // A′B′, AC // A′C′ e BC // B′C′. Se a medida dos lados de ABC é igual a $3\sqrt{3}$ cm e a distância entre os lados paralelos mede 2 cm, então a medida das alturas de A′B′C′ é igual a



A) 11,5 cm.

B) 10,5 cm.

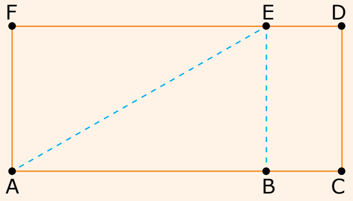
C) 9,5 cm.

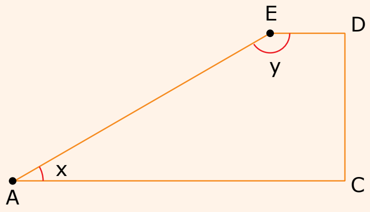
D) 8,5 cm.

E) 7,5 cm.

14. GTR7

(CEFET-MG) Uma folha retangular de papel ofício de medidas 287 × 210 mm foi dobrada conforme a figura.





Os ângulos **x** e **y** resultantes da dobradura medem, respectivamente, em graus

A) 40 e 90.

B) 40 e 140.

C) 45 e 45.

D) 45 e 135.

15. (UECE) No triângulo isósceles XOZ, cuja base é o segmento XZ, considere os pontos **E** e **U**, respectivamente, nos lados OZ e XZ, tais que os segmentos OE e OU sejam congruentes. Se a medida do ângulo $X\hat{O}U$ é 48° graus, então, a medida do ângulo $Z\hat{U}E$ é igual a

A) 24°.

B) 22°.

C) 28°.

D) 26°.

16. BZXW (UECE) Seja AEC um triângulo isósceles (as medidas dos lados AE e AC são iguais) e **O** um ponto do lado AC tal que a medida do ângulo $E\hat{O}C$ é 120 graus. Se existe um ponto **B**, do lado AE, tal que o segmento OB é perpendicular ao lado AE e a medida do ângulo $E\hat{O}B$ seja igual a 40 graus, então a medida do ângulo $O\hat{E}C$, em graus, é igual a:

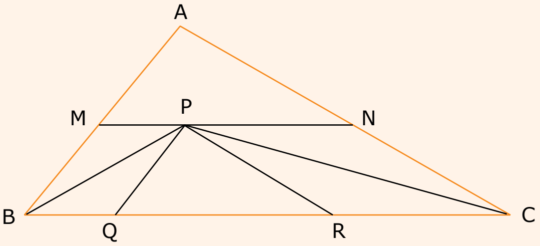
A) 9

B) 7

C) 5

D) 3

17. U0LT (UFPI) No triângulo ABC (figura a seguir), os lados AB, AC e BC medem respectivamente 5 cm, 7 cm e 9 cm. Se **P** é o ponto de encontro das bissetrizes dos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ e PQ // MB, PR // NC e MN // BC, a razão entre os perímetros dos triângulos AMN e PQR é:



A) $\frac{10}{9}$

B) $\frac{9}{8}$

C) $\frac{7}{6}$

D) $\frac{4}{3}$

E) $\frac{7}{5}$

SEÇÃO ENEM

01. (Enem) O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho.

A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.

Disponível em: www.remobrasil.com.
Acesso em: 06 dez. 2017 (Adaptação).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto **A** e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos **B** e **C**. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo $B\hat{A}C$ tem medida de 170°.

O tipo de triângulo com vértices nos pontos **A**, **B** e **C**, no momento em que o remador está nessa posição, é

A) retângulo escaleno.

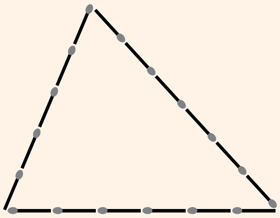
B) acutângulo escaleno.

C) acutângulo isósceles.

D) obtusângulo escaleno.

E) obtusângulo isósceles.

02. (Enem) Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos. A figura ilustra um triângulo construído com essas características.



A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é:

A) 3

B) 5

C) 6

D) 8

E) 10

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. E
○ 02. A
○ 03. B
○ 04. D
○ 05. C
○ 06. A
○ 07. E
○ 08. 50°

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. E
○ 02. D
○ 03. D
○ 04. C
○ 05. B
○ 06. A
○ 07. D
○ 08. A
○ 09. D
○ 10. A
○ 11. D
○ 12. E
○ 13. B
○ 14. D
○ 15. A
○ 16. C
○ 17. D

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. E
○ 02. A

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . ______ %

MATEMÁTICA

FRENTE C

MÓDULO 04

Juros Simples e Compostos

JUROS

Chamamos de juros a remuneração pelo uso de um certo capital aplicado por um determinado período. Por exemplo, suponhamos que uma pessoa adquira um empréstimo no valor de R$ 1 000,00, a ser pago em 30 dias. O credor, a título de compensação pelo tempo em que ficará sem o seu dinheiro, resolveu cobrar uma taxa de 5% do valor total. Esse percentual é chamado de juro dessa operação.

Há dois regimes básicos de juros: juros simples e juros compostos.

Juros simples

Em um regime de juros simples, a taxa de juros é calculada apenas em relação à quantidade inicial. Por exemplo, vamos imaginar que uma pessoa aplique um capital **C** a uma taxa de juros simples de 4% ao mês. Qual valor total essa pessoa possuirá ao final de cinco meses?

Temos que 4% de C = 0,04 . C. A cada mês, a pessoa ganhará esse valor. Ao final de 5 meses, essa pessoa terá ganhado, de juros, 5 . 0,04 . C = 0,2C. A quantia total que essa pessoa possui, denominada **montante**, é dada por C + 0,2C = 1,2C.

De maneira geral, os juros simples **J**, obtidos em uma aplicação de um capital **C**, durante um determinado período **t**, a uma taxa de juros **i**, são dados por:

$$\boxed{J = C \,.\, i \,.\, t}$$

OBSERVAÇÕES

- A taxa de juros **i** é dada na forma decimal. Por exemplo, se a taxa de juros é 3%, então i = 0,03.
- É fundamental que a taxa de juros **i** e o período **t** estejam em unidades compatíveis. Por exemplo, se temos uma taxa de 10% ao mês, é conveniente que o tempo na expressão seja representado em meses.

O montante **M** dessa aplicação é dado pela soma do capital inicial com os juros obtidos.

$$\boxed{M = C + J}$$

Juros compostos

Em um regime de juros compostos, a taxa de juros é calculada sobre o valor atualizado do capital, incidindo sobre a quantia do período imediatamente anterior. Essa é a modalidade de juros mais utilizada nas transações comerciais.

Vamos supor que uma pessoa tome emprestada uma quantia **C**, a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, durante três meses. Ao final desse período, qual será o valor total (montante) pago por essa pessoa?

Nesse caso, a taxa de juros incide sobre o valor atualizado. Portanto, trata-se de três aumentos sucessivos de 2%. Logo, o montante é igual a $1{,}02^3 \,.\, C = 1{,}061 \,.\, C$.

De modo geral, o montante **M** da aplicação de um capital **C**, a uma taxa de juros compostos **i**, por um período **t**, é dado pela expressão:

$$\boxed{M = C \,.\, (1 + i)^t}$$

Nessa equação, a taxa de juros **i** é dada na forma decimal.

Amortização (valor presente e valor futuro)

No comércio moderno, é frequente a prática do pagamento de valores posteriores à compra com a inserção de juros. Essa conduta moderna gerou duas nomenclaturas para as quantidades, valor presente e valor futuro, que representam, respectivamente, a quantia no momento inicial da análise e a quantia a ser paga posteriormente. O valor futuro apresenta, em sua composição, o valor presente e os juros que foram embutidos na transação.

Sabe-se que os juros cobrados dependem da taxa pactuada, do prazo da transação e do valor presente. No exemplo a seguir, esses valores são representados, respectivamente, por **i**, **t** e $\mathbf{V_p}$.

Considere uma compra com pagamento para 1 mês com taxa de juros de 5% ao mês. O valor futuro a ser pago na transação será calculado a seguir.

Dados: $V_p = 500$, i = 5% a.m. e t = 1.

Valor futuro (V_f): V_p + 5% de V_p

$$V_f = V_p + \frac{5}{100}V_p = V_p\left(1 + \frac{5}{100}\right) = 1{,}05\ V_p$$

$V_f = 1{,}05 \,.\, 500 = 525$

O valor futuro será de 525 reais.

Observe que o valor futuro foi obtido multiplicando o valor presente por $\left(1+\frac{i}{100}\right)=\left(1+\frac{5}{100}\right)=1,05$ (o coeficiente de aumento para o período e a taxa proposta).

Quando o pagamento de uma determinada transação é antecipado, deve-se garantir a retirada dos juros que foram embutidos previamente. Esse processo é chamado de **amortização**. Para essa retirada de juros, opera-se de forma inversa, ou seja, se para encontrar o valor futuro multiplicou-se o valor presente pelo coeficiente de aumento, para obter o valor presente, dado o valor futuro, divide-se este último pelo coeficiente de aumento. Observe a seguir essa relação para a taxa de i% por período, valor presente (V_p) e valor futuro para o período **t** $\left(V_{f_t}\right)$:

Período	Valor futuro para cada valor presente no período t $\left(V_{f_t}\right)$	Valor presente para cada valor futuro no período t
1	$V_{f_1}=V_p\left(1+\frac{i}{100}\right)^1$	$V_p=\frac{V_{f_1}}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^1}$
2	$V_{f_2}=V_p\left(1+\frac{i}{100}\right)^2$	$V_p=\frac{V_{f_2}}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}$
3	$V_{f_3}=V_p\left(1+\frac{i}{100}\right)^3$	$V_p=\frac{V_{f_3}}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^3}$
4	$V_{f_4}=V_p\left(1+\frac{i}{100}\right)^4$	$V_p=\frac{V_{f_4}}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^4}$
⋮	⋮	⋮
t	$V_{f_t}=V_p\left(1+\frac{i}{100}\right)^t$	$V_p=\frac{V_{f_t}}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^t}$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Um produto é vendido em uma loja a R$ 200,00 à vista ou em duas parcelas de R$ 110,00, sendo uma parcela no ato da compra e outra após 30 dias. Se um consumidor optar pela compra a prazo, qual será a taxa de juros mensal cobrada pela loja?

Resolução:

O preço à vista é igual a 200 reais. Se subtrairmos desse valor a entrada de 110 reais, o saldo devedor fica igual a 90 reais. Porém, após 30 dias, o consumidor vai pagar 110 reais (segunda parcela). Observe que ele está pagando 110 – 90 = 20 reais acima do valor devido. Esse valor se refere aos juros, que devem ser calculados em relação ao valor financiado, ou seja, 90 reais.

90 ___________ 100%

20 ___________ x

$$x=\frac{20\,.\,100\%}{90}\Rightarrow$$

$$x\cong 22,22\%$$

02. (UFMT) Uma financiadora oferece empréstimo por um período de 4 meses, sob as seguintes condições:

I. Taxa de 11,4% ao mês, a juros simples.

II. Taxa de 10% ao mês, a juros compostos.

Uma pessoa fez um empréstimo de R$ 10 000,00 optando pela condição I. Em quantos reais os juros cobrados na condição I serão menores do que os cobrados na condição II?

Resolução:

Juros cobrados na condição I:

J = 10 000 . 0,114 . 4 = 4 560 reais

Juros cobrados na condição II:

$M = 10\ 000.(1 + 0,1)^4 = 10\ 000\ .\ 1,1^4 \Rightarrow$
M = 10 000 . 1,4641 = 14 641

J = 14 641 – 10 000 = 4 641 reais

A diferença é dada por 4 641 – 4 560 = 81.

Portanto, os juros da condição I serão menores em R$ 81,00.

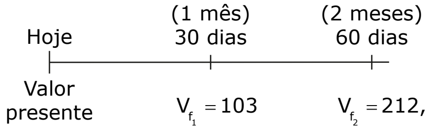
03. Uma pessoa compra um produto para sua residência de forma financiada, sendo as prestações dadas pelos valores da tabela e a taxa de juros cobrada de 3% ao mês.

1ª prestação 30 dias	R$ 103,00
2ª prestação 60 dias	R$ 212,18

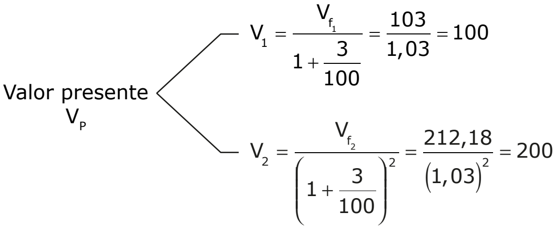
Qual é o valor à vista (valor presente) do bem adquirido?

Resolução:

Observe a linha do tempo a seguir.



Para encontrar o valor presente, deve-se efetuar a amortização das quantias, ou seja, retirar dos valores futuros os juros embutidos em cada prestação e, assim, obter as partes correspondentes da prestação que compõem o valor presente.



$$V_1=\frac{V_{f_1}}{1+\frac{3}{100}}=\frac{103}{1,03}=100$$

$$V_2=\frac{V_{f_2}}{\left(1+\frac{3}{100}\right)^2}=\frac{212,18}{(1,03)^2}=200$$

Logo, o valor do bem à vista será de 300 reais.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. BGF1

(UEG-GO–2020) Um banco oferece um investimento a juros simples, em que o cliente aplica R$ 10 000,00 e após seis anos recebe R$ 15 040,00. A taxa de juros mensal desse investimento é de:

A) 0,7%
B) 2,1%
C) 4,2%
D) 8,4%
E) 50,4%

02. (Unimontes-MG) Uma pessoa recebeu R$ 3 000,00 de juros por um capital que ficou emprestado por 5 meses, à taxa de juros de 0,6% ao mês. Se o regime adotado foi o de capitalização simples, o valor emprestado foi de

A) R$ 80 000,00.
B) R$ 150 000,00.
C) R$ 120 000,00.
D) R$ 100 000,00.

03. 50P4

(UERJ) Um capital de **C** reais foi investido a juros compostos de 10% ao mês e gerou, em três meses, um montante de R$ 53 240,00.

Calcule o valor, em reais, do capital inicial **C**.

04. YSVZ

(CEFET-MG) O pagamento de uma televisão foi feito, sem entrada, em 5 parcelas mensais iguais, corrigidas a juros simples pela taxa de 0,7% ao mês. Dessa forma, no final do período, o valor total pago, em percentual, será maior do que o inicial em:

A) 2,1
B) 3,5
C) 4,2
D) 7,3

05. ELAW

(FGV) Salomão aplicou R$ 15 000,00 durante um ano, à taxa de 8% ao ano.

Em seguida, aplicou o montante obtido por mais um ano, à taxa de 9% ao ano, obtendo, no final, um montante de **x** reais.

A soma dos algarismos de **x** é:

A) 27
B) 25
C) 23
D) 26
E) 24

06. CFPW

(CEFET-RJ) Marcelo comprou um móvel de R$ 1 000,00, de forma parcelada, com juros de 5% ao mês. Sabendo que Marcelo pagou R$ 400,00 no ato da compra e o restante um mês depois, qual foi o valor dessa segunda parcela, 30 dias após a compra?

07. 7E5M

(CEFET-MG) Uma concessionária anunciou um veículo no valor de R$ 30 000,00 à vista. Após negociação, um cliente adquiriu o veículo pagando R$ 20 000,00 de entrada e R$ 11 200,00 após 30 dias. A taxa mensal de juros cobrada nessa venda foi de

A) 4%.
B) 6,6%.
C) 11,2%.
D) 12%.

08. RUPC

(FGV-SP) No início do ano 2000, Alberto aplicou certa quantia a juros compostos, ganhando 20% ao ano. No início de 2009, seu montante era de R$ 5 160,00. Se ele deixar o dinheiro aplicado, nas mesmas condições, o juro recebido entre o início de 2010 e o início de 2011 será, aproximadamente, de

A) R$ 1 032,00.
B) R$ 1 341,00.
C) R$ 1 238,00.
D) R$ 1 135,00.
E) R$ 929,99.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Unisinos-RS–2022) Suponha que um certo equipamento que custa R$ 80 000,00 desvalorize 10% ao ano nos 6 primeiros anos de uso. Qual será o valor, em reais, deste equipamento após 3 anos de uso?

A) 57 320
B) 58 320
C) 58 420
D) 59 220
E) 64 800

02. (UERJ–2022) Em uma revendedora, uma motocicleta custa à vista R$ 10 404,00. Esse valor também pode ser pago a prazo, sem juros, em duas parcelas de R$ 5 202,00, sendo a primeira um mês após a compra e a segunda dois meses após a compra. Um comprador tem o valor de R$ 10 404,00 em uma aplicação que rende juros de 2% ao mês. Ele decide manter esse valor aplicado e, ao final do primeiro mês, retira apenas R$ 5 202,00 para pagar a primeira parcela. Um mês depois retira R$ 5 202,00 e faz o pagamento da segunda parcela. Isso equivale a ter um desconto no ato da compra. Esse desconto, em percentual, está mais próximo de:

A) 3,0%
B) 3,5%
C) 4,0%
D) 4,5%

03. (PUC RS–2022) Rubens ganhou uma herança no valor de R$ 800 000,00 e decidiu investir parte do dinheiro na poupança e parte em renda fixa com o objetivo de garantir um rendimento líquido de pelo menos R$ 24 000,00 após um ano. O rendimento da poupança é de 2,5% ao ano, livre de tributos. Já a renda fixa tem rendimentos de 4% ao ano, que serão tributados em 17,5% ao ano. Desse modo, a parte da herança, em reais, investida na renda fixa deve ser igual ou maior do que:

A) 500 000,00

B) 480 000,00

C) 360 000,00

D) 300 000,00

04. **V64Z** (FGV-SP) Um capital de R$ 10 000,00, aplicado a juros compostos de 1,5% ao mês, será resgatado ao final de 1 ano e 8 meses no montante, em reais, aproximadamente igual a:

x	x^{10}
0,8500	0,197
0,9850	0,860
0,9985	0,985
1,0015	1,015
1,0150	1,160
1,1500	4,045

A) 11 605,00

B) 12 986,00

C) 13 456,00

D) 13 895,00

E) 14 216,00

05. (Unicamp-SP) Suponha que todos os preços venham subindo 30% ao mês nos últimos meses, e continuem nos próximos meses. Calcule:

A) Quanto custará, daqui a 60 dias, um objeto que hoje custa R$ 27 300,00?

B) Quanto custava esse mesmo objeto há um mês?

06. **MNGD** (FGV) Uma mercadoria é vendida com entrada de R$ 500,00 mais 2 parcelas fixas mensais de R$ 576,00. Sabendo-se que as parcelas embutem uma taxa de juros compostos de 20% ao mês, o preço à vista dessa mercadoria, em reais, é igual a:

A) 1 380,00

B) 1 390,00

C) 1 420,00

D) 1 440,00

E) 1 460,00

07. **ECCF** (ESPM-SP) O Sr. Paulo aplicou um certo capital à taxa de juros simples de 4% ao mês durante 3 meses. O montante dessa aplicação ele reaplicou à taxa de juros simples de 3% ao mês durante 9 meses. Se ele tivesse feito uma única aplicação desse capital a juros simples durante 1 ano, para obter o mesmo rendimento final, a taxa mensal deveria ser de

A) 3,28%.

B) 3,36%.

C) 3,43%.

D) 3,52%.

08. **6GI9** (UECE) Bruno fez um empréstimo de R$ 1 000,00 a juros simples mensais de 10%. Dois meses após, pagou R$ 700,00 e, um mês depois desse pagamento, liquidou o débito. Este último pagamento, para liquidação do débito, foi de

A) R$ 550,00.

B) R$ 460,00.

C) R$ 490,00.

D) R$ 540,00.

09. **ALFM** (UFSM) Uma empresa de cartão de crédito opera com juros compostos de 6% ao mês. Um usuário dessa empresa contraiu uma dívida de R$ 2 000,00 e, durante 6 meses, não pôde efetuar o pagamento. Ao procurar a empresa para renegociar a dívida, a empresa propôs que seja quitada em uma única parcela, com juros simples de 5% ao mês, referente aos 6 meses de atraso.

Aceita a proposta, o total de juros pagos e o desconto obtido, em reais, são, respectivamente, iguais a

Dado: $(1{,}06)^6 = 1{,}4185$.

A) 600,00 e 117,00.

B) 600,00 e 120,00.

C) 600,00 e 237,00.

D) 720,00 e 117,00.

E) 720,00 e 120,00.

10. **PXRZ** (UFU-MG) Um financiamento de R$ 10 000,00 foi contratado a uma taxa de juros (compostos) de 3% ao mês. Ele será liquidado em duas parcelas iguais, a primeira vencendo em 60 dias e a segunda em 90 dias após a efetivação do contrato. O valor de cada parcela desse financiamento é, aproximadamente, igual a

Dados:

$(1+0{,}03)^1 = 1{,}03$	$(1+0{,}03)^2 = 1{,}0609$	$(1+0{,}03)^3 = 1{,}0927$
$\dfrac{1}{(1+0{,}03)^1} = 0{,}9709$	$\dfrac{1}{(1+0{,}03)^2} = 0{,}9426$	$\dfrac{1}{(1+0{,}03)^3} = 0{,}9151$

A) R$ 5 226,00.

B) R$ 5 383,00.

C) R$ 5 387,00.

D) R$ 5 282,00.

11. MWQA

(CEFET-MG) Uma pessoa investiu R$ 20 000,00 durante 3 meses em uma aplicação que lhe rendeu 2% no primeiro mês e 5% no segundo mês. No final do terceiro mês, o montante obtido foi suficiente para pagar uma dívida de R$ 22 000,00. Assim sendo, a taxa mínima de juros, no terceiro mês, para esse pagamento, em %, foi, aproximadamente, de:

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

12. (USF-SP) Um senhor depositou R$ 1 200,00 na aplicação financeira **A** e R$ 1 300,00 na aplicação financeira **B**, em regime de juros simples. As aplicações estão no mesmo banco, com a mesma taxa de juros e durante o mesmo período de tempo.

Sabendo que ao final do período de capitalização as duas aplicações, juntas, renderam R$ 800,00, calcule quanto rendeu cada uma delas.

13. UWTU

(Albert Einstein) Um produto foi comprado em 2 parcelas, a primeira à vista e a segunda após 3 meses, de maneira que, sobre o saldo devedor, incidiram juros simples de 2% ao mês. Se o valor das 2 parcelas foi o mesmo, em relação ao preço do produto à vista, cada parcela corresponde à:

A) $\frac{51}{101}$
B) $\frac{53}{103}$
C) $\frac{55}{105}$
D) $\frac{57}{107}$

14. AISJ

(EBMSP–2019) Aplicando-se um capital **C** a uma taxa anual de juros simples, verificou-se que, ao final de um determinado prazo, a razão entre o valor aplicado e o montante obtido foi 4 : 5. Mantendo-se esse capital aplicado por mais 3 anos, a essa mesma taxa, a razão entre o valor aplicado e o montante obtido passaria a ser de 5 : 7.

Nessas condições, pode-se afirmar que o prazo da primeira aplicação, em anos, foi igual a

A) 5,0
B) 4,5
C) 4,0
D) 3,5
E) 3,0

15. 61L3

(CEFET-MG) Um homem solicitou a um banco um empréstimo de R$ 600,00 para ser pago em dois meses, do seguinte modo: ao final do primeiro mês, usando a taxa de 5% a.m., calculou o saldo devedor e pagou uma parcela de R$ 330,00. O valor restante foi pago ao final do mês seguinte a uma taxa de 2% a.m. O valor total de juros pagos representa, em relação ao empréstimo inicial, um percentual de

A) 6%.
B) 7%.
C) 8%.
D) 9%.

16. QQMF

(UEFS-BA) Uma pessoa contraiu um empréstimo a juros compostos de 20% ao mês, durante os 2 primeiros meses, e 10% ao mês pelos 2 meses seguintes. Ao final desse período, conseguiu negociar o pagamento da dívida com um abatimento de 10%. O juro total pago foi de, aproximadamente,

A) 50%.
B) 54%.
C) 57%.
D) 60%.
E) 64%.

17. M1ZP

(UNIR-RO) A Revista *Veja*, edição número 2 131, de 23/09/2009, publicou a seguinte reportagem:

> "Depois de muito protelar, o governo finalmente anunciou as novas regras para a caderneta de poupança. Uma alíquota única de imposto de renda, de 22,5%, vai incidir sobre as cadernetas com saldo superior a 50 000 reais. A taxação será feita sobre o valor que exceder esse patamar [...]."

A partir dessas informações e admitindo que uma caderneta de poupança renda juros de 1% ao mês, e que fora realizada na poupança uma aplicação de 70 000 reais por um período de dois meses, é correto afirmar que o rendimento líquido obtido ao final desse período é

A) R$ 1 407,00.
B) R$ 1 005,00.
C) R$ 1 316,55.
D) R$ 914,54.
E) R$ 879,38.

18. E56J

(FGV-SP) César aplicou R$ 10 000,00 num fundo de investimentos que rende juros compostos a uma certa taxa de juro anual positiva **i**. Após um ano, ele saca desse fundo R$ 7 000,00 e deixa o restante aplicado por mais um ano, quando verifica que o saldo é R$ 6 000,00. O valor de $(4i - 1)^2$ é:

A) 0,01
B) 0,02
C) 0,03
D) 0,04
E) 0,05

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Enem–2019) Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

A) 398,02.
B) 400,00.
C) 402,94.
D) 404,00.
E) 406,02.

02. 5SJ5

(Enem) Um empréstimo foi feito à taxa mensal de i%, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a **P**.

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é:

A) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}\right]$

B) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{2i}{100}\right)}\right]$

C) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}\right]$

D) $P\left[\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{2i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{3i}{100}\right)}\right]$

E) $P\left[\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^3}\right]$

03. (Enem) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R$ 180 000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de:

A) 2 075,00

B) 2 093,00

C) 2 138,00

D) 2 255,00

E) 2 300,00

04. (Enem) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

- Investimento **A**: 3% ao mês
- Investimento **B**: 36% ao ano
- Investimento **C**: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1{,}03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. A
○ 02. D
○ 03. C = R$ 40 000,00
○ 04. B
○ 05. A
○ 06. R$ 630,00
○ 07. D
○ 08. C

Propostos

Acertei ______ Errei ______

○ 01. B
○ 02. A
○ 03. A
○ 04. C
05.
○ A) R$ 46 137,00
○ B) R$ 21 000,00
○ 06. A
○ 07. D
○ 08. A
○ 09. C
○ 10. B
○ 11. C
○ 12. Financeira A: R$ 384,00
Financeira B: R$ 416,00
○ 13. B
○ 14. A
○ 15. A
○ 16. C
○ 17. C
○ 18. D

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

○ 01. B
○ 02. A
○ 03. D
○ 04. C

✓ Total dos meus acertos: _____ de _____ . _____ %

Matemática Básica

Capítulo 4: Equações, produtos notáveis e fatoração

Equação

> Equação é a igualdade entre duas sentenças, envolvendo um ou mais termos com parte literal.

Exemplos:

- $y = 2$
- $x^2 + 6x = -5$
- $2(a + 8) = -2a$

Para resolvermos essas equações e outras, vamos inicialmente classificá-las.

Equação de 1º grau

> A equação de 1º grau tem a incógnita (letra) com maior expoente igual a 1.

Exemplos:

- $x + 4 = 3$
- $3x - 2 + x = 2(x - 1)$
- $\frac{4x-2}{3}+\frac{2x-3}{4}=\frac{5-x}{6}-2$

Raiz de uma equação

> A raiz (ou zero) de uma equação é a solução da equação, o valor da incógnita que torna a equação uma sentença verdadeira.

Exemplo:

- $2x = 8$

  A solução será $x = 4$, pois se substituir x pela raiz, que é 4, teremos:

  $2 . 4 = 8 \Rightarrow$
  $8 = 8$

  Perceba que ao substituirmos, encontramos uma verdade, $8 = 8$.

Como resolver uma equação do 1º grau

Para resolver uma equação do 1º grau você deverá isolar a sua incógnita, deixando em um dos lados da igualdade os termos com a letra e, do outro lado, os termos independentes (aqueles que não possuem a incógnita).

Exemplos:

Resolva as equações a seguir.

- $x + 4 = 3$

  Perceba que para isolar a variável (x), basta passar o número (4) para o outro lado, invertendo a operação a qual pertence. Ele está somando ao x e irá para o lado direito da igualdade, subtraindo o 3. Veja:

  $x + 4 = 3 \Rightarrow$
  $x = 3 - 4 \Rightarrow$
  $x = -1$

  A solução da equação é $x = -1$.

- $3x - 2 = 2(x - 1)$

  Para resolver essa equação, vamos respeitar a hierarquia das operações, resolvendo inicialmente os parênteses:

  $3x - 2 = 2x - 2$

  Agora, vamos isolar os termos que tem a incógnita.

  $3x - 2 = 2x - 2 \Rightarrow$
  $3x - 2x = -2 + 2 \Rightarrow$
  $x = 0$

  A solução da equação é $x = 0$.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Resolva a equação $\frac{4x-2}{3}+\frac{2x-3}{4}=\frac{5-x}{6}-2$.

Resolução:

Para resolvermos a equação, vamos calcular o MMC entre os denominadores, já que eles são diferentes.

O MMC entre 3, 4 e 6 é 12. Agora, vamos escrever as frações equivalentes às frações da equação:

$$\frac{4x-2}{3}+\frac{2x-3}{4}=\frac{5-x}{6}-2 \Rightarrow$$

$$\frac{4.(4x-2)}{12}+\frac{3.(2x-3)}{12}=\frac{2(5-x)}{12}-\frac{2.12}{12} \Rightarrow$$

$$\frac{16x-8}{12}+\frac{6x-9}{12}=\frac{10-2x}{12}-\frac{24}{12} \Rightarrow \text{Eliminando o MMC}$$

$$16x-8+6x-9=10-2x-24 \Rightarrow \text{Isolando a incógnita}$$

$$16x+6x+2x=10-24+8+9 \Rightarrow$$

$$24x=3 \Rightarrow$$

$$x=\frac{3}{24} \Rightarrow \text{Simplificando numerador e denominador por 3}$$

$$x=\frac{1}{8}$$

02. O dobro da idade de Ana, diminuída de 6 é igual a sua idade somado a 8. Qual a idade de Ana?

Resolução:

Perceba que a idade de Ana é um valor a ser determinado e para isso, vamos chamar a idade de Ana de x.

Logo, o enunciado pode ser reescrito como:

$2x - 6 = x + 8$

Resolvendo essa equação:

$2x - x = 8 + 6 \Rightarrow$
$x = 14$

Ana tem 14 anos.

EXERCÍCIOS

01. Resolva as equações a seguir:

A) $\frac{3x-1}{2} = \frac{5x-1}{3}$

B) $\frac{2x-3}{5} - \frac{1-x}{3} = \frac{38}{30}$

C) $x^2 - 2 = (x + 4)(x - 1)$

02. (IFSC) Em um mundo cada vez mais matematizado, é importante diagnosticar, equacionar e resolver problemas. Dada a equação $2(x + 5) - 3(5 - x) = 10$, é correto afirmar que o valor de **x** nessa equação é

A) um múltiplo de nove.
B) um número inteiro negativo.
C) um número par.
D) um número composto.
E) um número natural.

03. (CFTRJ–2016) Uma garrafa PET (politereftalato de etileno) com sua tampa custa sessenta centavos. Sabendo que a garrafa custa cinquenta centavos a mais que a tampa, quanto custa só a tampa?

A) R$ 0,05
B) R$ 0,15
C) R$ 0,25
D) R$ 0,35

04. (IFSC) A solução da equação $\frac{0,1x - 0,6}{1 - 0,4x} = \frac{3}{2}$ tem como resultado,

A) um número racional negativo.
B) um número irracional.
C) um número inteiro negativo.
D) um número racional maior que 5.
E) um número natural.

05. (UFJF-MG) Certo dia fiz compras em quatro lojas. Em cada loja, gastei metade do que possuía e paguei, na saída, R$ 1,80 de estacionamento. Se após tudo isso fiquei com R$ 15,00, então tinha inicialmente a quantia de

A) R$ 184,00.
B) R$ 268,80.
C) R$ 354,40.
D) R$ 431,50.
E) R$ 704,00.

06. (UTFPR) Sabendo-se que um retângulo tem perímetro igual a 24 m e tem lados que medem (x + 1) e (2x – 1); então sua área de metros quadrados é de

A) 35
B) 6
C) 153
D) 135
E) 4

07. (PUC Rio) $\frac{3}{5}$ de um número somados a $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{2}{3}$ desse mesmo número. Indique a opção que apresenta esse número.

A) 0
B) 1
C) $\frac{20}{33}$
D) $\frac{33}{20}$
E) $\frac{15}{2}$

08. (CFTRJ–2016) Carlos e Manoela são irmãos gêmeos. A metade da idade de Carlos mais um terço da idade de Manoela é igual a 10 anos.

Qual é a soma das idades dos dois irmãos?

09. (UTFPR) Um indivíduo gastou $\frac{3}{8}$ de seu salário em compras do mercado, $\frac{1}{6}$ de seu salário na educação de seus filhos e $\frac{1}{9}$ do seu salário com despesas de saúde. Depois desses gastos, ainda lhe restaram R$ 500,00 do seu salário. O salário desse indivíduo é de

A) R$ 766,00.
B) R$ 840,00.
C) R$ 1 000,00.
D) R$ 1 250,00.
E) R$ 1 440,00.

10. (PUC Minas) Três atletas, **A**, **B** e **C**, participam de uma prova de revezamento. Depois de percorrer $\frac{2}{7}$ da prova, **A** é substituído por **B**, que percorre mais $\frac{2}{5}$ da prova. Em seguida, **B** dá lugar a **C**, que completa os 660 metros restantes. Com base nesses dados, a distância percorrida por esses três atletas, em quilômetros, é

A) 2,10
B) 2,32
C) 2,40
D) 2,64

11. (UFSM-RS) Em uma academia de ginástica, o salário mensal de um professor é de R$ 800,00. Além disso, ele ganha R$ 20,00 por mês por cada aluno inscrito em suas aulas. Para receber R$ 2 400,00 por mês, quantos alunos devem estar matriculados em suas aulas?

A) 40
B) 50
C) 60
D) 70
E) 80

12. (UERJ)

O personagem da tira diz que, quando ameaçado, o comprimento de seu peixe aumenta 50 vezes, ou seja, 5 000%.

Admita que, após uma ameaça, o comprimento desse peixe atinge 1,53 metros.

O comprimento original do peixe, em centímetros, corresponde a:

A) 2,50
B) 2,75
C) 3,00
D) 3,25

13. (UERJ–2017) Em uma atividade com sua turma, um professor utilizou 64 cartões, cada um com dois algarismos x e y, iguais ou distintos, pertencentes ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}. A imagem abaixo representa um tipo desse cartão.

Um aluno escolheu um único cartão e efetuou as seguintes operações em sequência:

I. multiplicou um dos algarismos do cartão escolhido por 5;
II. acrescentou 3 unidades ao produto obtido em I;
III. multiplicou o total obtido em II por 2;
IV. somou o consecutivo do outro algarismo do cartão ao resultado obtido em III.

Ao final dessas operações, obteve-se no sistema decimal o número 73.

O cartão que o aluno pegou contém os algarismos cuja soma x + y é:

A) 15
B) 14
C) 13
D) 12

Equação de 2º grau

A equação do 2º grau, ou equação quadrática, possui a incógnita com maior expoente igual a 2. A equação quadrática pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b e c números reais chamados de coeficientes, e $a \neq 0$.

Uma equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, é denominada:

- Equação completa, quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$, ou seja, quando todos os coeficientes da equação são diferentes de zero.
- Equação incompleta, quando $b = 0$ e / ou $c = 0$.

Exemplos:

- $3x^2 - 7x + 2 = 0$ ($a = 3$, $b = -7$, $c = 2$)
  (equação do 2º grau completa, pois b e c tem valores diferentes de zero).
- $x^2 - 4x = 0$ ($a = 1$, $b = -4$, $c = 0$)
  (equação do 2º grau incompleta, pois c é igual a zero).
- $y^2 - 36 = 0$ ($a = 1$, $b = 0$, $c = -36$)
  (equação do 2º grau incompleta, pois b é igual a zero).

Como resolver uma equação do 2º grau

Para determinar a solução (as raízes) de uma equação do 2º grau, podemos utilizar a Fórmula de Bhaskara, de acordo com os passos a seguir:

I. Organizar a equação na forma reduzida ou geral, para que ela seja escrita na seguinte maneira:
$ax^2 + bx + c = 0$.

II. Calcular o valor do discriminante: $\Delta = b^2 - 4.a.c$

III. Calcular o valor da(s) raiz(raízes): $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Determine a solução da equação $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

Resolução:

1º $3x^2 - 7x + 2 = 0$, já está na sua forma reduzida, sendo:

$a = 3$, $b = -7$ e $c = 2$

2º Calculando o discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c \Rightarrow$$
$$\Delta = (-7)^2 - 4.3.2 \Rightarrow$$
$$\Delta = 49 - 24 \Rightarrow$$
$$\Delta = 25$$

3º Calculando as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2.3} \Rightarrow$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{6} \Rightarrow$$

$$x' = \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x'' = \frac{7-5}{6} = \frac{2^{:2}}{12_{:2}} = \frac{1}{6}\text{(simplificada)}$$

As raízes da equação são: x = 2 e $x = \frac{1}{6}$.

EXERCÍCIOS

14. Resolva as equações a seguir:

A) $x(x - 3) = 180$

B) $5x + x^2 + 4 = 0$

15. (Unisinos-RS) As soluções da equação $x^2 + 3x - 4 = 0$, são

A) – 4 e –1.

B) – 4 e 1.

C) – 4 e 3.

D) – 1 e 3.

E) 1 e 3.

16. (UTFPR) O valor da maior das raízes da equação $2x^2 + 3x + 1 = 0$, é

A) 2

B) 1

C) – 1

D) $-\frac{1}{2}$

E) $\frac{1}{2}$

17. (IFCE) Determinando-se, na equação $2x^2 - 6x + 12 = 0$, a soma das raízes, obtém-se

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

E) 1

18. (CEFET-PR) Seja **a** a raiz positiva e **b** a raiz negativa da equação $2x^2 - 7x - 15 = 0$, então o valor de a + 2.b é igual a

A) $-\frac{17}{2}$

B) 1

C) –1

D) 2

E) 0

19. (ESPM-SP) Se as raízes da equação

$$2x^2 - 5x - 4 = 0$$

são **m** e **n**, o valor de $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é igual a:

A) $-\frac{5}{4}$

B) $-\frac{3}{2}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{7}{4}$

E) $\frac{5}{2}$

20. (CEFET-MG) Numa divisão de números naturais, o divisor excede em 5 o quociente que, por sua vez, excede o resto também em 5. Sabendo-se que o dividendo é 1 075, pode-se afirmar que esse divisor é

A) 10

B) 15

C) 25

D) 35

21. (CEFET-SC) Sabendo que as raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ expressam os lados de um retângulo, em centímetros, então a área e o perímetro desse retângulo são, respectivamente,

A) 10 cm^2 e 10 cm.

B) 3 cm^2 e 6 cm.

C) 9 cm^2 e 12 cm.

D) 6 cm^2 e 10 cm.

E) 10 cm^2 e 6 cm.

22. (UTFPR) Renata apresentou a sua amiga a seguinte charada: "Um número x cujo quadrado aumentado do seu dobro é igual a 15". Qual é a resposta correta dessa charada?

A) x = 3 ou x = 5

B) x = –3 ou x = –5

C) x = –3 ou x = 5

D) x = 3 ou x = –5

E) apenas x = 3

23. (IFSul–2017) As medidas do comprimento e da altura (em metros) do *outdoor* retangular, representado na figura a seguir, são exatamente as soluções da equação $x^2 - 10x + 21 = 0$.

Dessa forma, é correto afirmar que a área desse *outdoor* é

A) 10 m^2.

B) 20 m^2.

C) 21 m^2.

D) 24 m^2.

24. Fernanda tem 14 anos e Bruna tem 7. Daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 228?

25. (CEFET-MG) Se o produto de dois números naturais pares consecutivos é igual a 360, então a soma deles é

A) 32.
B) 34.
C) 36.
D) 38.

26. (Unioeste-PR) Um quintal tem a forma de um retângulo tal que a medida de um de seus lados é o triplo da medida do outro e seu perímetro em metros é igual à sua área em metros quadrados. Nesse caso, quanto mede o maior lado do quintal?

A) 3 m
B) 4 m
C) 8 m
D) 6 m
E) 18 m

27. (UTFPR) Fulano vai expor seu trabalho em uma feira e recebeu a informação de que seu estande deve ocupar uma área retangular de 12 m^2 e perímetro igual a 14 m. Determine, em metros, a diferença entre as dimensões que o estande deve ter.

A) 2.
B) 1,5.
C) 3.
D) 2,5.
E) 1.

28. (IFCE) Se 3 e $\frac{1}{3}$ são as raízes da equação $ax^2 - 6x + p = 0$, então o valor de a + p é

A) -5
B) $\frac{-9}{5}$
C) 0
D) $\frac{18}{5}$
E) 4

29. (IFSP) Leia o texto sobre a resolução da tela de um computador.

O termo resolução refere-se ao número de pixels. Os pixels são minúsculos quadradinhos com uma cor específica atribuída a cada um deles e, quando exibidos em conjunto, formam a imagem.

Disponível em: <http://www.trt4.jus.br/content-portlet/download/72/resolucao.pdf>. Acesso em: 03 nov. 2013 (Adaptação).

Sabendo-se que a tela retangular de um computador, em determinada resolução, possui um total de 480 000 *pixels* e que uma das suas dimensões mede x *pixels* e a outra (x + 200) *pixels*, podemos afirmar corretamente que as dimensões dessa tela são, em pixels,

A) 480 e 680.
B) 600 e 800.
C) 824 e 1 024.
D) 1 056 e 1 256.
E) 1 166 e 1 366.

Sistema de equações do 1º grau

O sistema de equações do 1º grau é o conjunto com duas ou mais equações, com duas ou mais incógnitas de 1º grau.

Exemplo:

- $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$

Esse sistema possui duas equações e as incógnitas x e y. A chave é usada para indicar que as equações formam um sistema. Encontrar a solução de um sistema é encontrar os valores de x e y que satisfazem todas as equações envolvidas simultaneamente.

Para resolver um sistema de equações do 1º grau, podemos utilizar vários métodos. Vamos destacar dois deles: o método da adição e o método da substituição.

Resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas: método da adição

Esse método consiste em adicionar as duas equações, com o objetivo de eliminar uma das incógnitas. Para que isso aconteça, é necessário que os coeficientes da incógnita sejam simétricos, ou seja, tenham módulos iguais e sinais opostos.

Acompanhe os passos a seguir para resolver um sistema de equações do 1º grau usando o método da adição:

I. Organize as incógnitas nas equações, de maneira a deixá-las na mesma ordem.
II. Multiplique a primeira equação e / ou a segunda por um ou mais números de modo que a(s) nova(s) equação(ões) tenha(m) os coeficientes de uma mesma incógnita opostos.
III. Some os termos semelhantes das equações. Uma das incógnitas será anulada, encontrando o resultado da outra.
IV. Substitua, em uma das equações do sistema, o valor encontrado em III para determinar o valor da primeira incógnita.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Resolva os sistemas a seguir:

A) $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$

B) $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x - 36 = -6y \end{cases}$

Resolução:

A) Os termos semelhantes estão em ordem nas equações. Para resolver o sistema, podemos multiplicar as equações de modo a eliminar x ou y. Nesse caso, é mais conveniente eliminar o y multiplicando a primeira equação por 3:

$$\begin{cases} 4x + y = 0 & .\ (3) \\ 6x - 3y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 3y = 0 & (I) \\ 6x - 3y = 36 & (II) \end{cases}$$

Somando as equações I e II, temos:

$18x = 36 \Rightarrow x = 2$

Substituindo o valor de x na equação I:

$12x + 3y = 0 \Rightarrow 12 \,.\, 2 + 3y = 0 \Rightarrow$

$24 + 3y = 0 \Rightarrow 3y = -24 \Rightarrow y = -8$

A solução do sistema é x = 2 e y = –8, ou seja, o par ordenado é (2, –8).

Importante: o par ordenado é o valor determinado (x, y) no sistema.

B) Para resolver esse item, vamos organizar os termos no sistema:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x - 36 = -6y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x + 6y = 36 \end{cases}$$

Podemos multiplicar as equações de modo a eliminar x ou y. Aqui, optamos por x e, para isso, vamos multiplicar a primeira equação por –2 e a segunda por 5:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 0 & .\ (-2) \\ 2x + 6y = 36 & .\ (5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x + 6y = 0 & (I) \\ 10x + 30y = 180 & (II) \end{cases}$$

Somando as equações I e II, temos:

$36y = 180 \Rightarrow y = 5$

Substituindo o valor de y na equação I:

$-10x + 6y = 0 \Rightarrow -10x + 6 \,.\, 5 = 0 \Rightarrow$

$-10x = -30 \Rightarrow x = 3$

A solução do sistema é x = 3 e y = 5, ou seja, o par ordenado é (3, 5).

Resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas: método da substituição

Esse método consiste em substituir o valor de uma incógnita em outra equação. Para isso, devemos isolar uma das incógnitas.

Acompanhe os passos a seguir para resolver um sistema de equações do 1º grau usando o método da substituição:

I. Escolha uma das incógnitas a ser isolada em uma das equações.

II. Substitua na outra equação a incógnita pela igualdade determinada quando isolada em I.

III. Resolva essa equação.

IV. Substitua o valor encontrado para a incógnita em uma das equações.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

05. A soma de dois números é igual a 21 e o dobro de um deles é igual ao quádruplo do outro. Determine esses números.

Resolução:

Traduzindo o enunciado para linguagem algébrica, chamando os números a serem determinados de x e y, temos:

A soma dos dois números é 21: x + y = 21

O dobro de um é igual ao quádruplo do outro: 2x = 4y

Temos o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ 2x = 4y \end{cases}$$

1º Isolando x na primeira equação: x = 21 – y

2º Substituindo na segunda equação x por 21 – y:
$2x = 4y \Rightarrow 2(21 - y) = 4y$

3º Resolvendo a equação:
$2(21 - y) = 4y \Rightarrow 42 - 2y = 4y \Rightarrow$
$42 = 4y + 2y \Rightarrow 42 = 6y \Rightarrow y = 7$

4º Substituindo y por 7 na primeira equação:
$x + y = 21 \Rightarrow x + 7 = 21 \Rightarrow$
$x = 21 - 7 \Rightarrow x = 14$

Os números procurados são 14 e 7.

06. No quintal de Dona Maria há um total de 37 animais, entre galinhas e cachorros. Sabendo que há 118 patas, quantos cachorros e galinhas há no quintal de Dona Maria?

Resolução:

Como devemos determinar o número de galinhas e cachorros, vamos chamar de:

x = número de galinhas
y = número de cachorros

1º O número de galinhas (x) somado ao de cachorros (y) é igual a 37:

x + y = 37

2º Como uma galinha tem 2 patas e são x galinhas, teremos 2x patas de galinhas. Cachorro tem 4 patas e, sendo y cachorros, são 4y patas de cachorro. Se somarmos esses valores, 2x + 4y = 118 patas.

O sistema de equações é: $\begin{cases} x + y = 37 \\ 2x + 4y = 118 \end{cases}$

3º Resolvendo pelo método da adição, multiplicando a primeira equação por (–2):

$$\begin{cases} x + y = 37 & .\ (-2) \\ 2x + 4y = 118 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \begin{cases} -2x - 2y = -74 \\ 2x + 4y = 118 \end{cases} \\ \hline 0 + 2y = 44 \Rightarrow y = 22 \end{array}$$

Substituindo na primeira equação y por 22, temos:

$x + 22 = 37 \Rightarrow x = 15$

Logo, há 22 cachorros e 15 galinhas.

EXERCÍCIOS

30. (CEFET-PR) Se o par ordenado (x, y) é a solução do sistema

$$\begin{cases}6x+y=1\\11x+2y=3\end{cases}$$

então o valor de 7x + y é

A) 8

B) 15

C) –6

D) 48

E) 0

31. (UTFPR) A soma de dois números é 40 e a sua diferença é 20. O valor de cada número é

A) 10 e 20

B) 10 e 30

C) 13 e 27

D) 40 e 60

E) 60 e 80

32. (UEMA–2016) Um vendedor oferece suco e sanduíche natural nas praias de São Luís durante os fins de semana. Num determinado sábado, ele vendeu 50 sanduíches e 75 copos de suco, arrecadando R$ 300,00. Já, no domingo, totalizou R$ 305,00 com a venda de 65 sanduíches e 55 copos de suco.

A) Monte um sistema que represente a situação descrita acima para o fim de semana de vendas realizadas.

B) Encontre os valores de venda dos copos de suco e dos sanduíches, praticados no fim de semana.

33. (IFSP–2016) Em uma sala de aula com 40 alunos, o dobro do número de meninas excede o triplo do número de meninos em 5 unidades. Sendo assim, nessa sala, o número de meninas supera o número de meninos em

A) 11 unidades.

B) 12 unidades.

C) 10 unidades.

D) 13 unidades.

E) 14 unidades.

34. (UECE–2015) José quer comprar chocolates e pipocas com os R$ 11,00 de sua mesada. Tem dinheiro certo para comprar dois chocolates e três pacotes de pipocas, mas faltam-lhe dois reais para comprar três chocolates e dois pacotes de pipocas. Nestas condições, podemos afirmar corretamente que um pacote de pipocas custa

A) R$ 2,00.

B) R$ 1,60.

C) R$ 1,40.

D) R$ 1,20.

35. (UTFPR) Em uma fazenda há 1 280 animais entre bovinos e ovinos, sendo que a quantidade de ovinos corresponde à terça parte da quantidade de bovinos. Nessas condições, a quantidade exata de bovinos e ovinos que há nessa fazenda, respectivamente, é de:

A) 426 e 854

B) 854 e 426

C) 900 e 300

D) 320 e 960

E) 960 e 320

36. (CEFET-MG) Ana e Beatriz compraram barras de chocolate para fazer ovos de Páscoa, sendo que Ana comprou o dobro do número de barras de Beatriz. Para que ficassem com a mesma quantidade, Ana deu 27 barras para Beatriz. Ao final, o número de barras de chocolate com que cada uma ficou é

A) 18

B) 27

C) 54

D) 81

37. (Unioeste-PR) Uma determinada empresa de cosméticos possui duas filiais, Filial 1 e Filial 2. As duas filiais juntas vendem 10 000 unidades de produtos por mês. Sabe-se ainda que a razão entre a quantidade vendida pela Filial 1 e a quantidade vendida pela Filial 2 é $\frac{3}{5}$. O dono da empresa deseja aumentar as vendas em 18%. Se, após esse aumento, a razão entre as quantidades vendidas pelas duas filiais se mantiver, então as Filiais 1 e 2 deverão vender, respectivamente,

A) 4 275 e 7 525 unidades.

B) 4 375 e 7 425 unidades.

C) 4 425 e 7 375 unidades.

D) 4 525 e 7 275 unidades.

E) 4 575 e 7 225 unidades.

38. (UFG-GO) Uma pequena empresa, especializada em fabricar cintos e bolsas, produz mensalmente 1 200 peças. Em um determinado mês, a produção de bolsas foi três vezes maior que a produção de cintos. Nesse caso, a quantidade de bolsas produzidas nesse mês foi

A) 300

B) 450

C) 600

D) 750

E) 900

39. (PUC Minas) Cada grama do produto **P** custa R$ 0,21 e cada grama do produto **Q**, R$ 0,18. Cada quilo de certa mistura desses dois produtos, feita por um laboratório, custa R$ 192,00. Com base nesses dados, pode-se afirmar que a quantidade do produto **P** utilizada para fazer um quilo dessa mistura é

A) 300 g.
B) 400 g.
C) 600 g.
D) 700 g.

40. (PUC Minas) Paulo possui o mesmo número de bovinos que Alex. Para que Paulo fique com 248 cabeças de gado a mais do que Alex, este deve dar àquele um número **x** de seus animais. Então, o valor de **x** é igual a

A) 124
B) 186
C) 214
D) 248

41. (UFRRJ) Em uma pousada, um grupo de pessoas, escolhendo o mesmo cardápio, pagou R$ 56,00 pelo almoço e R$ 35,00 pelo jantar.

Sendo o almoço R$ 3,00 mais caro que o jantar, qual é o número de pessoas do grupo e qual o preço do almoço de cada um?

42. (UEMA) Para arrecadar fundos, uma instituição social realizou um baile beneficente, divulgando as informações, como vemos no convite a seguir:

BAILE DA 3ª IDADE
MÚSICA AO VIVO
SEXTA
30/08
21:00
SENHORA, R$10,00
SENHOR, R$12,00
Local: Associação LMI
INGRESSO INDIVIDUAL

Após a realização do baile, constatou-se que 560 pessoas pagaram ingresso, totalizando uma arrecadação de R$ 6 270,00.

Calcule o número de senhoras e de senhores que pagaram ingresso para participar do baile.

43. (CEFET-RJ) O cinema Paradiso fez uma grande promoção num domingo. O ingresso para adultos custou R$ 12,00, enquanto o para menores, R$ 7,00. Cada adulto comprou, além de sua entrada, duas entradas para menores. Nesse domingo de promoção, o cinema arrecadou R$ 1 638,00 com a venda de ingressos. Quantas entradas foram vendidas?

44. (CEFET-MG) Em uma partida de basquetebol, uma equipe, entre cestas de três e dois pontos, fez 50 cestas, totalizando 120 pontos. O número de cestas de três pontos foi de

A) 18.
B) 20.
C) 22.
D) 24.

45. (FUVEST-SP) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e côco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma côco, o número de frascos entregues, no aroma limão, foi:

A) 110
B) 120
C) 130
D) 140
E) 150

Sistema de equações do 2º grau

Os sistemas de equações de 2º grau podem ocorrer quando pelo menos uma das incógnitas tem potência de expoente 2 ou no caso de uma multiplicação das incógnitas.

Exemplos:

- $\begin{cases} x.y = 15 \\ x - 2y = -14 \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

A maneira de resolver um sistema com equação(ões) do 2º grau é similar ao do sistema de equações do 1º grau, porém é mais comum resolver pelo método da substituição.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

07. Resolva o sistema a seguir:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

Resolução:

1º Isolando o x na primeira equação:

$x + y = 6 \Rightarrow$
$x = 6 - y$

2º Substituindo x por (6 – y) na segunda equação:

$x^2 + y^2 = 20 \Rightarrow$
$(6 - y)^2 + y^2 = 20$

3º Resolvendo a equação:

$36 - 12y + y^2 + y^2 = 20 \Rightarrow$

$2y^2 - 12y + 16 = 0$

$\Delta = (-12)^2 - 4 . 2 . 16 \Rightarrow$

$\Delta = 144 - 128 \Rightarrow$

$\Delta = 16$

4º Calculando os valores de y:

$$y = \frac{-(-12) \pm \sqrt{16}}{2.2} \Rightarrow$$

$$y = \frac{12 \pm 4}{4} \Rightarrow$$

$$y' = 4$$

$$y'' = 2$$

Como encontramos dois valores para y, vamos encontrar os respectivos valores para x:

Para $y = 4$, temos que $x = 6 - 4$, logo $x = 2$.
Para $y = 2$, temos que $x = 6 - 2$, logo $x = 4$.

Os pares ordenados soluções são: (2, 4) e (4, 2).

EXERCÍCIOS

46. Resolva os sistemas a seguir:

A) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 18 \\ x - y = -3 \end{cases}$

B) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5.x.y = 60 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x - y = 11 \\ 2.x.y = 24 \end{cases}$

47. A soma de dois números é igual a 15 e o produto é 56. Qual a diferença entre eles?

48. (UFMG) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 144, e a razão entre eles é $\frac{3}{5}$. A soma desses dois números naturais é:

A) 16
B) 24
C) 30
D) 34

49. (UFRRJ) A soma de dois números é 6 e a soma de seus quadrados é 68. O módulo da diferença desses dois números é

A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10

50. (UEG-GO) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de

A) R$ 6,00.
B) R$ 5,00.
C) R$ 3,00.
D) R$ 2,00.

Produtos notáveis

Os produtos notáveis são fórmulas utilizadas para agilizar e simplificar procedimentos matemáticos.

Vamos estudar alguns casos a seguir.

Quadrado da soma de dois termos

$(a + b)^2 = a^2 + 2 . a . b + b^2$

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplo:

- $(x + 3)^2 = x^2 + 2 . x . 3 + 3^2 = x^2 + \underline{6x} + 9$

Quadrado da diferença de dois termos

$(a - b)^2 = a^2 - 2 . a . b + b^2$

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplo:

- $(x - 6)^2 = x^2 - 2 . x . 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$

Produto da soma pela diferença de dois termos

$(a + b) . (a - b) = a^2 - b^2$

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Exemplo:

- $(4x + y).(4x - y) = (4x)^2 - y^2 = 16x^2 - y^2$

Cubo da soma de dois termos

$(a + b)^3 = a^3 + 3 \,.\, a^2 \,.\, b + 3 \,.\, a \,.\, b^2 + b^3$

O cubo da soma de dois termos é igual ao cubo do primeiro termo mais três vezes o quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, mais o cubo do segundo termo.

Exemplo:

- $(2a + b)^3 = (2a)^3 + 3.(2a)^2.b + 3.(2a).(b)^2 + b^3 =$
  $8a^3 + 3.4a^2.b + 6ab^2 + b^3 =$
  $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

Cubo da diferença de dois termos

$(a - b)^3 = a^3 - 3.a^2.b + 3.a.b^2 - b^3$

O cubo da diferença de dois termos é igual ao cubo do primeiro termo menos três vezes o quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, menos o cubo do segundo termo.

Exemplo:

- $(x - 2)^3 = x^3 - 3 \,.\, x^2 \,.\, 2 + 3 \,.\, x \,.\, (2)^2 - 2^3 =$
  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

EXERCÍCIOS

51. Calcule, usando produto notável:

A) $(x + y)^2 =$

B) $(3a + 8)^2=$

C) $(2x + 3y)^2 =$

D) $(a - 4)^2 =$

E) $(2a - b)^2=$

F) $(2x - 3y)^2 =$

G) $(x + y) \,.\, (x - y) =$

H) $(2a + b) \,.\, (2a - b) =$

I) $(3x + 2y) \,.\, (3x - 2y) =$

J) $(x + 3)^3 =$

K) $(2a + y)^3 =$

L) $(x + 2y)^3 =$

M) $(a - 3)^3 =$

N) $(2x - y)^3 =$

O) $(3a - 2b)^3 =$

52. (FCC-SP) A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

A) 0

B) $2y^2$

C) $-2y^2$

D) $-4xy$

E) $-2(x + y)^2$

53. (UFSC) Calcule $(a - b)^2$ sendo a e b números reais positivos, sabendo que $a^2 + b^2 = 117$ e $ab = 54$.

54. (PUC Campinas-SP) Considere as sentenças a seguir.

I. $(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$

II. $5xy + 15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z)(y + 3m)$

III. $81x^6 - 49a^8 = (9x^3 - 7a^4)(9x^3 + 7a^4)$

Das sentenças, somente:

A) I é verdadeira

B) II é verdadeira

C) III é verdadeira

D) I e II são verdadeiras

E) II e III são verdadeiras

Fatoração

Fatorar uma expressão é o mesmo que transformá-la em produto(s) de dois ou mais fatores.

Para fatorar as expressões é necessário observar atentamente qual caso de fatoração deve ser aplicado.

Fator comum em evidência

Essa fatoração deve ser utilizada se os termos da expressão possuem termo(s) em comum. A fatoração é feita colocando o fator comum em evidência e, na sequência, dentro dos parênteses, os resultados da divisão dos termos da expressão pelo fator comum.

Exemplos:

Expressão	Fator comum	Forma fatorada
$2x + 2$	2	$2.(x + 1)$
$ax + bx$	x	$x.(a + b)$
$x^4y^3 - 2x^3y^4$	x^3y^3	$x^3y^3.(x - 2y)$

Importante:

- Se números tiverem fatores comuns, coloque o maior divisor comum entre eles em evidência.
- Se letras tiverem fatores comuns, coloque a letra com o menor expoente em evidência.

Diferença de dois quadrados

Consiste em transformar a diferença do quadrado de dois termos no produto da soma pela diferença desses dois termos.

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exemplo:

- $9x^2 - 36 = (3x + 6).(3x - 6)$

Trinômio quadrado perfeito

Para que um trinômio seja quadrado perfeito, ele deve apresentar as seguintes características:

– Dois dos termos do trinômio devem ter raiz quadrada.

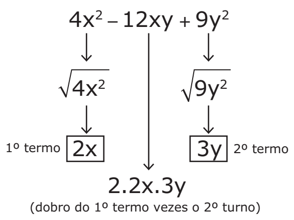
– Um dos termos deve ser equivalente ao dobro das raízes quadradas dos dois outros termos.

Fatorar esse trinômio quadrado perfeito consiste em transformar uma expressão com três termos, com as características mencionadas anteriormente, no produto notável quadrado da soma ou da diferença de dois termos.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exemplo:

- 

$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$

Outros trinômios do 2º grau

Podemos ter trinômios do 2º grau que não são trinômios quadrados perfeitos e que também podem ser fatorados.

Veja o seguinte produto:

$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab \Rightarrow$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Ou seja:

$x^2 + Sx + P$

Em que **S** é a soma de **a** com **b** e **P** é o produto entre **a** e **b**.

Se o coeficiente do termo x^2 é igual a 1, o coeficiente do termo **x** é constituído pela soma de dois números, **a** e **b**, e o termo independente de **x** é formado pelo produto desses mesmos dois números.

Exemplos:

- $x^2 \underbrace{+8}_{(+5)+(+3)} . x \overbrace{+15}^{(+5).(+3)} = (x + 5)(x + 3)$
- $x^2 \underbrace{+2}_{(+5)+(-3)} . x \overbrace{-15}^{(+5).(-3)} = (x + 5)(x - 3)$
- $x^2 \underbrace{-8}_{(-5)+(-3)} . x \overbrace{+15}^{(-5).(-3)} = (x - 5)(x - 3)$

Agrupamento

Essa fatoração deve ser feita para expressões com quatro ou mais termos, que consiste em:

I. Agrupar os termos do polinômio de tal maneira que cada grupo possa ser fatorado;

II. Fatorar cada grupo colocando o fator comum em evidência ou aplicando outros casos de fatoração;

III. Observar que, após a primeira fatoração em toda a expressão, os grupos apresentam um novo fator comum, que deve ser posto em evidência para completar a fatoração.

Exemplo:

- $\underbrace{x^2 - 2x}_{\text{Fator comum: x}} - \underbrace{4bx + 8b}_{\text{Fator comum: 4b}} =$

  $\underbrace{x(x - 2) - 4b(x - 2)}_{\text{Fator comum: x – 2}} =$

  $(x - 2)(x - 4b)$

Soma de dois cubos

Quando temos a soma entre dois cubos, podemos fatorar da seguinte maneira:

$$x^3 + y^3 = (x + y).(x^2 - xy + y^2)$$

Exemplo:

- $27x^3 + 8 = (3x)^3 + 2^3 \Rightarrow$

  $27x^3 + 8 = (3x + 2)[(3x)^2 - 3x.2 + 2^2) \Rightarrow$

  $27x^3 + 8 = (3x + 2)(9x^2 - 6x + 4)$

Diferença de dois cubos

Quando temos a diferença entre dois cubos, podemos fatorar da seguinte maneira:

$$x^3 - y^3 = (x - y).(x^2 + xy + y^2)$$

Exemplo:

- $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 \Rightarrow$

  $8x^3 - 1 = (2x - 1)[(2x)^2 + 2.x + 1^2)] \Rightarrow$

  $8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x+ 1)$

Fatorações sucessivas

Existem situações em que será necessário aplicar mais de um caso de fatoração em uma mesma expressão. Acompanhe os exemplos a seguir:

- $\underbrace{x^3 + 3x^2 + 2x}_{\text{Fator comum em evidência: x}} = x\underbrace{(x^2 + 3x + 2)}_{\text{Trinômio do 2º grau}} = x(x + 1)(x + 2)$
- $\underbrace{6x^2 - 24}_{\text{Fator comum em evidência: 6}} = 6.\underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{Diferença de dois quadrados}} = 6(x + 2)(x - 2)$

EXERCÍCIOS

55. Fatore os binômios a seguir:

A) $3x - 9$
B) $ab + 2a$
C) $5y^2 + 10y$
D) $a^3b + 2ab$
E) $x^2 - 8x$
F) $12m - 6$
G) $x^2 - y^2$
H) $4a^2 - b^6$
I) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{49}{144}$
J) $x^4 - 16y^2$
K) $a^4 - b^4$
L) $\frac{x^8}{100} - 1$

56. Fatore os trinômios a seguir:

A) $x^2 + 8x + 16$
B) $4x^2 - 12x + 9$
C) $\frac{x^2}{4} - xy + y^2$
D) $25a^2 + 80ab + 64b^2$
E) $x^4 - 2x^2y^3 + y^6$
F) $x^2 + 9x + 14$
G) $x^2 - 9x + 18$
H) $x^2 - 8x + 12$
I) $x^2 - 2x - 3$

57. Escreva as expressões na forma fatorada.

A) $4ax + 3ay + 4bx + 3by$
B) $5x^2 + 5x - 4bx - 4b$
C) $a^2 - b^2 + 2a + 2b$
D) $8xy^2 - 4x^2y + 9x^3y + 3x^2y^3$
E) $ax^4 + ax^3b + cx + cb$
F) $5xz - 5yz - 7x + 7y$
G) $a^3 + b^3$
H) $x^3 + 8$
I) $64 + 27b^3$
J) $a^3 + y^3$
K) $a^3 + 125b^3$
L) $a^3 - b^3$
M) $x^3 - 8$
N) $64 - 27b^3$
O) $8a^3 - y^3$
P) $a^3 - 125b^3$
Q) $2y^2 - 4y + 2$
R) $3x^3 + 9x^2 + 6x + 18$
S) $18x + 12x^2 + 2x^3$

58. (Fatec-SP) A sentença verdadeira para quaisquer números a e b reais é:

A) $(a - b)^3 = a^2 - b^2$
B) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
C) $(a + b)(a - b) = a^2 + b^2$
D) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
E) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a + b)^3$

59. (PUC Rio) O produto $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ é igual a:

A) $x^3 - 1$
B) $x^3 + 1$
C) $x^2 + 2$
D) $x^3 + 3x^2 - 3x + 1$
E) $x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

60. Escreva na forma de produto de dois fatores.

A) $x^2 - 20x + 100$
B) $4p^2 + 12p + 9$
C) $m^4 - 2m^2n + n^2$
D) $\frac{9y^2}{4} - y + \frac{1}{9}$
E) $x^2 - 2x - 15$
F) $a^2b^2 - 1\,024$
G) $16x^2 - 25$
H) $y^4 - 324$
I) $27x^3 - y^3$
J) $a^3 + 64$

61. Fatore completamente os polinômios a seguir:

A) $x^4 - 8x^3 + 7x^2$

B) $9a^2 + 30a + 25$

C) $100x^2 - 16$

D) $ax^2 + bx^2 - 9a - 9b$

E) $5x^3 + 40$

62. Seja $ab = 10$, $2a - b = 6$ e $2a^2b = x + ab^2$. Qual é o valor numérico de **x**?

63. Seja **A** o resultado da operação $1\,253^2 - 1\,252^2$. Quanto vale a soma dos algarismos de **A**?

64. (PUC Minas) Se **a** e **b** são números reais inteiros positivos tais que $a - b = 7$ e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de **ab** é

A) 7

B) 10

C) 30

D) 37

65. Sendo $xy = 13^{-1}$, calcule o valor de $x + y$ na expressão $x^2y + xy^2 = 39$.

66. (UTFPR–2017) Um fazendeiro possui dois terrenos quadrados de lados **a** e **b**, sendo $a > b$. Represente na forma de um produto notável a diferença das áreas desses quadrados.

A) $(a + b).(a + b)$

B) $(a + b).(a - b)$

C) $(a - b).(a - b)$

D) $(a + b)^2$

E) $(a - b)^2$

67. (UTFPR–2017) Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados $(ax + by)$ e $(bx + ay)$. Encontre, de forma fatorada, o perímetro deste retângulo.

A) $2(a + b)(x + y)$

B) $4(a + b)(x + y)$

C) $2(a - b)(x - y)$

D) $4(a - b)(x - y)$

E) $(a + b)(x + y)$

68. (FCC-TRT) Indagado sobre o número de processos que havia arquivado certo dia, um Técnico Judiciário, que gostava muito de Matemática, respondeu: O número de processos que arquivei é igual a $12{,}25^2 - 10{,}25^2$

Chamando x o total de processos que ele arquivou, então é correto afirmar que:

A) $38 < x < 42$

B) $x > 42$

C) $x < 20$

D) $20 < x < 30$

E) $30 < x < 38$

69. (Fatec-SP) Efetuando-se $(579\,865)^2 - (579\,863)^2$, obtém-se

A) 4

B) 2 319 456

C) 2 319 448

D) 2 086 246

E) 1 159 728

70. (FGV) Seja N o resultado da operação $375^2 - 374^2$. A soma dos algarismos de N é:

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 22

71. (UERJ / Adaptado) Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:

A) $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$

B) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

C) $a^3 + b^3 = (a + b).(a^2 - ab + b^2)$

Considerando essas identidades, calcule o valor numérico racional mais simples da expressão: $(57{,}62)^2 - (42{,}38)^2$.

Simplificação de frações algébricas

Frações algébricas são divisões em forma de fração entre expressões literais. Para simplificar frações algébricas, fatoramos numerador e denominador e simplificamos os fatores comuns.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

08. (Cesgranrio) Simplificando $\frac{4x^3 - x}{2x + 1}$, obtemos:

A) $x^2 + 1$
B) $x^2 - 1$
C) $2x^2 - 1$
D) $2x^2 - x$
E) $2x^2 + 1$

Resolução:

Para fatorar o numerador, vamos começar com fator comum em evidência: $x.(4x^2 - 1)$

Perceba que nos parênteses cabe outra fatoração, a diferença de dois quadrados. Vamos manter o fator x e aplicar essa fatoração no parênteses: $x.(2x + 1).(2x - 1)$

O denominador também deve ser verificado, mas nesse caso não pode ser fatorado.

Escrevendo na fração: $\frac{x.(2x + 1).(2x - 1)}{2x + 1}$

Perceba que existe no numerador o mesmo fator que está no denominador que pode ser simplificado:

$$\frac{x\cancel{(2x+1)}(2x-1)}{\cancel{2x+1}} = x(2x - 1) = 2x^2 - x$$

EXERCÍCIOS

72. Simplifique:

A) $\frac{-3a^2b}{9a^2 - 6ab}$

B) $\frac{-2ab^2}{4a^2b^3 - 2ab^2}$

C) $\frac{2x + 2 + 3x^2z + 3xz}{5x^2y + 5xy}$

D) $\frac{3a^3 + 3a^2 + a + 1}{4ax + 4x}$

E) $\frac{6xy - 3y - 2xz + z}{3y - 6xy - z + 2xz}$

73. Simplifique as expressões:

A) $\frac{(a - b)^2 - 3(a - b)}{xa - xb + 3a - 3b}$

B) $\frac{9a^2 - 3ab}{6ab - 2b^2}$

C) $\frac{y^2 - 10y + 25}{y^2 - 7y + 10}$

74. (FGV) Simplificando-se a fração $\frac{m^2 + m}{5m^2 + 10m + 5}$ obtém-se:

A) $\frac{1}{11}$

B) $\frac{m}{5(m + 1)}$

C) $\frac{m}{5(m - 1)}$

D) $\frac{m + 1}{5m}$

E) $\frac{m - 1}{5m}$

75. (Fatec-SP) Para todo número real x, a expressão $\frac{(x - 2).(x^3 + 8)}{x^2 - 2x + 4}$ é equivalente a

A) $x^2 - 2x + 4$
B) $(x + 2)^2$
C) $x^2 + 4$
D) $(x - 2)^2$
E) $x^2 - 4$

Matemática Básica

Capítulo 5: Matemática Financeira

Porcentagem

Você já tem conhecimento de que um número escrito em porcentagem corresponde a uma fração centesimal, ou seja, com denominador 100. Para isso, basta substituir o símbolo (%) por 100 no denominador e o número presente na porcentagem passa a ser numerador dessa fração. Além disso, um número em forma de porcentagem também pode ser escrito na forma decimal, basta dividir esse número por 100. Assim, temos:

$$63\% = \frac{63}{100} = 0{,}63$$

$0{,}63 \rightarrow$ Forma decimal

$\frac{63}{100} \rightarrow$ Forma fracionária

$63\% \rightarrow$ Forma percentual

Um número na forma percentual x% pode ser representado pela razão entre x e 100 e também ter sua fração na forma simplificada:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Logo, calcular 20% de um valor é o mesmo que calcular $\frac{1}{5}$ desse valor.

EXERCÍCIOS

01. (IFCE) Um sala de aula tem 40 alunos dos quais 8 são do sexo masculino. O percentual de alunos do sexo feminino é

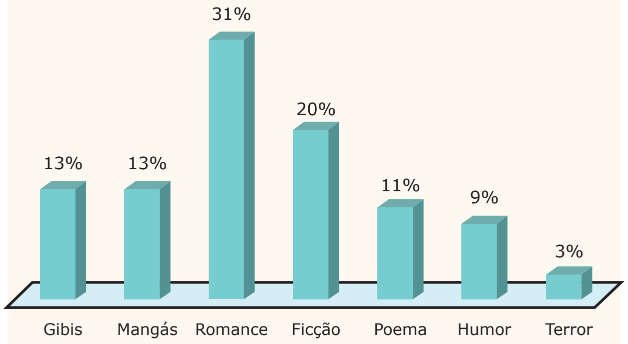
A) 90%.
B) 80%.
C) 60%.
D) 40%.
E) 20%.

02. (IFSP–2017) O lote onde a casa de Josefina foi construída tem 840 m^2. A casa ocupa 24% desse espaço, a garagem, 6,5% e o restante é o jardim. Assinale a alternativa que apresenta quantos metros quadrados tem o jardim.

A) 583,8 m^2.
B) 211,2 m^2.
C) 54,6 m^2.
D) 453 m^2.
E) 276,97 m^2.

03. (IFSC-SC–2017) Uma escola decidiu realizar uma pesquisa entre seus alunos para determinar a porcentagem de leitores e também descobrir quais tipos de livros os alunos preferiam ler. A partir do resultado dessa pesquisa, obteve-se o seguinte gráfico:

Tipos de livros lidos pelos alunos



Disponível em: <http://www.rioeduca.net/blog.php?mes=3&ano=2012&pg=13>.

Com base nos dados representados no gráfico, considerando-se que essa pesquisa foi realizada com 1 200 alunos e que cada aluno somente poderia escolher uma das opções, qual o número de alunos dessa escola que são leitores de romance e de humor, respectivamente:

A) 120 e 130
B) 322 e 88
C) 372 e 108
D) 310 e 90
E) 278 e 75

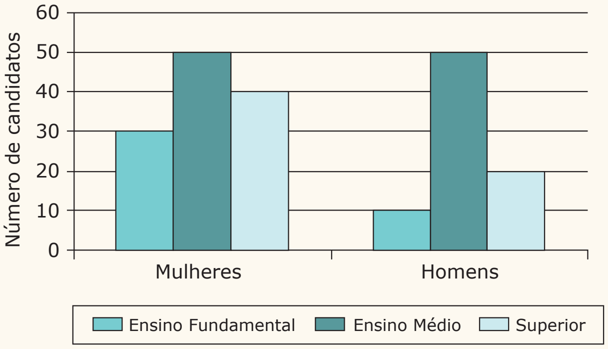
04. (UPE) Uma loja de vestuários recebeu um volume de 250 bermudas e 150 camisetas da fábrica que produz suas peças. Dessas peças, o controle da loja identificou que estavam com defeito 8% das bermudas e 6% das camisas. Do volume recebido pela loja, o total de peças com defeito representa uma porcentagem de

A) 2,75%.
B) 4,4%.
C) 5,6%.
D) 6,75%.
E) 7,25%.

05. (UFPR) Numa série de testes para comprovar a eficiência de um novo medicamento, constatou-se que apenas 10% dessa droga permanecem no organismo seis horas após a dose ser ministrada. Se um indivíduo tomar uma dose 250 mg desse medicamento a cada seis horas, que quantidade da droga estará presente em seu organismo logo após ele tomar a quarta dose?

A) 275 mg
B) 275,25 mg
C) 277,75 mg
D) 285 mg
E) 285,55 mg

06. (IFSP) O gráfico a seguir apresenta dados de uma pesquisa realizada com todas as pessoas que se candidataram para trabalhar em certa empresa. Eles tiveram que informar o grau de escolaridade.



Analisando os dados, a porcentagem que representa as mulheres que têm curso superior em relação ao total de candidatos entrevistados é

A) 75%.
B) 50%.
C) 35%.
D) 20%.
E) 10%.

07. (UNEB-BA) Com a crescente utilização dos telefones celulares como terminais multimídia de acesso à Internet, o interesse se volta para o fluxo, isto é, a quantidade de informações que podem transitar por unidade de tempo na rede telefônica, medida geralmente em quilobits por segundo (kb/s).

É preciso saber distinguir o fluxo teórico, número máximo anunciado pelos promotores das novas tecnologias, do fluxo médio observado na prática, que pode ser sensivelmente inferior, por diferentes razões, notadamente pelo atravancamento das redes ou pela pouca compatibilidade dos terminais.

- GSM: 9 kb/s.
- GPRS: 114 kb/s teóricos, 40 kb/s na prática.
- EDGE: 384 kb/s teóricos, estimativa de 70 kb/s na prática.
- UMTS: 2 000 kb/s teóricos, algumas centenas de kb/s estimadas na prática.

De acordo com o texto, pode-se afirmar que, na prática, a velocidade de transmissão de dados na tecnologia EDGE alcança apenas um percentual da velocidade teórica aproximadamente igual a

A) 17,8%.
B) 18,2%.
C) 18,6%.
D) 19,0%.
E) 19,4%.

08. (UFSM-RS) A prefeitura, responsável pela iluminação pública de uma cidade, trocou 40% das luminárias por outras mais eficientes. Decorrido um ano da troca, verificou que 2% das novas luminárias e 6% das luminárias antigas apresentaram defeito.

Qual é a porcentagem das luminárias da cidade que apresentaram defeito nesse período?

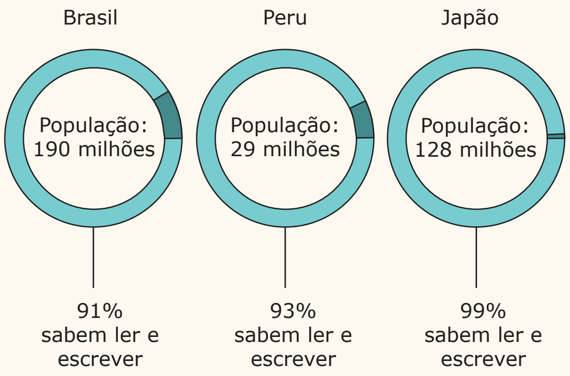
A) 3,2%
B) 4,4%
C) 5,6%
D) 6,8%
E) 8,0%

09. (IFSP–2017) Em Brasília (DF), quase 2 mil toneladas de resíduos sólidos são recolhidas por dia, pelos caminhões do Sistema de Limpeza Urbana (SLU). O último levantamento do órgão de limpeza mostra que, em 2008, cada morador produziu na capital, em média, 2,4 quilos de lixo por dia. Foram 876 kg de resíduos por pessoa, jogados na lixeira durante todo o ano.

Se as pessoas reduzirem 23% de resíduos jogados na lixeira todo ano, assinale a alternativa que apresenta quantos kg de lixo irão reduzir.

A) 123 kg.
B) 192,4 kg.
C) 200,56 kg.
D) 201,48 kg.
E) 302 kg.

10. (UFG-GO) Analise os gráficos a seguir:



Superinteressante.
São Paulo, ed 314, jan. 2013, p. 66 (Adaptação).

De acordo com os gráficos apresentados, o número de pessoas que

A) sabem ler e escrever no Brasil é maior que no Japão.

B) sabem ler e escrever no Peru é maior que no Brasil.

C) não sabem ler e escrever no Japão é maior que no Peru.

D) não sabem ler e escrever no Japão é maior que no Brasil.

E) não sabem ler e escrever no Peru é maior que no Brasil.

11. (PUC Rio) Em uma turma de Ciências da Computação formada de 40 rapazes e 40 moças, tem-se a seguinte estatística:

20% dos rapazes são fumantes; 30% das moças são fumantes.
Logo, a porcentagem dos que não fumam na turma é de

A) 25%. C) 60%. E) 75%.
B) 50%. D) 65%.

12. (UEMA) A água de um mar próximo ao Equador contém 3% do seu peso em sal. Considere que um litro de água do mar pesa 1 kg. Sabe-se que Duda Bouir, produtor de sal, precisa produzir uma arroba de sal (15 kg). Quantos litros de água do mar Duda precisa retirar para produzir a arroba de sal de que necessita?

13. (IFAL) A superfície do nosso planeta é constituída de 30% de terra e 70% de água. Um terço da terra é pastagem, floresta, ou montanha, e dois quintos da terra são desertos ou cobertos por gelo; o resto da terra é usado para o cultivo. Qual é o percentual da superfície total do nosso planeta que é usada para o cultivo?

A) 8% C) 12% E) 6%
B) 18% D) 4%

14. (UECE–2016) Em uma empresa multinacional, 60% dos seus 2 400 funcionários são do sexo feminino. Se 672 dos funcionários do sexo masculino são de nacionalidade brasileira e 25% das mulheres não são brasileiras, então, a porcentagem do total de funcionários que não são brasileiros é

A) 23%. C) 27%.
B) 25%. D) 29%.

15. (PUC Rio–2016) Carlinhos tem três caixas de carrinhos, uma grande e duas pequenas: 60% dos carrinhos estão na caixa grande, e cada uma das caixas pequenas tem 20% dos carrinhos.

A) Metade dos carrinhos da caixa grande é azul, e não há nenhum carrinho azul nas caixas pequenas. Que porcentagem do total de carrinhos é azul?

B) Metade dos carrinhos em cada caixa pequena é verde. Sabemos, além disso, que a porcentagem de carrinhos verdes na coleção é 40%. Qual a porcentagem de carrinhos verdes na caixa grande?

16. (FUVEST) A diferença entre $\frac{1}{3}$ e seu valor aproximado 0,333 é igual a x% do valor exato. Então o valor de x é:

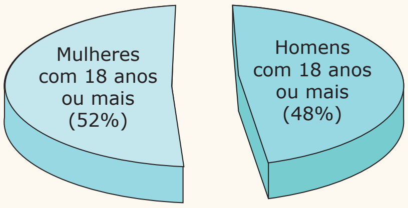
A) 0,001 C) 0,1 E) 0,3
B) 0,01 D) 0,03

17. (IFCE) Um vendedor recebe um salário fixo de R$ 670,00 mais uma comissão de 8% sobre a quantidade de vendas. Em um determinado mês, ele vendeu R$ 12 000,00. Ele recebeu de salário bruto, nesse mês,

A) R$ 1 630,00. D) R$ 1 500,00.
B) R$ 1 560,00. E) R$ 1 600,00.
C) R$ 1 730,00.

18. (Unesp–2014) Considere os dados aproximados, obtidos em 2010, do Censo realizado pelo IBGE.

Idade (anos)	Nº de pessoas
De 0 a 17	56 300 000
De 18 a 24	23 900 000
De 25 a 59	90 000 000
60 ou mais	20 600 000
Total	190 800 000



Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br>.

A partir das informações, é correto afirmar que o número aproximado de mulheres com 18 anos ou mais, em milhões, era

A) 70 C) 55 E) 65
B) 52 D) 59

19. (UEL-PR) Uma das tentativas para minimizar os congestionamentos de trânsito nas metrópoles é o rodízio de veículos. Na cidade de São Paulo, isso se faz de acordo com o final das placas. Na segunda-feira, não circulam os veículos com placas de final 1 e 2; na terça-feira, com finais 3 e 4; na quarta-feira, com finais 5 e 6; na quinta-feira, com finais 7 e 8 e na sexta-feira, com finais 9 e 0. Com esse tipo de rodízio, supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, somente 80% da frota de veículos circulam diariamente.

Considere outro rodízio de veículos como descrito na tabela a seguir:

Nova proposta de rodízio	
Dia da semana	**Finais de placas que NÃO podem circular**
segunda-feira	0, 1, 2, 3
terça-feira	2, 3, 4, 5
quarta-feira	4, 5, 6, 7
quinta-feira	6, 7, 8, 9
sexta-feira	8, 9, 0, 1

Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, a partir da configuração proposta nessa tabela, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o percentual da frota que circulará diariamente.

A) 40% C) 60% E) 70%
B) 55% D) 65%

20. (Fatec-SP) Uma empresa decidiu trocar todos os seus computadores e aparelhos de telefone celular utilizados por seus funcionários. Após a troca, fez um levantamento do destino dado a esses equipamentos e constatou que 75% do total de equipamentos foram para a reciclagem, sendo que os computadores correspondiam a 60% do total de equipamentos e que 20% do total de telefones celulares não foram para a reciclagem.

Com base nesses dados sobre o total de equipamentos, pode-se concluir que a porcentagem de computadores que foram para a reciclagem corresponde a

A) 18%. D) 37%.
B) 25%. E) 43%.
C) 30%.

21. (IFSP) Em uma cidade, sabe-se que 40% dos trabalhadores estão desempregados. Desse grupo, 60% não concluíram o ensino médio. A porcentagem do total de trabalhadores que estão desempregados e concluíram o ensino médio é de

A) 16%. D) 28%.
B) 20%. E) 32%.
C) 24%.

22. (IFCE) Na embalagem de um pote de 320 g de geleia de amora, há a informação de que 60% do conteúdo é de fruta natural. Supondo-se que não haja perdas durante o processo de fabricação, serão necessários, para se produzir 20 desses potes, _____ quilogramas de amoras.

A) 2,72 C) 3,84 E) 5,60
B) 3,20 D) 4,24

Acréscimos e Reduções

É frequente situações cotidianas com acréscimos ou reduções, utilizando porcentagens.

Acréscimo: é o mesmo que aumento ou reajuste ou valorização.

Redução: é o mesmo que desconto ou desvalorização.

Exemplos:

- Adriana obteve 15% de desconto em uma calça que custa R$ 120,00.

  Nessa situação, a calça custa R$ 120,00 e terá uma redução (desconto) de 15%, ou seja, 100% – 15% = 85% de R$ 120,00.

- Adriana obteve 15% de desconto em uma calça pagando R$ 120,00.

  Nessa situação, a calça teve uma redução de 15% passando a custar R$ 120,00. Logo, os R$ 120,00 correspondem a 85%.

Para resolver essas situações você pode usar uma regra de três simples e calcular o que for solicitado no enunciado.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (FUNCAB) Certo produto cujo valor era de R$ 80,00 teve uma redução no seu preço passando a custar R$ 60,00. Qual foi o percentual relativo a essa redução?

A) 30%
B) 25%
C) 20%
D) 15%
E) 10%

Resolução:

O valor inicial (100%) é igual a R$ 80,00 e com x% de redução ele passou a valer R$ 60,00.

Utilizando da regra de três:

$$\frac{80}{60} = \frac{100\%}{x\%} \Rightarrow$$
$$80 . x = 6000 \Rightarrow$$
$$x = 75\%$$

Perceba que R$ 60,00 equivalem a 75%. Logo, a redução foi de 100% – 75% = 25%.

Resposta: letra B.

02. (UFRGS-RS) Na compra de três unidades idênticas de uma mesma mercadoria, o vendedor oferece um desconto de 10% no preço da segunda unidade e um desconto de 20% no preço da terceira unidade.

A primeira unidade não tem desconto. Comprando três unidades dessa mercadoria, o desconto total é

A) 8%.
B) 10%.
C) 22%.
D) 30%.
E) 32%.

Resolução:

Como não temos o valor de uma unidade, vamos supor que ela custe R$ 100,00.

De acordo com o enunciado, são três unidades, sendo que:

1ª unidade não tem desconto	100,00	100,00
2ª unidade tem 10% de desconto	$\frac{100}{x} = \frac{100\%}{90\%}$ desconto de 10% x = 90,00	90,00
3ª unidade tem 20% de desconto	$\frac{100}{x} = \frac{100\%}{80\%}$ desconto de 20% x = 80,00	80,00

Logo, as três unidades custam

100,00 + 90,00 + 80,00 = 270,00.

Se elas não tivessem descontos, custariam:

100,00 + 100,00 + 100,00 = 300,00.

Perceba que houve 300 – 270 = 30 reais de desconto, que correspondem a:

$$\frac{300}{30} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x = 10\%$$

Resposta: letra B.

EXERCÍCIOS

23. Calcule:

A) 8% de 1 200
B) 25% de 275,50
C) 130% de 35
D) 12% de 152
E) 0,1% de 220

24. (PUC Rio) Em uma loja, uma peça de roupa que custava R$ 200,00 passou a custar R$ 300,00. O reajuste foi de

A) 200%.
B) 100%.
C) 50%.
D) 20%.
E) 10%.

25. (FGV) Para o consumidor individual, a editora fez esta promoção na compra de certo livro: "Compre o livro com 12% de desconto e economize R$ 10,80 em relação ao preço original".

Qual é o preço original do livro?

26. (CFTSC) Ricardo comprou um terreno e, por ter pago à vista, ganhou 15% de desconto, fazendo uma economia de R$ 2 250,00.

Considerando-se o desconto, é correto afirmar que Ricardo pagou pelo terreno o valor de

A) R$ 15 000,00.
B) R$ 12 750,00.
C) R$ 12 500,00.
D) R$ 17 750,00.
E) R$ 11 750,00.

27. (UFT-TO) Uma TV de plasma com 20% de desconto é vendida por R$ 2 500,00. O preço da TV sem desconto é

A) R$ 3 125,00.
B) R$ 3 000,00.
C) R$ 2 800,00.
D) R$ 3 100,00.
E) R$ 3 500,00.

28. (IFSC) Um automóvel de uma fábrica é vendido para uma revendedora por R$ 18 000,00. Essa revendedora vende esse mesmo automóvel ao consumidor por R$ 25 560,00.

Disponível em: <carplace.virgula.uol.com.br>.
Acesso em: 21 set. 2011.

É correto afirmar que a porcentagem de aumento aplicada pela revendedora sobre o preço de fábrica foi de

A) 0,40%.
B) 70%.
C) 35%.
D) 40%.
E) 42%.

29. (IFPE) Ana Margarida queria comprar dólares para dar a sua filha Letícia e a sua sobrinha Joana, que vão numa excursão para visitar a Disneylândia. O valor do dólar numa quarta-feira era R$ 1,90. Dois dias depois, a Ana foi ao *Shopping Center* e, passando por uma casa de câmbio, viu que o valor do dólar estava R$ 1,71. Assinale qual foi o percentual de variação do dólar nesses dois dias.

A) 19%
B) 17%
C) 15%
D) 11%
E) 10%

30. (PUC Rio) Em uma loja, uma peça de roupa que custava R$ 200,00 passou a custar R$ 100,00 na liquidação. O desconto foi de

A) 200%.
B) 100%.
C) 50%.
D) 20%.
E) 10%.

31. (UTFPR) As vendas de imóveis em uma cidade foram, em 2008, 60% superiores às vendas de 2007. Da mesma forma, podemos então afirmar que as vendas de imóveis dessa mesma cidade foram, em 2007, x% inferiores às vendas de 2008. Determine **x**.

A) 37,5%
B) 40%
C) 55,5%
D) 62,5%
E) 60%

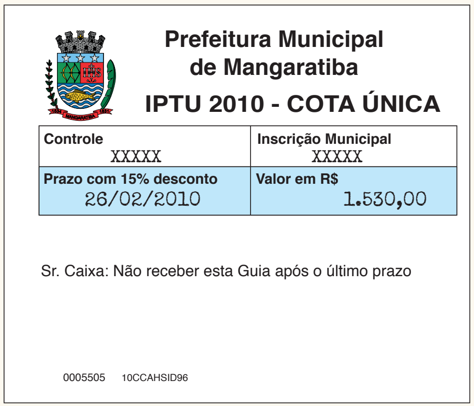
32. (Unicamp-SP) Um determinado cidadão recebe um salário bruto de R$ 2 500,00 por mês e gasta cerca de R$ 1 800,00 por mês com escola, supermercado, plano de saúde, etc. Uma pesquisa recente mostrou que uma pessoa com esse perfil tem seu salário bruto tributado em 13,3% e paga 31,5% de tributos sobre o valor dos produtos e serviços que consome. Nesse caso, o percentual total do salário mensal gasto com tributos é de cerca de

A) 40%.
B) 41%.
C) 45%.
D) 36%.

33. (UESC) Um automóvel foi comprado e revendido, sucessivamente, por três pessoas. Cada uma das duas primeiras pessoas obteve, por ocasião da revenda, um lucro de 10%, e a terceira teve um prejuízo de 10% sobre o respectivo preço de compra. Se a terceira pessoa vendeu o automóvel por R$ 13 068,00, então a primeira o adquiriu por

A) R$ 12 000,00.
B) R$ 12 124,00.
C) R$ 12 260,00.
D) R$ 12 389,00.
E) R$ 12 500,00.

34. (UERJ) Observe as guias para pagamento em cota única do IPTU-2010 mostradas a seguir:



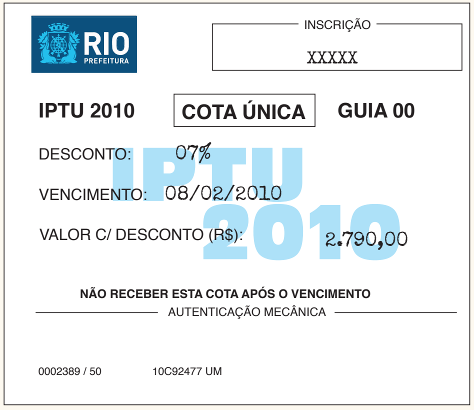
Prefeitura Municipal de Mangaratiba

IPTU 2010 - COTA ÚNICA

Controle XXXXX	**Inscrição Municipal** XXXXX
Prazo com 15% desconto 26/02/2010	**Valor em R$** 1.530,00

Sr. Caixa: Não receber esta Guia após o último prazo

0005505 10CCAHSID96



RIO PREFEITURA

INSCRIÇÃO XXXXX

IPTU 2010 **COTA ÚNICA** **GUIA 00**

DESCONTO: 07%

VENCIMENTO: 08/02/2010

VALOR C/ DESCONTO (R$): 2.790,00

NÃO RECEBER ESTA COTA APÓS O VENCIMENTO

AUTENTICAÇÃO MECÂNICA

0002389 / 50 10C92477 UM

Em uma delas, com o desconto de 15%, será pago o valor de R$ 1 530,00; na outra, com o desconto de 7%, será pago o valor de R$ 2 790,00.

O desconto percentual médio total obtido com o pagamento desses valores é igual a

A) 6%.
B) 10%.
C) 11%.
D) 22%.

35. (PUC Rio) Um imóvel em São Paulo foi comprado por **x** reais, valorizou 10% e foi vendido por R$ 495 000,00. Um imóvel em Porto Alegre foi comprado por **y** reais, desvalorizou 10% e também foi vendido por R$ 495 000,00.

Os valores de **x** e **y** são:

A) x = 445 500 e y = 544 500
B) x = 450 000 e y = 550 000
C) x = 450 000 e y = 540 000
D) x = 445 500 e y = 550 000
E) x = 450 000 e y = 544 500

Instrução: Texto para a questão **36**.

Números totais de transferências de jogadores brasileiros de futebol por região de destino – 2007-2009

Região de Destino	2007	2008	2009*	Total
África	16	14	19	49
América Central	27	35	14	76
América do Norte	23	34	29	86
América do Sul	72	105	62	239
Ásia	213	152	127	492
Europa Oriental	135	149	60	344
Europa Ocidental	500	565	185	1 250
Oceania	10	10	8	28
Oriente Médio	89	112	27	228
Total	**1 085**	**1 176**	**531**	**2 792**

* Dados referentes ao primeiro semestre do ano.

RUGGI, L. ; RESENDE, R.; CARNIEL, F. Em campo com passaporte: notas sobre as transferências internacionais de jogadores de futebol brasileiros. Disponível em: <http://www.humanas.ufpr.br/evento/SociologiaPolitica>. Acesso em: 27 jun. de 2010.

36. (UEL-PR) Com base na tabela, é correto afirmar que, de 2007 para 2008, o aumento no número de transferências de jogadores brasileiros foi de, aproximadamente,

A) 2% para a Europa Ocidental.
B) 5% para a Europa Oriental.
C) 10% para a América Central.
D) 14% para o Oriente Médio.
E) 46% para a América do Sul.

37. (IFSul–2016) Um técnico em mecânica resolveu aumentar o valor de seus serviços em 17% para os clientes novos, mas para não perder a clientela, manteve o preço sem reajuste para os clientes antigos.

Em relação ao novo preço, os clientes antigos terão um desconto de, aproximadamente,

A) 14,5%.
B) 15,5%.
C) 16%.
D) 17%.

38. Anderson foi a uma loja comprar uma televisão anunciada por R$ 3 200,00. Como ia pagar à vista, negociou e conseguiu efetuar a compra por R$ 2 800,00. Qual porcentagem de desconto foi obtida nessa compra?

Fator de correção

O fator de correção é um número decimal que podemos multiplicar por um valor dado para facilitar os cálculos percentuais de aumento ou desconto.

Já sabemos que o total na porcentagem é representado por 100%, sendo assim, podemos escrever os aumentos ou reduções percentuais através de certas operações em relação a esse total.

Considere x% como a porcentagem de acréscimo ou de redução.

O fator de correção para desconto é: $1 - \frac{x}{100}$

O fator de correção para aumento é: $1 + \frac{x}{100}$

Exemplos:

- Uma calça custa R$ 120,00 e terá um desconto de 15% no pagamento à vista. Quanto ela custará, caso opte por essa forma de pagamento?

  Podemos multiplicar 120,00 por 0,85, pois 15% de desconto tem fator de correção igual a 1 – 0,15 = 0,85.

  Logo: 120 . 0,85 = 102,00 (preço da calça com os 15% de desconto).

- Um celular que custa R$ 600,00 sofrerá um reajuste de 15%. Quanto ele custará?

  Podemos multiplicar 600,00 por 1,15, pois 15% de aumento tem fator de correção igual a 1 + 0,15 = 1,15.

  Logo: 600 . 1,15 = 690,00 (preço do celular após o reajuste de 15%).

Situação	Porcentagem	Fator de correção	Exemplo
Acréscimo percentual de x%	100% + x%	1,15	Aumentar 15%: 100% + 15% = 115% ou 1,15
Redução percentual de x%	100% – x%	0,85	Descontar 15%: 100% – 15% = 85% ou 0,85

EXERCÍCIOS

39. (IFSC-SC–2017) Um cliente foi a uma concessionária e comprou um carro no valor de R$ 35 000,00.

Após 12 meses, o proprietário resolveu vender o veículo que havia adquirido.

Sabendo-se que esse veículo sofreu uma desvalorização de 18% durante o ano, calcule o preço de revenda desse automóvel.

A) R$ 28 700,00.

B) R$ 18 700,00.

C) R$ 17 800,00.

D) R$ 26 800,00.

E) R$ 25 380,00.

40. (PUC Rio) O salário de Paulo sofreu um desconto total de 8%; com isso, ele recebeu R$ 1 518,00.

O valor bruto do salário de Paulo é

A) R$ 1 390,00.

B) R$ 1 550,00.

C) R$ 1 600,00.

D) R$ 1 650,00.

E) R$ 1 680,00.

41. (UTFPR–2016) Um celular, cujo preço é R$ 800,00 pode ser comprado à vista com 10% de desconto ou com pagamento para 30 dias com acréscimo de 3% sobre o preço à vista. A diferença, em reais, entre o preço das duas opções de compra, é

A) 21,60

B) 22,40

C) 13,00

D) 15,50

E) 25,60

42. (UEG-GO) A produção de veículos no Brasil cresceu 18,3%, nos sete primeiros meses do ano de 2010, em relação a igual período em 2009. As fábricas atingiram 2,07 milhões de unidades nos sete primeiros meses do ano de 2010, de acordo com os dados que englobam automóveis, comerciais leves, ônibus e caminhões.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/mercado/778188-producao-de-veiculos-cresce-18-no-ano-no-pais.shtml.>. Acesso em: 09 ago. 2010.

De acordo com os dados apresentados, o número de veículos fabricados no Brasil, nos sete primeiros meses do ano de 2009, em milhões de unidades, foi, aproximadamente, igual a

A) 1,69

B) 1,75

C) 2,45

D) 2,53

43. (UFG-GO) Leia o fragmento a seguir:

> Após anos de resultados pouco expressivos, os números das exportações do setor automotivo voltaram a chamar a atenção nos dados da indústria. De acordo com a Anfavea, as vendas para o exterior atingiram US$ 1,67 bilhão em agosto. Esse valor apresenta um crescimento de 21,7% em comparação ao mesmo mês de 2012.

FOLHA DE S.PAULO. São Paulo,
06 set. 2013, p. B1 (Adaptação).

De acordo com essas informações, calcule o valor das exportações do setor automotivo em agosto de 2012.

Aumentos ou descontos sucessivos

Em situações que envolvem aumentos ou descontos sucessivos, resolveremos calculando a multiplicação dos fatores de correção.

Exemplos:

- Uma mercadoria sofre dois reajustes de 10% sucessivos. Qual a porcentagem de reajuste final?

  O fator de correção para reajuste (aumento) de 10% é:

  $1 + 0,10 = 1,10$

  Como foram dois reajustes sucessivos, faremos a multiplicação de $(1,10) . (1,10) = 1,21$.

  Logo, 1,21 é o fator de aumento após os dois reajustes, o que corresponde a um aumento de 21%.

- Carlos concedeu um desconto de 15% no preço de um celular para aumentar as vendas. Após um tempo, teve que reajustar o valor em 8%. Qual a porcentagem de reajuste ou desconto final?

  Inicialmente houve um desconto de 15%, logo o fator de desconto é $1 - 0,15 = 0,85$.

  Em seguida, houve o reajuste de 8%, logo o fator de multiplicação de aumento é $1 + 0,08 = 1,08$.

  Ao final, o valor a ser pago é dado por:

  $$(0,85) . (1,08) = 0,918.$$

  Como 0,918 é menor que 1, podemos concluir que houve um desconto e, para descobri-lo, basta fazer a diferença entre o valor total e o valor pago. Em porcentagem, temos:

  $$1 - 0,918 = 0,082 = 8,2\%.$$

Se ao final da multiplicação, o número for:

- Menor que 1 → indica que houve desconto.
  Exemplo: 0,91 = desconto de 9% (1 – 0,91 = 0,09)

- Maior que 1 → indica que houve aumento.
  Exemplo: 1,23 = aumento de 23% (1,23 = 1 + 0,23)

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. (BIORIO) Com a inflação, mês passado um comerciante aumentou o preço de seus produtos em 20%. Agora ele está arrependido porque as vendas caíram muito. Assim, ele resolveu baixar os preços atuais em 20%. Dessa forma, o preço final a ser cobrado depois desse desconto, comparado com o preço inicial, de antes do aumento, será:

A) 4% mais barato.
B) 2% mais barato.
C) igual.
D) 2% mais caro.
E) 4% mais caro.

Resolução:

Com os dados do enunciado temos que:

Situação	Fator de correção
Inicialmente o preço aumentou em 20%	$(1 + 0{,}20) = 1{,}20$
Em seguida baixou em 20%	$(1 - 0{,}20) = 0{,}80$

Aplicando aumentos e descontos sucessivos, temos que o preço final será:

$(1{,}20) \,.\, (0{,}80) = 0{,}96$.

Sabemos que $0{,}96 = \dfrac{96}{100} = 96\%$.

Logo, o preço final será 96% do preço inicial, o que corresponde a um desconto de 4%.

Resposta: letra A.

EXERCÍCIOS

44. Resolva:

A) 10% de 10% de 10
B) 1% de 5% de 33
C) 0,5% de 25% de 80
D) 50% de 12,5% de 100

45. Um produto que custava R$ 100,00 sofreu alterações em dois meses seguidos. Calcule o novo valor desse produto após os reajustes a seguir:

A) Dois aumentos de 15%.
B) Dois descontos de 10%.
C) Aumento de 10% e desconto de 10%.
D) Desconto de 5% e aumento de 20%.

46. (FUVEST-SP) A cada ano que passa o valor de um carro diminui em 30% em relação ao seu valor do ano anterior. Se V for o valor do carro no primeiro ano, o seu valor no oitavo ano será:

A) $(0{,}7)^7$ V
B) $(0{,}3)^7$ V
C) $(0{,}7)^8$ V
D) $(0{,}3)^8$ V
E) $(0{,}3)^9$ V

47. (UFSJ-MG) Ao longo do ano passado, um trabalhador recebeu três reajustes salariais sucessivos de 6%, 10% e 12%, respectivamente.

Assim, é correto afirmar que esse trabalhador, nesse período, teve seu salário reajustado em, aproximadamente,

A) 12,6%.
B) 22%.
C) 30,6%.
D) 16,6%.

48. (PUC Rio) Em março de 2011, a garrafa de 500 mL de suco de bujurandu custava R$ 5,00. Em abril, o valor subiu 10% e, em maio, caiu 10%. Qual o preço da garrafa em junho?

A) R$ 4,50
B) R$ 4,95
C) R$ 5,00
D) R$ 5,50
E) R$ 6,00

49. (ESPM) Uma pessoa fez um investimento em ações. No primeiro semestre, ela perdeu 30% do capital aplicado e no segundo semestre ela recuperou 60% do que havia perdido. Em relação ao investimento inicial, seu prejuízo nesses 2 semestres foi de

A) 22%.
B) 12%.
C) 18%.
D) 24%.
E) 16%.

50. (UFSC) Na segunda-feira, um comerciante decide vender um produto com um desconto de 10%. Na sexta-feira, como não obteve muito sucesso, decide acrescentar um novo desconto de 20% sobre o valor obtido após o primeiro desconto. Calcule o desconto total no preço original do produto.

51. (CEFET-MG) Suponha que a população de baixa renda no Brasil gastou 15,6% de seus rendimentos mensais com energia elétrica até o final de agosto de 2012, e, no mês seguinte, o governo concedeu uma redução de 20% no preço dessa energia. Se não houve variações na renda familiar dessa classe nesse período, então a nova porcentagem de gastos com a energia será de

A) 13,25%.
B) 12,48%.
C) 4,40%.
D) 3,12%.

52. (UFG-GO) As ações de uma empresa sofreram uma desvalorização de 30% em 2011. Não levando em conta a inflação, para recuperar essas perdas em 2012, voltando ao valor que tinham no início de 2011, as ações precisariam ter uma valorização de, aproximadamente,

A) 30%.
B) 33%.
C) 43%.
D) 50%.
E) 70%.

53. (CEFET-RJ) O valor **P** de uma mercadoria teve dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 12%. Seu preço ficou em R$ 756,00. Se, em vez desses dois aumentos, **P** tivesse um único aumento de 20%, o preço final da mercadoria seria

A) igual ao preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.
B) aproximadamente R$ 21,53 a menos que o preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.
C) R$ 6,00 a menos que o preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.
D) R$ 2,00 a mais que o preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.

54. (FUVEST-SP) Uma mercadoria sofreu dois descontos sucessivos de 14%. Para que ela volte ao seu preço inicial, deverá sofrer um acréscimo de:

A) 28%
B) 14%
C) 26,04%
D) 29,96%
E) 35,21%

55. (UEMG) No mês de outubro do ano de 2014, devido às comemorações natalinas, um comerciante aumentou os preços das mercadorias em 8%. Porém, não vendendo toda a mercadoria, foi feita, em janeiro do ano seguinte, uma liquidação dando um desconto de 6% sobre o preço de venda. Uma pessoa que comprou um objeto nessa loja, em janeiro de 2015, por R$ 126,90, pagaria em setembro, do ano anterior, uma quantia

A) menor que R$ 110,00.
B) entre R$ 120,00 e R$ 128,00.
C) igual a R$ 110,00.
D) entre R$ 110,00 e R$ 120,00.

56. (FEI–2017) O preço das ações de uma empresa sofreu duas altas sucessivas de 20% e uma baixa de 10%. É correto afirmar que, nesse período todo, as ações tiveram uma alta de:

A) 30%
B) 29,6%
C) 28%
D) 27,5%
E) 25,2%

57. (FUVEST-SP) Barnabé tinha um salário de x reais em janeiro. Recebeu aumento de 80% em maio e 80% em novembro. Seu salário atual é:

A) 2,56x
B) 1,6x
C) x + 160
D) 2,6x
E) 3,24x

58. (PUC-SP) Descontos sucessivos de 20% e 30% são equivalentes a um único desconto de:

A) 25%
B) 26%
C) 44%
D) 45%
E) 50%

Juros Simples

No regime de juros simples, os juros são calculados com base num capital (ou quantia) inicial emprestado ou aplicado. O valor é constante a todo período.

Para calcular juros simples podemos usar a relação:

$$J = \frac{C.i.t}{100}$$

Sendo:
C = capital ou quantia inicial;
i = taxa de juros (escrito em %);
t = tempo.

Atenção:

- A taxa e o tempo devem estar na mesma unidade.

  Exemplos:

  - Taxa anual → tempo em anos
  - Taxa mensal → tempo em meses
  - Taxa diária → tempo em dias

- Devemos considerar o tempo de acordo com o calendário comercial, com o ano possuindo 360 dias e o mês 30 dias.

- As abreviaturas nas taxas de juros significam:

  a.a. = ao ano.
  a.s. = ao semestre.
  a.q. = ao quadrimestre.
  a.t. = ao trimestre.
  a.b. = ao bimestre.
  a.m. = ao mês.
  a.d. = ao dia.

Exemplo:

- A quantia de R$ 400,00 foi aplicada no sistema de juros simples por um mês, sendo a taxa de 2% a.m. Quais o juros obtidos ao final do período?

$$J = \frac{400 . 2 . 1}{100} \Rightarrow$$
$$J = \frac{800}{100} \Rightarrow$$
$$J = 8 \text{ reais}$$

O juro será de R$ 8,00.

Se o período de investimento fosse 2 meses, teríamos:

$$\left.\begin{matrix}8{,}00 \text{ no primeiro mês}\\ 8{,}00 \text{ no segundo mês}\end{matrix}\right\} 16{,}00 \text{ nos dois meses}$$

Perceba que o valor dos juros é constante, sempre R$ 8,00.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Um capital de R$ 4 800,00 foi aplicado no sistema de juros simples durante 100 dias à taxa de 12% ao ano. Qual o juro produzido por esse capital após esse período?

Resolução:

Antes de qualquer coisa, vamos verificar as unidades da taxa e do tempo: como a taxa está em anos, temos que transformar o tempo que foi dado em dias para anos.

Tempo de 100 dias em um ano de 360 dias (ano comercial) corresponde a $\frac{100}{360}$ do ano. Assim:

$$t = 100 \text{ dias} \Rightarrow t = \frac{100}{360} \text{ do ano}$$

Logo:

$$J = \frac{4\,800 . 12 . \frac{100}{360}}{100} \Rightarrow J = \frac{4\,800 . 12 . 100}{100 . 360} \Rightarrow J = 160$$

Os juros produzidos foram de R$ 160,00.

Montante

Montante é o valor resultante da soma do capital inicial com o juro.

M = C + J

Exemplo:

- Qual o montante pago por um empréstimo de R$ 500,00, a ser pago após dois meses, a uma taxa de juros simples de 14% ao mês?

Para calcular o montante, devemos calcular os juros:

$$J = \frac{500 . 14 . 2}{100} \Rightarrow$$
$$J = \frac{14\,000}{100} \Rightarrow$$
$$J = 140 \text{ reais}$$

Logo, o montante será:

M = C + J ⇒
M = 500 + 140 ⇒
M = 640,00.

Será pago o montante de R$ 640,00.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. (FSM-RJ) João tomou R$ 200,00 a juros simples de 5% ao mês. Um mês após o empréstimo, pagou R$ 100,00 e, um mês depois desse pagamento, liquidou a dívida. O valor desse último pagamento foi de

A) R$ 110,00
B) R$ 112,50
C) R$ 115,50
D) R$ 120,00

Resolução:

O juro desse primeiro mês do capital de R$ 200,00 é:

$$J = \frac{200 . 5 . 1}{100} \Rightarrow$$
$$J = \frac{1\,000}{100} \Rightarrow$$
$$J = 10$$

A cada mês, João pagará R$ 10,00 de juros.

No primeiro mês, o montante será de:

$M = 200 + 10 \Rightarrow M = 210{,}00$

Como ele pagou R$ 100,00, ficou um saldo de 210,00 – 100,00 = 110,00.

No segundo mês, o montante a ser pago por João será de 110 + 10 = 120. Logo, seu último pagamento será de R$ 120,00.

EXERCÍCIOS

59. (UFT-TO) Uma pessoa vai a uma loja comprar um aparelho celular e encontra o aparelho que deseja adquirir com duas opções de compra: à vista com 10% de desconto; ou em duas parcelas iguais e sem desconto, sendo a primeira parcela no ato da compra e a outra um mês após.

Com base nos dados de oferta desse aparelho celular, pode-se afirmar que a loja trabalha com uma taxa mensal de juros de

A) 0%.
B) 1%.
C) 5%.
D) 10%.
E) 25%.

60. (FCC) João emprestou a quantia de R$ 23 500,00 a seu filho Roberto. Trataram que Roberto pagaria juros simples de 4% ao ano. Roberto pagou esse empréstimo para seu pai após 3 anos. O valor total dos juros pagos por Roberto foi

A) R$ 3 410,00.
B) R$ 2 820,00.
C) R$ 2 640,00.
D) R$ 3 120,00.
E) R$ 1 880,00.

61. (IESES) O valor dos juros simples em uma aplicação financeira de $ 3 000,00 feita por dois trimestres a taxa de 2% ao mês é igual a:

A) $ 360,00
B) $ 240,00
C) $ 120,00
D) $ 480,00

62. (UFMA) Se R$ 10 000,00 foram aplicados por 10 dias, a juros simples, de taxa de 15% ao mês, qual o montante dessa aplicação?

A) 11 800,00
B) 10 500,00
C) 11 500,00
D) 10 800,00
E) 12 800,00

63. (UERJ) Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R$ 860,00;
- em duas parcelas fixas de R$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

A) 10%
B) 12%
C) 15%
D) 18%

64. (Vunesp) Um empréstimo de determinado valor C foi efetuado a uma taxa de juro simples de 18% ao ano, por um prazo de 8 meses. Sabendo-se que o montante relacionado a esse empréstimo foi de R$ 11 200,00, o valor C emprestado foi de

A) R$ 9 000,00.
B) R$ 9 250,00.
C) R$ 9 500,00.
D) R$ 9 750,00.
E) R$ 10 000,00.

65. (Vunesp) Num balancete de uma empresa consta que certo capital foi aplicado a uma taxa de 30% ao ano durante 8 meses, rendendo juros simples no valor de R$ 192,00. O capital aplicado foi de:

A) R$ 288,00
B) R$ 880,00
C) R$ 960,00
D) R$ 2 880,00

66. (ESAF) Um capital de R$ 80,00 aplicado a juros simples à taxa de 2,4% a.m. atinge, em 45 dias, um montante, em reais, de:

A) R$ 81,92
B) R$ 82,88
C) R$ 83,60
D) R$ 84,80
E) R$ 88,00

67. (UFMG) Um investidor tinha R$ 100 000,00 aplicados, parte em ouro e o restante em certificados de depósitos bancários (CDB). O ouro teve uma alta de 8% ao mês, os CDB, de 10% ao mês. Se o rendimento no mês foi de R$ 8 500,00, então, a quantia, em reais, que ele investiu em ouro foi de:

A) 55 000,00
B) 65 000,00
C) 75 000,00
D) 85 000,00
E) 95 000,00

68. (FGV) João comprou um televisor por R$ 1 050,00 a ser pago em duas parcelas iguais: a primeira, à vista e a segunda, após um mês. Se a loja cobra a taxa de juro de 10% ao mês sobre o saldo devedor, o valor de cada parcela é:

A) R$ 550,00
B) R$ 577,50
C) R$ 525,00
D) R$ 540,00
E) R$ 545,00

69. (Unemat-MT) Um capital de R$ 600,00, aplicado à taxa de juros simples de 30% ao ano, gerou um montante de R$ 1 320,00 depois de certo tempo. O tempo de aplicação foi de:

A) 1 ano
B) 2 anos
C) 3 anos
D) 4 anos
E) 5 anos

70. (CFTRJ–2016) Marcelo comprou um móvel de R$ 1 000,00, de forma parcelada, com juros de 5% ao mês. Sabendo que Marcelo pagou R$ 400,00 no ato da compra e o restante um mês depois, qual foi o valor dessa segunda parcela, 30 dias após a compra?

71. (CEFET-MG) Uma concessionária anunciou um veículo no valor de R$ 30 000,00 à vista. Após negociação, um cliente adquiriu o veículo pagando R$ 20 000,00 de entrada e R$ 11 200,00 após 30 dias. A taxa mensal de juros cobrada nessa venda foi de

A) 4%.
B) 6,6%.
C) 11,2%.
D) 12%.

72. (UECE) Renato contratou um empréstimo de R$ 1 400,00, para pagar um mês depois, com juros de 15% ao mês. Ao final do mês, não podendo pagar o total, deu por conta apenas R$ 750,00 e, para o restante, firmou um novo contrato nas mesmas bases do anterior, o qual foi pago integralmente um mês depois. O valor do último pagamento foi

A) R$ 889,00.
B) R$ 939,00.
C) R$ 989,00.
D) R$ 1 009,00.

73. (UFSJ-MG) Em uma promoção, determinada loja oferece duas formas de pagamento. À vista, com 25% de desconto sobre o preço do produto, ou dividindo esse valor em duas prestações iguais. A primeira prestação é paga no ato da compra e a segunda, um mês após.

Essa loja cobra, nas vendas a prazo, juros mensais de taxa igual a

A) 75%.
B) 100%.
C) 25%.
D) 50%.

Juros Compostos

No regime de juros compostos, os juros são calculados sobre o valor do período imediatamente anterior. Sendo assim, o juro incide sobre o montante anterior, não sendo constante a cada período. É considerado juros sobre juros.

Para calcular o montante nesse sistema de juros podemos usar a relação:

$$M = C.\left(1 + \frac{i}{100}\right)^t$$

Sendo:
M = montante;
C = capital ou quantia inicial;
i = taxa de juros (escrita em %);
t = tempo.

Caso seja necessário determinar o juro, utilizaremos:
J = M – C

EXERCÍCIO RESOLVIDO

06. (Vunesp) Cássia aplicou o capital de R$ 15 000,00 a juros compostos, pelo período de 10 meses e à taxa de 2% a.m. (ao mês). Considerando a aproximação $(1{,}02)^5 = 1{,}1$, Cássia computou o valor aproximado do montante a ser recebido ao final da aplicação. Esse valor é:

A) R$ 18 750,00
B) R$ 18 150,00
C) R$ 17 250,00
D) R$ 17 150,00
E) R$ 16 500,00

Resolução:

O sistema de aplicação é o de juros compostos, logo vamos aplicar a fórmula:

$$M = C\left(1 + \frac{i}{100}\right)^t \Rightarrow M = 15\,000.\left(1 + \frac{2}{100}\right)^{10} \Rightarrow$$

$$M = 15\,000.(1 + 0{,}02)^{10} \Rightarrow M = 15\,000.(1{,}02)^{10}$$

O enunciado informa que $(1{,}02)^5 = 1{,}1$.

Sabemos que $(1{,}02)^{10} = (1{,}02)^{5+5}$.

Usando a propriedade de potências de mesma base, conservamos a base e somamos o expoente, podemos escrever:

$(1{,}02)^{10} = (1{,}02)^{5+5} =$

$(1{,}02)^5.\ (1{,}02)^5 =$

$1{,}1\ .\ 1{,}1 = 1{,}21$

Substituindo esse valor, temos:

$M = 15\,000.(1{,}02)^{10} \Rightarrow$

$M = 15\,000.1{,}21 \Rightarrow$

$M = 18\,150{,}00$

Dessa maneira, o montante a ser recebido é R$ 18 150,00.

Resposta: letra B.

EXERCÍCIOS

74. (UFPE) Se uma pessoa toma emprestado a quantia de R$ 3 000,00 a juros compostos de 3% ao mês, pelo prazo de 8 meses, qual o montante a ser devolvido?

Dado: use a aproximação $(1{,}03)^8 \cong 1{,}27$.

A) R$ 3 802,00
B) R$ 3 804,00
C) R$ 3 806,00
D) R$ 3 808,00
E) R$ 3 810,00

75. (IESES) Qual é o valor do montante obtido em uma aplicação financeira de $ 4 000,00 feita à taxa de juros compostos de 4% ao mês durante um trimestre?

A) $ 4 480,00
B) $ 4 485,45
C) $ 4 499,46
D) $ 4 545,45

76. (FCC) O montante de um empréstimo de 4 anos da quantia de R$ 20 000,00, do qual se cobram juros compostos de 10% ao ano, será igual a

A) R$ 26 000,00.
B) R$ 28 645,00.
C) R$ 29 282,00.
D) R$ 30 168,00.
E) R$ 28 086,00.

77. (UERJ–2017) Um capital de **C** reais foi investido a juros compostos de 10% ao mês e gerou, em três meses, um montante de R$ 53 240,00.

Calcule o valor, em reais, do capital inicial **C**.

78. (UPE-SSA 3–2016) Mariana fez um empréstimo à base de juros compostos, num banco que cobra 10% ao mês. Ao final de 180 dias, o montante a ser pago por ela será de R$ 9 000,00. Com o dinheiro do empréstimo, Mariana realizou alguns pagamentos chegando a sua casa com R$ 1 250,00. Quanto ela gastou, aproximadamente, com os pagamentos?

Dado: adote $(1{,}1)^6 = 1{,}8$

A) R$ 1 333,00.
B) R$ 2 755,00.
C) R$ 3 260,00.
D) R$ 3 750,00.
E) R$ 4 500,00.

79. (FGV) O senhor Haroldo deposita hoje R$ 10 000,00 e depositará R$ 12 000,00 daqui a 3 anos em um fundo que rende juros compostos à taxa de 10% ao ano. Seu montante, daqui a 4 anos, pertencerá ao intervalo:

A) R$ 27 500; R$ 27 600
B) R$ 27 600; R$ 27 700
C) R$ 27 700; R$ 27 800
D) R$ 27 800; R$ 27 900
E) R$ 27 900; R$ 28 000

80. (FCC) Um investidor aplica, em uma mesma data, os seguintes capitais:

I. R$ 11 600,00, durante 15 meses, sob o regime de capitalização simples.
II. R$ 20 000,00, durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros de 3% ao trimestre.

Se os valores dos juros das duas aplicações são iguais, então a taxa de juros anual da primeira aplicação é de

A) 8,4%
B) 9,0%
C) 9,6%
D) 10,5%
E) 10,8%

MATEMÁTICA

GABARITO

Operações no conjunto dos números reais

01. A) 1.1.1=1

B) 0.0.0.0.0.0 = 0

C) $(-2).(-2).(-2) = -8$

D) $(-4).(-4).(-4) = -64$

E) $(-2).(-2).(-2).(-2) = 16$

F) $(-4).(-4).(-4).(-4) = 256$

G) $2^{3+5} = 2^8 = 2.2.2.2.2.2.2.2 = 256$

02. Gabarito: D

$[2^9 : (2^{2+1})^3]^{-3} = [20]^{-3} = 1$

03. Gabarito: A

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

04. $$\frac{3^4.\left(2^{10}\right)^4.2^8.\left(2^9\right)^{-3}.2.3^2}{\left(2^{-1}\right)^2.\left(2^{10}.3^3\right)^2} = 2^4.3^0 = 16$$

05. Gabarito: D

$(0{,}125)^{15} = (2^{-3})^{15} = 2^{-45}$

06. A) 10^2

B) 10^{-2}

C) 10^3

D) 10^{-3}

E) 10^{-5}

F) 10^5

G) 10^{-6}

H) 10^9

07. $$\frac{0{,}01.10^3.(0{,}0001)^3.1\,000}{\left(0{,}01\right)^2.0{,}00001} = \frac{10^{-2}.10^3.10^{-12}.10^3}{10^{-4}.10^{-5}} = 10$$

08. Gabarito: D

$$\frac{10^{-3}.10^5}{10.10^4} = 10^{-3}$$

09. A) $1{,}5 . 10^2$

B) $2{,}0 . 10$

C) $1{,}78 . 10^3$

D) $7{,}4 . 10^4$

E) $2{,}356 . 10^5$

F) $1{,}7 . 10^{-3}$

G) $2 . 10^{-2}$

H) $7 . 10^{-5}$

I) $1{,}52 . 10^{-1}$

J) $8{,}7 . 10^{-7}$

10. Gabarito: B

$20.10^5 = 2{,}0 . 10^6$

11. A) $A = 5{,}12 . 10^8$, $B = 2{,}56 . 10^{-5}$ e $C = 7{,}8 . 10^6$

B) $A . B = (5{,}12 . 10^8).(2{,}56. 10^{-5}) = 13{,}1072 . 10^3 = 1{,}31072. 10^4$

$A : B = (5{,}12 . 10^8) : (2{,}56. 10^{-5}) = 2. 10^{13}$

$A + C = (5{,}12 . 10^8) + (7{,}8 . 10^6) = (512 . 10^6) + (7{,}8 . 10^6) = 519{,}8 . 10^6 = 5{,}198 . 10^8$

12. Gabarito: B

$0{,}00000045 = 4{,}5 . 10^{-7}$

13. I. Velocidade da luz no vácuo: $3 . 10^8$ m/s

II. Distância da Terra ao Sol: $1{,}49 . 10^8$ km

III. Raio do átomo de hidrogênio: $5 . 10^{-9}$ cm

IV. Idade das rochas mais antigas: $1{,}0.10^{17}$ s

14. Gabarito: C

$-0{,}00000000000000000016 = -1{,}6 . 10^{-19}$

15. Gabarito: A

$(1 . 10^{-4}) : (8 . 10^{-7}) = 0{,}125 . 103 = 125$

16. Gabarito: C

$$\sqrt[3]{\frac{60\,000\,.\,0{,}00009}{0{,}0002}}=\sqrt[3]{\frac{6\,.\,10^{4}\,.\,9\,.\,10^{-5}}{2\,.\,10^{-4}}}=3\,.\,10$$

17. Gabarito: D

x = 14,5 – 0,8 = 13,7 y = 14,5 + 0,8 = 15,3

13,7 + 15,3 = 29,0

18. Gabarito: A

190 000 000 – 2 400 000 – 2 600 000 – 6 000 000 – 11 000 000 = 168 000 000 =

1,68. 10^8 habitantes em 5 565 – 4 = 5 561 municípios.

19. $x=3\sqrt{25.2}+\sqrt{\frac{8}{2}}-2\sqrt{3}.4\sqrt{4}.\sqrt{3}-5\sqrt{2}.\sqrt{9}=-46$

$$y=\frac{\sqrt{49}}{2}-\sqrt[3]{5^{6}}+\sqrt[4]{3}.3^{-\frac{1}{4}}=-\frac{41}{2}$$

Como x = –46 e y = $-\frac{41}{2}$, apenas x representa um número inteiro.

20. Perímetro: $2\sqrt{12}$ + 2 . $2\sqrt{27}$ = $16\sqrt{3}$

21. A) $(-7)^2 : (-7) + 2[(-8)^3 : (8)^2] = -23$

B) $6:9-7.(4+2)=-\frac{124}{3}$

C) 25 : (9 – 4) + 36 . 1 = 41

D) 9 + 2 . 8 – 6 = 19

22. Gabarito: A

2[(6 + 21) : 9 + (21 – 5 . 4)] + 7 – 10 = 5

23. Gabarito: E

–3 . 3 = –9

24. Gabarito: E

1, pois toda a expressão está elevada a 0.

25. Gabarito: E

$$[(3^{\frac{1}{3}})^{27}+2^{2}-\sqrt[5]{239+\sqrt[3]{64}}-(\sqrt[3]{3^{27}})]^{\sqrt[7]{92}}=[1]^{\sqrt[7]{92}}=1$$

26. Gabarito: C

$$25+\frac{1}{25}-3=\frac{551}{25}$$

27. A) 17 – 4 . 15 + 2 . 6 . 3 = –7

B) $\frac{4}{5}+2.0{,}7=\frac{11}{5}$

C) $\sqrt{2.3.2^{3}.2^{2}.3}-\frac{60}{6}=14$

D) $\sqrt{\frac{18}{9}.3.\frac{24}{4}}=6$

E) $\frac{12-5}{75}:\frac{21}{11+14}=\frac{1}{9}$

28. $\left(\dfrac{1+\frac{1}{5}}{\frac{1}{225}}+\dfrac{-27}{\frac{3-4}{18}}\right).(-1)=756$

29. Gabarito: A

As barreiras estão colocadas de 25 em 25 metros, logo 1 000 : 25 = 40. Como a última barreira está a 25 m da linha de chegada, temos 40 – 1 = 39.

30. Gabarito: E

20 . 1 000 = 20 000 reais por pacote, sendo 1 000 000 : 20 000 = 50 pacotes.

31. Gabarito: B

O menor valor que o cliente deve repassar ao operador de caixa, para facilitar o troco → 1 nota de R$ 100,00 + 1 nota de R$ 5,00 + 2 moedas de R$ 1,00 = R$ 107,00.

32. Gabarito: E

(800 . 60) + (1 300 . 100) + (1 300 . 80) + (1 000 . 40) = 322 000.

33. Gabarito: E

I. 491 kcal + 206 kcal + 0 kcal + 25 kcal = 722 kcal

II. 295 kcal + 206 kcal + 120 kcal + 25 kcal = 646 kcal

III. 295 kcal + 206 kcal + 116 kcal + 25 kcal = 642 kcal

IV. 362 kcal + 206 kcal + 116 kcal + 25 kcal = 709 kcal

V. 362 kcal + 206 kcal + 0 kcal + 198 kcal = 766 kcal (o maior valor energético, não excedendo 800 kcal).

34. Gabarito: E

Temos 4 portões que em 1 minuto saem 4 . 1 250 = 5 000 pessoas por minuto. Se em um minuto saem 5 000 pessoas, as 100 000 sairão em 20 minutos (100 000 : 5 000 = 20).

35. 5 . 1 300 . 3 000 = 19 500 000 reais. A soma dos dígitos é 1 + 9 + 5 = 15.

36. Gabarito: E

Em um dia recolhem-se 45 litros, como 5 litros faz 1 kg de queijo, então 45 litros (45 : 5 = 9) farão 9 quilos de queijo por dia = 9 000 gramas : 125 = 72 porções de 125 gramas. Essas 72 porções são empacotadas em dúzias. Logo 72 : 12 = 6 dúzias vendidas a R$ 6,00, total 6 . 6 = R$ 36,00.

37. Produto A: (100 . 15) + (50 . 18) = 2 400

Produto B: (80 . 13) + (100 . 12) = 2 240

Produto C: (90 . 14) + (70 . 10) = 1 960

Total = 2 400 + 2 240 + 1 960 = 6 600 reais.

38. Gabarito: E

$$\mathrm{I} = \left(50\% + 10^{-1} + 10^{2} - 2^{-1} - \frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{I} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 100 - \frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{I} = 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$$

O pai possui o quadruplo, ou seja, 4 . 10 = 40 anos.

39. Gabarito: D

$$A = \frac{\sqrt{36-20}}{\sqrt{49-16.3}} = 4 \ \text{(natural)}$$

$$B = \frac{\left(10^{-5}\right)^{2} . \left(10^{-2}\right)^{-3}}{\frac{4}{25} . \frac{1}{100}} = \frac{10^{-10+6}}{\frac{1}{625}} = 625 . 10^{-4} \ \text{(racional)}$$

40. A) $\left[\frac{9}{4}\right]^{-2} + 3 + 8\left[-\frac{8}{27}\right] = \frac{16}{81} + 3 - \frac{64}{27} = \frac{16+243-192}{81} = \frac{67}{81}$

B) $\dfrac{-\frac{1}{27} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \dfrac{\frac{23}{108}}{\frac{1}{8}} = \frac{23}{108} . \frac{8}{1} = \frac{46}{27}$

41. Gabarito: D

$$\frac{6+3+2+1}{6} = 2$$

42. 81 + 8 + 12 = 101

43. $\left(2 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{\frac{3}{2}}}\right) . \frac{15}{26} = \left(2 + \dfrac{1}{1 + \frac{2}{3}}\right) . \frac{15}{26} = \left(2 + \dfrac{1}{\frac{5}{3}}\right) . \frac{15}{26} = \left(2 + \frac{3}{5}\right) . \frac{15}{26} = \left(\frac{13}{5}\right) . \frac{15}{26} = \frac{3}{2}$

44. $A + B = \left(-\frac{1}{8} - 9 + \frac{1}{8} + 1\right) + \left(\frac{9}{16} . \frac{27}{64} : \frac{729}{4\,096}\right) = (-8) + \left(\frac{9}{16} . \frac{27}{64} . \frac{4\,096}{729}\right) = -8 + \frac{16}{12} = -\frac{20}{3}$

45. Gabarito: C

$$\frac{25-9+1}{\frac{1}{9}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}=\frac{17}{\frac{10+18+45}{90}}=17\,.\,\frac{90}{73}=\frac{1\,530}{73}$$

46. Gabarito: E

$$\frac{25-16+1}{\frac{1}{9}+1}=\frac{10}{\frac{10}{9}}=10\,.\,\frac{9}{10}=9$$

47. Gabarito: E

$$\frac{2^0+2.81+1}{\sqrt[3]{64}}=\frac{164}{4}=41$$

48. Gabarito: C

$$\frac{2}{3}:\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3}=\frac{2}{3}\,.\,\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

49. Gabarito: D

$$3+15+\frac{7}{5}.15=3+15+21=39$$

50. 24 . 625 = 15 000 e 15 000 são $\frac{2}{3}$ do valor, logo, $\frac{15\,000\,.\,3}{2}=22\,500$ reais.

51. A) Educação infantil: R$ 3 000 000,00 e Ensino fundamental: R$ 9 000 000,00.

B) Educação infantil e Ensino fundamental: $\frac{1}{24}$ e $\frac{3}{20}$, respectivamente.

C) $\frac{1}{12}$

D) Sendo x a fração dos recursos dirigidos ao Ensino Fundamental para que os recursos para pagamento de salários sejam iguais nos dois níveis de ensino, tem-se: $\frac{1}{3}.\frac{1}{8}=\frac{3}{8}.x \Rightarrow x=\frac{1}{9}$

52. Gabarito: B

Se $\frac{2}{5}$ são mulheres então $\frac{3}{5}$ são homens. $\frac{3}{5}.\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ equivalem a 120 000, então $\frac{120\,000\,.\,8}{3}=320\,000$

53. Gabarito: A

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{20+15+12}{60}=\frac{47}{60}$. Logo, $1-\frac{47}{60}=\frac{13}{60}$ correspondem a 52 crianças, assim, (52 . 60) : 13 = 240 crianças.

54. Gabarito: D

6 . 10 . 12 = 720 reais.

55. Gabarito: D

2 880 : 9 = 320 tambores por caminhão. Porém, cada caminhão leva 40 no máximo, 320 : 40 = 8 viagens.

56. Gabarito: C

$\frac{4}{7}-\frac{3}{7}=\frac{1}{7};\frac{1}{7}:4=\frac{1}{28}\Rightarrow x=\frac{3}{7}+\frac{1}{28}=\frac{13}{28}$. Logo, 13 + 28 = 41.

57. Gabarito: C

$$\frac{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}}{-1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{1}{2}}}}=\frac{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{2}{3}}}}{-1+\frac{1}{1+2}}=\frac{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}}{-1+\frac{1}{3}}=\frac{1+\frac{1}{1+\frac{3}{5}}}{-\frac{2}{3}}=\frac{1+\frac{1}{\frac{8}{5}}}{-\frac{2}{3}}=\frac{1+\frac{5}{8}}{-\frac{2}{3}}=\frac{13}{8}.\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{39}{16}$$

58. Gabarito: E

Total é 60 000. Cada lote custará 60 000:4 = 15 000. Lotes 1, 2, 3 e 4 custarão 15 000 cada. Segundo a questão todos os donos pagarão. Como o valor do lote 1 é 15 000, será dividido da seguinte forma: 15 000:4 = 3 750 para cada. No 2º pagará apenas 2, 3, 4: 15 000:3 = 5 000 para cada. No 3º pagará apenas 3 e 4: 15 000:2 = 7 500 para cada. No 4º apenas o 4 pagará 15 000. O 2º irá pagar: 3 750 + 5 000 = 8 750. O dono do 4º lote irá pagar: 3 750 + 5 000 + 7 500 + 15 000 = 31 250. A diferença entre o 4º e o 2º donos será: 31 250 – 8 750 = 22 500.

59. A) $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

B) $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

C) $\dfrac{23}{4+\sqrt{5}}\cdot\dfrac{4-\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}}=\dfrac{92-23\sqrt{5}}{16-5}=\dfrac{92-23\sqrt{5}}{11}$

D) $\dfrac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{7}}\cdot\dfrac{3+\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2}$

E) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{21}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{21}}{\sqrt{6}+\sqrt{21}}=-\dfrac{\sqrt{30}+\sqrt{105}}{15}$

60. Gabarito: C

$$\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}\cdot\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}}=\frac{3+3\sqrt[3]{3}}{3}=1+\sqrt[3]{3}$$

61. Gabarito: B

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}+1$$

62. Gabarito: A

$$\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{2\sqrt{2}+2-2-\sqrt{2}}{2-1}=\sqrt{2}$$

63. A) 12,8 B) 240 C) 3,285 D) 47,43828

64. A) 0,5 + 0,5 + 2,5 = 3,5

B) 0,2 + 0,36 − 1 = −0,44

C) 0,75 + 0,25 + 2,5 = 3,5

65. Gabarito: B

0,008 + 0,0256 = 0,0336

66. Gabarito: E

67. $10{,}24+4.\dfrac{9}{100}-16:(-8)=10{,}24+\dfrac{9}{25}+2=10{,}24+0{,}36+2=12{,}6$

68. Gabarito: D

36 : 4 = 9 moedas de 0,25 = R$ 2,25

36 : 3 = 12 moedas de 0,05 = R$ 0,60

36 − 9 − 12 = 15 moedas de 0,10 = R$ 1,50

Total é R$ 4,35

69. 3 . 35,90 = 107,70

50 + 3 . 20 = 110,00

110,00 − 107,70 = 2,30

70. 8,90 − 3,25 = 5,65 (restou da 1ª viagem), em seguida 5,65 + 20,00 = 25,65; 25,65 : 3,25 = 7 . 3,25 + 2,9, ou seja, no máximo 7 viagens.

71. Gabarito: B

2 . 7,70 + 2 . 3,60 + 4,40 = 27,00 (gastos). Cada uma pagará 27 : 2 = 13,50.

Pagando com nota de R$ 20,00 − 13,50 = 6,50; 6,50 : 0,25 = 26 moedas cada uma receberá.

72. Gabarito: D

Resolvendo cada alternativa:

A) 4. 2,70= R$ 10,80

B) 2 . 5,10= R$ 10,20

C) 2 . 2,70 + 5,10 = R$ 10,50

D) 7,40 + 2,70 = R$ 10,10

Portanto, Renata pagará o menor preço se comprar 1 embalagem de 750 gramas e 1 de 250 gramas.

73. Gabarito: A

Para cálculo da venda correta: salgados: 0,8 . 200 = R$ 160,00 ; doces: 1,1 . 100 = R$ 110,00. Total: R$ 270,00

Venda errada: salgados: 0,8 . 100 = R$ 80,00; doces: 1,1 . 200 = R$ 220,00. Total: R$ 300,00.

300 − 270 = R$ 30,00 valor cobrado a mais do que o correto.

74. 215 : 5 = 43 descontos. Se a cada 5 itens ela ganha 0,03 centavos de desconto, então 43 . 0,03 = 1,29. Ela pagaria 155,00 + 1,29 = 156,29

75. Gabarito: A

O maior número de pacotes é 75 : 6 = 12,5, ou seja, 12 pacotes de latas. Sendo 12 pacotes . 6 latas = 72 latas no total. Logo, ainda faltam 3 latas. Dessa forma, temos 12 pacotes e 3 latas, ou seja: (12 . 13) + (3 . 2,4) ⇒ 156 + 7,2 = 163,20.

76. Antônio percorreu 320 km, seu carro faz 8km com 1 litro, então o carro consumiu, 320 : 8 = 40 litros. Como o litro custa R$ 1,14, então Antônio gastou R$ 45,60. José gastou R$ 45,60 : 1,6 = 28,5 litros e percorreu 28,5 . 12 = 342 km.

77. Gabarito: C

0,75 : 2 = 0,375 custa cada maçã e vende cada uma a 3 : 6 = 0,50. O lucro é 0,50 – 0,375 = 0,125 para cada maçã. Desejando lucro de 50, deverá vender 50 : 0,125 = 400 maçãs.

78. Gabarito: D

O resultado é a divisão de 115,024 por 55,3 = 2,08.

79. O custo foi de 0,20m e ele vendeu (m – 30) maçãs a 0,30 cada, lucrando 30 reais. Logo: 0,3(m – 30) – 0,20 m = 30 ⇒ 0,1 m = 39 ⇒ m = 390 = 39 dezenas

80. Gabarito: C

2 . 937 + 3 . 957,80 = 4 747,40 reais.

81. A) 0,888... = $\frac{8}{9}$ (simples)

B) 0,363636... = $\frac{36}{99} = \frac{4}{11}$ (simples)

C) 1,555... = $1\frac{5}{9} = 1 + \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$ (simples)

D) 2,545454... $2\frac{54}{99} = 2 + \frac{6}{11} = \frac{28}{11}$ (simples)

E) 0,2111... $\frac{21-2}{90} = \frac{19}{90}$ (composta)

F) 0,31525252... $\frac{3152-31}{9900} = \frac{3121}{9900}$ (composta)

G) 5,6789789789... $\frac{56789-56}{9990} = \frac{56733}{9990}$ (composta)

82. Gabarito: A

$\frac{2\,546-25}{990} = \frac{2\,521}{990}$

83. Gabarito: C

$\frac{49-4}{90} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

84. Gabarito: A

$\frac{63}{99} = \frac{7}{11}$

85. Gabarito: D

$\frac{56}{99}$

Unidades de Medida

01. A) 520

B) 52

C) 5,2

D) 0,52

E) 134

F) 1 340

G) 13 400

H) 0,07

I) 0,007

J) 0,7

K) 7

L) 70

M) 700

N) 7 000

02. A) 3,6

B) 0,36

C) 0,036

D) 0,0036

E) 9,52

F) 0,952

G) 0,0952

H) 7

I) 0,7

J) 0,07

K) 0,007

L) 0,0007

03. Gabarito: C

100 bilhões = 100 000 000 000 = 10^{11}

04. Gabarito: C

300 000 km/s = 30 000 000 000 cm/s = 3,0 . 10^{10}

05. Gabarito: D

A razão entre a memória de um pequeno aparelho e a memória de um dos computadores da Voyager é $\frac{8 \,.\, 10^9}{68 \,.\, 10^3} \cong 117\,647$ aproximadamente 100 000.

06. A) 30
B) 120
C) 2 850
D) 600
E) 240
F) 70
G) 8 000
H) 800
I) 80
J) 4
K) 25
L) 40
M) 5
N) 7,5
O) 0,2
P) 2
Q) 3,5
R) 0,3
S) 400 e 40 000
T) 150 e 15 000
U) 70 e 7 000
V) 300 e 3 000
W) 30 e 300
X) 900 e 0,9
Y) 15 e 0,015
Z) 2,5 e 0,0025

07. A) 4 600 m + 750 m = 5 350 m
B) 780 m – 31 m = 749 m
C) 2,4 m + 0,516 m + 0,380 m = 3,296 m
D) 4 400 m + 2 600 m + 145 m = 7 145 m
E) 4 250 m m + 800 m = 5 050 m

08. Gabarito: D

09. Gabarito: A

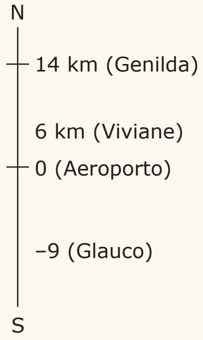
0,27 km = 27 000 cm; 27 000 cm : 120 cm = 225 fios.

10. Gabarito: C

3 km = 3 000 m e 300 cm = 3 m, logo 3 000 + 3 = 3 003 m.

11. Gabarito: E

Considerando o aeroporto sobre o ponto zero (0), podemos traçar as seguintes distâncias:



Logo, Genilda está a 14 km do aeroporto.

12. Gabarito: B

Se 1 milha = 1,6 km = 160 000 cm, logo 0,5 milha = 80 000 cm (metade).

13. Gabarito: A

500 m = 0,5 km.

14. Gabarito: C

0,1 mm = 0,01 cm . 1 000 000 = 10 000 cm = 10^4 cm.

15. Gabarito: C

Transformando: Em cm: 780. Em dm: 78. Em hm: 0,078. Em km: 0,0078. Em mm: 7 800.

16. Gabarito: B

12 500 + 60 500 + 72 000 = 145 000 cm = 1 450 m.

17. Gabarito: B

79,6 – 25 – 16,5 = 38,1; 38,1 : 2,54 = 15 polegadas.

18. Gabarito: E

2 km = 2 000 m, 3 hm = 300 m, 4 dam = 40 m. Total: 2 . (2 340 m : 5 m) = 936 carros.

19. Gabarito: D

90 km : 6 km (1 légua) = 15 léguas.

20. Gabarito: D

18 000 . 30 = 540 000 cm = 5 400 m.

21. Gabarito: C

3 000 . 30,48 = 91 440 cm = 914,4 m.

22. Gabarito: A

13 000 km = 13 000 000 m; 13 000 000 . 1 000 000 000 = $1,3 \cdot 10^7 \cdot 10^9 = 1,3 \cdot 10^{16}$

23. Gabarito: E

$\frac{100}{157} . 25 \cong 16$ mm

24. Gabarito: B

8 m + 6 m + 18 m + 5 m = 37 m; 37 . 3 (voltas) = 111 m.

25. A) 200
B) 150
C) 58 000
D) 400 000
E) 0,27
F) 0,000126
G) 8 132 000
H) 0,000180
I) 0,0005
J) 0,00785
K) 120 000
L) 563 000
M) 0,002
N) 410 000 000

26. Gabarito: C

12 000 mm^2 = 1,2 dm^2 e 12 cm^2 = 0,12 dm^2, logo 1,2 + 0,12 = 1,32 dm^2

27. A) 5 420
B) 800
C) 0,0734
D) 154,93
E) 0,032

28. A) 0,000412 m^2 + 0,000752 m^2 + 0,1795 m^2 = 0,180664 m^2
B) 43,85 m^2 + 0,4875 m^2 + 0,087900 m^2 = 44,4254 m^2

29. 0,15 m^2 = 0,15 . 10 000 = 1 500 cm^2

30. 1 km = 1 000 m, logo 1 km . 1 km = 1 000 m . 1 000 m = 1 000 000 m^2 ou 10^6 m^2.

31. Gabarito: C
20 000 km^2 = 20 000 000 000 m^2 . 0,20 = 4 000 000 000 m^2 : 10^4 = 400 000 ha : 40 = 10 000

32. 1 250 m . 40 m = 50 000 m^2; 50 000 . 4 = 200 000 pessoas.

33. Gabarito: C
1 500 m . 18 m = 27 000 m^2; 27 000 . 1,5 = 40 500 pessoas.

34. A) 15 000 cm . 5 000 cm = 75 000 000 cm^2; 75 000 000 : 2 500 cm^2 = 30 000 pessoas.
B) (30 000 : 3) . 56 = 560 000 habitantes.

35. A) 6 000
B) 50 000
C) 3 632 000 000
D) 950 000
E) 500 000
F) 8 132

36. 0,548 m^3 + 0,251 m^3 = 0,799 m^3

37. A) 0,250 dm^3
B) 9 000 000 dm^3

38. 120 mm . 8 mm . 4 = 3 840 mm^3

39. A) 8 430 000
B) 3 500 000
C) 8 000
D) 4 390 000
E) 182,938

40. Gabarito: C
30 L = 30 dm^3 = 0,030 m^3 . 140 min = 4,2 m^3. Sobrou: 30 m^3 – 4,2 m^3 = 25,8 m^3

41. 1 L = 1 000 mL.

42. 900 L = 900 000 mL; 900 000 : 720 = 1 250 garrafas.

43. A) 3,5 L
B) 5 000 L
C) 3,4 L
D) 0,028 L
E) 4 300 000 000 000 L
F) 13 000 000 L

44. Gabarito: C
1,2 dam^3 = 1 200 000 dm^3 = 1 200 000 L = 12 000 hL.

45. Gabarito: C
50 L = 50 dm^3 = 50 000 cm^3; 50 000 : 200 = 250.

46. A) 720 mL = 0,720 L = 0,720 dm^3 = 720 cm^3
B) 1,5 L = 1,5 dm^3 = 1 500 cm^3
C) 5 L = 5 dm^3 = 5 000 cm^3

47. 6 . 250 = 1 500 mL = 1,5 L

48. 5 : 0,25 = 20 copos

49. Gabarito: B

110 L = 110 dm^3 = 0,110 m^3

50. Gabarito: D

24 horas = 24 . 60 = 1 440 minutos; 1 440 . 25 gotas = 36 000 gotas pingam em 24 horas.

Logo: 36 000 gotas . 0,2 mL = 7 200 mL = 7,2 L.

51. Gabarito: E
7,2 milhões de litros = 7 200 000 dm^3 = 7 200 m^3; 7 200 : 32 = 225 caminhões.

52. Gabarito: C
30 dm^3 = 30 L e 0,15 m^3 = 150 dm^3 = 150 L. Logo: 30 + 150 + 50 = 230 L.

53. Gabarito: E
88,4 m^3 = 88 400 dm^3 = 88 400 L; 88 400 : 13 L = 6 800 botijões.

54. Gabarito: C
3 m^3 = 3 000 dm^3 = 3 000 L = 3 000 000 mL; 3 000 000 : 250 = 12 000 horas; 12 000 : 24 horas (1 dia) = 500.

55. Gabarito: C
4 200 dL = 420 L = 420 dm^3 = 420 000 000 mm^3; 420 000 000 : 175 000 mm^3 = 2 400 frascos.

56. Gabarito: E
8 000 L = 8 000 dm^3 = 8 000 000 cm^3; 8 000 000 : 40 = 200 000

57. V = 12 dm . 4 dm . 1,5 dm = 72 dm^3 = 72 L. Gastou-se $\frac{2}{3}$ de 72 = (72 : 3) . 2 = 48 L, restando 72 – 48 = 24 L.

58. Gabarito: D

12 900 km^3 = 12 900 000 000 000 000 dm^3 = $1{,}29 \cdot 10^{16}$

59. Gabarito: A

10 m^3 = 10 000 dm^3 = 10 000 L (mínimo por mês); 10 000 – 600 L (consumo) = 9 400 L sem consumo por mês.

Logo 9 400 . 12 meses = 112 800 L no ano sem consumir.

60. A) 9 000 g
B) 1 500 g
C) 820 g
D) 5 763 g
E) 640 g
F) 58 200 g

61. A) 2 000
B) 500
C) 4 850
D) 6
E) 4,93
F) 18,643

62. Gabarito: A

12 . 5 cg = 60 cg = 600 mg; 600 : 200 mg = 3 quilates.

63. 2,5 t = 2 500 kg = 2 500 000 g

64. Gabarito: D

72,5 dg = 7,25 g e 0,875 dag = 8,75 g. Logo, 7,25 g + 8,75 g = 16 g.

65. Gabarito: B

66. Gabarito: A

10 t = 10 000 kg; 10 000 : 378 kg $\cong$ 27.

67. Gabarito: C

0,4 : 16 = 0,025

Razões e proporções

01. A) $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

B) $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

02. $\frac{150}{180} = \frac{5}{6}$

03. A) $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

B) $\frac{8}{8} = 1$

04. $\frac{100 \text{ kg}}{80 \text{ kg}} = \frac{5}{4}$

05. A) $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

B) $\frac{32}{40} = \frac{4}{5}$

06. $\frac{4\,800}{6\,000} = \frac{4}{5}$

07. Gabarito: D
N = a.(3 + 4) = 7a, logo N é um múltiplo de 7.

08. Gabarito: C
3 : 30 000 = 0,0001.

09. Gabarito: C
Pandolfo: 2,3 : 11,5 = R$ 0,20/km; Jaulina: 2,10 : 14 = R$ 0,15/km; Ambrosina: 1,7 : 5 = R$ 0,34/km.

10. A) A_1 = 26 cm . 36 cm = 936 cm^2; 936 : 100 peças = 9,36 cm^2/peça.
A_2 = 48 cm . 136 cm = 6 528 cm^2; 6 528 : 2 000 peças = 3,264 cm^2/peça. A razão é $\frac{9,36}{3,264} \cong 2,87$.

B) $\frac{100 \text{ peças}}{10 \text{ h}} = 10 \text{ peças / hora}$

$\frac{2\,000 \text{ peças}}{360 \text{ horas}} \cong 5,5 \text{ peças / hora}$

A diferença é 10 – 5,5 = 4,5 peças/hora.

11. Gabarito: A

$\frac{\text{Altura}}{\text{largura}} = 1,618$

$\frac{2,43}{x} = 1,618 \Rightarrow x = \frac{2,43}{1,618} \cong 1,5018$

12. $V = \frac{400 \text{ km}}{8 \text{ h}} = 50 \text{ km / h}$

13. $220 = \frac{d}{5} \Rightarrow d = 1\,100 \text{ km}$

14. $100 = \frac{300}{t} \Rightarrow t = 3 \text{ h}$

15. Gabarito: B

$4 = \frac{1000}{t} \Rightarrow t = 250 \text{ h} \cong 10 \text{ dias.}$

16. Gabarito: A

$80 = \frac{180}{t} \Rightarrow t = 2,25 \text{ h} = 2 \text{ h } 15 \text{ min.}$

17. $\frac{1}{20000} = \frac{4,8}{x} \Rightarrow x = 96\,000 \text{ cm} = 9,6 \text{ km}$

18. $\frac{1}{80} = \frac{x}{1\,250} \Rightarrow x = 15,625 \text{ cm}$

19. $\frac{1}{50} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = 40\,000 \text{ cm} = 40 \text{ m}$

20. $\frac{1}{10\,000\,000} = \frac{1,7}{x} \Rightarrow x = 17\,000\,000 \text{ cm} = 170 \text{ km} = 170\,000 \text{ m.}$ Verdadeiras: B, D. Falsas: A, C, E.

21. Gabarito: B

$\frac{1}{1\,000\,000} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 7\,000\,000 \text{ cm} = 70 \text{ km.}$

22. Gabarito: A

$\frac{1}{1\,000\,000} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 8\,000\,000 \text{ cm} = 80 \text{ km.}$

23. Gabarito: C

$\frac{1}{2\,500\,000} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 12\,500\,000 \text{ cm} = 125 \text{ km.}$

24. Gabarito: C

$$\frac{1}{200\,000} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 1\,000\,000 \text{ cm} = 10 \text{ km.}$$

25. Gabarito: E

$$\frac{1}{500} = \frac{0,8}{x} \Rightarrow x = 400 \text{ cm} = 40 \text{ dm}$$

$$\frac{1}{500} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 500 \text{ cm} = 50 \text{ dm}$$

V = 40 dm . 50 dm . 40 dm = 80 000 dm^3 = 80 000 L.

26. Gabarito: C

$$\frac{48}{8\,000} = \frac{x}{11\,000} \Rightarrow x = 66 \text{ cm.}$$

27. Gabarito: E

$$\frac{1}{200\,000} = \frac{65}{x} \Rightarrow x = 13\,000\,000 \text{ cm} = 130 \text{ km.}$$

28. Gabarito: B

A = 3 cm . 6 cm = 18 cm^2. A razão das áreas é: $\frac{18 \text{ cm}^2}{18\,000\,000 \text{ cm}^2} = \frac{1}{1\,000\,000}$. A razão das unidades em cm será $\sqrt{\frac{1}{1\,000\,000}} = \frac{1}{1\,000} = 1:1\,000.$

29. Gabarito: E

A escala da planta será de $\sqrt{\frac{50}{50\,000\,000}} = \sqrt{\frac{1}{1\,000\,000}} = 1:1\,000.$

Assim, o maior lado do galpão será, em metros, 0,1 . 1 000 = 100.

30. Gabarito: C

$$\frac{520 + 340}{520 + 340 + 250 + 90} = \frac{860}{1\,200} \cong 71,6\%.$$

31. Gabarito: E

15% do percurso são 180 km. Logo, 180 : 0,15 = 1 200 km.

32. Gabarito: D

60% do total de crianças são 72. Logo, 72 : 0,6 = 120 (total); 120 – 72 = 48.

33. Gabarito: D

16 000 . 0,85 = R$ 13 600,00.

34. Gabarito: D

84% do total de alunos são 42. Logo, 42 : 0,84 = 50. Ausentes são 50 – 42 = 8.

35. 120 . 0,80 = 96 alunos.

36. Gabarito: B

1 230 – 1 050 = 180. Logo, 180 : 1 050 ⇒ 0,17 = 17%.

37. Gabarito: D

121,50 – 112,50 = 9,00. Logo, 9 : 112,50 = 0,08 = 8%.

38. Gabarito: D

Se 350 ml de refrigerante tem 35 mg de sódio então, 1 500 ml de refrigerante, tem 150 mg de sódio.
Logo, 150 mg : 500 mg = 0,3 = 30%.

39. Gabarito: D

35% de 50 000 = 17 500.

40. Gabarito: C

Romance: 0,31 . 1 200 = 372 e humor: 0,09 . 1 200 = 108.

41. Gabarito: C

A_1 = 2 . 4,5 = 9 cm^2; (9 cm^2 . 100%) : 6,25% = 144 cm^2. Logo, o lado do quadrado é 12 cm. O candidato 2 tem área igual a (12 – 4,5) . 12 = 90 cm^2; 90 : 144 = 0,625 = 62,5%.

42. A) 4x = 2x + 2 ⇒ x = 1
B) 117x = 117 ⇒ x = 1
C) 16x = 96 ⇒ x = 6
D) x = 15
E) 2x = 144 ⇒ x = 72

43. Gabarito: A

3 + 11 = 14 (total). Logo, 168 : 14 = 12, sendo 3 . 12 = 36 vermelhos e 11 . 12 = 132 prateados, a diferença é 132 – 36 = 96.

44. Gabarito: E

$\frac{15}{2} = \frac{75}{x} \Rightarrow x = 10$ incorretas. O total é 75 + 10 + 5 = 90.

45. Gabarito: C

2 + 9 = 11

55 : 11 = 5

Pedro: 2 . 5 = 10 anos

Pai: 9 . 5 = 45 anos

46. Gabarito: E

Sendo x o número de alunos e y o número de professores: $\frac{50}{1} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = 50y.$ Com o aumento sugerido, temos:

$$\frac{x+400}{y+16} = \frac{40}{1} \Rightarrow \frac{50y+400}{y+16} = \frac{40}{1} \Rightarrow 50y + 400 = 40y + 640 \Rightarrow 10y = 240 \Rightarrow y = 24 \Rightarrow x = 1\,200.$$

47. Gabarito: D

Como nas outras 9 linhas que passam pelo terminal, transportam 1 300 usuários por dia, então, 9 . 1 300 = 11 700 usuários. Como a cada 7 usuários do terminal, 4 utilizam a linha 1 e 3 as demais linhas, considerando como x o número total de usuários transportados por dia pela linha 1: $\frac{4}{3} = \frac{x}{11\,700} \Rightarrow x = 15\,600.$

48. Gabarito: D

Pelos dados temos: $\frac{0{,}66}{1\,000} = \frac{1}{x} \Rightarrow \cong 1\,515.$

49. $\frac{10^{:2}}{2_{:2}} = \frac{15^{:3}}{3_{:3}} = \frac{20^{:4}}{4_{:4}} = \frac{25^{:5}}{5_{:5}} = \frac{5}{1}$

50. Gabarito: A

Considerando os números (x, y, z), temos:

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$. Elevando os termos da proporção ao quadrado:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{z}{5}\right)^2 = \frac{x^2+y^2+z^2}{4+9+25}$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25} = \frac{342}{38}$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25} = 9$$

$$\frac{z^2}{25} = 9 \Rightarrow z^2 = 25.9 \Rightarrow z = \sqrt{9.25} \Rightarrow z = 3.5 \Rightarrow z = 15$$

$$\frac{y^2}{9} = 9 \Rightarrow y^2 = 9.9 \Rightarrow y^2 = 81 \Rightarrow y = 9$$

$$\frac{x^2}{4} = 9 \Rightarrow x^2 = 9.4 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

51. Gabarito: C

12 . 2,5 = 30 cm e 16 . 2,5 = 40 cm.

52. 36 . 20 = 15x ⇒ x = 48

53. Gabarito: C

Sendo x, y e z as quantidades de chocolates recebidas pelo 1º, 2º e 3º colocados, respectivamente, temos:

$$2x = 3y = 5z = k \Rightarrow$$

$$x = \frac{k}{2},\ y = \frac{k}{3} \text{ e } z = \frac{k}{5}$$

$$x + y + z = 310 \Rightarrow \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 310 \Rightarrow k = 300 \Rightarrow$$

$$x = 150,\ y = 100 \text{ e } z = 60$$

54. Gabarito: D

Seja a quantidade de cimento = x, a quantidade de cal = y e a quantidade de areia = z, temos:

$$\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{9}=\frac{x+y+z}{1+2+9}\Rightarrow\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{9}=\frac{5{,}4\ m^2}{12}$$

$$\frac{z}{9}=\frac{5{,}4\ m^2}{12}\Rightarrow z=4{,}05\ m^2$$

55. Gabarito: A

Em uma hora, $\frac{1}{5}$ do tanque é enchido e $\frac{1}{7}$ é esvaziado. Para determinar o tanque cheio, ou seja, 1 inteiro, temos:

$\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right).x=1\Rightarrow x=17{,}5\text{ horas};$ 17,5 + 15 = 32,5 = 1 dia, 8 horas e 30 min.

56. Gabarito: A

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{7}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{3+7+4}\Rightarrow\frac{x}{3}=\frac{y}{7}=\frac{z}{4}=\frac{420}{14}$$

$14x=1\,260\Rightarrow x=90$

$14y=2\,940\Rightarrow y=210$

$14z=1\,680\Rightarrow z=120$

57. Gabarito: C

$$\frac{x}{20\,000}=\frac{y}{30\,000}=\frac{z}{50\,000}=\frac{40\,000}{100\,000}\Rightarrow z=20\,000,\ y=12\,000\text{ e }x=8\,000$$

58. Sendo x o valor recebido pelo herdeiro mais novo, y pelo herdeiro do meio e z pelo herdeiro mais velho:

$$\frac{x}{15}=\frac{y}{20}=\frac{z}{25}=\frac{120\,000}{60}\Rightarrow z=50\,000,\ y=40\,000\text{ e }x=30\,000$$

59. Gabarito: A

Sendo x o valor recebido por Paula, y por Flávia e z por Olga:

$$\frac{x}{36\,000}=\frac{y}{45\,000}=\frac{z}{63\,000}=\frac{19\,200}{144\,000}\Rightarrow z=8\,400,\ y=6\,000\text{ e }x=4\,800$$

60. Gabarito: C

Sendo x a herança de A, y a de B e z a de C, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{10}}=\frac{y}{\frac{1}{15}}=\frac{z}{\frac{1}{18}}=\frac{60\,000}{\frac{20}{90}}\Rightarrow 10x=15y=18z=270\,000\Rightarrow 15y=270\,000\Rightarrow y=18\,000$$

61. Gabarito: D

Sejam x, y e z, respectivamente, as despesas das famílias Tatu, Pinguim e Pardal:

$$\frac{x}{\frac{1}{20}}=\frac{y}{\frac{1}{15}}=\frac{z}{\frac{1}{12}}=k\Rightarrow x=\frac{k}{20},\ y=\frac{k}{15}\text{ e }z=\frac{k}{12}\Rightarrow\frac{k}{20}+\frac{k}{15}+\frac{k}{12}=3\,000\Rightarrow k=15000$$

$$\text{Pardal}:\frac{k}{12}=\frac{15\,000}{12}=1\,250{,}00$$

62. Gabarito: C

Considere a parte da viúva = a, filha = b, filho = c e segurança = 500,00. Filha + filho = metade ⇒ b + c = metade (então, a outra metade = a + 500) ⇒ b + c = a + 500 (I)

Viúva = o dobro do filho ⇒ a = 2c.

Filha e filho: $\frac{4}{3}=\frac{b}{c}\Rightarrow b=\frac{4c}{3}$, substituindo em (I):

$4c+3c=6c+1\,500\Rightarrow c=1\,500$

$\text{Como}: a=2c\Rightarrow a=3\,000$

$\text{Como}: b=\frac{4c}{3}\Rightarrow b=2\,000$

$\text{Total}: 1500+3\,000+2\,000+500=7\,000$

63. Gabarito: D

Considerando x = quantia para o filho mais novo, y = a quantia do filho do meio e z = a quantia do filho mais velho:

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{2\,100}{\frac{21}{30}} \Rightarrow$$

$3x = 3\,000 \Rightarrow x = 1\,000$

$5y = 3\,000 \Rightarrow y = 600$

$6z = 3\,000 \Rightarrow z = 500$

Logo, letra D, pois 2 100 : 3 = 700 = 500 . 1,4

64. $\frac{35\text{ L}}{1\,000\text{ L}} = \frac{7\text{min}}{x} \Rightarrow x = 200\text{min}$

65. $\frac{15\text{ m}}{12\text{ m}} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = 20\text{ reais}$

66. Gabarito: C

$\frac{9}{x} = \frac{12}{20}$ (inversamente proporcionais) $\Rightarrow x = 15.$

67. Gabarito: D

$\frac{60}{x} = \frac{3}{8}$ (inversamente proporcionais) $\Rightarrow x = 160$ curtas

68. Gabarito: E

$\frac{3}{x} = \frac{1\,800}{5\,400} \Rightarrow x = 9$

69. Gabarito: C

$\frac{30{,}90}{x} = \frac{0{,}75}{1{,}25} \Rightarrow x = 51{,}50$

70. Gabarito: E

$\frac{8}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 2{,}25\text{ xícaras} = 2\text{ xícaras} + \left(\frac{1}{4}\right)$ de xícara.

71. Gabarito: B

$\frac{20°}{40°} = \frac{5\text{ cm}}{x} \Rightarrow x = 10\text{ cm}$

72. Gabarito: B

$\frac{8}{6} = \frac{91\,000}{x} \Rightarrow x = 68\,250$

73. Gabarito: C

$\frac{12}{x} = \frac{20}{30} \Rightarrow x = 18\text{ dias}$

74. Gabarito: B

$\frac{500}{2\,500} = \frac{300}{x} \Rightarrow x = 1\,500\text{ g}$ (1,5 kg de chocolate)

$\frac{500}{2\,500} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 750\text{ g}$ de açucar

75. Gabarito: C

(15 . 720) : 24 = 450.

76. Gabarito: A

C = 8 .(4,30 + (0,7 . 8) + (0,3 . 13) + (0,5 . 3) + 3) = 146,40

77. Gabarito: E

Para o aumento de cada 1 m de cota, aumenta-se $\frac{430-350}{71{,}3-70{,}5} = 100\text{ km}^2$ na área

Temos 71 – 70,5 = 0,5 que corresponde a 50 km^2 de aumento. Logo, 350 + 50 = 400 km^2 = 4. 10^8 m^2.

78. Considerando que havia x pessoas no início, o total de comida para os 30 dias é 30x. Passados 10 dias, foram consumidos 10x de comida, restando 20x. Logo, 16.(x + 18) = 20x ⇒ x = 72 pessoas no início

79. Gabarito: C

$\frac{40}{300} = \frac{178}{x} \Rightarrow x = 1335\ \text{mL},$ sendo para cada copo 1 335 : 44,5 = 30; 30 : 5 = 6 copinhos diários

80. Gabarito: D

9,1% + 13,5% + 18,5% + 5,5% = 46,6%. Logo, 46,6% de 557 = 259,562 milhões

81. Gabarito: B

$\frac{60\,\text{min}}{20\,\text{min}} = \frac{1\text{hora}}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\text{hora}$

$\text{valor}: \left(6.4 + 6.\frac{1}{3}\right) = 24 + 2 = 26\ \text{reais}$

82. Gabarito: D

$\frac{0{,}256}{1} = \frac{12{,}80}{x} \Rightarrow x = 50\ \text{reais}$

83. Preço por mL da lata menor = 3 : 250 = 0,012. Da lata maior = 4,9 : 350 = 0,014. Logo,

$\frac{(0{,}014\ -\ 0{,}012)}{0{,}012} \cong 16{,}7\%$

84. Gabarito: D

$91{,}4 - 76{,}2 = 15{,}2\ \text{(excesso)} \Rightarrow \frac{76{,}2}{15{,}2} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x \cong 19{,}94\%.$

85. $\frac{25}{x}\uparrow = \frac{10}{7}\downarrow . \frac{238}{686}\uparrow . \frac{17}{25}\downarrow \Rightarrow \frac{25}{x} = \frac{7}{10} . \frac{238}{686} . \frac{25}{17} \Rightarrow x = 70\ \text{operários}$

86. Gabarito: B

$\frac{6}{n} = \frac{3\,000}{5\,500} . \frac{15}{13} \Rightarrow n = 9{,}5333....$

87. Gabarito: C

$\frac{500}{x} = \frac{5}{10} . \frac{5}{10} . \frac{5}{10} \Rightarrow x = 4\,000$

88. Gabarito: A

$\frac{10}{x} = \frac{50}{27} . \frac{324}{600} \Rightarrow x = 10$

89. Gabarito: B

$\frac{1026}{x} = \frac{6}{4} . \frac{10}{30} \Rightarrow x = 2\,052\ \text{reais}$

90. Gabarito: A

$\frac{10\,800}{x} = \frac{15}{23} . \frac{9}{12} . \frac{8}{6} \Rightarrow x = 16\,560\ \text{reais}$

91. Gabarito: D

$\frac{4}{x} = \frac{4}{6} . \frac{4}{6} . \frac{4}{6} \Rightarrow x = 13{,}5$

92. Gabarito: C

$\frac{12}{x} = \frac{1}{2} . \frac{20}{30} . \frac{12}{8} \Rightarrow x = 24$

93. Gabarito: A

$\frac{6}{x} = \frac{6\,000}{4\,000} . \frac{15}{20} . \frac{8}{12} \Rightarrow x = 8\ \text{dias}$

94. Gabarito: A

$\frac{2}{x} = \frac{2}{60} . \frac{30}{2} \Rightarrow x = 4\ \text{gatos}$

95. Gabarito: B

$\frac{10}{x} = \frac{150}{200} . \frac{20}{30} \Rightarrow x = 20$

96. Gabarito: A

$\frac{6}{x} = \frac{100}{125} . \frac{5}{8} \Rightarrow x = 12\ \text{homens}$

97. Gabarito: B

$\frac{5\,000}{x} = \frac{8}{6} . \frac{200}{120} \Rightarrow x = 2\,250$

98. Gabarito: C

Para o carro A, temos 143,00 : 2,6 = 55 litros e 660 km rodados (55 L . 12 km/L). O carro B, 140,00 : 2,8 = 50 litros, percorrendo, também, 660 km, logo 660 km : 50 = 13,2 km/L.

99. Gabarito: D

$\frac{10}{x} = \frac{20}{24} . \frac{6}{7} . \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} \Rightarrow x = 21$

Equações, produtos notáveis e fatoração

01. A) $x = -1$ B) $x = 3$ C) $x = \frac{2}{3}$

02. Gabarito: E
$2x + 10 - 15 + 3x = 10 \Rightarrow x = 3.$

03. Gabarito: A
$x + x + 0{,}50 = 0{,}60 \Rightarrow x = 0{,}05.$

04. Gabarito: E
$0{,}2x - 1{,}2 = 3 - 1{,}2x \Rightarrow x = 3.$

05. Gabarito: B
Se ele pagou R$ 1,80 de estacionamento e ainda ficou com R$ 15,00, ele saiu da última loja com a seguinte quantia: R$ 1,80 + R$ 15,00 = R$ 16,80. Se na quarta loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 16,80, ele chegou na última loja com R$ 16,80 . 2 = R$ 33,60. Se na terceira loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 33,60, ele chegou na terceira loja com R$ 33,60 . 2 = R$ 67,20. Se na segunda loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 67,20, ele chegou na segunda loja com R$ 67,20 . 2 = R$ 134,40. Se na primeira loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 134,40, ele chegou na primeira loja com R$ 134,40 . 2 = R$ 268,80. Assim, ele tinha inicialmente a quantia de R$ 268,80.

06. Gabarito: A
$2.(x + 1) + 2.(2x - 1) = 24 \Rightarrow x = 4$. Os lados são 5 e 7, logo a área é $5 . 7 = 35$ m^2.

07. Gabarito: E
O número é x, logo: $\frac{3x}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2x}{3} \Rightarrow x = \frac{15}{2}$.

08. Considerando a idade dos gêmeos sendo x: $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10 \Rightarrow x = 12$ anos. Logo, a soma será igual a 24.

09. Gabarito: E
Considerando o salário sendo x: $\frac{3x}{8} + \frac{x}{6} + \frac{x}{9} + 500 = x \Rightarrow 25x = 36\,000 \Rightarrow x = 1\,440$.

10. Gabarito: A
A corrida possui x metros, logo: $\frac{2x}{7} + \frac{2x}{5} + 660 = x \Rightarrow 2\,100 \text{ m} = 2{,}1 \text{ km}$

11. Gabarito: E
$800 + 20.x = 2\,400 \Rightarrow x = 80$ alunos.

12. Gabarito: C
Considerando o comprimento inicial sendo x: $x + 50x = 153$ cm $\Rightarrow x = 3$ cm.

13. Gabarito: D
Considerando os dois números do cartão x e y.

I. Digamos que tenha feito 5x.
II. – 5x + 3.
III. – 2(5x + 3) = 10x + 6.
IV. $(y + 1) + 10x + 6 = 73 \Rightarrow 10x + y + 7 = 73 \Rightarrow 10x + y = 66.$

Os possíveis números para x e y, dados no conjunto do enunciado, temos como única possibilidade x = 6 e y = 6, pois 10 . 6 + 6 = 66. Logo, x + y = 12.

14. A) $x = 15$ ou $x = -12$

B) $x = -4$ ou $x = -1$

15. Gabarito: B **16.** Gabarito: D **17.** Gabarito: C

18. Gabarito: B

$a = 5$ e $b = -\frac{3}{2}$

19. Gabarito: A
Para resolver essa questão use o seguinte conteúdo sobre equação de 2º grau:

A soma das raízes = $-\frac{b}{a}$ e a multiplicação das raízes = $\frac{c}{a}$. Logo,

Logo, $$\left.\begin{aligned} x' + x'' &= -\frac{5}{2} \\ x'.\,x'' &= -2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{m.n} = \frac{-\frac{5}{2}}{2} = -\frac{5}{4}$$

20. Gabarito: D

Considerando (divisor).(quociente) + resto = 1 075

I. d = q + 5 (divisor excede de 5 o quociente)

II. q = r + 5 (quociente excede o resto em 5), então: r = q – 5 e substituindo em II: (q + 5).q + q – 5 = 1075 ⇒ q^2 + 5q + q – 5 = 1075 ⇒ q = 30 e d = 35.

21. Gabarito: D

As raízes são x′ = 2 e x″ = 3, logo a área do retângulo é A = 2 . 3 = 6 cm^2 e o perímetro P = 2 . 2 + 2 . 3 = 10 cm.

22. Gabarito: D

$x^2 + 2x = 15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x' = -5$ ou $x'' = 3$.

23. Gabarito: C

Resolvendo a equação, temos x′ = 3 ou x″ = 7, logo a área é A = 3 . 7 = 21 m^2.

24. Considerando daqui a x anos: $(14 + x) . (7 + x) = 228 \Rightarrow x^2 + 21x - 130 = 0$. Logo, x = 5 anos.

25. Gabarito: D

Números pares consecutivos: x e (x + 2), resolvendo: $x.(x + 2) = 360 \Rightarrow x^2 + 2x - 360 = 0$. Logo, x′ = 18 e x″ = –20, porém consideramos apenas os números naturais, logo x = 18 e x + 2 = 20, cuja soma é 38.

26. Gabarito: C

Se um dos lados é x, o outro é 3x. Assim, $P = A \Rightarrow 8x = 3x^2 \Rightarrow 3x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x(3x - 8) = 0 \Rightarrow x = 0$ (não convém) ou $x = \frac{8}{3}$.

Portanto o maior lado mede $3 . \frac{8}{3} = 8$.

27. Gabarito: E

Como o perímetro do retângulo é 14, as dimensões deverão ser x e (7 – x). Como a área $A = 12 \Rightarrow x.(7 - x) = 12 \Rightarrow -x^2 + 7x - 12 = 0 \Rightarrow x = 3$ ou $x = 4$.

28. Gabarito: D

Substituindo os valores na equação, em x:

$$\begin{cases} 9a - 18 + p = 0 \Rightarrow p = 18 - 9a \\ \frac{a}{9} - 2 + p = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{9} - 2 + 18 - 9a = 0 \Rightarrow a = \frac{144}{80} = \frac{9}{5} \Rightarrow p = \frac{9}{5}$$

29. Gabarito: B

$x.(x + 200) = 480\,000 \Rightarrow x^2 + 200x - 480\,000 = 0 \Rightarrow x = 600$ ou $x = -800$ (não convém). Logo, as dimensões são x = 600 e x + 200 = 800.

30. Gabarito: E

x = –1 e y = 7 ⇒ 7x + y = 0.

31. Gabarito: B

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ x - y = 20 \end{cases} \Rightarrow x = 30 \text{ e } y = 10.$$

32. A)

$$\begin{cases} 50s + 75c = 300 \\ 65s + 55c = 305 \end{cases}$$

B) Sanduíche = R$ 3,00 e copo de suco = R$ 2,00.

33. Gabarito: C

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x = 3y + 5 \end{cases}$$

x = 25 meninas e y = 15 meninos.

34. Gabarito: C

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} \Rightarrow y = 1,4$$

35. Gabarito: E

$$\begin{cases} x + y = 1\,280 \\ y = \frac{x}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 960 \text{ e } y = 320$$

36. Gabarito: D

$$\begin{cases} A = 2B \\ A - 27 = B + 27 \end{cases} \Rightarrow$$

B = 54 (quantidade de barras que Beatriz comprou).

A = 108 (quantidade de barras que Ana comprou). Ana deu 27 e ficou com 108 – 27 = 81. Beatriz recebeu 27 e ficou com 54 + 27 = 81 barras.

37. Gabarito: C

Considere Filial 1 = x e Filial 2 = y. Após o aumento entre as quantidades vendidas, temos: 1,18 . 10 000 = 11 800 unidades.

Assim, $\begin{cases} 5x = 3y \\ x + y = 11\,800 \end{cases} \Rightarrow x = 4\,425 \text{ e } y = 7\,375.$

38. Gabarito: E

$$\begin{cases} x + y = 1\,200 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow y = 900$$

39. Gabarito: B

$$\begin{cases} 0{,}21p + 0{,}18q = 192 \\ p + q = 1\,000 \end{cases} \Rightarrow p = 400$$

40. Gabarito: A

$$\begin{cases} p = a \\ p + x = a - x + 248 \end{cases} \Rightarrow x = 124$$

41. Considere x = nº de pessoas, A = almoço e J = jantar, temos: $\begin{cases} x.(J + 3) = 56 \\ x.J = 35 \end{cases} \Rightarrow 35 + 3x = 56 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow J = 5 \Rightarrow A = 8$

São 7 pessoas e cada uma pagou R$ 8,00 pelo almoço.

42. Considerando x = nº de senhores e y = nº de senhoras:

$$\begin{cases} x + y = 560 \\ 12x + 10y = 6\,270 \end{cases} \Rightarrow x = 335 \text{ e } y = 225$$

43. Fazendo a = quantidade de ingressos comprados por adultos e t = total de ingressos vendidos, tem-se que 12 . a + 7 . 2a = 1 638 ⇒ a = 63 e t = 3.a = 189.

44. Gabarito: B

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3x + 2y = 120 \end{cases} \Rightarrow x = 20$$

45. Gabarito: C

Considere y = limão e x = coco, temos:

$\begin{cases} x + y = 24 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow$ x = 11 e y = 13. Logo, em 10 caixas: 10 . 13 = 130.

46. A) (0, 3) ou (–4, –1)

B) (3, 4) ou $\left(-\dfrac{8}{6}, -9\right)$

C) (–1, –12) ou (12, 1)

47. $\begin{cases} x + y = 15 \\ x.y = 56 \end{cases} \Rightarrow$ x = 7 e y = 8. A diferença é 8 – 7 = 1.

48. Gabarito: B

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 144 \\ \dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow$ x = 15 e y = 9.

49. Gabarito: E

$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases} \Rightarrow$ x = –2 e y = 8 ou y = –2 e x = 8. De toda forma, o módulo da diferença é 10.

50. Gabarito: C

Considerando n = o número de sanduíches comprados inicialmente e p o preço de custo unitário.

Logo, $\begin{cases} n.p = 180 \\ (n-6).(n+2) = (n+30).p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n.p = 180 \\ n = 18p + 6 \end{cases} \Rightarrow 3p^2 + p - 30 = 0 \Rightarrow p = 3$

51. A) $x^2 + 2xy + y^2$
B) $9a^2 + 48a + 64$
C) $4x^2 + 12xy + 9y^2$
D) $a^2 - 8a + 16$
E) $4a^2 - 4ab + b^2$
F) $4x^2 - 12xy + 9y^2$
G) $x^2 - y^2$
H) $4a^2 - b^2$
I) $9x^2 - 4y^2$
J) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$
K) $8a^3 + 12a^2y + 6ay^2 + y^3$
L) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$
M) $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$
N) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$
O) $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$

52. Gabarito: D

$x^2 - 2xy + y^2 - (x^2 + 2xy + y^2) = -4xy$.

53. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) - 2.ab = 117 - 2.54 = 9$.

54. Gabarito: E

55. A) $3(x - 3)$
B) $a.(b + 2)$
C) $5y.(y + 2)$
D) $ab.(a^2 + 2)$
E) $x.(x - 8)$
F) $6.(2m - 1)$
G) $(x + y).(x - y)$
H) $(2a + b^3)(2a - b^3)$
I) $\left(\frac{1}{2}a + \frac{7}{12}\right).\left(\frac{1}{2}a - \frac{7}{12}\right)$
J) $(x^2 - 4y).(x^2 + 4y)$
K) $(a^2 + b^2).(a^2 - b^2)$
L) $\left(\frac{x^4}{10} + 1\right).\left(\frac{x^4}{10} - 1\right)$

56. A) $(x + 4)^2$
B) $(2x - 3)^2$
C) $\left(\frac{x}{2} - y\right)^2$
D) $(5a + 8b)^2$
E) $(x^2 - y^3)^2$
F) $(x + 7).(x + 2)$
G) $(x - 3)(x - 6)$
H) $(x - 6)(x - 2)$
I) $(x - 3)(x + 1)$

57. A) $(a + b)(4x + 3y)$
B) $(x + 1)(5x - 4b)$
C) $(a + b).(a - b + 2)$
D) $4xy(2y - x) + 3x^2y(3x + y2)$
E) $(ax^3 + c)(x + b)$
F) $(x - y)(5z - 7)$
G) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
H) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
I) $(4 + 3b)(16 - 12b + 9b^2)$
J) $(a + y)(a^2 - ay + y^2)$
K) $(a + 5b)(a^2 - 5ab + 25b^2)$
L) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
M) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
N) $(4 - 3b)(16 + 12b + 9b^2)$
O) $(2a - y)(4a^2 + 2ay + y^2)$
P) $(a - 5b)(a^2 + 5ab + 25b^2)$
Q) $2(y - 1)^2$
R) $(3x^2 + 6)(x + 3)$
S) $2x(x + 3)^2$

58. Gabarito: D

59. Gabarito: B

60. A) $(x - 10)^2$

B) $(2p + 3)^2$

C) $(m^2 - n)^2$

D) $\left(\frac{3y}{2} - \frac{1}{3}\right)^2$

E) $(x - 5)(x + 3)$

F) $(ab + 32)(ab - 32)$

G) $(4x - 5)(4x + 5)$

H) $(y^2 - 18)(y^2 + 18)$

I) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$

J) $(a + 4)(a^2 - 4a + 16)$

61. A) $x^2(x - 1)(x - 7)$

B) $(3a + 5)^2$

C) $(10x - 4)(10x + 4)$

D) $(a + b)(x^2 - 9)$

E) $5(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

62. $2a^2b - ab^2 = x \Rightarrow ab(2a - b) = x \Rightarrow 10 \,.\, 6 = x \Rightarrow x = 60$

63. $(1\,253 - 1\,252).(1\,253 + 1\,252) = 2\,505 \Rightarrow$ soma $= 12$

64. Gabarito: C
$ab(a - b) = 210 \Rightarrow ab \,.\, 7 = 210 \Rightarrow ab = 30$

65. $xy(x + y) = 39 \Rightarrow x + y = 507$

66. Gabarito: B

67. Gabarito: A

68. Gabarito: B
$(12{,}25 - 10{,}25).(12{,}25 + 10{,}25) = 45$

69. Gabarito: B

70. Gabarito: C
$(375 - 374).(375 + 374) = 749$. Soma $= 20$

71. $(57{,}62 - 42{,}38)(57{,}62 + 42{,}38) = 15{,}24 \,.\, 100 = 1\,524$

72. A) $\frac{-ab}{3a - 2b}$

B) $\frac{-1}{2ab - 1}$

C) $\frac{2 + 3xz}{5xy}$

D) $\frac{3a^2 + 1}{4x}$

E) $-\frac{3y - z}{3y - z} = -1$

73. A) $\frac{a - b - 3}{x + 3}$

B) $\frac{3a}{2b}$

C) $\frac{y - 5}{y - 2}$

74. Gabarito: B

$$\frac{m(m+1)}{5(m+1)^2}=\frac{m}{5m+1}$$

75. Gabarito E

$$\frac{(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)}{x^2-2x+4}=(x+2)(x-2)=x^2-4$$

Matemática Financeira

01. Gabarito: B

$$\frac{40}{100}=\frac{32}{x}\Rightarrow x=80\%$$

02. Gabarito: A

24 + 6,5 = 30,5%. O jardim será 100 – 30,5 = 69,5% de 840 = 583,8 m².

03. Gabarito: C

Romance: 31% de 1200 = 372 pessoas. Humor: 9% de 1 200 = 108 pessoas.

04. Gabarito: E

Bermudas defeituosas: 8% de 250 = 20. Camisetas defeituosas: 6% de 150 = 9.

Total de peças defeituosas: 29 + 9 = 29. Porcentagem: $\frac{29}{400}$ = 0,0725 = 7,25%.

05. Gabarito: C

6 h após a dose: 1ª) 250 . 10% = 25 mg; 2ª) (25 + 250) . 10%= 27,5 mg; 3ª) (27,5 + 250) . 10% = 27,75 mg. Logo após a 4ª dose: 27,75 + 250 = 277,75 mg.

06. Gabarito: D

Há 40 mulheres com curso superior num total de 30 + 50 + 40 + 10 + 50 + 20 = 200 pessoas. O percentual corresponde a 40 : 200 = 20%.

07. Gabarito: B

$$\frac{384}{100}=\frac{70}{x}\Rightarrow x\cong 18,2\%$$

08. Gabarito: B

Considerando x o total de luminárias, 2% de 40% de x + 6% de 60% de x:

0,02 . 0,40x + 0,06 . 0,6 . x = 0,044 . x = 4,4% do total.

09. Gabarito: D

876 . 23% = 876 . 0,23 = 201,48 kg

10. Gabarito: A

0,91 . 190 milhões = 172,90 milhões, maior que 0,99 . 128 milhões = 126,72 milhões.

11. Gabarito: E

Total fumantes na turma = 40 . 0,20 + 40 . 0,30 = 20, sendo o total da turma = 80. Logo, 20 : 80 = 0,25 = 25% fumam, sendo os não fumantes na turma = 75%

12. Seja x o número de litros de água do mar necessários para produzir 15 kg de sal. Logo, temos 0,03 . x = 15 ⇒ x = 500 L.

13. Gabarito: A

Considere que: $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{4}{15}$. Sendo 30% de terra, $\frac{30}{100}\cdot\frac{4}{15}=\frac{8}{100}=8\%$ da superfície é usada para cultivo.

14. Gabarito: C

Mulheres estrangeiras: 0,6 . 0,25 . 2 400 = 360. Homens estrangeiros: 2 400 – 1440 - 672 = 288.
Total de estrangeiros: 288 + 360 = 648. O percentual de estrangeiros é dado por 648 : 2 400 = 0,27 = 27%

15. Gabarito: A) 30% B) 33,33%

A) Metade dos carrinhos da caixa grande representa 30% do total de carrinhos.

B) Se metade dos carrinhos em cada caixa pequena é verde, há 20% de carrinhos verdes distribuídos nas caixas pequenas. Assim, para completar os 40% de carrinhos verdes são necessários mais 20% de carrinhos verdes na caixa grande, que representam um terço dos carrinhos na caixa grande (ou 33,33%).

16. Gabarito: C

$$\frac{1}{3}-\frac{333}{1000}=\frac{x}{100}\cdot\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{1}{3\,000}=\frac{x}{100}\cdot\frac{1}{3}\Rightarrow x=0{,}1$$

17. Gabarito: A

Salário = 12 000 . 0,08 + 670 = 1 630

18. Gabarito: A

Da tabela, temos 190 800 000 – 56 300 000 = 134 500 000 pessoas com 18 anos ou mais. Assim, o número de mulheres com 18 ou mais anos é 0,52 . 134 500 000 = 69 940 000 ≅ 70 milhões.

19. Gabarito: C

Número de algarismos que ocupam o final das placas: 10. Que são proibidos de rodar diariamente: 4. Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, o percentual da frota que rodará diariamente será: $\frac{10-4}{10}\cdot 100=60\%$

20. Gabarito: E

Sendo t o total de equipamentos e x a quantidade de computadores que foram para a reciclagem, temos:

0,75 . t = x + 0,80 . 0,40 . t ⇒ 0,75 . t = x + 0,32 . t ⇒ x = 0,43 . t

Dessa forma, a quantidade de computadores que foram para reciclagem corresponde a 43% do total de aparelhos.

21. Gabarito: A

Se 60% do grupo de 40% desempregados não concluíram o ensino médio, então 100 – 60 = 40% do grupo concluíram o ensino médio. Logo: 0,40 . 0,40 = 0,16 = 16%

22. Gabarito: C

320 . 0,60 . 20 = 3 840 g = 3,84 kg

23. A) 96

B) 68,875

C) 45,5

D) 18,24

E) 0,22

24. Gabarito: C

$$\frac{300-200}{200}\cdot 100=50\%$$

25. Gabarito: R$ 90,00.

$$x=\frac{10{,}80\cdot 100}{12}\Rightarrow x=90$$

26. Gabarito: B

$$\frac{15\%}{2\,250}=\frac{85\%}{x}\Rightarrow x=12\,750$$

27. Gabarito: A

$$\frac{80\%}{2\,500}=\frac{100\%}{x}\Rightarrow x=3\,125$$

28. Gabarito: E

$$\frac{25\,560-18\,000}{18\,000}\cdot 100=42\%$$

29. Gabarito: E

$$\frac{1{,}90-1{,}71}{1{,}9}\cdot 100=10\%$$

30. Gabarito: C

$$\frac{200-100}{200}\cdot 100=50\%$$

31. Gabarito: D

$$\frac{100\%}{160\%}=0{,}625=62{,}5\%$$

32. Gabarito: D
Tributo sobre o salário bruto: 13,3% de 2 500 = 332,50. Tributo sobre produtos e serviços: 31,5% de 1800 = 567. Total gasto com tributos: 332,50 + 567 = 899,50 reais. Logo, $\frac{899,50}{2\,500} . 100 = 35,98 \cong 36\%$.

33. Gabarito: A
1ª pessoa: comprou por x e vendeu por 1,1 . x

2ª pessoa: comprou por 1,1.x e vendeu por 1,1 . 1,1 . x = $(1,1)^2$. x

3ª pessoa: comprou por $1,1^2$.x e vendeu por 0,9 . $(1,1)^2$. x = 1,089 . x

Logo, 1,089 . x = 13 068 ⇒ x = R$12.000,00

34. Gabarito: B
Considerando x o valor integral do IPTU de Mangaratiba, temos 0,85 . x = 1 530 ⇒ x= 1 800. Considerando y o valor integral do IPTU do Rio, temos 0,93 . y = 2 790 ⇒ y= 3 000. O pagamento integral é 1 800 + 3 000 = 4 800 reais. E o pagamento total com desconto é 1 530 + 2 790 = 4 320 reais. Logo, a economia para quem pagar as duas com descontos é 4 800 - 4 320 = 480 reais. O desconto total é 480 : 4800 . 100 = 10%

35. Gabarito: B
SP: 1,10 . x = 495 000 ⇒ x = 450 000

PA: 0,90 . y = 495 000 ⇒ y = 550 000

36. Gabarito: E

$$\frac{105 - 72}{72} = \frac{33}{72} \cong 0,46 = 46\%$$

37. Gabarito: A
Preço antigo = 100%. Preço novo = 117%. $\frac{117}{100} = \frac{100}{x} \Rightarrow x \cong 85,5\%$. O desconto é de 100 – 85,5 = 14,5%

38. Gabarito: 12,5%

$$\frac{3\,200 - 2\,800}{3\,200} . 100 = 12,5\%$$

39. Gabarito: A
35 000 . (1 – 0,18) = 35 000 . 0,82 = 28 700

40. Gabarito: D
0,92 . x = 1 518 ⇒ x = 1 650

41. Gabarito: A
À vista: 800 . 0,90 = 720. A prazo: 720 . 1,03 = 741,60. Diferença: 21,60

42. Gabarito: B
1,183 . x = 2,07 ⇒ x ≅ 1,75 milhão.

43. Gabarito: 1,37 bilhão
1,217 . x = 1,67 bilhão ⇒ x ≅ 1,37 bilhão

44. A) 0,1
B) 0,0165
C) 0,1
D) 6,25

45. A) 132,25
B) 81,00
C) 99,00
D) 114,00

46. Gabarito: A

47. Gabarito: C

1,06 . 1,10 . 1,12 = 1,30592, que corresponde a um reajuste de, aproximadamente, 30,6%.

48. Gabarito: B
5,00 . 1,10 . 0,90 = 4,95

49. Gabarito: B

Considerando x a quantia inicial, no 1º mês ela perdeu 0,3 . x e no 2º mês ela recuperou 0,6 . 0,3 . x = 0,18 . x, ficando com 0,7 . x + 0,18 . x = 0,88 . x, tendo um prejuízo de 100 – 88 = 12%

50. Gabarito: 28%

O valor cobrado é de (1 – 0,1) . (1 – 0,2) = 0,72 do valor total. Ou seja, o desconto é de 100 – 72 = 28%

51. Gabarito: B

A porcentagem da renda gasta com energia é, após o desconto, de: 15,60 . (1 – 0,20) = 12,48%

52. Gabarito: C

Para que em 2012 o valor das ações volte ao total de 2010: (1 – 0,30) . i = 1 ⇒ i ≅ 1,43. Ou seja, valorização de 43%

53. Gabarito: C

P . 1,08 . 1,012 = 756 ⇒ P = 625 e 625 . 1,2 = 750. Logo, 756,00 – 750,00 = 6,00

54. Gabarito: E

0,86 . 0,86 . i = 100% ⇒ 0,7396. i = 100% ⇒ i ≅ 135,21%. Logo, deve aumentar 35,21%

55. Gabarito: B

Considerando x o valor inicial: 1,08 . 0,94 . x = 126,9 ⇒ x = 125,00

56. Gabarito: B

1,20 . 1,20 . 0,90 = 1,296, aumento de 29,6%

57. Gabarito: E

1,80 . 1,80 . x = 3,24 . x

58. Gabarito: C

0,80. 0,70 = 0,56, ou seja, 56%, sendo 100 - 56 = 44% de desconto.

59. Gabarito: E

Considere que o aparelho seja R$ 100,00. As duas opções são:

I. À vista: R$ 90,00

II. Duas parcelas de R$ 50,00. Como uma parcela é paga no ato, 90 – 50 = 40 reais é pago com juros no próximo mês: (1+x) . 40 = 50 ⇒ x = 0,25 = 25%

60. Gabarito: B

$$J = \frac{23\,500 \,.\, 4 \,.\, 3}{100} \Rightarrow J = 2\,820{,}00$$

61. Gabarito: A

$$J = \frac{3\,000 \,.\, 6 \,.\, 2}{100} \Rightarrow J = 360$$

62. Gabarito: B

$$J = \frac{10\,000 \,.\, 15 \,.\, \frac{10}{30}}{100} \Rightarrow J = 500 \text{ e } M = 10\,000 + 500 = R\$\ 10\,500{,}00$$

63. Gabarito: C

Pagando R$ 460,00 no ato, fica de dívida: 860 – 460 = 400 reais. Logo, a taxa de juros é $\frac{460 - 400}{400} . 100 = 15\%$

64. Gabarito: E

$$11\,200 = C + \frac{C \,.\, 18 \,.\, \frac{8}{12}}{100} \Rightarrow 11\,200 = 1{,}12 \,.\, C. \text{ Assim, } C = 10\,000$$

65. Gabarito: C

$$192 = \frac{C \,.\, 30 \,.\, \frac{8}{12}}{100} \Rightarrow C = 960$$

66. Gabarito: B

$$J = \frac{80 \,.\, 2{,}4 \,.\, \frac{45}{30}}{100} \Rightarrow J = 2{,}88. \text{ Assim, } M = 80 + 2{,}88 = 82{,}88$$

67. Gabarito: C

$$\begin{cases} C_{ouro} + C_{CDB} = 100\,000 \\ \dfrac{C_{ouro}\,.\,1\,.\,8}{100} + \dfrac{C_{CDB}\,.\,1.10}{100} = 8\,500 \end{cases}$$

$$8\,.\,C_{ouro} + 100\,000 - 10\,.\,C_{ouro} = 850\,000 \Rightarrow C_{ouro} = 75\,000$$

68. Gabarito: A

Seja x o valor de cada parcela. Como a segunda parcela é o montante obtido sobre o saldo devedor, M = C . (1 + i . t) ⇒ x = (1 050 − x)(1 + 0,1 . 1) ⇒ x = 1 155 − 1,1 . x ⇒ x + 550

69. Gabarito: D

J = 1 320 − 600 = 720 ⇒ 600 . 0,30 . t = 720 ⇒ t = 4 anos.

70. Gabarito: R$ 630,00.

O restante é de 1 000 − 400 = 600. Assim, 600 . 1,05 = 630

71. Gabarito: D

O restante é de 30 000 − 20 000 = 10 000 reais. Assim, 11 200 − 10 000 = 10 000 . i . 1 ⇒ i = 12%

72. Gabarito: C

O valor da dívida um mês depois do contrato inicial era: 1,15 . 1 400 = 1 610 reais. Após o pagamento de R$ 750,00, a dívida passou a ser de R$ 860,00. O valor dessa dívida foi integralmente pago um mês depois, nas mesmas condições do empréstimo anterior. O valor pago foi, portanto: 1,15 . 860 = 989 reais.

73. Gabarito: B

Considerando que o produto custa R$100,00, temos, à vista 100 . 0,75 = 75 reais e a prazo 2 parcelas de 50 reais cada.

$$\frac{75-50}{100} = \frac{50-25}{x} \Rightarrow x = 100\%$$

74. Gabarito: E

$M = 3\,000\,.\,(1 + 0{,}03)^8 = 3\,000\,.\,1{,}03^8 = 3\,000\,.\,1{,}27 = 3\,810$

75. Gabarito: C

$M = 4\,000\,.\,(1{,}04)^3 = 4\,000\,.\,1{,}124864 \cong 4\,499{,}46$

76. Gabarito: C

$M = 20\,000\,.\,(1{,}10)^4 = 29\,282{,}00$

77. Gabarito: R$ 40 000,00

$$53\,240 = C\,.\,(1{,}1)^3 \Rightarrow C = \frac{53\,240}{1{,}331} \Rightarrow C = 40\,000$$

78. Gabarito: D

Sabendo que 180 dias = 6 meses:

$9\,000 = C\,.\,(1{,}10)^6 \Rightarrow C = \dfrac{9\,000}{1{,}8} \Rightarrow C = 5\,000$. Logo, os pagamentos foram de 5 000 − 1 250 = 3 750 reais.

79. Gabarito: D

Após 3 anos do primeiro depósito, $M = 10\,000\,.\,(1{,}1)^3 = 13\,310$

Com o novo depósito, M = 13 310 + 12 000 = 25 310

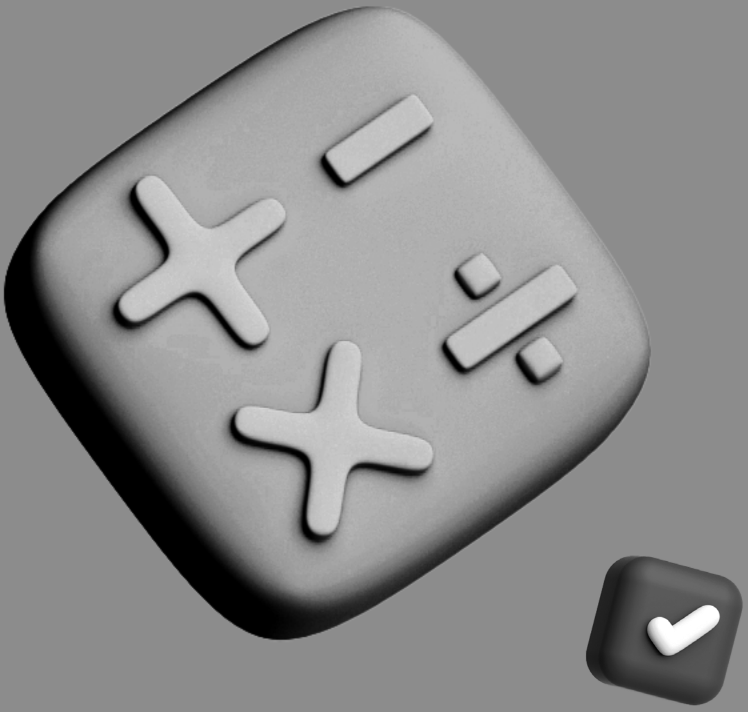
Após mais um ano, M = 25 310 . 1,1 = 27 841 reais.

80. Gabarito: A

Sob juros compostos: $M = 20\,000\,.\,(1{,}03)^2 = 21\,218$ reais. Logo, J = 21 218 − 20 000 = 1 218 reais.

Sob juros simples: $1\,218 = \dfrac{11\,600\,.\,i\,.\,\frac{15}{12}}{100} \Rightarrow 121\,800 = 14\,500\,.\,i \Rightarrow i = 8{,}4\%$

Bernoulli
Sistema de Ensino



MATEMÁTICA

SUMÁRIO

FRENTE A

3 Módulo 01: Conjuntos Numéricos
4 Módulo 02: Teoria dos Conjuntos
7 Módulo 03: Divisibilidade, MDC e MMC
9 Módulo 04: Produtos Notáveis e Fatoração

FRENTE B

11 Módulo 01: Razões e Proporções
13 Módulo 02: Regra de Três
14 Módulo 03: Noções Primitivas de Geometria Plana
16 Módulo 04: Triângulos e Pontos Notáveis

FRENTE C

19 Módulo 01: Sistemas Métricos e Base Decimal
21 Módulo 02: Raciocínio Lógico
23 Módulo 03: Porcentagem
26 Módulo 04: Juros Simples e Compostos

MATEMÁTICA

FRENTE
A

Caderno Extra

MÓDULO 01

CONJUNTOS NUMÉRICOS

01. (PUC Minas) Todas as afirmativas a seguir sobre números reais são corretas, exceto:

A) $|x.y| = |x|.|y|$

B) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$, com $y \neq 0$

C) $\sqrt{x^2} = |x|$

D) Se $x < 0$ e $y = x^2$, então $x = -\sqrt{y}$

E) $|x + y| = |x| + |y|$

02. (UECE) Se **x** e **y** são números reais que satisfazem, respectivamente, as desigualdades $2 \leq x \leq 15$ e $3 \leq y \leq 18$, então todos os números da forma $\frac{x}{y}$ possíveis pertencem ao intervalo

A) $[5, 9]$.

B) $\left[\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right]$.

C) $\left[\frac{3}{2}, 6\right]$.

D) $\left[\frac{1}{9}, 5\right]$.

03. (Unifor-CE) Se **a** e **b** são números reais não nulos, então $a + b\sqrt{2}$

A) é um número irracional.

B) não pode ser um número racional.

C) é um número racional, se **a** e **b** são irracionais.

D) pode ser um número inteiro.

E) é equivalente a $\sqrt{a^2 + 2b^2}$.

04. (UFOP-MG) Se $a, b \in \mathbb{Z} - \{0\}$, então certamente serão números inteiros:

A) $a + b$, $a - b$, $\frac{a}{b}$

B) $a + b$, $\frac{a}{b}$, ab

C) ab, a^b, $a + b$

D) $a - b$, $\sqrt{a}$, ab

E) $a + b$, $a - b$, ab

05. (UFV-MG) Sejam $\mathbb{N}$ o conjunto dos números naturais e $\mathbb{Q}$ o conjunto dos números racionais. Se $a \in \mathbb{N}$, $a \neq 0$ e $b \in \mathbb{Q}$, então tem-se sempre

A) $(a - b) \in \mathbb{N}$.

B) $\frac{b}{a} \in \mathbb{N}$.

C) $(ab) \in \mathbb{N}$.

D) $b^a \in \mathbb{N}$.

E) $\frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$.

06. (USP) Seja $\frac{a}{b}$ a fração geratriz da dízima 0,1222... com **a** e **b** primos entre si. Nessas condições, temos

A) $a^b = 990$.

B) $ab = 900$.

C) $a - b = 80$.

D) $a + b = 110$.

E) $b - a = 79$.

07. (Unificado-RJ) Se $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$, então o conjunto que representa $(A \cap B) - C$ é

A) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$.

B) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 0\}$.

C) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$.

D) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$.

E) $(x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$.

08. (FUVEST-SP) Os números **x** e **y** são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de $\frac{x}{y}$ é

A) $\frac{1}{6}$.

B) $\frac{1}{4}$.

C) $\frac{1}{3}$.

D) $\frac{1}{2}$.

E) 1.

09. (ITA-SP) Seja o conjunto $S = \{r \in \mathbb{Q} \mid r \geq 0 \text{ e } r^2 \leq 2\}$, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

I. $\frac{5}{4} \in S$ e $\frac{7}{5} \in S$

II. $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \varnothing$

III. $\sqrt{2} \in S$

Deve-se dizer, então, que é(são) verdadeira(s) apenas

A) I e II.

B) I e III.

C) II e III.

D) I.

E) II.

10. (FGV-SP) Considere as frações $\frac{1}{n}$ e $\frac{1}{p}$, com **n** e **p** sendo números irracionais. Sobre o resultado da soma $\frac{1}{n} + \frac{1}{p}$, afirma-se que pode ser

I. inteiro não nulo.

II. racional não inteiro.

III. irracional.

IV. zero.

V. imaginário puro.

É correto apenas o que está contido em

A) I e II.

B) II e IV.

C) I, II e III.

D) I, II, III e IV.

E) II, III, IV e V.

11. (UFSM-RS) Assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada uma das afirmações a seguir.

( ) A letra grega π representa o número racional que vale 3,14159265.

( ) O conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais são subconjuntos dos números reais e possuem apenas um ponto em comum.

( ) Toda dízima periódica provém da divisão de dois números inteiros, portanto, é um número racional.

A sequência correta é

A) F V V.

B) V V F.

C) V F V.

D) F F V.

E) F V F.

12. (Fuvest-SP) Se **x** e **y** são dois números inteiros, estritamente positivos e consecutivos, qual dos números a seguir é necessariamente um inteiro ímpar?

A) $2x + 3y$

B) $3x + 2y$

C) $xy + 1$

D) $2xy + 2$

E) $x + y + 1$

13. (PUC Rio) O valor de $\sqrt{(2,777...)}$ é

A) 1,2.

B) 1,666...

C) 1,5.

D) um número entre $\frac{1}{2}$ e 1.

E) 3,49.

14. (UnB-DF) Seja $z = \pi x + \sqrt{2}y$, com **x** racional e **y** real. Então,

A) z é irracional.

B) existe $z \neq 0$ racional.

C) se z é racional, $z = 0$.

D) N.d.a.

GABARITO

01. E
02. D
03. D
04. E
05. E
06. E
07. A
08. D
09. D
10. D
11. D
12. C
13. B
14. B

MÓDULO 02

TEORIA DOS CONJUNTOS

01. (Mackenzie-SP) Num grupo constituído de **K** pessoas, 14 jogam xadrez e 40 são homens. Se 20% dos homens jogam xadrez, e 80% das mulheres não jogam xadrez, então o valor de **K** é

A) 62.

B) 70.

C) 78.

D) 84.

E) 90.

02. (Mackenzie-SP)

I. Se $\{5; 7\} \subset A$ e $A \subset \{5; 6; 7; 8\}$, então os possíveis conjuntos **A** são em números de 4.

II. Supondo **A** e **B** conjuntos quaisquer, então sempre temos $(A \cap \varnothing) \cup (B \cup \varnothing) = A \cup B$.

III. A soma de dois números irracionais pode ser racional.

Das afirmações anteriores,

A) I, II e III são verdadeiras.

B) apenas I e II são verdadeiras.

C) apenas III é verdadeira.

D) apenas II e III são verdadeiras.

E) apenas I e III são verdadeiras.

03. (Mackenzie-SP) Se **A** e **B** são subconjuntos de **U**, e A' e B', seus respectivos complementares em **U**, então $(A \cap B) \cup (A \cap B')$ é igual a

A) A'.

B) B'.

C) B.

D) A.

E) $A' - B'$.

04. (UEG-GO) Na escola do professor Golias, são praticadas duas modalidades de esportes: o futebol e a natação. Exatamente 80% dos alunos praticam futebol, e 60%, natação. Se a escola tem 300 alunos e todo aluno pratica pelo menos um esporte, então o número de alunos que praticam os dois esportes é

A) 240.

B) 204.

C) 180.

D) 139.

E) 120.

05. (EFOA-MG) Em uma cidade com 40 000 habitantes, há três clubes recreativos: Colina, Silvestre e Campestre. Feita uma pesquisa, foram obtidos os seguintes resultados: 20% da população frequenta o Colina; 16%, o Silvestre; 14%, o Campestre; 8%, o Colina e o Silvestre; 5%, o Colina e o Campestre; e 4%, o Silvestre e o Campestre. Somente 2% frequentam os três clubes. O número de habitantes que não frequentam nenhum desses três clubes é

A) 26 000.

B) 30 000.

C) 28 000.

D) 32 000.

E) 34 000.

06. (PUC-SP) Em um exame vestibular, 30% dos candidatos eram da área de Humanas. Entre esses candidatos, 20% optaram pelo curso de Direito. Do total dos candidatos, qual a porcentagem dos que optaram por Direito?

A) 50%

B) 20%

C) 10%

D) 6%

E) 5%

07. (PUC-SP) Entre os inscritos em um concurso público, 60% são homens e 40% são mulheres. Já têm emprego 80% dos homens e 30% das mulheres. Qual a porcentagem dos candidatos que já têm emprego?

A) 60%

B) 40%

C) 30%

D) 24%

E) 12%

08. (OBM) Em um hotel, há 100 pessoas. 30 comem porco, 60 comem galinha, e 80 comem alface. Qual é o maior número possível de pessoas que não comem nenhum desses dois tipos de carne?

A) 10

B) 20

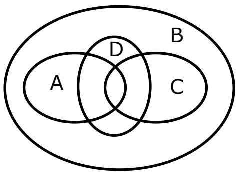
C) 30

D) 40

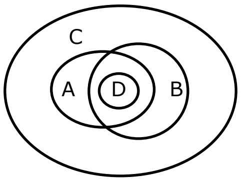
E) 50

09. (UEL-PR) É comum representar um conjunto pelos pontos interiores a uma linha fechada e não entrelaçada. Essa representação é chamada de Diagrama de Venn. Considere quatro conjuntos não vazios A, B, C e D. Se $A \not\subset C$, $C \not\subset A$, $B \supset (A \cup C)$ e $D \subset (A \cap C)$ então, o diagrama de Venn que representa tal situação é:

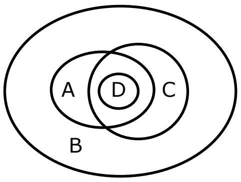
A)



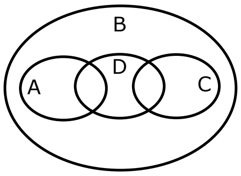
B)



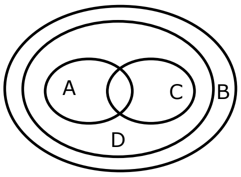
C)



D)



E)



10. (UFU-MG) Sejam **A**, **B** e **C** conjuntos com exatamente 4 elementos cada um e, sabendo-se que $A \cup B \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$ e $B \cap C$ têm, respectivamente, 7, 3, 2 e 1 elemento(s), então o número de elementos de $(A \cap B) \cup C$ é igual a

A) 5.

B) 8.

C) 6.

D) 7.

E) 4.

11. (PUC Rio) Se **A**, **B** e **C** são três conjuntos em que $n(A) = 25$, $n(B) = 18$, $n(C) = 27$, $n(A \cap B) = 9$, $n(B \cap C) = 10$, $n(A \cap C) = 6$ e $n(A \cap B \cap C) = 4$ (sendo $n(X)$ o número de elementos do conjunto **X**), determine o valor de $n((A \cup B) \cap C)$.

12. (UFJF-MG) Uma pesquisa realizada com os alunos do Ensino Médio de um colégio indicou que 221 alunos gostam da área de Saúde, 244 da área de Exatas, 176 da área de Humanas, 36 da área de Humanas e de Exatas, 33 da área de Humanas e de Saúde, 14 da área de Saúde e de Exatas, e 6 gostam das três áreas. O número de alunos que gostam apenas de uma das três áreas é

A) 487.

B) 493.

C) 564.

D) 641.

E) 730.

13. (UEL-PR) Uma universidade está oferecendo três cursos de extensão para a comunidade externa com a finalidade de melhorar o condicionamento físico de pessoas adultas, sendo eles:

Curso **A**: Natação

Curso **B**: Alongamento

Curso **C**: Voleibol

As inscrições nos cursos se deram de acordo com a tabela seguinte:

Cursos	Apenas A	Apenas B	Apenas C	A e B	A e C	B e C	A, B e C
Alunos	9	20	10	13	8	18	3

Analise as afirmativas seguintes com base nos dados apresentados na tabela.

I. 33 pessoas se inscreveram em pelo menos dois cursos.

II. 52 pessoas não se inscreveram no curso **A**.

III. 48 pessoas se inscreveram no curso **B**.

IV. O total de inscritos nos cursos foi de 88 pessoas.

A alternativa que contém todas as afirmativas corretas é

A) I e II.

B) I e III.

C) III e IV.

D) I, II e III.

E) II , III e IV.

14. (FGV) Uma pesquisa de mercado sobre determinado eletrodoméstico mostrou que 37% dos entrevistados preferem a marca **X**, 40% preferem a marca **Y**, 30% preferem a marca **Z**, 25% preferem **X** e **Y**, 8% preferem **Y** e **Z**, 3% preferem **X** e **Z**, e 1% prefere as três marcas. Considerando que há os que não preferem nenhuma das 3 marcas, a porcentagem dos que não preferem nem **X** nem **Y** é:

A) 20%

B) 23%

C) 30%

D) 45%

E) 48%

15. (UFG-GO) Na classificação de Robert H. Whittaker, os seres vivos foram agrupados nos reinos Monera, Protista, Fungi, Plantae e Animalia. A esse respeito, considere os seguintes conjuntos de reinos A = {Monera, Protista, Fungi}, B = {Plantae, Animalia, Fungi}, C = {Animalia, Protista, Fungi} e uma lista de indivíduos que os representam formada por {bactérias, levedura, samambaia, cogumelo, algas microscópicas, caracol, esponja, musgo}. Diante do exposto, conclui-se que todos os indivíduos que pertencem aos reinos que estão no conjunto são os seguintes:

A) bactérias, musgo e samambaia.
B) bactérias e algas microscópicas.
C) samambaia e musgo.
D) samambaia, musgo e algas microscópicas.
E) caracol e esponja.

16. (Mackenzie-SP) **A** e **B** são dois conjuntos, tais que $A - B$ tem 30 elementos, $A \cap B$ tem 10 elementos, e $A \cup B$ tem 48 elementos. Então, o número de elementos de $B - A$ é

A) 8.
B) 10.
C) 12.
D) 18.
E) 22.

GABARITO

01. B
02. E
03. D
04. E
05. A
06. D
07. A
08. D
09. C
10. C
11. 12
12. B
13. B
14. E
15. A
16. A

MÓDULO 03

DIVISIBILIDADE, MDC E MMC

01. (UFMG) Seja **S** o conjunto dos números naturais maiores que 1 que são divisores de 360 e não possuem fatores primos em comum com 147. Então, é correto afirmar que **S** contém

A) 6 elementos.
B) 7 elementos.
C) 8 elementos.
D) 9 elementos.

02. (FJP-MG) Suponha que uma caixa contenha menos de 40 000 parafusos. Se forem contados de 15 em 15, de 60 em 60, de 96 em 96 ou de 154 em 154, sobram sempre 7 parafusos. Assim, é correto afirmar que o número de parafusos contidos nessa caixa é

A) 29 127.
B) 35 457.
C) 35 467.
D) 36 967.

03. (UFU-MG) Considere a função $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, em que $\mathbb{N}$ representa o conjunto dos números naturais, dada por $f(n) = \text{mdc}(2n + 4, 4n + 2)$. Então, o valor mínimo de **f** é igual a

A) 4.
B) 1.
C) 6.
D) 2.
E) 8.

04. (PUCPR) A soma **S** de todos os números naturais de dois algarismos que divididos pelo número 5 dão resto igual a 2 é tal que

A) $S < 550$.
B) $550 \leq S < 750$.
C) $750 \leq S < 950$.
D) $950 \leq S < 1\,150$.
E) $S \geq 1\,150$.

05. (Unicamp-SP) Sabe-se que um número natural escrito na base 10 como $\ldots a_5\, a_4\, a_3\, a_2\, a_1\, a_0$ é divisível por 11 se, e somente se, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \ldots$ for um número divisível por 11.

A) Aplique o critério anterior para mostrar que o número natural escrito na base 10 como 123 456 789 não é divisível por 11.
B) Qual o menor número natural que devemos subtrair do número 123 456 789 para que a diferença seja um número divisível por 11?

06. (UECE) Dois relógios tocam uma música periodicamente, um deles a cada 60 segundos e o outro a cada 62 segundos. Se ambos tocaram (simultaneamente) às 10 horas, que horas estarão marcando os relógios quando voltarem a tocar juntos (simultaneamente) pela primeira vez após as 10 horas?

A) 10 horas e 31 minutos
B) 11 horas e 02 minutos
C) 13 horas e 30 minutos
D) 17 horas

07. (UFTM-MG) Márcia fabrica trufas de chocolate, que são vendidas em embalagens com 5, 8 ou 12 unidades. Renata, uma de suas vendedoras, possui em seu estoque 793 trufas, que serão todas vendidas em embalagens do mesmo tipo. Porém, ela ainda não decidiu qual das três embalagens vai utilizar. Nessas condições, a menor quantidade de trufas que Márcia deverá acrescentar ao estoque de Renata de modo que, independentemente do tipo de embalagem utilizada, não sobre nenhuma trufa no estoque depois da confecção das embalagens é igual a

A) 7.
B) 11.
C) 23.
D) 39.
E) 47.

08. (Milton Campos-MG) Do ponto final de uma linha de ônibus, partem, às 10 horas da manhã, os ônibus **A** e **B**. Sabendo-se que o ônibus **A** volta ao ponto final a cada 35 minutos, e o **B**, a cada 40 minutos, pode-se afirmar que o primeiro horário em que os dois ônibus voltarão a partir juntos será às

A) 11 horas e 15 minutos.
B) 12 horas e 40 minutos.
C) 14 horas e 20 minutos.
D) 14 horas e 40 minutos.

09. (Unimontes-MG) Entre 20 e 35, quantos são os números que têm só quatro divisores no conjunto dos números inteiros?

A) 4
B) 3
C) 5
D) 6

10. (PUCPR) Uma faculdade dispõe de 66 computadores para serem utilizados em aulas práticas por seus 108 alunos. Qual o maior número de equipes que podemos formar de tal modo que cada uma tenha o mesmo número de computadores?

A) 11
B) 18
C) 21
D) 8
E) 6

11. (UFC-CE) Os números naturais $p = 2^{31} - 1$ e $q = 2^{61} - 1$ são primos. Então, o número de divisores de 2pq é igual a

A) 1.
B) 2.
C) 4.
D) 6.
E) 8.

12. (Unicamp-SP) Em uma agência bancária, cinco caixas atendem os clientes em fila única. Suponha que o atendimento de cada cliente demore exatamente 3 minutos e que o caixa 1 atenda o primeiro da fila ao mesmo tempo em que o caixa 2, o segundo, o caixa 3, o terceiro, e assim sucessivamente.

A) Em que caixa será atendido o sexagésimo oitavo cliente da fila?
B) Quantos minutos depois da abertura dos caixas será iniciado o atendimento desse mesmo sexagésimo oitavo cliente?

13. (Mackenzie-SP) Considere as seguintes afirmações:

I. O máximo divisor comum de dois números é 8 e o mínimo múltiplo comum é 72. Então, o produto desses números é 576.
II. Se $y^3 = 147x$, com $x, y \in \mathbb{N}^*$, então o menor valor de **x** para o qual a igualdade se verifica é 3.
III. Quaisquer que sejam dois números naturais primos entre si, necessariamente, ambos são primos.

Associando V ou F a cada afirmação, nessa ordem, conforme seja verdadeira ou falsa, tem-se

A) F F F.
B) F V F.
C) V V V.
D) F V V.
E) V F F.

14. (Vunesp) Durante um evento, o organizador pretende distribuir, como brindes, a alguns dos participantes, caixas (*kits*) com o mesmo conteúdo, formado de camisetas e chaveiros. Sabe-se que ele possui exatamente 200 camisetas e 120 chaveiros.

A) Decomponha os números 200 e 120 em fatores primos.
B) Determine o número máximo de caixas, com o mesmo conteúdo, que o organizador conseguirá formar utilizando todos os chaveiros e camisetas disponíveis.

15. (UFSC) Um país lançou em 02/05/2000 os satélites artificiais **A**, **B** e **C** com as tarefas de fiscalizar o desmatamento em áreas de preservação, as nascentes dos rios e a pesca predatória no Oceano Atlântico. No dia 03/05/2000, podia-se observá-los alinhados, cada um em uma órbita circular diferente, tendo a Terra como centro.

Se os satélites **A**, **B** e **C** levam, respectivamente, 6, 10 e 9 dias para darem uma volta completa em torno da Terra, então qual é o número de dias para o próximo alinhamento?

16. (UFU-MG) Seja **A** o conjunto dos números naturais menores do que 1 000 que deixam resto 2 na divisão por 5 e resto 3 na divisão por 7. Quantos elementos possui o conjunto **A**?

A) 29

B) 28

C) 30

D) 27

GABARITO

01. B
02. D
03. D
04. D
05. A) Demonstração
    B) 5
06. A
07. E
08. D
09. B
10. E
11. E
12. A) Caixa 3
    B) 39 minutos
13. E
14. A) $200 = 2^3.5^2$
    $120 = 2^3.3.5$
    B) 40
15. 90
16. A

MÓDULO 04

PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO

01. (PUC Minas) A expressão $x^2y^2 - x^2z^2 - 4y^2 + 4z^2$ fatorada apresenta quatro fatores lineares, com os coeficientes de **x** e **y** iguais a 1. A soma desses fatores lineares é:

A) 2(x + y)

B) 2(x + z)

C) 2(y + z)

D) 2(x − y)

E) 2(x − z)

02. (FGV-MG) Se $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$, para todo $x \neq -1$, então f(2 002) é igual a

A) 2 000.

B) 2 001.

C) 2 002.

D) 2 003.

E) 2 004.

03. (UFC-CE) O valor exato de $\sqrt{32 + 10\sqrt{7}} + \sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$ é

A) 12.

B) 11.

C) 10.

D) 9.

E) 8.

04. (Unifor-CE) O número real

$$y = \frac{3x^3 + 3x^2 - 6x}{x^2 - 4} + \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x}$$

é equivalente a:

A) $\frac{3x^3 - 2x^2 + 4}{x(x - 2)}$

B) $\frac{3x^3 - 2x^2 - 4x + 4}{x(x - 2)}$

C) $\frac{3x^3 - 6x - 21}{4}$

D) $\frac{3x^2 - 2x - 2}{2(x - 1)}$

E) $\frac{3x^2 + 2x - 4}{2x}$

05. (UFMG) Considere o conjunto de todos os valores de **a** e **b** para os quais a expressão $M = \frac{a}{a + b} + \frac{b}{a - b} + \frac{2ab}{a^2 - b^2}$ está definida. Nesse conjunto, a expressão equivalente a **M** é:

A) $\frac{a + b}{a - b}$

B) $\frac{1}{a - b}$

C) a + b

D) $\frac{2ab}{a^2 - b^2}$

06. (CEFET-MG) Simplificando a expressão $\frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x + y}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$, em que $x \neq y$, obtém-se

A) x − y

B) x + 2y

C) 2x − y

D) $x^2 + y^2$

07. (Unifor-CE) Para todos os números reais **x** e **y** tais que $xy \neq 0$, a expressão $\frac{x^{-4} - y^{-4}}{x^{-2} + y^{-2}}$ é equivalente a:

A) $\frac{x^2 - y^2}{xy}$

B) $\frac{(x - y)^2}{x^2y^2}$

C) $\frac{x^2 + y^2}{xy}$

D) $\frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}$

E) $\frac{(x + y)^2}{x^2y^2}$

08. (Mackenzie-SP) O valor de $\frac{x^4 - y^4}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}$ para $x = 111$ e $y = 112$ é

A) 215.

B) 223.

C) 1.

D) –1.

E) 214.

09. (FUVEST-SP) As soluções da equação

$$\frac{x - a}{x + a} + \frac{x + a}{x - a} = \frac{2(a^4 + 1)}{a^2(x^2 - a^2)},$$

em que $a \neq 0$, são:

A) $-\frac{a}{2}$ e $\frac{a}{4}$

B) $-\frac{a}{4}$ e $\frac{a}{4}$

C) $-\frac{1}{2a}$ e $\frac{1}{2a}$

D) $-\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{2a}$

E) $-\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{a}$

10. (PUC Minas) Se **a** e **b** são números reais inteiros positivos tais que $a - b = 7$ e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de ab é

A) 7.

B) 10.

C) 30.

D) 37.

11. (Fatec-SP) O valor da expressão $y = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$, para $x = \sqrt{2}$, é:

A) $\sqrt{2} - 2$

B) $\sqrt{2} + 2$

C) 2

D) −0,75

E) $-\frac{4}{3}$

12. (UFRGS-RS) Se $a = \frac{x + y}{2}$, $b = \frac{x - y}{2}$ e $c = \sqrt{xy}$, em que **x** e **y** são números reais tais que $xy > 0$, então uma relação entre a^2, b^2 e c^2 é:

A) $a^2 + b^2 - c^2 = 0$

B) $a^2 - b^2 - c^2 = 0$

C) $a^2 + b^2 + c^2 = 0$

D) $a^2 - b^2 + c^2 = 0$

E) $a^2 = b^2 = c^2$

13. (FGV-MG) Seja **N** o resultado da operação $375^2 - 374^2$. A soma dos algarismos de **N** é

A) 18.

B) 19.

C) 20.

D) 21.

E) 22.

14. (FGV-SP) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 24. Um possível valor do quadrado da soma desses dois números é

A) 576.

B) 64.

C) 400.

D) 144.

E) 529.

GABARITO

01. A
02. B
03. C
04. B
05. A
06. A
07. D
08. B
09. E
10. C
11. A
12. B
13. C
14. D

MATEMÁTICA

FRENTE

B

Caderno Extra

MÓDULO 01

RAZÕES E PROPORÇÕES

01. (UFMG) Lançada em 1977, a sonda espacial Voyager 1 está, atualmente, a $1{,}5 \, . \, 10^{10}$ km da Terra. Suponha que, dessa distância, a Voyager 1 envie, para a Terra, um sinal de rádio que se propaga à velocidade da luz, que é de 300 000 km/s. Despreze o movimento da Terra, do instante em que o sinal foi enviado até o momento de sua chegada a ela. Então, é correto afirmar que, para chegar à Terra, o sinal enviado por essa sonda gastará

A) menos de 8 horas.

B) entre 8 horas e 10 horas.

C) entre 10 horas e 12 horas.

D) mais de 12 horas.

02. (UFG-GO) Em uma amostra retirada de um tanque de combustível, verifica-se que $\frac{1}{7}$ é de álcool e o restante é de gasolina pura. Sabendo-se que o total que havia no tanque era 2 800 litros, determine a quantidade de cada uma das substâncias, álcool e gasolina pura, presentes no combustível.

03. (PUC-Campinas-SP) Uma mina de água localiza-se na divisa de dois sítios. Os dois proprietários, Sr. Edson e Sr. José, resolveram construir, na saída da mina, uma caixa de água coberta e vão dividir as despesas entre si, em partes inversamente proporcionais às distâncias de suas casas em relação à mina. Se as despesas totalizarem R$ 5 600,00 e se as casas do Sr. Edson e do Sr. José distam, respectivamente, 5 km e 3 km da mina, então a parte da despesa que caberá ao Sr. Edson é

A) R$ 1 900,00.

B) R$ 2 100,00.

C) R$ 2 200,00.

D) R$ 3 100,00.

E) R$ 3 500,00.

04. (UFSC) O número 310 é dividido em 3 parcelas de modo que a segunda é igual a $\frac{3}{2}$ da primeira, e a terceira é igual a $\frac{5}{3}$ da segunda. Calcule a menor dessas parcelas.

05. (Unicamp-SP) Em uma fotografia aérea, um trecho retilíneo de uma estrada que mede 12,5 km aparece medindo 5 cm e, na mesma fotografia, uma área queimada aparece com 9 cm^2. Calcule

A) o comprimento que corresponde a 1 cm na mesma fotografia.

B) a área da superfície queimada.

06. (Vunesp) Um técnico de laboratório manipula dois recipientes que contêm misturas das substâncias **A** e **B**. Embora os volumes das misturas sejam iguais, num dos recipientes, a proporção de **A** para **B** é $\frac{1}{2}$ (uma parte de **A** para as duas de **B**) e no outro é $\frac{3}{4}$. Se ele juntar os dois conteúdos num único recipiente, qual passará a ser a proporção de **A** para **B**?

07. (FGV-SP) Uma variável **y** é inversamente proporcional ao quadrado de outra variável **x**. Para x = 3, **y** vale 15. Então, se x = 4, **y** deverá valer

A) $\frac{1}{16}$.

B) $\frac{15}{16}$.

C) $\frac{45}{16}$.

D) $\frac{135}{16}$.

E) $\frac{625}{16}$.

08. (UFMG) Os irmãos Armando, Bernardo e Caio decidiram ajudar na reforma do piso da casa de seus pais, dividindo igualmente, entre eles, o custo de 100 m^2 de cerâmica. Armando e Bernardo compraram, respectivamente, 60 m^2 e 40 m^2 da mesma cerâmica, pagando o mesmo preço pelo metro quadrado. Para acertar sua parte nessa compra, Caio pagou a seus dois irmãos um total de R$ 1 500,00. Sejam **x** a parte dessa quantia que coube a Armando e **y** a parte que coube a Bernardo. Então, é correto afirmar que o valor de $x - y$ é

A) R$ 200,00.

B) R$ 300,00.

C) R$ 500,00.

D) R$ 900,00.

09. (UFV-MG) A empresa Telemercado deseja distribuir entre seus funcionários Jair, Antônio e Paulo, a título de gratificação, uma quantia de R$ 1 240,00, em partes inversamente proporcionais ao número de reclamações recebidas que cada um obteve durante o mês. Jair recebeu 2 reclamações, Antônio, 3 reclamações e Paulo, 5 reclamações. É correto afirmar que

A) Paulo recebeu metade da quantia recebida pelo Antônio.

B) Jair e Paulo receberam R$ 600,00 e R$ 240,00, respectivamente.

C) Paulo recebeu a metade da quantia recebida pelo Jair.

D) Jair e Antônio receberam R$ 600,00 e R$ 440,00, respectivamente.

10. (UFLA-MG) Um automóvel *flex*, que funciona com álcool e gasolina misturados em qualquer proporção, está com meio tanque de combustível, com uma mistura de álcool e gasolina na proporção de 3 : 7. O motorista, então, completa o tanque colocando o restante com uma mistura de álcool e gasolina na proporção de 3 : 5. A proporção final de álcool e gasolina no tanque cheio é de

A) 9 : 35.

B) 27 : 53.

C) 15 : 21.

D) 36 : 35.

11. (UFV-MG) Adriana, Joelma e Paula trabalham na mesma firma comercial há 4, 6 e 10 anos, respectivamente. Como gratificação, a firma distribuiu entre elas, proporcionalmente ao tempo de serviço, a quantia de R$ 4 000,00. Joelma recebeu

A) R$ 1 200,00.

B) R$ 1 400,00.

C) R$ 1 100,00.

D) R$ 1 300,00.

12. (Mackenzie-SP) Dividindo 70 em partes proporcionais a 2, 3 e 5, a soma entre a menor e a maior parte é

A) 35.

B) 49.

C) 56.

D) 42.

E) 28.

13. (Mackenzie-SP) Na tabela a seguir, de valores positivos, **F** é diretamente proporcional ao produto de **L** pelo quadrado de **H**. Então, **x** vale

F	L	H
2 000	3	4
3 000	2	x

A) 5.

B) 6.

C) 7.

D) 8.

E) 9.

14. (PUC-Campinas-SP) Sejam **x**, **y** e **z** números reais inversamente proporcionais aos números $\frac{1}{2}$, 2 e 6, respectivamente. Se x + y + z = 128, então

A) x = 8.

B) y = 12.

C) y = 20.

D) z = 92.

E) x = 96.

15. (Unesp) Um prêmio da sena saiu para dois cartões, um da cidade **A** e outro da cidade **B**. Nessa última, o cartão era de 6 apostadores, tendo cada um contribuído com a mesma importância para a aposta. A fração do prêmio total, que cada apostador da cidade **B** receberá, é

A) $\frac{1}{6}$.

B) $\frac{1}{8}$.

C) $\frac{1}{9}$.

D) $\frac{1}{10}$.

E) $\frac{1}{12}$.

16. (UEL-PR) Três grandezas, **X**, **Y** e **Z**, são tais que **X** é diretamente proporcional a **Y** e inversamente proporcional a **Z**. Quando **X** vale $\frac{2}{3}$, tem-se **Y** valendo $\frac{3}{5}$ e **Z** valendo $\frac{9}{5}$. Assim, se **Y** vale $\frac{7}{8}$ e **Z** vale $\frac{1}{4}$, **X** vale

A) $\frac{1}{7}$.

B) $\frac{2}{7}$.

C) $\frac{5}{7}$.

D) $\frac{7}{2}$.

E) 7.

GABARITO

01. D

02. Álcool: 400 L

    Gasolina: 2 400 L

03. B

04. 62

05. A) x = 2,5 km

    B) x = 56,25 km^2

06. $\frac{8}{13}$

07. D

08. D

09. B

10. B

11. A

12. B

13. B

14. E

15. E

16. E

MÓDULO 02

REGRA DE TRÊS

01. (FUVEST-SP) Um automóvel, modelo *flex*, consome 34 litros de gasolina para percorrer 374 km. Quando se opta pelo uso do álcool, o automóvel consome 37 litros desse combustível para percorrer 259 km. Suponha que um litro de gasolina custe R$ 2,20. Qual deve ser o preço do litro do álcool para que o custo do quilômetro rodado por esse automóvel, usando somente gasolina ou somente álcool como combustível, seja o mesmo?

A) R$ 1,00

B) R$ 1,10

C) R$ 1,20

D) R$ 1,30

E) R$ 1,40

02. (PUC-Campinas-SP) Considere o número **D** de dias que **N** máquinas, de igual rendimento **R**, funcionando ininterruptamente durante **H** horas por dia, levariam para produzir **P** peças iguais. Se **k** é uma constante real, é verdade que

A) $D = \frac{k}{HNPR}$.

B) $D = \frac{kP}{HNR}$.

C) $D = \frac{kNP}{HR}$.

D) $D = \frac{kHP}{NR}$.

E) $D = \frac{kPR}{HN}$.

03. (Unificado-RJ) 3 profissionais fazem 24 peças em 2 horas, e 4 aprendizes fazem 16 peças em 3 horas. Em quantas horas 2 profissionais e 3 aprendizes farão 48 peças?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

04. (UFMG) Quando estava viajando pelo Chile, Jorge, por não ter uma calculadora disponível, tinha dificuldade em fazer a conversão dos preços, dados em pesos chilenos, para o valor correspondente em reais. À época, a cotação era de 196,50 pesos para cada real. Assinale, entre as seguintes alternativas, aquela que apresenta a regra que Jorge deveria utilizar para efetuar essa conversão com o menor erro.

A) Dividir o preço em pesos por 2 e, no valor obtido, mover a vírgula duas casas decimais para a esquerda.

B) Dividir o preço em pesos por 5 e, no valor obtido, mover a vírgula duas casas decimais para a esquerda.

C) Multiplicar o preço em pesos por 2 e, no valor obtido, mover a vírgula duas casas decimais para a esquerda.

D) Multiplicar o preço em pesos por 5 e, no valor obtido, mover a vírgula duas casas decimais para a esquerda.

05. (PUC Rio) Um relógio de ponteiros atrasa 2 minutos por dia. Acertando-o hoje, 20 de novembro de 1993, ele voltará a marcar a hora certa no dia

A) 15 de novembro de 1994.

B) 11 de novembro de 1994.

C) 6 de novembro de 1994.

D) 7 de setembro de 1994.

E) 21 de abril de 1994.

06. (UGF-RJ) Em novembro, comprava-se, no Brasil, 1 dólar por R$ 0,85. Nesse mesmo mês, na Argentina, trocava-se 1 dólar por 1 peso e 1 real valia 90 centavos de peso. O professor Ludovico, distraído, viajou para a Argentina apenas com R$ 510,00, os quais trocou por pesos ao chegar. Quantos pesos obteria a mais, se tivesse comprado dólares no Brasil e comprasse, na Argentina, pesos com esses dólares?

A) 120
B) 133
C) 141
D) 150
E) 162

07. (UFG-GO) Na construção de um edifício, trabalham 30 operários que constroem 2% do edifício a cada 10 dias. Se após 30 dias do início da obra forem contratados mais 15 operários, se eles trabalharem no mesmo ritmo, que porcentagem do edifício será construída 10 dias após essa contratação? Em quantos dias a obra estará concluída?

08. (UERJ) No Brasil, a rapadura surgiu no século XVII com os primeiros engenhos de cana-de-açúcar. Logo ganhou estigma de comida de pobre. No passado, era predominantemente consumida pelos escravos e mesmo hoje só eventualmente frequenta as mesas mais fartas. Apesar disso, seu valor calórico é riquíssimo. Cada 100 gramas têm 132 calorias – ou seja, 200 gramas equivalem em energia a um prato de talharim com ricota.

FERNANDES, Manoel. *Revista Terra*, ago. 96.

Triunfo, cidade do interior de Pernambuco, produz em rapadura por ano o equivalente a 1,98 bilhões de calorias. Isso representa, em toneladas, uma produção de rapadura correspondente a

A) 2 000.
B) 1 500.
C) 200.
D) 150.

09. (UERJ) O engenheiro Ronaldo Belassiano descobriu que o carioca é o povo mais ágil para embarcar nos coletivos. Ele leva, em média, apenas 1,85 segundo contra 2,4 segundos gastos, em média, pelos londrinos.

SUPERINTERESSANTE, set. 1996 (Adaptação).

Com base no texto, considere que um ônibus no Rio de Janeiro fique parado num ponto, durante 74 segundos, e embarque passageiros de acordo com a média apresentada. Em Londres, para embarcar essa mesma quantidade de passageiros, o ônibus deverá ficar parado durante

A) 96 s.
B) 104 s.
C) 108 s.
D) 220 s.

GABARITO

01. E
02. B
03. C
04. A
05. A
06. C
07. 10 dias após a contratação, serão construídos 3% do edifício. O número total de dias gastos na construção do edifício corresponde a $\left(343 + \frac{1}{3}\right)$ dias.

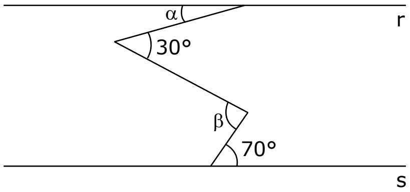
Observação: 314 dias também será uma resposta aceita como correta.

08. B
09. A

MÓDULO 03

NOÇÕES PRIMITIVAS DE GEOMETRIA PLANA

01. (Unifor-CE) Na figura a seguir, têm-se as retas **r** e **s**, paralelas entre si, e os ângulos assinalados, em graus.



Nessas condições, $\alpha + \beta$ é igual a

A) 50°.
B) 70°.
C) 100°.
D) 110°.
E) 130°.

02. (Unifor-CE) A medida em graus do ângulo $\hat{A}$ é igual ao triplo da medida de seu complemento. O ângulo $\hat{A}$ mede

A) 90°.
B) 67° 30'.
C) 60°.
D) 48° 30'.
E) 45°.

03. (Unimontes-MG) Ao desenhar a planta baixa de uma residência, o desenhista cometeu o seguinte erro: traçou um ângulo de 60° em vez de traçar os $\frac{3}{4}$ do suplemento de 60°, que valem

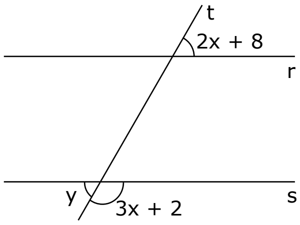
A) 22° 30'.

B) 90°.

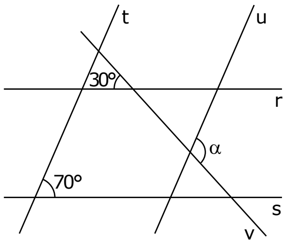
C) 120°.

D) 225°.

04. (UFPB) Na figura a seguir, estão representadas as retas **r**, **s** e **t**. Sabendo-se que as retas **r** e **s** são paralelas, calcule, em graus, o valor de **y**.



05. (Unifor-CE) Na figura a seguir, tem-se r // s e t // u.



Se os ângulos assinalados têm as medidas indicadas em graus, então α é igual a

A) 100°.

B) 80°.

C) 70°.

D) 50°.

E) 30°.

06. (ETFederal-RJ) Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam ângulos alternos-externos expressos em graus por 13x – 8° e 6x + 13°. A medida desses ângulos vale

A) 31°.

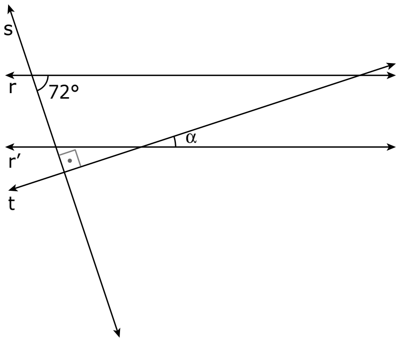
B) 3° ou 177°.

C) 30° e 150°.

D) 62°.

E) 93°.

07. (Cesgranrio-RJ) Na figura, as retas **r** e r' são paralelas, e a reta **s** é perpendicular a **t**.



Se o menor ângulo entre **r** e **s** mede 72°, então o ângulo α da figura mede

A) 36°.

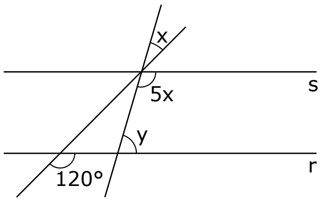
B) 32°.

C) 24°.

D) 20°.

E) 18°.

08. (UFRGS-RS) Na figura a seguir, as retas **r** e **s** são paralelas.



A medida do ângulo **y**, em graus, é

A) 90°.

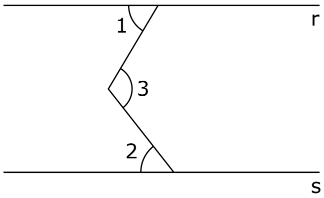
B) 60°.

C) 100°.

D) 70°.

E) 80°.

09. (UFAM) Na figura, as retas **r** e **s** são paralelas, o ângulo 1 mede 45°, e o ângulo 2 mede 55°. A medida, em graus, do ângulo 3 é



A) 90°.

B) 45°.

C) 55°.

D) 110°.

E) 100°.

10. O complemento da terça parte de um ângulo excede o complemento desse ângulo em 30°. Determine o ângulo.

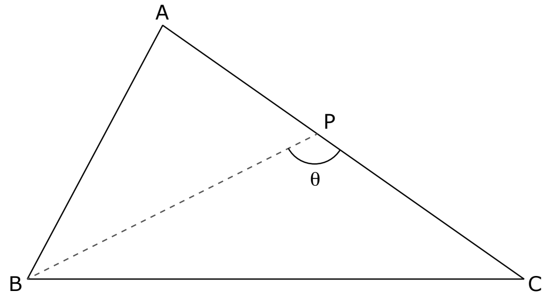
GABARITO

01.	C
02.	B
03.	B
04.	y = 76°
05.	A
06.	A
07.	E
08.	E
09.	E
10.	45°

MÓDULO 04

TRIÂNGULOS E PONTOS NOTÁVEIS

01. (UNIT) No triângulo ABC, $\hat{A} = 80°$, $\hat{C} = 40°$ e BP é a bissetriz do ângulo $\hat{B}$.



Portanto, o ângulo θ mede

A) 100°.

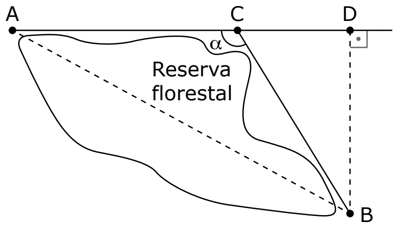
B) 110°.

C) 120°.

D) 130°.

E) 140°.

02. (UFG-GO) Uma empresa de engenharia deseja construir uma estrada ligando os pontos **A** e **B**, que estão situados em lados opostos de uma reserva florestal, como mostra a figura a seguir.



A empresa optou por construir dois trechos retilíneos, denotados pelos segmentos AC e CB, ambos com o mesmo comprimento. Considerando que a distância de **A** até **B**, em linha reta, é igual ao dobro da distância de **B** a **D**, o ângulo α, formado pelos dois trechos retilíneos da estrada, mede

A) 110°.

B) 120°.

C) 130°.

D) 140°.

E) 150°.

03. (UECE) Se **P** é um ponto no interior de um triângulo equilátero cuja medida de cada um dos lados é $\sqrt{12}$ m, então, a soma das distâncias de **P** aos lados do triângulo é

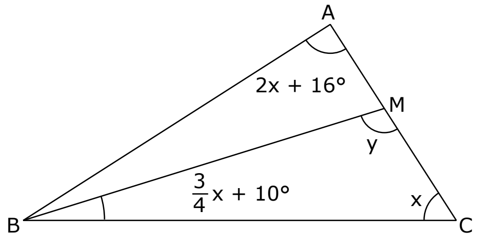
A) 4,5 m.

B) 4,0 m.

C) 3,0 m.

D) 3,5 m.

04. (Unimontes-MG) Na figura, BM é bissetriz de $\hat{B}$. O valor do ângulo **y** é



A) 114°.

B) 32°.

C) 66°.

D) 124°.

05. (UFSCar-SP) Considere um triângulo em que todos os lados medem números inteiros. Um lado mede 3 e outro mede 5. Então, a quantidade de possíveis valores para o 3º lado é

A) 1.

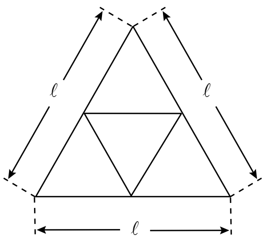
B) 2.

C) 3.

D) 4.

E) 5.

06. (UFPE) Considere um triângulo equilátero de lado ℓ como mostra a figura a seguir. Unindo-se os pontos médios dos seus lados, obtemos 4 (quatro) novos triângulos. O perímetro de qualquer um desses quatro triângulos é igual a



A) $\frac{5\ell}{2}$.

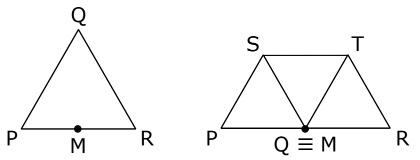
B) ℓ.

C) 3ℓ.

D) $\frac{\ell}{2}$.

E) $\frac{3\ell}{2}$.

07. (UFF-RJ) Um pedaço de papel tem a forma do triângulo equilátero PQR, com 7 cm de lado, sendo **M** o ponto médio do lado $\overline{PR}$.



Dobra-se o papel de modo que os pontos **Q** e **M** coincidam, conforme ilustrado anteriormente. O perímetro do trapézio PSTR, em cm, é igual a

A) 9.

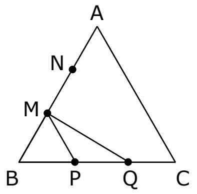
B) 17,5.

C) 24,5.

D) 28.

E) 49.

08. (Vunesp) O triângulo ABC da figura é equilátero. Os pontos **M** e **N** e os pontos **P** e **Q** dividem os lados a que pertencem em três segmentos de reta de mesma medida. Nessas condições, calcule



A) a medida do ângulo $M\hat{P}Q$ (vértice **P**).

B) a medida do ângulo $B\hat{M}Q$ (vértice **M**).

09. (UnB-DF) Julgue os itens seguintes, relativos a propriedades de triângulos e de quadriláteros.

( ) É possível traçar um triângulo com lados medindo 15 cm, 7 cm e 5 cm.

( ) Um triângulo fica inteiramente determinado, conhecendo-se os seus três ângulos.

( ) Um triângulo fica inteiramente determinado, conhecendo-se os seus três lados.

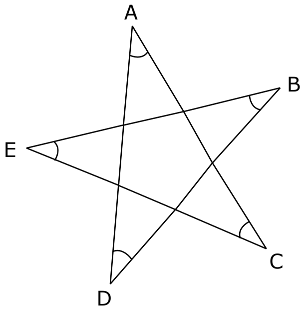
( ) Um quadrilátero fica inteiramente determinado, conhecendo-se os quatro lados.

10. (Unicamp-SP)

A) Quantos são os triângulos não congruentes cujas medidas dos lados são números inteiros e cujos perímetros medem 11 metros?

B) Quantos dos triângulos considerados no item anterior são equiláteros? E quantos são isósceles?

11. (PUC-SP) A soma $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E}$ das medidas dos ângulos



A) é 60°.

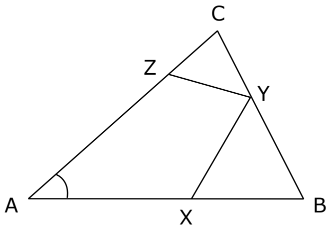
B) é 120°.

C) é 180°.

D) é 360°.

E) varia de "estrela" para "estrela".

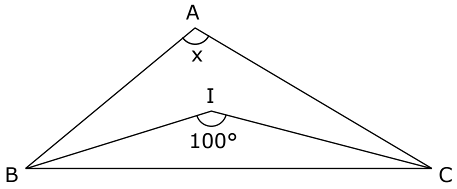
12. (FUVEST-SP) Na figura, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BX} = \overline{BY}$ e $\overline{CZ} = \overline{CY}$. Se o ângulo $\hat{A}$ mede 40°, então o ângulo $X\hat{Y}Z$ mede



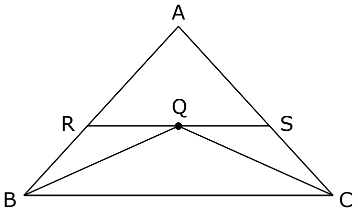
A) 40°.
B) 50°.
C) 60°.
D) 70°.
E) 90°.

13. (PUC Rio) Seja ABC um triângulo equilátero de lado 1 cm, em que **O** é o ponto de encontro das alturas. Quanto mede o segmento $\overline{AO}$?

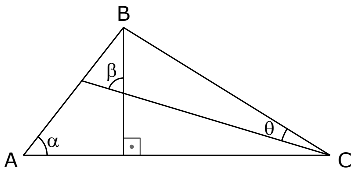
14. Sendo **I** o incentro do triângulo, determine o valor do ângulo $B\hat{A}C$.



15. Determine o perímetro do triângulo ARS da figura, em que $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ medem 15 cm e 18 cm, respectivamente, sendo $\overline{BQ}$ e $\overline{CQ}$ as bissetrizes dos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ do triângulo ABC e $\overline{RS}$ paralelo a $\overline{BC}$.



16. (CEFET-MG) Na figura seguinte, AB é perpendicular a BC.



A relação entre α, β e θ é expressa por

A) $\theta = \alpha + \beta$.
B) $\alpha = \theta + \beta$.
C) $\theta = \alpha - 2\beta$.
D) $\beta = 2\alpha - \theta$.
E) $\beta = \alpha + \theta$.

17. (UECE) No triângulo OYZ, os lados OY e OZ têm medidas iguais. Se W é um ponto do lado OZ tal que os segmentos YW, WO e YZ têm a mesma medida, então, a medida do ângulo $Y\hat{O}Z$ é

A) 46°.
B) 42°.
C) 36°.
D) 30°.

GABARITO

01. B
02. B
03. C
04. A
05. E
06. E
07. B
08. A) 120°
    B) 90°
09. F F V F
10. A) 4 triângulos
    B) Nenhum triângulo é equilátero, e 3 triângulos são isósceles.
11. C
12. D
13. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm
14. $B\hat{A}C = 20°$
15. 33
16. E
17. C

MATEMÁTICA

FRENTE
C

Caderno Extra

MÓDULO 01

SISTEMAS MÉTRICOS E BASE DECIMAL

01. (Unicamp-SP) Um determinado ano da última década do século XX é representado, na base 10, pelo número abba, e um outro, da primeira década do século XXI, é representado, também na base 10, pelo número cddc.

A) Escreva esses dois números.
B) A que século pertencerá o ano representado pela soma abba + cddc?

02. Uma pessoa, ao multiplicar um número por 60, se esqueceu de colocar o zero à direita e obteve um resultado inferior em 291 006 unidades ao que deveria ter encontrado. O número é

A) 32 334.
B) 2 900.
C) 58 201.
D) 5 389.
E) N.d.a.

03. Escrevendo-se o algarismo 5 à direita de um certo número, ele fica aumentado 248 unidades. Que número é esse?

04. De um número **N** com 2 algarismos, subtraímos o número com os algarismos invertidos e achamos um cubo perfeito positivo. Então,

A) **N** não pode terminar em 5.
B) **N** pode terminar em qualquer algarismo, exceto 5.
C) **N** não existe.
D) há exatamente 7 valores para **N**.
E) há exatamente 10 valores para **N**.

05. (FGV-SP) Considere, no sistema de numeração decimal, o número **n** formado por 3 algarismos distintos e diferentes de zero. Se triplicarmos o algarismo das centenas e dobrarmos o das dezenas, obteremos outro número, **p**, tal que p = n + 240. O número de possíveis valores de **n** é

A) 5.
B) 8.
C) 7.
D) 4.
E) 6.

06. (UEL-PR) Uma placa de carro possui quatro algarismos. Sabe-se que a soma dos quatro algarismos é 15; que o algarismo das unidades é 7; que o quociente entre a soma dos algarismos da dezena e da unidade e o número formado pelos algarismos de milhar e centena, nessa ordem, é 1; e que o resto da divisão do número da placa por 7 é 4. Entre os números a seguir, qual é a placa do carro?

A) 2157
B) 3237
C) 1347
D) 2517
E) 1257

07. (PUC Minas) O número natural **n** tem três algarismos. Da soma de **n** com 297 resulta o número obtido invertendo-se a ordem dos algarismos de **n**. Além disso, a soma do algarismo das centenas com o algarismo das unidades de **n** é igual a 9. Então, o algarismo das unidades de **n** é

A) 4.
B) 5.
C) 6.
D) 7.

08. (UFMG) O Açude de Orós, no Ceará, um dos maiores reservatórios do Brasil, tem capacidade para armazenar $2 \cdot 10^9$ m^3 de água. Sabe-se que o Rio Amazonas lança no Oceano Atlântico 50 milhões de litros de água por segundo. Com base nesses dados, é correto afirmar que o tempo que o Rio Amazonas leva para lançar no Oceano Atlântico um volume de água igual à capacidade do Açude de Orós é

A) maior que 20 horas.
B) menor que 5 horas.
C) maior que 5 horas e menor que 10 horas.
D) maior que 10 horas e menor que 20 horas.

09. (UFMG) Sabe-se que,

i. para se escreverem os números naturais de 1 até 11, são necessários 13 dígitos;

ii. para se escreverem os números naturais de 1 até o número natural **n**, são necessários 1 341 dígitos.

Assim, é correto afirmar que **n** é igual a

A) 448.
B) 483.
C) 484.
D) 447.

10. (PUCPR) Um número A é formado por três algarismos, abc: o algarismo das dezenas é a metade do das unidades, o das centenas é o triplo do das unidades. Invertendo-se a ordem dos algarismos daquele número, obtém-se um número B, cba, igual ao número A diminuído de 396. A soma A + B – 800 é igual a

A) 22.
B) 24.
C) 26.
D) 28.
E) 30.

11. (PUC-Campinas-SP) Isaac Newton e Daniel Bernoulli nasceram em 1642 e 1700, e ambos morreram nos anos A e B do século XVIII, respectivamente. Sabe-se que

i. o número formado pelos dois últimos dígitos de A acrescido de 14 unidades é igual à metade do número formado pelos dois últimos dígitos de B;

ii. invertendo-se as posições dos dois últimos dígitos de B, obtém-se o número formado pelos dois últimos dígitos de A, acrescido de 1 unidade.

Nessas condições, o módulo da diferença entre A e B é

A) 51.
B) 53.
C) 55.
D) 57.
E) 59.

12. (UFPE) A tabela a seguir ilustra uma operação correta de adição, onde as parcelas e a soma estão expressas no sistema de numeração decimal e **x**, **y** e **z** são dígitos entre 0 e 9. Quanto vale x + y + z?

$$\begin{array}{r} 8x3 \\ y87 \\ +57z \\ \hline 2296 \end{array}$$

A) 17
B) 18
C) 19
D) 20
E) 21

13. (Unimontes-MG) Se um número de dois dígitos é 9 vezes a soma de seus dígitos, então o número formado pela troca dos dígitos é a soma dos dígitos multiplicada por

A) 2.
B) 3.
C) 4.
D) 1.

14. (UEG-GO) O Parque Ipiranga em Anápolis possui uma excelente pista de caminhada. Sr. João, morador das imediações desse parque, realiza caminhadas ali diariamente. Em uma dessas caminhadas, ele observou que existem ao longo da pista três pontos principais: um quiosque para lanches rápidos, um ponto de táxi e um viveiro. Ele então resolveu contar e observou que do quiosque até o ponto de táxi havia caminhado 3 000 passos, do ponto de táxi até o viveiro 2 400 passos e, do viveiro até o quiosque, 2 800 passos. Sabendo-se que cada um dos passos do Sr. João mede 90 cm, o comprimento total da pista é de

A) 8 200 m.
B) 7 380 m.
C) 3 690 m.
D) 3 600 m.
E) 3 090 m.

15. (UFU-MG) João vai até uma loja para efetuar o pagamento de uma conta. A balconista diz que o valor da conta é de **x** reais e **y** centavos, em que **x** e **y** são números inteiros com dois algarismos. No momento de preencher o cheque para o pagamento, João equivocou-se e escreveu o valor incorreto de **y** reais e **x** centavos, concluindo que o valor incorreto havia excedido o valor correto da conta em R$ 16,83. Sabendo-se que x + y = 83, determine o valor correto da conta.

GABARITO

01. A) 1991 e 2002
    B) XL
02. D
03. 27
04. D
05. C
06. E
07. C
08. D
09. B
10. D
11. C
12. A
13. A
14. B
15. R$ 33,50

MÓDULO 02

RACIOCÍNIO LÓGICO

01. A negação da frase "Todos os homens são honestos" é

A) "nenhum homem é honesto".

B) "todos os homens são desonestos".

C) "alguns homens são desonestos".

D) "alguns homens são honestos".

02. **X** é roxo se, e somente se, **Y** é verde. **Y** não é verde se, e somente se, **Z** é azul. Logo,

A) se **Z** é azul, **X** não é roxo.

B) se **Z** é amarelo, **X** não é roxo.

C) se **X** não é roxo, **Z** não é azul.

D) se **Z** é azul, **Y** é amarelo.

03. Se uma pessoa é pai de uma segunda pessoa, então a segunda não é pai da primeira. Em consequência,

A) todo filho é filho de seu pai.

B) um filho tem um só pai.

C) todo pai é pai de seu filho.

D) um filho não é pai de seu pai.

04. (UFRJ) São três irmãs: Ana, Beatriz e Clara; sabemos que uma sempre diz a verdade e que as outras duas sempre mentem. Cada uma delas sabe qual a que não mente e quais as que mentem.

Perguntamos a Ana: "Se perguntarmos a cada uma de suas irmãs se a outra mente ou fala a verdade, o que responderão?"

Indique qual(is), entre as opções a seguir, pode(m) ter sido a resposta de Ana.

I. Beatriz dirá que Clara mente e Clara dirá que Beatriz fala a verdade.

II. Beatriz dirá que Clara fala a verdade e Clara dirá que Beatriz mente.

III. Cada uma dirá que a outra fala a verdade.

IV. Cada uma dirá que a outra mente.

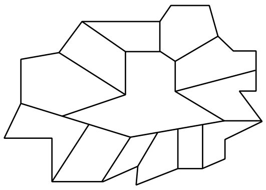
Justifique sua resposta.

05. (UFRJ) A numeração da avenida Mané Garrincha, a popular Alegria do Povo, é tal que, se por ela caminhamos no sentido crescente da numeração, temos os números pares à direita e os ímpares à esquerda. Robinho desce do ônibus na avenida e avista, do outro lado da rua, o prédio de número 424.

A) Sabendo que o tráfego é de mão única, indique se o fluxo dos carros se dá no sentido crescente ou decrescente da numeração. Justifique sua resposta (faça um desenho, se preferir).

B) Robinho deseja ir ao prédio de número 352 e vai primeiro atravessar a avenida em frente ao número 424. Indique para qual lado (à direita ou à esquerda) ele deve andar depois de atravessar. Justifique sua resposta (faça um desenho, se preferir).

06. (Unifesp) A figura exibe um mapa representando 13 países. Considerando-se como países vizinhos aqueles cujas fronteiras têm um segmento em comum, o número mínimo de cores que se pode utilizar para colori-los, de forma que dois países vizinhos não tenham a mesma cor, é



A) 2.

B) 3.

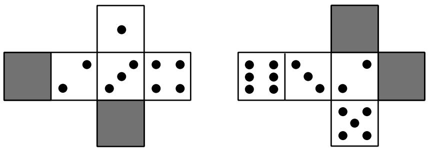
C) 4.

D) 5.

E) 6.

07. (PUC Rio) Qual é o menor número de pessoas num grupo para garantir que, pelo menos, 4 pessoas do grupo nasceram no mesmo mês?

08. (UFRJ) Ronaldo brincava distraído com dois dados que, planificados, ficavam da seguinte forma:



Marcelo, seu primo, observava e imaginava quais seriam as possíveis somas dos resultados dos dois dados, se esses, quando lançados sobre a mesa, ficassem apoiados sobre as suas faces sem numeração. O resultado da observação de Marcelo corresponde a

A) 3, 4, 6 e 8.

B) 3, 4, 8 e 10.

C) 4, 5 e 10.

D) 4, 6 e 8.

E) 3, 6, 7 e 9.

09. (UFF-RJ) As três filhas de Seu Anselmo – Ana, Regina e Helô – vão para o colégio usando, cada uma, seu meio de transporte preferido: bicicleta, ônibus ou moto. Uma delas estuda no Colégio Santo Antônio, outra, no São João e outra, no São Pedro. Seu Anselmo está confuso em relação ao meio de transporte usado e ao colégio em que cada filha estuda. Lembra-se, entretanto, de alguns detalhes:

- Helô é a filha que anda de bicicleta.
- A filha que anda de ônibus não estuda no Colégio Santo Antônio.
- Ana não estuda no Colégio São João e Regina estuda no Colégio São Pedro.

Pretendendo ajudar Seu Anselmo, sua mulher junta essas informações e afirma:

I. Regina vai de ônibus para o Colégio São Pedro.
II. Ana vai de moto.
III. Helô estuda no Colégio Santo Antônio.

Com relação a essas afirmativas, conclui-se:

A) Apenas a I é verdadeira.
B) Apenas a I e a II são verdadeiras.
C) Apenas a II é verdadeira.
D) Apenas a III é verdadeira.
E) Todas são verdadeiras.

10. (UFPE) Júnior intercala períodos em que está acordado, cada um de 19 horas, com períodos em que está dormindo, cada um de 6 horas. Se no dia 1º de dezembro Júnior foi dormir à 1h da manhã, temos que:

( ) Em algum dia de dezembro, Júnior começará a dormir às 15 horas.
( ) Em algum dia de dezembro, Júnior acordará às 17 horas.
( ) Existem dois dias de dezembro em que Júnior acordará ao meio-dia.
( ) Existem dois dias de dezembro em que Júnior começará a dormir à meia-noite.
( ) Em 25 de dezembro, Júnior acordará às 6h.

11. (CEFET-MG) Três amigas marcaram um encontro na porta de um cinema às 15 h e querem ser pontuais. Entretanto, o relógio da

- Amanda está adiantado 10 min, mas ela pensa que ele está atrasado 5 min.
- Beatriz está atrasado 10 min, mas ela acha que ele está adiantado 5 min.
- Camila está adiantado 5 min, mas ela acredita que ele está atrasado 5 min.

A ordem de chegada das amigas à porta do cinema é, respectivamente:

A) Amanda, Beatriz e Camila.
B) Amanda, Camila e Beatriz.
C) Beatriz, Amanda e Camila.
D) Beatriz, Camila e Amanda.

12. (Ibmec-SP) Para que a afirmação “Em todo vestibular para ingresso no Ibmec São Paulo, há pelo menos uma questão de Lógica” seja falsa,

A) é necessário que não haja qualquer questão de lógica em todo vestibular do Ibmec São Paulo.
B) é necessário que não haja qualquer questão de lógica no vestibular de junho de 2007 do Ibmec São Paulo.
C) é necessário que não haja qualquer questão de lógica nos vestibulares do Ibmec São Paulo de junho de 2007 para frente.
D) é suficiente que haja somente uma questão de lógica no vestibular de junho de 2007 do Ibmec São Paulo.
E) é suficiente que haja pelo menos um vestibular do Ibmec São Paulo em que não haja qualquer questão de lógica.

13. Quatro suspeitos de praticar um crime fazem as seguintes declarações:

I. André: Carlos é o criminoso.
II. Bernardo: Eu não sou o criminoso.
III. Carlos: Danilo é o criminoso.
IV. Danilo: Carlos está mentindo.

Sabendo que apenas um dos suspeitos disse a verdade, o criminoso é

A) André.
B) Bernardo.
C) Carlos.
D) Danilo.
E) impossível determinar.

14. Dados os seguintes 6 fatos:

1. Todas as mulheres são boas motoristas.
2. Algumas mulheres são boas motoristas.
3. Nenhum homem é bom motorista.
4. Todos os homens são maus motoristas.
5. Ao menos um homem é mau motorista.
6. Todos os homens são bons motoristas.

Então, a afirmação que é a negação de (6) é

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.
E) 5.

15. Oscar, Carlos, Antônio e Rubens são candidatos a ocupar um cargo. Os requisitos são: astúcia, alta inteligência e firmeza. Somente um reúne todos os requisitos para ser eleito. Sabe-se que

I. cada um deles possui pelo menos um dos requisitos;
II. somente três deles são astutos;
III. somente dois são altamente inteligentes;
IV. somente um é firme;
V. Oscar e Carlos têm igual grau de inteligência;
VI. Carlos e Antônio são igualmente astutos;
VII. Antônio e Rubens são, ambos, astutos.

O eleito é

A) Oscar.
B) Antônio.
C) Carlos.
D) Rubens.

GABARITO

01. C
02. A
03. D
04. Há 3 casos a serem considerados:
    I. Ana fala a verdade, Beatriz mente e Clara mente.
    II. Beatriz fala a verdade, Clara mente e Ana mente.
    III. Clara fala a verdade, Beatriz mente e Ana mente.

    Temos:

    I. Beatriz dirá que Clara fala a verdade. Clara dirá que Beatriz fala a verdade. Ana reportará que ambas disseram que a outra fala a verdade.
    II. Beatriz dirá que Clara mente. Clara dirá que Beatriz mente. Ana reportará que ambas disseram que a outra fala a verdade.
    III. Beatriz dirá que Clara mente. Clara dirá que Beatriz mente. Ana reportará que ambas disseram que a outra fala a verdade.

    Portanto, a única opção correta é a III.
05. A) Como a porta de saída do ônibus fica do lado direito do motorista, e o prédio de número 424 está do outro lado da rua, podemos concluir que o fluxo dos carros na avenida Mané Garrincha se dá no sentido decrescente.
    B) Robinho andará para a direita depois de atravessar.
06. B
07. 37 pessoas
08. D
09. B
10. V V V F F
11. B
12. E
13. B
14. E
15. C

MÓDULO 03

PORCENTAGEM

01. (Unesp) O dono de um supermercado comprou de seu fornecedor um produto por **x** reais (preço de custo) e passou a revendê-lo com lucro de 50%. Ao fazer um dia de promoções, ele deu aos clientes do supermercado um desconto de 20% sobre o preço de venda desse produto. Pode-se afirmar que, no dia de promoções, o dono do supermercado teve, sobre o preço de custo,

A) prejuízo de 10%.
B) prejuízo de 5%.
C) lucro de 20%.
D) lucro de 25%.
E) lucro de 30%.

02. (Unesp) Segundo a *Folha de S.Paulo* de 31 de maio de 1993, o açúcar brasileiro é o mais barato do mundo, sendo produzido a 200 dólares a tonelada. Segundo ainda a mesma notícia, são necessários 3 kg de açúcar para produzir 1 kg de plástico biodegradável. Se a matéria-prima (basicamente, o açúcar) representa 55% do custo de produção desse tipo de plástico, calcule o preço de produção, em dólares,

A) de 1 kg de açúcar brasileiro.
B) de 1 kg de plástico biodegradável, fabricado com açúcar brasileiro.

03. (FUVEST-SP) No início de sua manhã de trabalho, um feirante tinha 300 melões, que ele começou a vender ao preço unitário de R$ 2,00. A partir das dez horas, reduziu o preço em 20% e, a partir das onze horas, passou a vender cada melão por R$ 1,30.

No final da manhã, havia vendido todos os melões e recebido o total de R$ 461,00.

A) Qual o preço unitário do melão entre dez e onze horas?

B) Sabendo que $\frac{5}{6}$ dos melões foram vendidos após as dez horas, calcule quantos foram vendidos antes das dez, entre dez e onze, e após as onze horas.

04. (UnB-DF) Uma pessoa investiu certo capital, por um período de 5 anos, da seguinte maneira: com $\frac{2}{5}$ do capital, comprou ações da bolsa de valores; do restante, aplicou metade em imóveis e metade em caderneta de poupança. Ao final de 5 anos, ele contabilizou um prejuízo de 2% na aplicação em ações, um ganho de 20% na aplicação imobiliária e um ganho de 26% na aplicação em poupança. Calcule, em relação ao capital inicial, o percentual ganho pelo investidor, desprezando a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

05. (FUVEST-SP) O valor, em reais, de uma pedra semipreciosa é sempre numericamente igual ao quadrado de sua massa em gramas. Infelizmente, uma dessas pedras de 8 gramas caiu e se partiu em dois pedaços. O prejuízo foi o maior possível. Em relação ao valor original, o prejuízo foi de

A) 92%.

B) 80%.

C) 50%.

D) 20%.

E) 18%.

06. (Unicamp-SP) O imposto de renda é calculado pela fórmula

$i = ra - p$,

em que **i** = imposto; **r** = renda líquida; **a** = alíquota (%) e **p** = parcela a deduzir.

O contribuinte, para calcular o imposto **i**, deve fazer uso da seguinte tabela (adaptada do Manual do Contribuinte do Imposto de Renda Pessoa Física de 1996):

r	a(%)	p
Até R$ 8 800,00	Isento	–
De R$ 8 801,00 a R$ 17 170,00	15	R$ 1 320,00
De R$ 17 171,00 a R$ 158 450,00	25	R$ 3 037,00
Acima de R$ 158 450,00	35	R$ 18 882,00

A) Se um contribuinte teve uma renda líquida de R$ 17 200,00, qual é o valor do seu imposto?

B) Se o mesmo contribuinte tivesse ganhado R$ 200,00 a menos, qual teria sido seu imposto?

07. (Unesp) Suponhamos que nos vestibulares de 1996 uma universidade tivesse tido, para os seus diversos cursos, uma média de 3,60 candidatos por vaga oferecida. Se para os vestibulares de 1997 o número de vagas foi aumentado em 20% e o número de candidatos aumentar em 10%, qual a média de candidatos por vaga que essa universidade terá?

A) 3,24

B) 3,30

C) 3,36

D) 3,40

E) 3,46

08. (FUVEST-SP)

Produção e vendas, em setembro, de três montadoras de automóveis		
Montadora	**Unidades produzidas**	**Porcentagem vendida da produção**
A	3 000	80%
B	5 000	60%
C	2 000	x%

Sabendo que nesse mês as três montadoras venderam 7 000 dos 10 000 carros produzidos, o valor de **x** é

A) 30.

B) 50.

C) 65.

D) 80.

E) 100.

09. (Unesp) Em junho de 1997, com a ameaça de desabamento da Ponte dos Remédios, em São Paulo, o desvio do tráfego provocou um aumento do fluxo de veículos em ruas vizinhas, de 60 veículos por hora, em média, para 60 veículos por minuto, em média, conforme noticiário da época. Admitindo-se esses dados, o fluxo de veículos nessas ruas, no período considerado, aumentou cerca de

A) 60%.

B) 100%.

C) 3 600%.

D) 5 900%.

E) 6 000%.

10. (Unesp) A comunidade acadêmica de uma faculdade, composta de professores, alunos e funcionários, foi convocada a responder "sim" ou "não" a uma certa proposta. Não houve nenhuma abstinência e 40% dos professores, 84% dos alunos e 80% dos funcionários votaram "sim". Se a porcentagem global de votos "sim" foi 80%, determine a relação entre o número de alunos e o número de professores dessa faculdade.

11. (FAAP-SP) Um apartamento está alugado por R$ 1 500,00. Esse aluguel sofrerá um reajuste anual de R$ 520,00. A porcentagem de variação do aluguel depois de 1 ano do primeiro reajuste é

A) 74,2%.
B) 25,7%.
C) 14,7%.
D) 59,0%.
E) 12,8%.

12. (UFC-CE) Manoel compra 100 caixas de laranjas por R$ 2 000,00. Havendo um aumento de 25% no preço de cada caixa, quantas caixas ele poderá comprar com a mesma quantia?

13. (UFV-MG) Em porcentagem das emissões totais de gases do efeito estufa, o Brasil é o quarto maior poluidor, conforme a tabela a seguir:

Classificação	País	Porcentagem
1º	Estados Unidos	15,8
2º	China	11,9
4º	Brasil	5,4
7º	Japão	3,2
9º	Malásia	2,1
10º	Canadá	1,8

APOCALIPSE já. *Veja*, São Paulo, n. 1 961, p. 83, 26 jun. 2006 (Adaptação).

É correto afirmar que a porcentagem de gases emitidos juntamente por Japão e Canadá, em relação aos gases emitidos pelo Brasil, é, aproximadamente,

A) 92,4%.
B) 92,7%.
C) 92,3%.
D) 92,6%.
E) 92,5%.

14. (Cesgranrio) O curso **X** declara que seus alunos ocuparam 60% das vagas oferecidas em certo concurso de vestibular. Outros cursos retrucam que apenas 15% dos alunos do curso **X** foram classificados. Se todos dizem a verdade, a razão entre o número de candidatos do curso **X** inscritos nesse concurso e o número de vagas oferecidas é igual a

A) 4.
B) 4,5.
C) 5.
D) 6.
E) 7,5.

15. (FGV-SP) Chama-se margem de contribuição unitária a diferença entre o preço unitário de venda e o custo unitário de um produto. Se o preço unitário de venda é **p** e o custo unitário é **c**,

A) qual o valor de **p** em função de **c**, sabendo-se que a margem de contribuição unitária é 10% do preço de venda?
B) Se a margem de contribuição unitária for 30% do preço de venda, qual a margem de contribuição unitária, em porcentagem, do custo unitário?

16. (Mackenzie-SP) Um produto de preço inicial **x** sofre dois descontos iguais e sucessivos de K%, de modo que no seu preço final se tenha um desconto de 19% sobre **x**. O valor de **K** é

A) 8,25.
B) 8,75.
C) 9.
D) 9,5.
E) 10.

17. (UFG-GO) O senhor José gasta hoje 25% do seu salário no pagamento da prestação de sua casa. Se a prestação for reajustada em 26% e o salário, somente em 5%, qual será a porcentagem do salário que ele deverá gastar no pagamento da prestação, após os reajustes?

18. (Fatec-SP) Um feirante comprou 10 caixas de frutas por R$ 120,00. Se ele vendeu 4 caixas com lucro de 40%, 3 caixas com lucro de 20%, 2 caixas pelo preço de custo e se uma caixa estragou-se e não foi vendida, então o seu lucro total na venda dessas frutas, em relação ao preço de compra, foi de

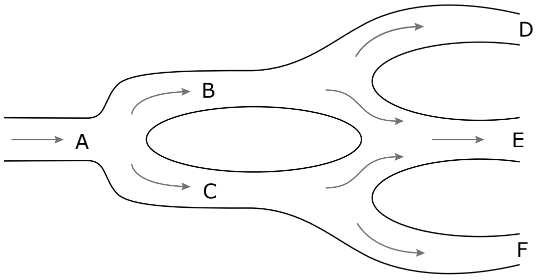
A) 30%.
B) 26%.
C) 19%.
D) 15%.
E) 12%.

19. (Mackenzie-SP) Numa loja, a soma dos preços dos produtos **A** e **B** era R$ 280,00. Durante uma promoção, o preço de **B** sofreu um desconto de 25%, passando a custar o mesmo que **A**. Dessa forma, na promoção, a soma inicial dos preços sofreu uma redução de

A) R$ 20,00.
B) R$ 25,00.
C) R$ 30,00.
D) R$ 35,00.
E) R$ 40,00.

20. (UnB-DF) As revistas **X**, **Y** e **Z** são publicadas por uma mesma editora. A assinatura da revista **Y** custa o triplo da assinatura da revista **X** e a de **Z** custa $\frac{2}{3}$ da assinatura de **Y**. Em uma promoção especial de assinaturas de suas revistas, com o objetivo de conquistar novos assinantes, a editora ofereceu 10%, 50% e 90% de desconto nos preços das assinaturas das revistas **X**, **Y** e **Z**, respectivamente, para aqueles que assinarem as três revistas. Calcule o desconto, em porcentagem, obtido por uma pessoa que assinou as três revistas, desprezando a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

21. (UFRJ) A figura a seguir mostra um trecho de uma malha rodoviária de mão única. Dos veículos que passam por **A**, 45% viram à esquerda. Dos veículos que passam por **B**, 35% viram à esquerda. Daqueles que trafegam por **C**, 30% dobram à esquerda.



Determine o percentual dos veículos que, passando por **A**, entram em **E**.

GABARITO

01. C
02. A) US$ 0,20
    B) US$ 1,09
03. A) R$ 1,60
    B) 50, 120 e 130 melões, respectivamente, antes das 10 horas, entre 10 e 11 horas e após as 11 horas.
04. 13%
05. C
06. A) R$ 1 263,00
    B) R$ 1 230,00
07. B
08. D
09. D
10. O número de alunos é dez vezes o número de professores.
11. B
12. 80 caixas
13. D
14. A
15. A) $p = \frac{10c}{9}$
    B) 42,86%
16. E
17. 30%
18. E
19. E
20. 56%
21. 45,75%

MÓDULO 04

JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

01. (FUVEST-SP) Uma mercadoria cujo preço de tabela é R$ 8 000,00 é vendida, à vista, com desconto de x% ou em duas parcelas iguais de R$ 4 000,00, sendo a primeira no ato da compra e a segunda um mês após a compra. Suponha que o comprador dispõe do dinheiro necessário para pagar à vista e que ele sabe que a diferença entre o preço à vista e a primeira parcela pode ser aplicada no mercado financeiro a uma taxa de 25% ao mês. Nessas condições,

A) se x = 15, será vantajosa para ele a compra a prazo? Explique.
B) qual é o valor de **x** que torna indiferente comprar à vista ou a prazo? Explique.

02. (UFPE) Um investidor inglês tem 21 000 libras esterlinas para investir por um período de um ano. Para ser investido no Brasil, o valor é convertido para reais e, após o período de investimento, é novamente convertido para libras, antes de retornar ao investidor. Os juros pagos no Brasil são de 20% ao ano, e os juros pagos na Inglaterra são de 5% ao ano. Supondo que o valor da libra hoje é de R$ 4,00 reais e que o seu valor em um ano será de R$ 4,20, **analise** as afirmações a seguir:

( ) Se o investidor escolher o Brasil para aplicar, ele receberá 4 000 libras de juros.

( ) Se aplicar na Inglaterra, o investidor receberá 1 050 libras de juros.

( ) Se o investidor escolher o Brasil para aplicar, o montante da aplicação será de 100 800 reais.

( ) Se o investidor escolher o Brasil para aplicar, ele receberá, de juros, o equivalente a 20% do valor aplicado em libras esterlinas.

( ) Se o investidor aplicar na Inglaterra, ele receberá, de juros, um quarto do valor que receberia se aplicasse no Brasil.

03. (Vunesp) Se a taxa de inflação mensal for 10% durante 12 meses seguidos, então a taxa de inflação anual durante esses 12 meses será:

A) 120%

B) $100[(1,2)^{10} - 1]\%$

C) $100[(1,1)^{12} - 1]\%$

D) 313%

E) $100(1,1)^{12}\%$

04. (Unicamp-SP) Um determinado carro popular custa, numa revendedora, R$ 11 500,00 à vista. Numa promoção de Natal, realizada no mês de dezembro de 1998, com R$ 5 000,00 de entrada, um comprador tem o valor restante do carro facilitado pela revendedora em 36 prestações mensais, sendo que as prestações pagas num mesmo ano são iguais e que a cada ano a prestação sofre um aumento de 10% relativamente à do ano anterior. Sabendo-se que a primeira prestação, a ser paga no mês de janeiro de 1999, é R$ 200,00, determine

A) quanto o comprador desembolsará ao final de cada ano, excluindo-se a entrada.

B) qual o valor total a ser desembolsado pelo comprador ao findar seus pagamentos.

05. (Unicamp-SP) O IPVA de um carro cujo valor é R$ 8 400,00 é de 3% do valor do carro e pode ser pago de uma das seguintes formas:

A) À vista, no dia 15/01/96, com um desconto de 5%. Qual o valor a ser pago nesse caso?

B) Em 3 parcelas iguais (sem desconto), sendo a primeira no dia 15/01/96, a segunda no dia 14/02/96 e a terceira no dia 14/03/96. Qual o valor de cada parcela nesse caso?

C) Suponha que o contribuinte disponha da importância para o pagamento à vista (com desconto) e que nos períodos de 15/01/96 a 14/02/96 e 14/02/96 a 14/03/96 o dinheiro disponível possa ser aplicado a uma taxa de 4% em cada um desses períodos. Qual a forma de pagamento mais vantajosa para o contribuinte? Apresente os cálculos que justificam sua resposta.

06. (UEG-GO) A inflação de um país vem crescendo, nos últimos anos, a uma taxa de 10% ao ano. Se a inflação desse ano é de 5% e permanecer crescendo a essa taxa, em cinco anos a inflação desse país será de, aproximadamente,

A) 8,0%.

B) 7,5%.

C) 6,0%.

D) 5,3%.

07. (CEFET-MG) Num consórcio de 30 mil reais, a serem pagos em 25 prestações mensais fixas e sem juros, uma pessoa oferecerá como lance inicial um valor que será abatido dos 30 mil reais. Essa quantia inicial, emprestada por seu irmão, deverá ser devolvida em parcelas fixas durante os mesmos 25 meses, com taxa de 25% sobre o empréstimo. Para que a prestação total, a ser paga por essa pessoa, não ultrapasse R$1 300 mensais, ela poderá dar como lance o percentual máximo do valor do consórcio de, aproximadamente,

A) 17%.

B) 26%.

C) 33%.

D) 42%.

E) 54%.

08. (Unesp) Desejo ter, para minha aposentadoria, 1 milhão de reais. Para isso, faço uma aplicação financeira, que rende 1% de juros ao mês, já descontados o imposto de renda e as taxas bancárias recorrentes. Se desejo me aposentar após 30 anos com aplicações mensais fixas e ininterruptas nesse investimento, o valor aproximado, em reais, que devo disponibilizar mensalmente é

Dado: $1,01^{361} \approx 36$.

A) 290,00.

B) 286,00.

C) 282,00.

D) 278,00.

E) 274,00.

09. (CEFET-MG) O COPOM (Comitê de Política Monetária do Banco Central) anunciou nesta quarta-feira uma nova redução na taxa básica de juros, a Selic, que caiu de 11,25% aa para 10,25% aa, o menor patamar da história. Trata-se da terceira redução seguida da taxa básica, que estava em 13,75% aa em janeiro de 2009.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/
folha/dinheiro/ult91u558077.shtml>.
Acesso em: 29 abr. 2009 (Adaptação).

Duas pessoas aplicaram R$ 10 000,00 em um investimento com capitalização composta, taxa de juros Selic e tempo de 1 ano. Ana fez a aplicação em janeiro de 2009, e Pedro, em maio de 2009. Ao final de cada investimento, é correto afirmar que

A) Pedro teve montante 2,5% maior que o de Ana.

B) Ana recebeu um montante 4% maior que o de Pedro.

C) a soma dos montantes de Pedro e Ana supera R$ 25 000,00.

D) a diferença entre os dois montantes foi de 3,5% do valor aplicado individualmente.

E) a diferença entre os valores recebidos por Ana e Pedro foi de R$ 100,00 a favor de Ana.

10. (UECE) Jonas aplicou, durante um certo período, três quantias a taxas de 5%, 4% e 3% cada. Ao final do período, as quantias tiveram o mesmo rendimento. Se a soma das quantias aplicadas é R$ 43 992,00 e se foi praticado o sistema de juros simples, então a quantia aplicada à taxa de 3% foi

A) R$ 14 140,00.

B) R$ 15 619,00.

C) R$ 18 720,00.

D) R$ 19 618,00.

GABARITO

01. A) Não. Aplicando no mercado financeiro R$ 2 800,00, ele obtém R$ 3 500,00, que não é suficiente para pagar a 2ª prestação.

    B) x = 10, pois, para esse valor, o dinheiro presente para pagar à vista ou a prazo é o mesmo.

02. V V V F F

03. C

04. A) R$ 2 400,00; R$ 2 640,00 e R$ 2 904,00.

    B) R$ 12 944,00

05. A) R$ 239,40

    B) R$ 84,00

    C) O pagamento à vista é mais vantajoso, pois:

    239,40 – 84 = 155,40

    161,62 – 84 = 77,62

    77,72 . 1,04 = 80,72 < 84

06. A

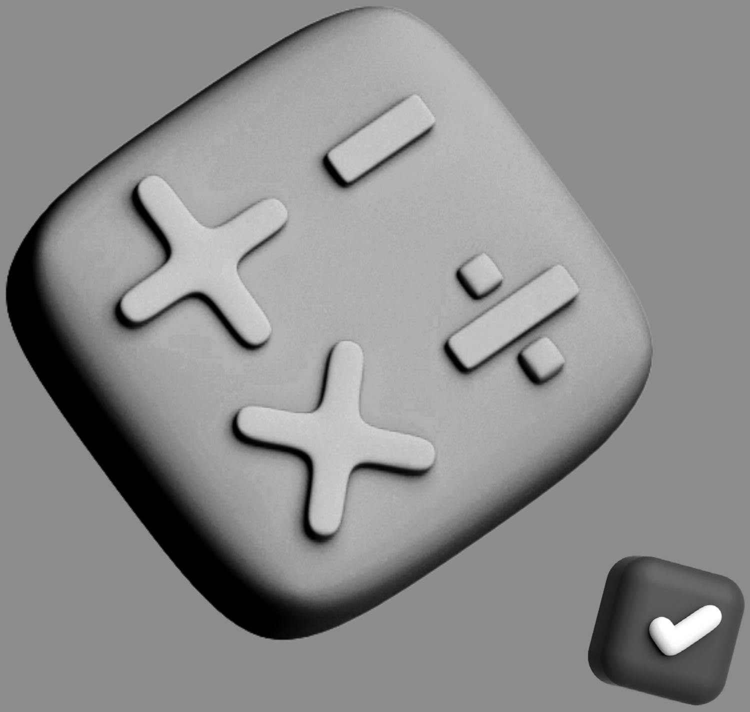
07. C

08. B

09. D

10. C

Bernoulli
Sistema de Ensino



MATEMÁTICA

SUMÁRIO

FRENTE A

3 Módulo 05: Potenciação e Radiciação
4 Módulo 06: Equações e Problemas
6 Módulo 07: Função

FRENTE B

9 Módulo 05: Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales
11 Módulo 06: Quadriláteros
12 Módulo 07: Polígonos

FRENTE C

13 Módulo 05: Estatística
15 Módulo 06: Médias
17 Módulo 07: Trigonometria no Triângulo Retângulo

MATEMÁTICA

FRENTE

A

Caderno Extra

MÓDULO 05

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

01. (UFRJ) Se $n \in \mathbb{N}$, calcule o valor de:

$A = (-1)^{2n} - (-1)^{2n+3} + (-1)^{3n} - (-1)^{n}$

02. (UFRGS-RS) A expressão $\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}}$ é igual a:

A) $\frac{8}{15}$

B) $\frac{3}{5}$

C) 1

D) $\sqrt{\frac{34}{15}}$

E) $\frac{8}{\sqrt{15}}$

03. (Vunesp) Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

A) Para **a** e **b** reais, sendo $a \neq 0$, $(2a^{-1})b = \left(\frac{b}{2a}\right)$.

B) Para quaisquer **a** e **b** reais, $a^2.b^3 = (ab)^6$.

C) Para quaisquer **a** e **b** reais, $5a + 4b = 9ab$.

D) Para quaisquer **a** e **b** reais, se $a^3 = b^3$, $a = b$.

E) Para **a** e **b** reais, sendo $a \;\; 0$ e $b \;\; 0$, $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$.

04. (UFV-MG) Se α é um número real tal que $0 \;\; \alpha \;\; 1$, então a relação entre os números $x = \alpha$, $y = \sqrt{\alpha}$ e $z = \alpha^2$ é:

A) x y z

B) x z y

C) y z x

D) z y x

E) z x y

05. (UFC-CE) O valor numérico da expressão $\sqrt{a^{-2} + b^{-2} + c^{-2}}$, quando a = 1, b = 2 e c = 3, é

A) $\frac{4}{3}$. B) $\frac{5}{4}$. C) $\frac{6}{5}$. D) $\frac{7}{6}$. E) $\frac{8}{7}$.

06. (UFMG-MG) Simplificando a expressão

$$\sqrt{9.10^{-6}}.\sqrt{0,0049}.\sqrt{2,5.10^{3}} ,$$

obtém-se

A) 105.

B) 10,5.

C) 1,05.

D) 0,105.

E) 0,0105.

07. (UFOP-MG) Considerando

$$x = \frac{3^{-1} + 6^{-1}}{\sqrt{1 + 9(16)^{-1}}} \text{ e } y = \frac{3^{-2} + 2^{-1}}{\sqrt[3]{1 - 7(2)^{-3}}},$$

os valores de **x** e **y** são, respectivamente,

A) $\frac{2}{5}$ e $\frac{11}{9}$.

B) $\frac{2}{45}$ e $\frac{11}{25}$.

C) $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{11}$.

D) $\frac{5}{8}$ e $\frac{11}{36}$.

E) $\frac{8}{5}$ e $\frac{36}{11}$.

08. (UFRJ) O número $3 + 2\sqrt{2}$ é igual à raiz quadrada de:

A) $6 + 5\sqrt{2}$

B) $9 + 4\sqrt{2}$

C) $12 + 8\sqrt{2}$

D) $15 + 10\sqrt{2}$

E) $17 + 12\sqrt{2}$

09. (UFC-CE) Entre as alternativas a seguir, marque aquela que contém o maior número.

A) $\sqrt{\sqrt[3]{5.6}}$

B) $\sqrt{6\sqrt[3]{5}}$

C) $\sqrt{5\sqrt[3]{6}}$

D) $\sqrt[3]{5\sqrt{6}}$

E) $\sqrt[3]{6\sqrt{5}}$

10. (UECE) O produto $2^{10}5^{14}$ é formado por quantos dígitos?

A) 13.

B) 15.

C) 14.

D) 12.

11. (UFMG) O valor da expressão $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$ é:

A) $\frac{ab}{(a + b)^2}$

B) $\frac{ab}{(a^2 + b^2)^2}$

C) $a^2 + b^2$

D) $\frac{a^2b^2}{(a + b)^2}$

12. (UFC-CE) Se $A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ e $B = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, então A + B é igual a:

A) $-2\sqrt{2}$

B) $3\sqrt{2}$

C) $-2\sqrt{3}$

D) $3\sqrt{3}$

E) $2\sqrt{3}$

13. (Unifor-CE) Se $A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ e $B = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, então o produto AB está compreendido entre

A) 2,4 e 2,5.

B) 1,2 e 1,3.

C) 0,37 e 0,38.

D) 0,2 e 0,3.

E) 0 e 0,1.

14. (UFC-CE) O valor da expressão $\sqrt[3]{\sqrt{729}} - \sqrt{\sqrt[3]{64}}$ é

A) −1.

B) 0.

C) 1.

D) 2.

E) 3.

15. (Fatec-SP) Considere que a massa de um próton é $1,7 \, . \, 10^{-27}$ kg, o que corresponde a cerca de 1 800 vezes a massa de um elétron. Dessas informações é correto concluir que a massa do elétron é, aproximadamente,

A) $9 \, . \, 10^{-30}$ kg.

B) $0,9 \, . \, 10^{-30}$ kg.

C) $0,9 \, . \, 10^{-31}$ kg.

D) $2,8 \, . \, 10^{-31}$ kg.

E) $2,8 \, . \, 10^{-33}$ kg.

16. (ESPM-SP) Simplificando a expressão $\sqrt{\frac{2^{13}+2^{16}}{2^{15}}}$, obtemos

A) $\sqrt{2}$.

B) 1,5.

C) 2,25.

D) 2^7.

E) 1.

17. (PUC-SP) Se a = 16 e x = 1,25, quanto vale a^x?

A) $\sqrt{2}$

B) 32

C) 20

D) $16\sqrt{2}$

E) 64

18. (Mackenzie-SP) Considere as seguintes afirmações:

1. $(0,001)^{-3} = 10^9$
2. $-2^{-2} = \frac{1}{4}$
3. $(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = a^2 + b^2$

Associando V ou F a cada afirmação, nessa ordem, conforme seja verdadeira ou falsa, tem-se:

A) V V V

B) V V F

C) V F V

D) F V F

E) V F F

19. (UEL-PR) Calculando-se $\left(-\frac{1}{243}\right)^a$, em que $a = -\frac{2}{5}$, obtém-se:

A) −81.

B) −9.

C) 9.

D) 81.

E) um número não real.

20. (CEFET-MG) Simplificando-se a expressão $\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$, com $a \neq b$, obtém-se:

A) $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$

B) $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}$

C) $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$

D) $\sqrt[3]{a^2} + 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$

GABARITO

01. 2
02. E
03. D
04. E
05. D
06. E
07. A
08. E
09. B
10. A
11. D
12. E
13. C
14. C
15. B
16. B
17. B
18. E
19. C
20. C

MÓDULO 06

EQUAÇÕES E PROBLEMAS

01. (FASEH-MG) Na fazenda do Sr. José há uma criação de patos e outra criação de cachorros. O total de patas de animais somadas dessas duas criações é de 104. Se morrerem 7 patos a quantidade dessas aves e a de cachorros será igual.

Nessas condições, para que o número de patos da criação de Sr. José fosse igual ao dobro do número de cachorros, são necessários, além dos já existentes,

A) mais 8 patos na criação.

B) mais 15 patos na criação.

C) mais 10 patos na criação.

D) mais 9 patos na criação.

02. (UFV-MG) Um mercado compra uma caixa de maçãs por R$ 90,00 e, após a compra, retira 12 maçãs estragadas da caixa. Para revender essa caixa a R$ 168,00, ele aumenta o preço de custo de cada maçã, não estragada, em R$ 0,50. Com base nessas informações, é correto afirmar que o número original de maçãs na caixa é

A) 200.
B) 150.
C) 225.
D) 180.

03. (Unesp) Uma lapiseira, três cadernos e uma caneta custam, juntos, 33 reais. Duas lapiseiras, sete cadernos e duas canetas custam, juntos, 76 reais. O custo de uma lapiseira, um caderno e uma caneta, juntos, em reais, é

A) 11.
B) 12.
C) 13.
D) 17.
E) 38.

04. (UNIRIO-RJ) Um grupo de amigos vai acampar num final de semana. Sabendo-se que, numa certa hora da manhã de domingo, o equivalente a um terço desse grupo está envolvido com o preparo do almoço, o equivalente à metade do grupo cuida da limpeza do acampamento, o equivalente à décima parte desses dois subgrupos colhe flores nas redondezas, e um elemento do grupo deleita-se com um livro de crônicas de Zuenir Ventura, quantos elementos tem esse grupo de amigos?

A) 18
B) 24
C) 12
D) 6
E) 30

05. (UFRJ) Maria faz hoje 44 anos e tem dado um duro danado para sustentar suas três filhas: Marina, de 10 anos; Marisa, de 8 anos; e Mara, de 2 anos. Maria decidiu que fará uma viagem ao Nordeste para visitar seus pais, no dia do seu aniversário, quando sua idade será igual à soma das idades de suas três filhas. Com que idade Maria pretende fazer a viagem? Justifique sua resposta.

06. (UNIRIO-RJ) Marta vai se casar e **N** amigas suas resolveram comprar-lhe um presente no valor de R$ 300,00, cada uma delas contribuindo com a quantia de **X** reais. Na hora da compra, entretanto, uma delas desistiu de participar e as outras tiveram, cada uma, um acréscimo de R$ 15,00 na quota inicialmente prevista. Assim, a afirmação correta é:

A) N = 4
B) X = R$ 60,00
C) X = R$ 45,00
D) X = R$ 50,00
E) N = 6

07. (UFMG) A diferença entre dois números positivos **a** e **b** é 5, e a razão entre eles é $\frac{5}{3}$. O produto ab é:

A) 7,5.
B) 8,333...
C) 12,5.
D) 93.
E) 93,75.

08. (FUVEST-SP) No segmento $\overline{AC}$, toma-se um ponto **B** de forma que $\frac{AB}{AC} = 2.\frac{BC}{AB}$. Então, o valor de $\frac{BC}{AB}$ é:

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
C) $\sqrt{5} - 1$
D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
E) $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$

09. (UFLA-MG) Uma empreiteira destinou originalmente alguns operários para a construção de uma obra de 72 m^2. Como 4 deles foram demitidos antes do início da obra, os demais tiveram que trabalhar 9 m^2 a mais cada um para compensar.

A) Qual o número de operários originalmente designados para a obra?

B) Qual a porcentagem de operários demitidos?

10. (FUVEST-SP) A soma dos valores de **m** para os quais x = 1 é raiz da equação $x^2 + (1 + 5m - 3m^2)x + (m^2 + 1) = 0$ é igual a

A) $\frac{5}{2}$.
B) $\frac{3}{2}$.
C) 0.
D) $-\frac{3}{2}$.
E) $-\frac{5}{2}$.

11. (UFF-RJ) Na divisão dos lucros com seus 20 acionistas, uma empresa distribuiu R$ 600,00 entre os preferenciais e R$ 600,00 entre os ordinários. Sabe-se que cada acionista preferencial recebeu R$ 80,00 a menos do que cada acionista ordinário. Determine quantos acionistas preferenciais essa empresa possui.

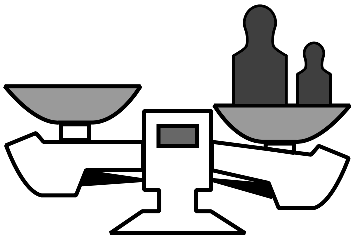
12. (Unicamp-SP) Minha calculadora tem lugar para oito algarismos. Eu digitei nela o maior número possível, do qual subtraí o número de habitantes do estado de São Paulo, obtendo, como resultado, 68 807 181. Qual é a população do estado de São Paulo?

13. (FUVEST-SP) Um casal tem filhos e filhas. Cada filho tem o número de irmãos igual ao número de irmãs. Cada filha tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. Qual é o total de filhos e filhas do casal?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

14. (UERJ) “HÁ MAIS TRUQUES ENTRE O PEIXE E A BALANÇA DO QUE IMAGINA O CONSUMIDOR...”

Com balanças mais antigas (aquelas que utilizam duas bandejas), muitas vezes o peso é oco, ou seja, marca 500 g, mas pode pesar somente 300 g, por exemplo.



O DIA. 28 ago. 1998 (Adaptação).

Uma balança de dois pratos é usada para medir 2,5 kg de peixe, da seguinte forma: em um prato está o peixe, no outro, um peso de 2 kg e mais um peso de 500 g. O peixe contém, em suas vísceras, um pedaço de chumbo de 200 g. O peso de 500 g, por ser oco, tem na verdade 300 g. Se 1 kg desse peixe custa R$ 12,60, o consumidor pagará, na realidade, por kg, o preço de

A) R$ 14,60.

B) R$ 15,00.

C) R$ 15,50.

D) R$ 16,00.

15. (Enem) Algumas pesquisas estão sendo desenvolvidas para se obter arroz e feijão com maiores teores de ferro e zinco e tolerantes à seca. Em média, para cada 100 g de arroz cozido, o teor de ferro é de 1,5 mg e o de zinco é de 2,0 mg. Para 100 g de feijão, é de 7 mg o teor de ferro e de 3 mg o de zinco. Sabe-se que as necessidades diárias dos dois micronutrientes para uma pessoa adulta são de aproximadamente 12,25 mg de ferro e 10 mg de zinco.

Disponível em: http://www.embrapa.br.
Acesso em: 29 abr. 2010 (Adaptação).

Considere que uma pessoa adulta deseja satisfazer suas necessidades diárias de ferro e zinco ingerindo apenas arroz e feijão. Suponha que seu organismo absorva completamente todos os micronutrientes oriundos desses alimentos. Na situação descrita, que quantidade a pessoa deveria comer diariamente de arroz e feijão, respectivamente?

A) 58 g e 456 g.

B) 200 g e 200 g.

C) 350 g e 100 g.

D) 375 g e 500 g.

E) 400 g e 89 g.

GABARITO

01. A
02. D
03. C
04. C
05. 56 anos

    Soma da idade das filhas: $\sum I_F = 10 + 8 + 2 = 20$
    A cada novo ano (**x**), temos: $\sum I_F = 20 + 3x$
    Idade da mãe: $I_M = 44 + x$

    A viagem ocorrerá quando $20 + 3x = 44 + x$.

    Ou seja: $x = 12$ e, portanto, Maria terá 56 anos.
06. B
07. E
08. B
09. A) 8 operários
    B) 50%
10. A
11. 15
12. 31 192 818 habitantes
13. E
14. B
15. C

MÓDULO 07

FUNÇÃO

01. (UFPA) Dada a função **f** de A = {0, 1, 2} em B = {–2, –1, 0, 1, 2} definida por f(x) = x – 1, qual o conjunto imagem de **f** ?

A) {–1, 0, 1}

B) {–2, –1, 0, 1, 2}

C) {0, 1, 2}

D) {–2, –1, 0}

E) {–1, 0, 1, 2}

02. (UFMG) Seja **s** a soma das raízes de $f(x) = ax^2 + bx + c$. Se S' é a soma das raízes de f(x + 1), então a diferença S' – S é

A) –2.

B) –1.

C) 0.

D) 1.

E) 2.

03. (UFMG) Se as funções **f** e **g** são tais que $f(x + 2\pi) = f(x)$ e $g(x) = f(3x)$ para todo **x** real, então $g\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ é sempre igual a

A) $g\left(\frac{x}{3}\right)$.
B) $g\left(\frac{2x}{3}\right)$.
C) $g(x)$.
D) $g(3x)$.
E) $g(6x)$.

04. (FJP-MG) A seguinte função, conhecida como Função de Dirichlet, é assim definida no conjunto dos números reais:

$$\begin{cases} f(x) = 1, \text{ se } \mathbf{x} \text{ é racional e} \\ f(x) = -1, \text{ se } \mathbf{x} \text{ é irracional} \end{cases}$$

Nesse caso, o valor de $\dfrac{f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(-\sqrt{2}\right) - f(0{,}777...)}{f\left(\text{sen } \frac{2\pi}{3}\right)}$ é:

A) −1.
B) 0.
C) 1.
D) 2.

05. (CEFET-MG) Sendo $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}$, para $x \neq -1$, pode-se afirmar que o valor de $\frac{f(a + h) - f(a)}{h}$, para $h \neq 0$, é:

A) $a + h + 1$
B) $a + h + 2$
C) $a + h - 2$
D) $2a + h + 1$
E) $2a + h - 1$

06. (UFV-MG) Considere a expressão $f(x) = \frac{1}{1 + 3^x}$. A soma $f(x) + f(-x)$ corresponde a

A) 3.
B) 2.
C) 1.
D) 0.

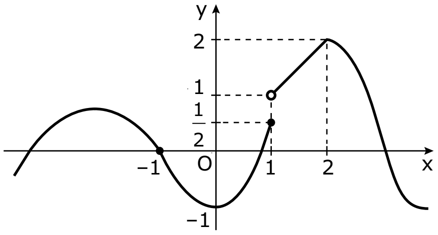
07. (UFMG) Se $f(x) = x.2^{-x}$, então $2.f(1) + 4.f\left(\frac{1}{2}\right)$ é igual a:

A) 1
B) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
C) $1 + \sqrt{2}$
D) $1 + 2\sqrt{2}$
E) $1 + 4\sqrt{2}$

08. (UFMG) A função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ associa a cada número real **x** o menor inteiro maior do que 2x. O valor de $f(-2) + f\left(-\frac{1}{5}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right)$ é

A) −4.
B) −3.
C) −2.
D) −1.
E) 0.

09. (UFRJ) No gráfico a seguir, a imagem do intervalo [−1, 2] é:



A) $\left[\frac{1}{2}, 1\right] \cup (2, 1]$

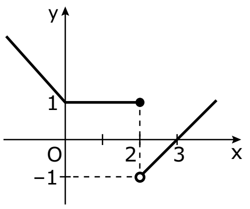
B) $\left(\frac{1}{2}, 1\right] \cup [-2, 1)$

C) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right] \cup (1, 2)$

D) $\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup (1, 2]$

E) $\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup [1, 2]$

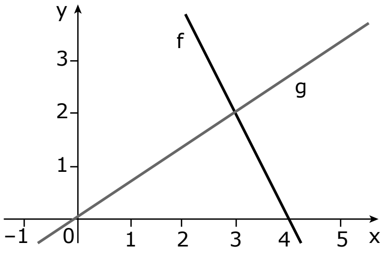
10. (Unifor-CE) Seja a função **f**, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, representada no gráfico a seguir:



É **correto** afirmar que

A) o conjunto imagem de **f** é o intervalo $]-1, +\infty[$.
B) **f** é negativo, para todo $x \in \mathbb{R}$ e x 3.
C) **f** é crescente, para todo $x \in \mathbb{R}$.
D) **f** é bijetora.
E) **f** é par.

11. (UEFS-BA–2018) Parte dos gráficos de duas funções polinomiais do primeiro grau, **f** e **g**, estão representados na figura, em que $f(3) = g(3)$.



Se $f(4) = 0$ e $g(0) = 0$, o conjunto solução de $f(x)g(x)\ \ 0$ é:

A) {x ∈ ℝ | x 0}

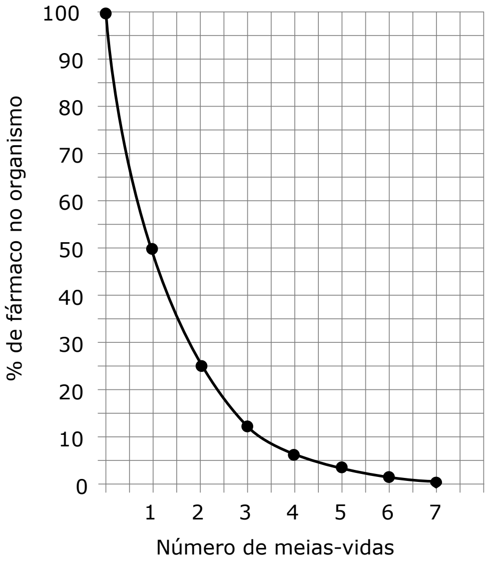
B) {x ∈ ℝ | 0 x 4}

C) {x ∈ ℝ | 3 x 4}

D) {x ∈ ℝ | x 3}

E) {x ∈ ℝ | x 4}

12. (Enem) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.



FUCHS, F. D.; WANNMA; Cher l. *Farmacologia Clínica*. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1992. p. 40.

O gráfico anterior representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo. A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13h30min será aproximadamente de

A) 10%.

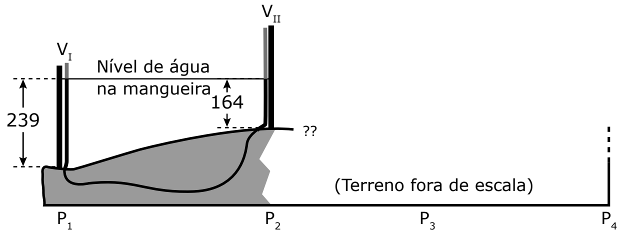
B) 15%.

C) 25%.

D) 35%.

E) 50%.

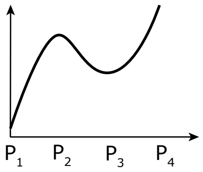
13. (Enem) Para medir o perfil de um terreno, um mestre de obras utilizou duas varas (V_I e V_{II}), iguais e igualmente graduadas em centímetros, às quais foi acoplada uma mangueira plástica transparente, parcialmente preenchida por água (figura a seguir). Ele fez 3 medições que permitiram levantar o perfil da linha que contém, em sequência, os pontos P_1, P_2, P_3 e P_4. Em cada medição, colocou as varas em dois diferentes pontos e anotou suas leituras na tabela a seguir. A figura representa a primeira medição entre P_1 e P_2.



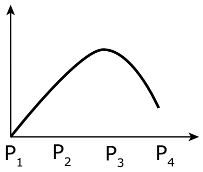
Medição	Vara I		Vara II		Diferença ($L_I – L_{II}$)(cm)
	Ponto	Leitura L_I (cm)	Ponto	Leitura L_{II} (cm)	
1ª	P_1	239	P_2	164	75
2ª	P_2	189	P_3	214	–25
3ª	P_3	229	P_4	174	55

Ao preencher completamente a tabela, o mestre de obras determinou o seguinte perfil para o terreno:

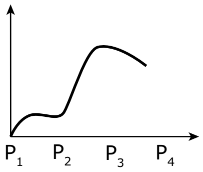
A)



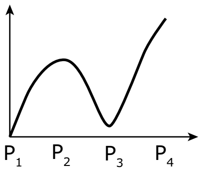
B)



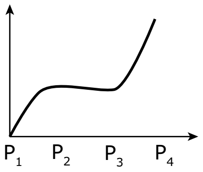
C)



D)



E)



GABARITO

01. A
02. A
03. C
04. C
05. E
06. C
07. C
08. D
09. D
10. A
11. B
12. D
13. A

MATEMÁTICA

FRENTE
B

Caderno Extra

MÓDULO 05

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E TEOREMA DE TALES

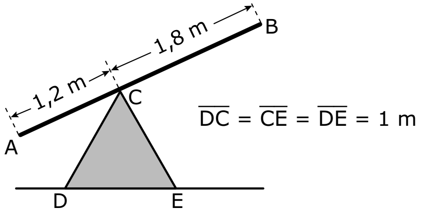
01. (UFMG) Em determinada hora do dia, o Sol projeta a sombra de um poste de iluminação sobre o piso plano de uma quadra de vôlei. Nesse instante, a sombra mede 16 m. Simultaneamente, um poste de 2,7 m, que sustenta a rede, tem sua sombra projetada sobre a mesma quadra. Nesse momento, essa sombra mede 4,8 m. A altura do poste de iluminação é de

A) 8,0 m.
B) 8,5 m.
C) 9,0 m.
D) 7,5 m.

02. (FJP-MG) Dois triângulos são semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{1}{8}$. Os lados do triângulo menor são 3 cm, 4 cm e 6 cm. Nesse caso, é correto afirmar que o perímetro do triângulo maior mede

A) 13 cm.
B) 24 cm.
C) 48 cm.
D) 104 cm.

03. (Unesp) Uma gangorra é formada por uma haste rígida AB, apoiada sobre uma mureta de concreto no ponto **C**, como na figura. Quando a extremidade **B** da haste toca o chão, a altura da extremidade **A** em relação ao chão é



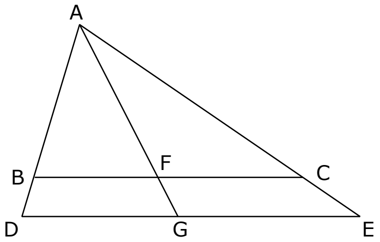
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{DE} = 1$ m

A) $\sqrt{3}$ m.
B) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ m.
C) $\frac{6\sqrt{3}}{5}$ m.
D) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ m.
E) $2\sqrt{2}$ m.

04. (Mackenzie-SP) Num triângulo retângulo, um cateto é o dobro do outro. Então, a razão entre o maior e o menor dos segmentos determinados pela altura sobre a hipotenusa é

A) 2.
B) 3.
C) 4.
D) $\frac{3}{2}$.
E) $\sqrt{5}$.

05. (UFPE) Na ilustração a seguir, os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{DE}$ são paralelos.



Se BC = 12, DG = 7 e GE = 8, quanto mede $\overline{FC}$?

A) 6,2
B) 6,3
C) 6,4
D) 6,5
E) 6,6

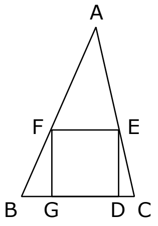
06. (Unicamp-SP) Uma rampa de inclinação constante, como a que dá acesso ao Palácio do Planalto em Brasília, tem 4 metros de altura na sua parte mais alta. Uma pessoa, tendo começado a subi-la, nota que, após caminhar 12,3 metros sobre a rampa, está a 1,5 metro de altura em relação ao solo.

A) Faça uma figura ilustrativa da situação descrita.
B) Calcule quantos metros a pessoa ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa.

07. (PUC Minas) Um estandarte feito de pano tem a forma de um triângulo isósceles medindo 1,60 metro de altura e 1,92 metro quadrado de área. Uma fita com 2,0 centímetros de largura foi costurada ao longo de todo o contorno do estandarte. Pode-se estimar que o comprimento aproximado dessa fita, em metros, é

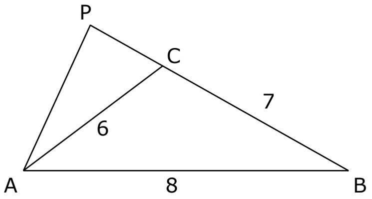
A) 3,20.
B) 4,60.
C) 5,30.
D) 6,40.

08. (Mackenzie-SP) No triângulo ABC da figura, o lado BC mede 4,5, e o lado do quadrado DEFG mede 3. A altura do triângulo ABC, em relação ao lado BC, mede:



A) 7,5.
B) 8,0.
C) 8,5.
D) 9,0.
E) 9,5.

09. (FGV-SP) No triângulo ABC, AB = 8, BC = 7, AC = 6 e o lado $\overline{BC}$ foi prolongado, como mostra a figura, até o ponto **P**, formando-se o triângulo PAB, semelhante ao triângulo PCA.



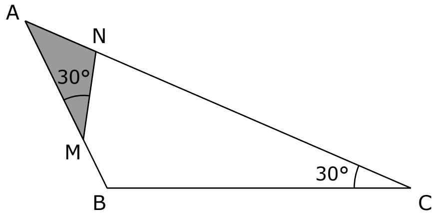
O comprimento do segmento $\overline{PC}$ é

A) 7.
B) 8.
C) 9.
D) 10.
E) 11.

10. (UFPI) Sejam ABC e FGH dois triângulos semelhantes de tal modo que suas bases AB e FG medem, respectivamente, 1 cm e 3 cm. Se a área do menor é igual a 8 cm², podemos afirmar que a área do maior é

A) 24 cm².
B) $\frac{8}{3}$ cm².
C) 9 cm².
D) 72 cm².
E) $\frac{1}{9}$ cm².

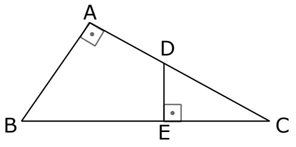
11. (UFU-MG) No triângulo ABC da figura a seguir, pretende-se construir um escritório na área sombreada.



Sendo BC = 40 m, AC = 60 m e MN = 20 m, então a área livre que poderá ser usada como estacionamento tem área igual a

A) 600 m².
B) 150 m².
C) 400 m².
D) 450 m².

12. (CEFET-MG) Na figura a seguir, ABC e DEC são triângulos retângulos de áreas S_1 e S_2, respectivamente. Se AC = 8, EC = 4 e S_1 = a, então a relação $\frac{S_2}{S_1}$ é igual a



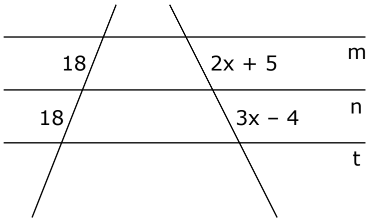
A) $\frac{3}{4}$.
B) $\frac{1}{2}$.
C) $\frac{2}{5}$.
D) $\frac{1}{3}$.
E) $\frac{1}{4}$.

13. Um feixe de 4 paralelas determina sobre uma transversal três segmentos que medem 5 cm, 6 cm e 9 cm, respectivamente. Determine os comprimentos dos segmentos que esse mesmo feixe determina sobre uma outra transversal, sabendo que o segmento compreendido entre a primeira e a quarta paralela mede 60 cm.

14. (PUC-SP) O segmento $\overline{AB}$ mede 10. Chama-se segmento áureo de $\overline{AB}$ o segmento $\overline{AP}$, **P** em $\overline{AB}$, de medida **x**, tal que $\frac{AB}{AP} = \frac{AP}{PB}$. O valor de **x** é:

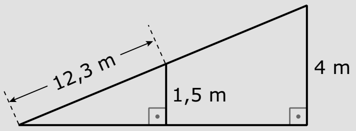
A) $5\sqrt{5} - 5$
B) $5\sqrt{3} + 3$
C) $5\sqrt{5} + 5$
D) $5\sqrt{3} - 3$
E) 5

15. Na figura a seguir, as medidas são dadas em cm. Sabendo que m // n // t, determine o valor de **x**.



GABARITO

01. C
02. D
03. D
04. C
05. C
06. A)



B) 20,5 m

07. D
08. D
09. C

10. D
11. D
12. E
13. 15 cm, 18 cm e 27 cm
14. A
15. x = 9

MÓDULO 06

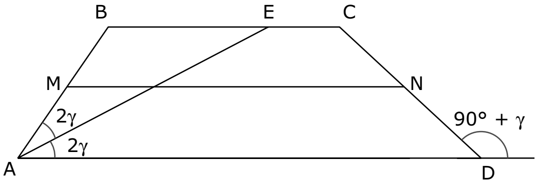
QUADRILÁTEROS

01. A bissetriz de um ângulo obtuso do losango faz com um dos lados um ângulo de 55°. Determine o valor dos ângulos agudos.

02. Determine a base e a altura de um retângulo, sabendo que o perímetro vale 288 m e que a base excede em 4 m o triplo da altura.

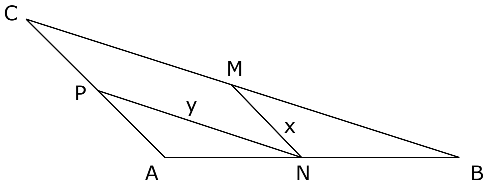
03. A soma de dois ângulos consecutivos de um trapézio é igual a 78°, e sua diferença é 4°. Determine o maior ângulo do trapézio.

04. Na ilustração a seguir, MN é base média do trapézio ABCD (**M** e **N** são pontos médios, respectivamente, de AB e CD). Se AB = 5 e EC = 1, então a medida do maior valor inteiro de MN é



A) 12.
B) 11.
C) 10.
D) 9.
E) 8.

05. (Unimontes-MG) Na figura a seguir, temos $\overline{AN} = \overline{BN}$, $\overline{CM} = \overline{BM}$, $\overline{CP} = \overline{AP}$, $\overline{AC} = 2y - 7$ e $\overline{BC} = 3x + 1$.



As medidas de **x** e **y** são, respectivamente,

A) 6 e 9,5.
B) 8 e 12,5.
C) 6 e 8,5.
D) 8 e 11,5.

06. (Vunesp) Considere as seguintes proposições:

I. Todo quadrado é um losango.
II. Todo quadrado é um retângulo.
III. Todo retângulo é um paralelogramo.
IV. Todo triângulo equilátero é isósceles.

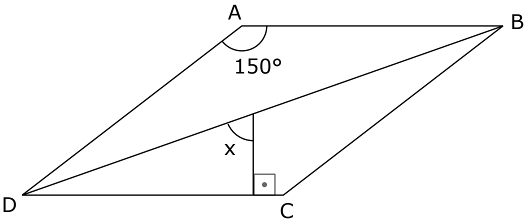
Pode-se afirmar que

A) só uma é verdadeira.
B) todas são verdadeiras.
C) só uma é falsa.
D) duas são verdadeiras.
E) N.d.a.

07. (UFES) Seja ABCD um trapézio retângulo. O ângulo formado pelas bissetrizes do seu ângulo reto e do ângulo consecutivo da base maior mede 92°. Os ângulos agudo e obtuso desse trapézio medem, respectivamente,

A) 88° e 92°.
B) 86° e 94°.
C) 84° e 96°.
D) 82° e 98°.
E) 79° e 101°.

08. No losango, calcule **x**.



09. (EN-RJ) Quando as diagonais de um paralelogramo são também bissetrizes dos seus ângulos internos?

A) Só se dois ângulos internos e consecutivos forem complementares.
B) Só se o paralelogramo for um quadrado.
C) Só se o paralelogramo for um retângulo.
D) Só se o paralelogramo for um losango.
E) Só se a soma dos ângulos internos for 360°.

10. (Unifor-CE) Os lados de um losango medem 4, e um dos seus ângulos, 30º. A medida da diagonal menor do losango é

A) $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
B) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
C) $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
D) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
E) $4\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

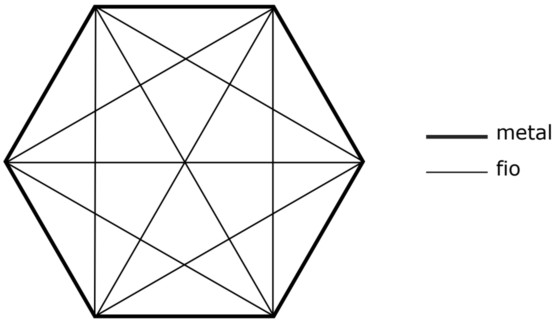
GABARITO

01. 70°
02. b = 109 m e h = 35 m
03. 143°
04. E
05. A
06. B
07. B
08. 75°
09. D
10. C

MÓDULO 07

POLÍGONOS

01. (Unit-SE)



Para começar a montar certa peça de artesanato ligam-se, com fios, os vértices de um hexágono regular de metal, como mostrado na figura.

Se a aresta do hexágono mede 12 cm, então a quantidade de fio necessária para a montagem terá um comprimento, em cm, igual a

A) $72.\sqrt{2}$.

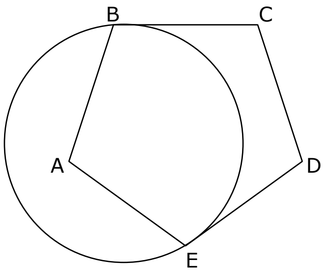
B) $72.\sqrt{3}$.

C) $72.\left(1 + \sqrt{2}\right)$.

D) $72.\left(1 + \sqrt{3}\right)$.

E) $72 \;.\; \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)$.

02. (FGV-SP) Dado um pentágono regular ABCDE, constrói-se uma circunferência pelos vértices **B** e **E** de tal forma que $\overline{BC}$ e $\overline{ED}$ sejam tangentes a essa circunferência, em **B** e **E**, respectivamente.



A medida do menor arco BE na circunferência construída é

A) 72°.

B) 108°.

C) 120°.

D) 135°.

E) 144°.

03. (FUVEST-SP) **A**, **B**, **C** e **D** são vértices consecutivos de um hexágono regular. A medida, em graus, de um dos ângulos formados pelas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ é

A) 90.

B) 100.

C) 110.

D) 120.

E) 150.

04. (PUC Rio) A1A2 ... An é um polígono regular convexo, de **n** lados, inscrito em um círculo. Se o vértice A_{15} é diametralmente oposto ao vértice A_{46}, o valor de **n** é

A) 62.

B) 60.

C) 58.

D) 56.

E) 54.

05. (UFU-MG) Se **n** é um número natural maior ou igual a dois, qual o número de diagonais de um polígono regular de 2n lados que não passam pelo seu centro?

06. (ITA-SP) Seja **n** o número de lados de um polígono convexo. Se a soma de n – 1 ângulos (internos) do polígono é 2 004°, determine o número **n** de lados do polígono.

07. (UEPB) Aumentando-se de 5 unidades o número de lados de um polígono, o número de diagonais aumenta de 40. Esse polígono é o

A) heptágono.

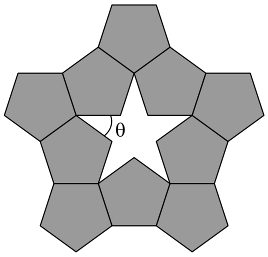
B) pentágono.

C) hexágono.

D) octógono.

E) eneágono.

08. (UNIFESP) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura. Nessas condições, o ângulo θ mede



A) 108°.

B) 72°.

C) 54°.

D) 36°.

E) 18°.

09. (ITA-SP) Considere três polígonos regulares tais que os números que expressam a quantidade de lados de cada um constituam uma progressão aritmética. Sabe-se que o produto desses três números é igual a 585 e que a soma de todos os ângulos internos dos três polígonos é igual a 3 780°. O número total das diagonais nesses três polígonos é igual a

A) 63.

B) 69.

C) 90.

D) 97.

E) 106.

GABARITO

01. D
02. E
03. D
04. A
05. 2n(n – 2)
06. n = 14
07. A
08. D
09. D

MATEMÁTICA

FRENTE
C

Caderno Extra

MÓDULO 05

ESTATÍSTICA

01. (FGV-SP) Em um conjunto de 100 observações numéricas, podemos afirmar que

A) a média aritmética é maior que a mediana.

B) a mediana é maior que a moda.

C) 50% dos valores estão acima da média aritmética.

D) 50% dos valores estão abaixo da mediana.

E) 25% dos valores estão entre a moda e a mediana.

02. (Unimontes-MG) O serviço meteorológico registrou, em alguns estados brasileiros, as seguintes temperaturas:

Estado	Temperatura (em °C)
Mato Grosso do Sul	21
Amazonas	40
Pará	39
Piauí	38
Maranhão	39
Paraná	8
Rio Grande do Sul	8
Santa Catarina	8
São Paulo	15

A moda e a mediana dessas temperaturas são, respectivamente,

A) 39 °C e 24 °C.

B) 8 °C e 39 °C.

C) 8 °C e 21 °C.

D) 21 °C e 8 °C.

03. (FGV-SP) Seja **f** uma função de **N** em **Q**, dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, \text{ se } 1 \le x < 5 \\ -x + 12, \text{ se } 5 \le x \le 12 \end{cases}$$

Sabendo-se que a função **f** determina o número de vezes que um equipamento foi utilizado em cada um dos 12 meses de um ano, é correto afirmar que a mediana (estatística) dos 12 registros é igual a

A) 3.

B) 3,5.

C) $\frac{11}{3}$.

D) 4.

E) 5,5.

04. (UFPel-RS) Na busca de solução para o problema da gravidez na adolescência, uma equipe de orientadores educacionais de uma instituição de ensino pesquisou um grupo de adolescentes de uma comunidade próxima a essa escola e obteve os seguintes dados:

Idade (em anos)	Frequência absoluta de adolescentes grávidas
13	4
14	3
15	2
16	5
17	6

Com base nos textos e em seus conhecimentos, é correto afirmar, em relação às idades das adolescentes grávidas, que

A) a média é 15 anos.

B) a mediana é 15,3 anos.

C) a mediana é 16,1 anos.

D) a moda é 16 anos.

E) a média é 15,3 anos.

05. (UFPR) Dado um conjunto X = $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ com **n** elementos, definimos a média $\overline{x}$ e o desvio padrão **d** de **X** por:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$$

$$d = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + ... + (x_n - \overline{x})^2}{n}}$$

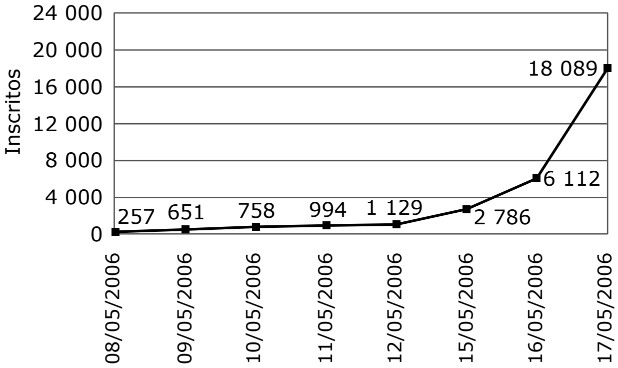
Uma informação útil para quem analisa um conjunto de dados como **X** é que a maioria desses dados pertence ao intervalo $C = [\overline{x} - 2d, \overline{x} + 2d]$.

Sendo X = $\left\{\frac{5}{2}, 4, \frac{7}{2}, 3\right\}$ um conjunto de dados,

A) calcule a média $\overline{x}$ e o desvio padrão **d**.

B) verifique quais dados do conjunto **X** anterior pertencem ao intervalo **C**.

06. (Ueg-GO) O gráfico a seguir representa a distribuição das inscrições ao concurso público para provimento de vagas no quadro de pessoal da Assembleia Legislativa do Estado de Goiás, no período de 8 a 17 de maio de 2006. Sobre o gráfico a seguir, considere a validade das afirmações posteriores.



I. A média aritmética diária de inscrições no período de 15/05/2006 a 17/05/2006 foi maior que 8 900.

II. O maior crescimento proporcional de inscrições aconteceu no período de 15 a 16 de maio de 2006.

III. O maior crescimento absoluto de inscrições aconteceu no período de 16 a 17 de maio de 2006.

IV. A taxa de crescimento no período de 15 a 16 de maio foi superior a 129%.

Assinale a alternativa correta.

A) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

B) Apenas as afirmações II e IV são verdadeiras.

C) Apenas as afirmações I, II e III são verdadeiras.

D) Todas as afirmações são verdadeiras.

07. (Unimontes-MG) Na tabela a seguir, temos os preços de fechamento de duas ações nas bolsas de valores em cinco semanas consecutivas.

		Semanas				
		1ª	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**
Bolsas	**A**	$15\frac{7}{8}$	$15\frac{1}{2}$	$16\frac{3}{8}$	$16\frac{5}{8}$	$15\frac{3}{4}$
	B	$22\frac{1}{8}$	22	$21\frac{7}{8}$	$22\frac{1}{8}$	$22\frac{1}{4}$

Encontre a amplitude para cada ação.

08. (Ufpr) Considere as seguintes medidas descritivas das notas finais dos alunos de três turmas.

Turma	Número de alunos	Média	Desvio padrão
A	15	6,0	1,31
B	15	6,0	3,51
C	14	6,0	2,61

Com base nesses dados, considere as seguintes afirmativas:

1. Apesar de as médias serem iguais nas três turmas, as notas dos alunos da turma **B** foram as que se apresentaram mais heterogêneas.
2. As três turmas tiveram a mesma média, mas com variação diferente.
3. As notas da turma **A** se apresentaram mais dispersas em torno da média.

Assinale a alternativa correta.

A) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.

B) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.

C) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.

D) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.

E) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.

09. (Puc-campinas-SP) A tabela a seguir mostra os resultados de uma pesquisa sobre a faixa salarial dos funcionários de uma empresa que usam bicicleta para ir ao trabalho.

Faixa salarial em reais	Número de funcionários
350 ⊢ 450	380
450 ⊢ 550	260
550 ⊢ 650	200
650 ⊢ 750	180
750 ⊢ 850	120
850 ⊢ 950	60
Total	1 200

O salário médio desses trabalhadores é

A) R$ 400,00.
B) R$ 425,00.
C) R$ 480,00.
D) R$ 521,00.
E) R$ 565,00.

10. (UFU-MG) Considere a tabela dos indicadores de preço apresentada a seguir:

Índices Variação %	Novembro 2008	Dezembro 2008	Janeiro 2009	Fevereiro 2009	Março 2009
IPC da Fipe	0,39	0,16	0,46	0,27	0,40
IGP-DI da FGV	0,07	−0,44	0,01	−0,13	−0,84
IGP-M da FGV	0,38	−0,13	−0,44	0,26	−0,74
INPC do IBGE	0,38	0,29	0,64	0,31	0,20
IPCA do IBGE	0,36	0,28	0,48	0,55	0,20
ICV do Dieese	0,53	0,10	0,69	0,02	0,40
INCC do IGP-DI/FGV	0,50	0,17	0,33	0,27	−0,25

Tendo em vista os dados da tabela, pode-se afirmar que:

A) A média dos índices IPC da Fipe de novembro de 2008 a março de 2009 é igual a 0,46.
B) O mês de fevereiro de 2009 apresenta os índices com a menor moda.
C) A mediana dos índices do mês de janeiro de 2009 é igual a 0,64.
D) O mês de novembro de 2008 apresenta índices cuja mediana é igual à moda.

GABARITO

01. D
02. C
03. B
04. E
05. A) $\bar{x} = \frac{13}{4}$ e $d = \frac{\sqrt{5}}{4}$
    B) Todos os valores.
06. A
07. Para **A**: $15\frac{3}{8}$; para **B**: $22\frac{7}{8}$.
08. D
09. E
10. D

MÓDULO 06

MÉDIAS

01. (UFU-MG) Pedro é um dos 18 funcionários de uma microempresa. Ele resolve aposentar-se e, em seu lugar, um novo funcionário de 22 anos de idade é contratado. Sabendo-se que, com a saída de Pedro e a entrada desse novo funcionário, a média aritmética das idades dos funcionários dessa microempresa diminui em 2 anos, pode-se afirmar que Pedro se aposentou com

A) 62 anos.
B) 56 anos.
C) 60 anos.
D) 58 anos.

02. (UFU-MG) Um concurso avaliou **n** candidatos atribuindo-lhes notas de 0 a 100 pontos. Sabe-se que exatamente 20 deles obtiveram nota máxima e, nesse caso, a média aritmética foi de 80 pontos. Agora, se consideradas apenas as notas inferiores a 100 pontos, a média passa a ser de 70 pontos. Nessas condições, pode-se afirmar que **n** é igual a

A) 70.
B) 60.
C) 80.
D) 40.

03. (UECE) A média aritmética das idades dos 45 alunos da 5ª série do Colégio S. Narcísio IV é $\frac{188}{15}$. Se a média aritmética das idades das meninas é 12 anos e a dos meninos é 13 anos, então, o produto do número de meninos pelo número de meninas é

Observação: Considere as idades dos alunos em número inteiro de anos. Por exemplo, se a idade de João é 12 anos, 7 meses e 4 dias, a idade a ser considerada é 12 anos.

A) 494.
B) 500.
C) 504.
D) 506.

04. (FGV-SP) A média das alturas dos 6 jogadores em quadra de um time de vôlei é 1,92 m. Após substituir 3 jogadores por outros, a média das alturas do time passou para 1,90 m. Nessas condições, a média, em metros, das alturas dos jogadores que saíram supera a dos que entraram em

A) 0,03.
B) 0,04.
C) 0,06.
D) 0,09.
E) 0,12.

05. (Unesp) A um concurso vestibular para dois cursos, **A** e **B**, compareceram 500 candidatos para o curso **A** e 100 candidatos para o curso **B**. Na prova de Matemática, a média aritmética geral, considerando os dois cursos, foi 4,0. Mas, considerando apenas os candidatos ao curso **A**, a média cai para 3,8. A média dos candidatos ao curso **B**, na prova de Matemática, foi

A) 4,2.
B) 5,0.
C) 5,2.
D) 6,0.
E) 6,2.

06. (Unesp) A média aritmética dos elementos de um conjunto formado por **n** valores numéricos diminui quatro unidades quando o número 58 é retirado. Quando o número 57 é adicionado ao conjunto original, a média aritmética dos elementos desse novo conjunto aumenta três unidades em relação à média inicial. Qual o valor da soma dos elementos originais do conjunto?

07. (Cesgranrio) Considere um grupo de 10 pessoas, **A**, **B**, **C**, **D**, ..., **I**, **J**, dentre as quais:

I. **A**, **B** e **C** têm, respectivamente, 16, 29 e 31 anos;
II. **H** e **J** nasceram em 1971;
III. **D**, **E**, **F**, **G** e **I** nasceram, nessa ordem, em anos consecutivos.

Sabe-se ainda que todos já aniversariaram este ano (1998) e que a média aritmética das idades de todo o grupo é 23. O ano em que **I** nasceu foi

A) 1980.
B) 1979.
C) 1978.
D) 1977.
E) 1976.

08. (Cesgranrio) Para ser aprovado, um aluno precisa ter média maior ou igual a 5. Se ele obteve notas 3 e 6 nas provas parciais (que têm peso 1 cada uma), quanto precisa tirar na prova final (que tem peso 2) para ser aprovado?

A) 4
B) 4,5
C) 5
D) 5,5
E) 6

09. (PUC Rio) Na revisão de prova de uma turma de quinze alunos, apenas uma nota foi alterada, passando a ser 7,5. Considerando-se que a média da turma aumentou em 0,1, a nota do aluno antes da revisão era

A) 7,6.
B) 7,0.
C) 7,4.
D) 6,0.
E) 6,4.

10. (UFRRJ) Se a média aritmética entre **x** e **y** é **M** e z = 2M, podemos afirmar que a média aritmética entre **x**, **y** e **z** é, aproximadamente:

A) 33,3% maior do que **M**.
B) igual a **M**.
C) o dobro de **M**.
D) 50% maior que **M**.
E) 15,2% maior que **M**.

11. (UEFS-BA) Dentre os funcionários de uma empresa, a idade média dos homens é de 43 anos, e das mulheres é de 37 anos.

Com base nesses dados, é correto afirmar que, nessa empresa,

A) a idade média dos funcionários é de 40 anos.
B) os homens são 6 anos mais velhos do que as mulheres.
C) metade das mulheres tem idade maior do que ou igual a 37 anos.
D) a idade média dos funcionários está no intervalo aberto (37, 43).
E) a maioria das mulheres é mais jovem do que a média de idade dos homens.

12. (Mackenzie-SP) A média das notas de todos os alunos de uma turma é 5,8. Se a média dos rapazes é 6,3 e a das moças é 4,3, a porcentagem de rapazes na turma é

A) 60%.
B) 65%.
C) 70%.
D) 75%.
E) 80%.

13. (FGV-SP) Seja uma sequência de **n** elementos (n 1), dos quais um deles é $1 - \left(\frac{1}{n}\right)$, e os demais são todos iguais a 1.

A média aritmética dos **n** números dessa sequência é:

A) 1
B) $n - \left(\frac{1}{n}\right)$
C) $n - \left(\frac{1}{n^2}\right)$
D) $1 - \left(\frac{1}{n^2}\right)$
E) $1 - \left(\frac{1}{n}\right) - \left(\frac{1}{n^2}\right)$

14. (Vunesp) Suponha que o país **A** receba de volta uma parte de seu território **T**, que por certo tempo esteve sob a administração do país **B**, devido a um tratado entre **A** e **B**. Estimemos a população de **A**, antes de receber **T**, em 1,2 bilhão de habitantes, e a de **T** em 6 milhões de habitantes. Se as médias de idade das populações **A** e **T**, antes de se reunirem, eram, respectivamente, 30 anos e 25 anos, mostre que a média de idade após a reunião é superior a 29,9 anos.

15. (UFRJ) A altura média de um grupo de quinhentos e três recrutas é de 1,81 m. Sabe-se também que nem todos os recrutas do grupo têm a mesma altura.
diga se cada uma das afirmações a seguir é verdadeira, falsa ou se os dados são insuficientes para uma conclusão. Em cada caso, justifique sua resposta.

A) "Há, no grupo em questão, pelo menos um recruta que mede mais de 1,81 m e pelo menos um que mede menos de 1,81 m."

B) "Há, no grupo em questão, mais de um recruta que mede mais de 1,81 m e mais de um que mede menos de 1,81 m."

16. (UFMG) Um reservatório é abastecido por duas torneiras, **A** e **B**. A torneira **A**, sozinha, enche o reservatório em 20 horas. A torneira **B**, sozinha, enche o mesmo reservatório em 18 horas. Às duas horas da manhã, estando esse reservatório vazio, as duas torneiras são abertas. Depois de 4 horas e 30 minutos, a torneira **B** é fechada e a torneira **A** continua a abastecer o reservatório. Determine a hora exata em que esse reservatório estará cheio.

17. (Unesp) Suponhamos que um casal, cujo marido é 8 cm mais alto que a esposa e cuja média de idade é 30 anos, tenha concluído que seu filho recém-nascido, do sexo masculino, deverá ter aproximadamente 1,75 m de altura quando adulto.
Regra para calcular a estatura de seu filho:

I. Some a altura do pai e da mãe e divida por dois.
II. A partir da altura média dos pais, some 10 cm se a criança for menino ou subtraia 4 cm se a criança for menina.

Observação: Essa regra vale para um casal cuja média de idade entre o homem e a mulher seja de 30 anos. Se fosse de 20 anos, os valores mudariam para 9 cm a mais no caso de menino e 3 cm a menos para a menina.

Calcule a altura de cada um deles.

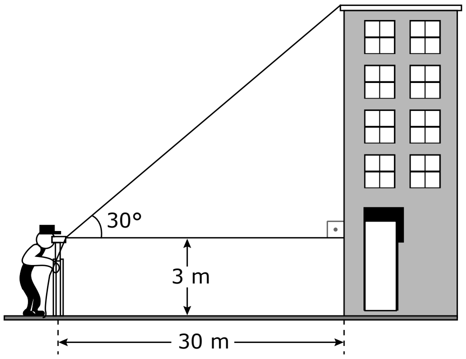
GABARITO

01. D
02. B
03. C
04. B
05. B
06. 240
07. A
08. D
09. D
10. A
11. D
12. D
13. D
14. A média final é 29,975 29,9.
15. A) Verdadeira. Como nem todos os recrutas têm a mesma altura, pelo menos um deve ter mais de 1,81 m; caso contrário, a média seria menor do que 1,81 m. De modo análogo, se nenhum tivesse altura menor do que 1,81 m, a média seria maior do que 1,81 m.
    B) Os dados são insuficientes para uma conclusão. Vejamos o seguinte exemplo: 501 recrutas com 1,81 m, 1 com 1,84 m e outro com 1,78 m.
16. O reservatório estará cheio às 17 horas.
17. A altura da mãe é 1,61 metro e a do pai é 1,69 metro.

MÓDULO 07

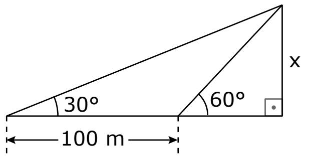
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

01. (Oswaldo Cruz-SP) Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30 m de distância e assim observa segundo um ângulo de 30°, conforme mostra a figura.

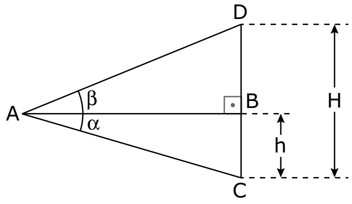


Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal.

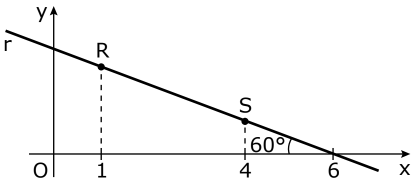
02. (FUVEST-SP) Calcule **x** indicado na figura.



03. (EEM–SP) Para obter a altura **H** de uma chaminé, um engenheiro, com um aparelho especial, estabeleceu a horizontal $\overline{AB}$ e mediu os ângulos α e β, tendo a seguir medido BC = h. Determine a altura da chaminé.



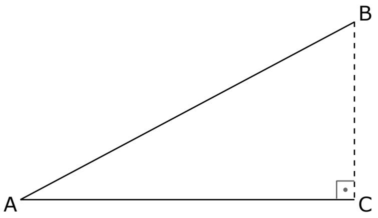
04. (PUC-Campinas-SP) Sejam **O** a origem de um sistema de eixos cartesianos ortogonais e **R** e **S** pontos pertencentes à reta **r**, como é mostrado a seguir.



Na unidade do sistema, a medida RS é igual a

A) $2\sqrt{3}$.
B) 3.
C) $3\sqrt{3}$.
D) 6.
E) $6\sqrt{3}$.

05. (Unesp) Três cidades, **A**, **B** e **C**, são interligadas por estradas, conforme mostra a figura.



As estradas AC e AB são asfaltadas. A estrada CB é de terra e será asfaltada. Sabendo-se que AC tem 30 km, que o ângulo entre AC e AB é de 30° e que o triângulo ABC é retângulo em **C**, a quantidade de quilômetros da estrada que será asfaltada é

A) $30\sqrt{3}$.

B) $10\sqrt{3}$.

C) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

D) $8\sqrt{3}$.

E) $\frac{3\sqrt{3}}{3}$.

06. (Unit-AL) Uma escada que mede 9 m está apoiada em uma parede.

Considerando-se que ela forma com o solo um ângulo α e que $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, pode-se afirmar que a distância, em metros, de seu ponto de apoio na parede até o solo é igual a

A) 3
B) $3\sqrt{2}$
C) 4
D) $4\sqrt{2}$
E) $6\sqrt{2}$

07. (Vunesp) Duas rodovias retilíneas, **A** e **B**, se cruzam, formando um ângulo de 45°. Um posto de gasolina se encontra na rodovia **A**, a 4 km do cruzamento. Pelo posto passa uma rodovia retilínea **C**, perpendicular à rodovia **B**. A distância do posto de gasolina à rodovia **B**, indo através de **C**, em quilômetros, é:

A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

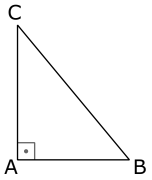
C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\sqrt{2}$

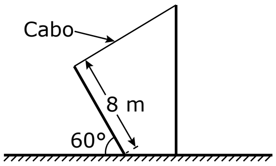
E) $2\sqrt{2}$

08. (UECE) A base de um triângulo isósceles mede 12 cm, e o ângulo oposto à base mede 120°. Então, determine a medida dos lados congruentes do triângulo.

09. (FGV-SP) No triângulo da figura, $\hat{A} = 90°$, $\hat{B} = 60°$ e AB = 50 cm. Calcule o comprimento de $\overline{AC}$.

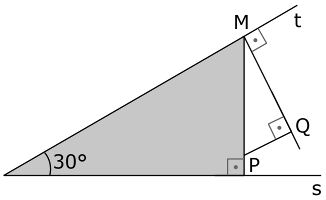


10. (Vunesp) Para dar sustentação a um poste telefônico, utilizou-se um outro poste com 8 m de comprimento, fixado ao solo a 4 m de distância do poste telefônico, inclinado sob um ângulo de 60°, conforme a figura a seguir.



Considerando-se que foram utilizados 10 m de cabo para ligar os dois postes, determine a altura do poste telefônico em relação ao solo.

11. (FUVEST-SP) Dados $\overline{MP} \perp s$; $\overline{MQ} \perp t$; $\overline{MQ} \perp \overline{PQ}$; MP = 6, então $\overline{PQ}$ é igual a:



A) $3\sqrt{3}$
B) 3
C) $6\sqrt{3}$
D) $4\sqrt{3}$
E) $2\sqrt{3}$

GABARITO

01. $(3 + 10\sqrt{3})$ m
02. $x = 50\sqrt{3}$ m
03. $H = h\left(1 + \frac{\text{tg}\ \beta}{\text{tg}\ \alpha}\right)$
04. D
05. B
06. A
07. E
08. $4\sqrt{3}$ cm
09. $50\sqrt{3}$ cm
10. $6 + 4\sqrt{3}$ m
11. B