Lei dos cossenos

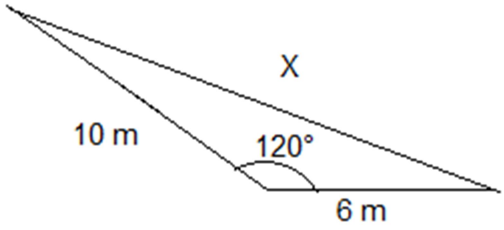
Quando temos um triângulo retângulo, utilizamos as razões trigonométricas básicas: seno, cosseno e tangente.
Mas o que fazer quando o triângulo não for retângulo?

Lei dos cossenos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\theta$, onde a é o lado oposto ao ângulo θ; b e c são os outros dois lados.

A seguir, serão apresentados os valores mais usuais para alguns cossenos.

$\cos 60° = 1/2$ $\quad$ $\cos 120° = -1/2$ $\quad$ $\cos 150° = -\sqrt{3}/2$

Exemplo:



$x^2 = 10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 120°$
$x^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 60 \cdot (-1/2)$
$x^2 = 100 + 36 + 60$
$x^2 = 196$
$x = \sqrt{196}$
$x = 14$

Exercícios:

1. Num paralelogramo, cada ângulo agudo mede 30° e os lados que formam cada um desses ângulos medem $3\sqrt{3}$ cm e 5 cm. Calcule a medida da menor das diagonais desse paralelogramo.

a) $\sqrt{6}$ cm
b) $\sqrt{3}$ cm
c) $3\sqrt{3}$ cm
d) $\sqrt{7}$ cm
e) $15\sqrt{3}$ cm

Resolução

$x^2 = 5^2 + (3\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 5 \cdot (3\sqrt{3}) \cdot \cos 30°$
$x^2 = 25 + 27 - 30\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
$x^2 = 52 - 45$
$x^2 = 7$
$x = \sqrt{7}$ cm
(Alternativa D)

2. Dois lados de um triângulo medem 8 m e 10 m e formam um ângulo de 60°. O terceiro lado desse triângulo mede:

a) $2\sqrt{21}$ m
b) $2\sqrt{31}$ m
c) $2\sqrt{41}$ m
d) $2\sqrt{51}$ m
e) $2\sqrt{61}$ m

Resolução:

Para que possamos resolver essa questão, aplicaremos a lei dos cossenos. Sendo assim teremos (chamemos o lado que queremos encontrar de X):

$X^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60°$

$X^2 = 64 + 100 - 160 \cdot \frac{1}{2}$

$X^2 = 164 - 80$

$X^2 = 84$

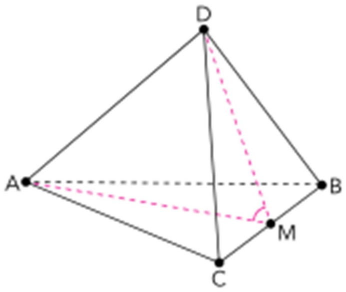
$X = \sqrt{84}$

$X = \sqrt{4 \cdot 21}$

$X = 2 \cdot \sqrt{21}$

(Alternativa A)

3. Uma pirâmide com exatamente seis arestas congruentes é denominada tetraedor regular. Admita que a aresta do tetraedro regular ilustrado a seguir, de vértices ABCS, mede 6 cm e que o ponto médio da aresta BC é M



O cosseno do ângulo AMD equivale a:

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{2}{5}$

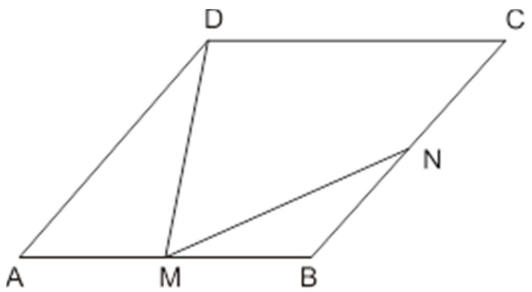
Resolução

A aresta do tetraedro mede 6 cm. Os segmentos DM e AM correpondem a altura da face, que é um triângulo equilátero. A altura de um triângulo equilátero é dada por:
h = $\frac{L\sqrt{3}}{2}$ = $\frac{6\sqrt{3}}{2}$ = $3\sqrt{3}$

Aplicando a lei dos cossenos, temos:
$6^2 = (3\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{3})^2 - 2 \, . \, 3\sqrt{3} \, . \, 3\sqrt{3}$. cos AMD
36 = 27 + 27 – 54 . cos AMD
54. cos AMD = 27 + 27 – 36
54.cos AMD = 18
cos AMD = 18/54
cos AMD = 1/3

(alternativa B)

4. No losango ABCD de lado 1, representado na figura, tem-se que M é o ponto médio de AB, N é o ponto médio de BC e MN = $\frac{\sqrt{14}}{4}$ .Então, DM é igual a



a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

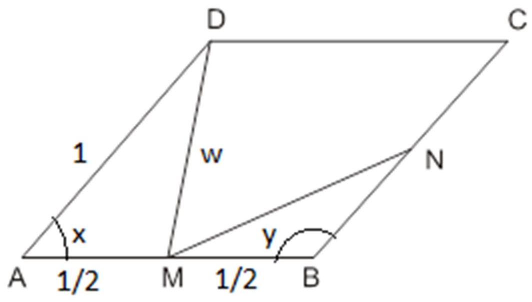
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\sqrt{2}$

d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Resolução



MB = BN = 1/2
Aplicando lei dos cossenos no triângulo BMN

$\left(\frac{\sqrt{14}}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos y$

$\frac{14}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}. \cos y$

$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}. \cos y$

$\frac{1}{2} \cos y = \frac{1}{2} - \frac{7}{8}$

$\frac{1}{2} \cos y = - \frac{3}{8}$

$\cos y = - \frac{3}{4}$

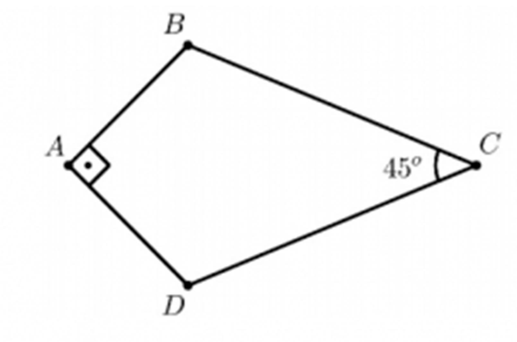
Os ângulos x e y são suplementares, logo sua soma vale 180°. No círculo trigonométrico, dado um ângulo qualquer do segundo quadrante, o cosseno desse ângulo será o simétrico de seu correspondente no primeiro quadrante. Portanto:
$\cos y = - \cos x$
$\cos x = \frac{3}{4}$

Aplicando lei dos cossenos no triângulo ADM.

$AD^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cos x$
$AD^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$
$AD = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 - \frac{3}{4}}$
$AD = \sqrt{\frac{1}{2}}$
$AD = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(Alternativa B)

5. A figura abaixo exibe um quadrilátero ABCD, onde AB = AD e BC = CD = 2 cm. A área do quadrilátero ABCD é igual a



a) $\sqrt{2}$ cm²
b) 2 cm²
c) 2 $\sqrt{2}$ cm²
d) 3 cm²

Resolução:

Se traçarmos mentalmente uma reta do ponto D até o ponto B, formaremos um triângulo BCD e poderemos aplicar a lei dos cossenos para descobrir quanto vale o lado BD (chamaremos esse lado de Y)

$Y^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos 45°$

$Y^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$Y^2 = 4 + 4 - \frac{8\sqrt{2}}{2}$

$Y^2 = 8 - 4 \cdot \sqrt{2}$

Ainda com a reta que traçamos, formamos também um triângulo retângulo BAD, e como a questão nos diz, AB é igual a AD (chamaremos os comprimentos de AB e AD de X):

AB = AD = X

Logo através do teorema de Pitágoras teremos (Chamaremos de Y a medida da reta DB que traçamos mentalmente):

$DB^2 = AB^2 + AD^2$
$Y^2 = X^2 + X^2$
$Y^2 = 2X^2$

Agora, se substituirmos Y^2 por $2X^2$ no triângulo BCD, teremos:

$Y^2 = 8 - 4 \cdot \sqrt{2}$

$2X^2 = 8 - 4 \cdot \sqrt{2}$

$X^2 = \frac{8 - 4 \cdot \sqrt{2}}{2}$

$X^2 = 4 - 2 . \sqrt{2}$

Agora precisamos encontrar a área de cada um dos triângulos

Como ABD é um triangulo retângulo, sua área será dada por:

Área ABD = $\frac{Lado\ .\ Lado}{2}$

Área ABD = $\frac{X\ .\ X}{2}$ = $\frac{X^2}{2}$

E como no triangulo BCD possuímos dois lados e o ângulo entre eles, teremos:

Área BCD = $\frac{2\ .2\ .\ sen45}{2}$

Como já possuímos a área de cada triângulo, para encontrarmos a área do quadrilátero, devemos somar ambas as áreas

Área do quadrilátero ABCD = Área do triângulo(ABD) + Área do triângulo(BCD)

Área do quadrilátero ABCD = $\frac{X^2}{2}$ + $\frac{2\ .2\ .\ sen45}{2}$

Sabemos que $X^2 = 4 - 2 . \sqrt{2}$, logo

Área do quadrilátero ABCD = $\frac{4-2\ .\sqrt{2}}{2}$ + $\left(\frac{2\ .2\ .\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}\right)$

Área do quadrilátero ABCD = $2\ -\ 1\ .\sqrt{2}$ + $\left(\frac{4\ .\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}\right)$

Área do quadrilátero ABCD = $2\ -\ 1\ .\sqrt{2}$ + $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

Área do quadrilátero ABCD = $2\ -\ \sqrt{2}$ + $\sqrt{2}$

Área do quadrilátero ABCD = $2\ cm^2$

(Alternativa B)

6. Os lados de um losango medem 4 e um dos seus ângulos 30°. A medida da diagonal menor do losango é

a) $2\ \sqrt{2-\ \sqrt{3}}$
b) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$
c) $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$
d) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$
e) $4\ \sqrt{2+\ \sqrt{3}}$

Resolução

Num losango, todos os lados são iguais, o ângulo agudo está associado à diagonal menor, enquanto o ângulo obtuso está associado à diagonal maior. Sendo d a medida da diagonal menor :

$d^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$d^2 = 16 + 16 - 16\sqrt{3}$

$d^2 = 32 - 16\sqrt{3}$

$d^2 = 16 \cdot (2 - \sqrt{3})$

$d = 4 \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

(Alternativa C)

7. Os lados de um triângulo medem a, b e c centímetros. Qual o valor do ângulo interno deste triângulo, oposto ao lado que mede a centímetros, se forem satisfeitas as relações: 3a = 7c e 3b = 8c

a) 30º
b) 60º
c) 45º
d) 120º
e) 135º

Resolução:

Nosso primeiro passo será rearranjar os dados fornecidos pela questão

$a = \frac{7c}{3}$

$b = \frac{8c}{3}$

$c = c$

Aplicando a lei dos cossenos e respeitando as informações dadas pela questão teremos (chamaremos o ângulo que queremos descobrir de cosA):

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$

$\left(\frac{7c}{3}\right)^2 = \left(\frac{8c}{3}\right)^2 + c^2 - 2 \cdot \frac{8c}{3} \cdot c \cdot \cos A$

$\frac{49c^2}{9} = \frac{64c^2}{9} + c^2 - \frac{16c^2}{3} \cdot \cos A$

Em seguida devemos colocar tudo sobre o mesmo denominador para que possamos prosseguir com a nossa equação

$\frac{49c^2}{9} = \frac{64\ ^2}{9} + \frac{9c^2}{9} - \frac{48\ ^2}{9} \cdot \cos A$

$\frac{49c^2}{9} = \frac{73c^2}{9} - \frac{48c^2}{9}$. cosA

$\frac{49c^2}{9} - \frac{73c^2}{9} = - \frac{48c^2}{9}$. cosA

$- \frac{24c^2}{9} = - \frac{48c^2}{9}$. cosA

Como os elementos têm o mesmo denominador, podemos desconsiderá-lo

$-24c^2 = -48c^2$. cosA

cosA = $\frac{-24c^2}{-48c^2}$

cosA = $\frac{1}{2}$

Â = 60°

(Alternativa B)

8. Se os lados de um triângulo medem x, x+1 e x+2, então, para qualquer x real e maior que 1, o cosseno do maior ângulo interno desse triângulo é igual a:

a)x/x+1
b)x/x+2
c)x+1/x+2
d)x-2/3x
e)x-3/2x

Resolução:

Como a questão nos pede o cosseno do maior ângulo, sabemos que ele será o ângulo oposto ao maior lado (x + 2), sendo assim teremos (chamaremos esse ângulo de Y e deixaremos como incógnita cosY):

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 . b . c .$ cosY

$(x + 2)^2 = (x + 1)^2 + x^2 - 2 . (x + 1) . x .$ cosY

$x^2 + 2 . x . 2 + 2^2 = x^2 + 2 . x . 1 + 1^2 + x^2 (- 2x^2 - 2x)$. cos Y

$x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 2x + 1 + (-2x^2 - 2x)$. cosY

$x^2 + 4x + 4 – 2x^2 - 2x – 1 = (-2x^2 - 2x)$. cosY

$-x^2 + 2x + 3 = (-2x^2 - 2x)$. cosY

Agora devemos descobrir as raízes da equação para que possamos prosseguir

$\Delta = b^2 - 4 . a . c$

Δ = 2² - 4 . (- 1) . 3
Δ = 4 + 12
Δ = 16

X = $\frac{-b \pm\sqrt{\Delta}}{2\,.a}$

X = $\frac{- \pm\sqrt{\Delta}}{2\,.a}$

X = $\frac{-2 \pm\sqrt{16}}{2\,.(-1)}$

X = $\frac{-2 \pm 4}{-2}$

X’ = $\frac{-2 + 4}{-2}$ = -1

X” = $\frac{-2 - 4}{-2}$ = 3

Agora que possuímos as raízes da equação, podemos escrevê-la de forma fatorada

-x² + 2x + 3 = (-2x² - 2x) . cosY

cosY = $\frac{-x^2 + 2x + 3}{-2x^2 - 2x}$

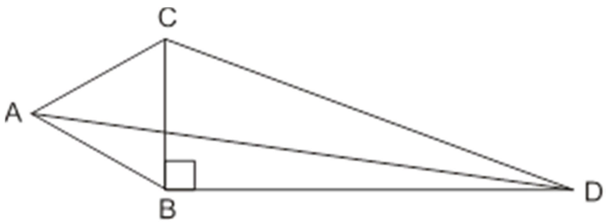
cosY = $\frac{-(x + 1)\,.(x - 3)}{-2x\,(x+1)}$~

cosY = $\frac{-(x - 3)}{-2x}$

cosY = $\frac{x - 3}{2x}$

(Alternativa E)

9. Na figura abaixo, o triângulo ABC é um triângulo equilátero de 3 cm de lado, e o triângulo retângulo BCD tem lados BD = 4 cm, CD = 5 cm e CBD = 90° .



Qual a medida do segmento AD ?

a) $\sqrt{3}$
b) $4\sqrt{3}$
c) $\sqrt{100 + \sqrt{3}}$

d) $\sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$
e) $2\sqrt{3}$

Resolução

Como o triângulo ABC é equilátero, cada um de seus ângulos internos medirá 60 graus.
Ângulo B = 60° (em ABC)
No triângulo ABD, o ângulo B será:
60 + 90 = 150

$AC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos 150°$
$AC^2 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$AC^2 = 25 + 12\sqrt{3}$
$AC = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$

(Alternativa D).

10. O menor lado de um paralelogramo, cujas diagonais medem 8√2 m e 10 m e formam entre si um ângulo de 45º, mede:

a)√13m
b)√17m
c)13√2/4m
d) 17√2 / 5 m

Resolução:

Como falam de diagonais, o triângulo formado dentro do paralelogramo terá seus lados com a metade do valor de cada diagonal. Sendo assim, aplicando a lei dos cossenos teremos (chamaremos o lado que queremos descobrir de x):

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\boldsymbol{\alpha}$

$X^2 = (4\sqrt{2})^2 + 5^2 - 2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \text{sen}45°$

$X^2 = 16 \cdot 2 + 25 - 40\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$X^2 = 32 + 25 - 40$

$X^2 = 17$

$X = \sqrt{17}$

(Alternativa B)

11. Se as medidas de dois dos lados de um triângulo são respectivamente 7 m e 5 . $\sqrt{2}$ m, e se a medida do ângulo entre esses lados é 135 graus, então, a medida, em metros, do terceiro lado é

a) 12
b) 15
c) 13
d) 14

Resolução

Terceiro lado tem medida x e é correspondente ao ângulo de 135°.

Cos 135° = $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x^2 = 7^2 + (5 \,.\, \sqrt{2})^2 - 2 \,.\, 7 \,.\, 5 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \cos 135$
$x^2 = 49 + 50 - 2 \,.\, 35\sqrt{2} \,.\, \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$x^2 = 99 + 35 \,.\, \sqrt{4}$
$x^2 = 99 + 35 \,.\, 2$
$x^2 = 99 + 70$
$x^2 = 169$
$x = \sqrt{169}$
x = 13

(Alternativa C)

12. A medida do cosseno do maior dos ângulos internos do triângulo cujas medidas dos lados são respectivamente 8 m, 10 m e 15 m é igual a

a) – 0,38125
b) – 0,4212
c) – 0,43713
d) – 0,46812

Resolução

Seja x o ângulo oposto ao maior lado

$15^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \,.\, 8 \,.\, 10 \,.\, \cos x$
225 = 64 + 100 – 160 cos x
225= 164 – 160 cos x
160 cos x =164 – 225
160 cos x = - 61
cos x = $\frac{-61}{160}$
cos x = - 0,38125

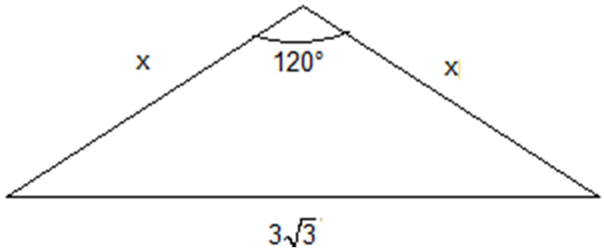
(Alternativa A)

13. A base de um triângulo isósceles mede $3\sqrt{3}$ cm e o ângulo oposto à base mede 120°. A medida dos lados congruentes desse triângulo, em centímetros, é

a) 3.
b) 2.

c) $\sqrt{3}$
d) 1 + $\sqrt{3}$
e) 2 - $\sqrt{3}$

Resolução



Aplicando a lei dos cossenos:

$(3\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2 . x . x \cos 120°$
$9 . (\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2 . x . x \left(-\frac{1}{2}\right)$
$9 . 3 = 2x^2 + x^2$
$27 = 3x^2$
$x^2 = \frac{27}{3}$
$x^2 = 9$
$x = \sqrt{9}$
$x = \pm 3$

x não pode ser – 3, pois trata-se de um lado de um triângulo, e lados de triângulos não podem ser negativos.

(Alternativa A)

14. Um triângulo possui lados iguais a 6, 9 e 11. O cosseno do maior ângulo interno desse triângulo é:

a) $\frac{11}{15}$

b) - $\frac{1}{27}$

c) $\frac{26}{33}$

d) - $\frac{2}{27}$

e) - 1

Resolução

Um triângulo de lados 6, 9 e 11 não pode ser triângulo retângulo, pois não atende à igualdade encontrada no teorema de Pitágoras. ($11^2 \neq 6^2 + 9^2$). Então aplicaremos a leis dos cossenos.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 . b . c . \cos x$

$11^2 = 9^2 + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot 6 \cdot \cos x$
$121 = 81 + 36 - 108 \cos x$
$121 = 117 - 108 \cos x$
$108 \cos x = 117 - 121$
$108 \cos x = -4$
$\cos x = \frac{-4}{108}$

Simplificando por 4

$\text{Cos } x = \frac{-1}{27}$

(Alternativa B)

15**.** Seja um hexágono regular *ABCDEF*. A razão entre os comprimentos dos segmentos AC e AB é igual a:

a) $\sqrt{2}$

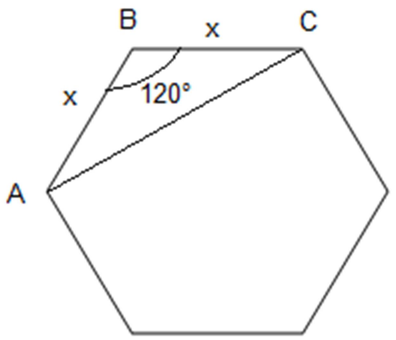
b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

d) $\sqrt{3}$

e) 2

Resolução



$AC^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos 120°$
$AC^2 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$
$AC^2 = 2x^2 + x^2$
$AC^2 = 3x^2$
$AC = \sqrt{3 \cdot x^2}$
$AC = x\sqrt{3}$

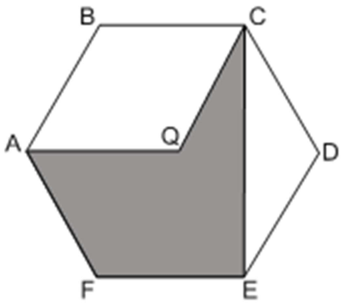
A razão entre os comprimentos dos segmentos AC e AB é

$\frac{AC}{AB} = \frac{x\sqrt{3}}{x}$

$\frac{AC}{AB} = \sqrt{3}$

(Alternativa D)

16. Na figura, ABCDEF é um hexágono regular de lado 1 dm, e Q é o centro da circunferência inscrita a ele.



O perímetro do polígono AQCEF, em dm, é igual a

a) $4 + \sqrt{2}$
b) $4 + \sqrt{3}$
c) 6
d) $4 + \sqrt{5}$
e) $2(2 + \sqrt{2})$

Resolução

AF = EF = 1 dm , pois são lados do hexágono.
ABCQ é um paralelogramo, onde AB = CQ e BC = AQ.
Portanto: AF = EF = AQ = CQ = 1dm

Para descobrir o lado CE, utilizaremos o triângulo CDE

CDE = 120 °
CD = DE = 1dm

Aplicando a lei dos cossenos:

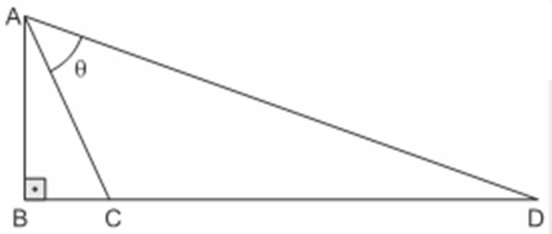
$CE^2 = CD^2 + DE^2 - 2 \cdot CD \cdot DE \cdot \cos 120°$
$CE^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$
$CE^2 = 2 + 1$
$CE^2 = 3$
$CE = \sqrt{3}$

Calculando o perímetro do polígono AQCEF

EF + FA + AQ + QC + CE =
1 + 1 + 1 + 1 + $\sqrt{3}$ =
4 + $\sqrt{3}$

(Alternativa B)

17. Considere o triângulo retângulo ABD exibido na figura abaixo, em que AB = 2 cm, BC = 1 cm e CD = 5 cm. Então, o ângulo θ é igual a



a) 15°
b) 30°
c) 45°
d) 60°

Resolução

Teorema de Pitágoras em ABC

AC² = 2² + 1²
AC² = 4 + 1
AC = $\sqrt{5}$

Teorema de Pitágoras em ABD

AD² = 2² + 6²
AD² = 4 + 36
AD = $\sqrt{40}$

Lei dos cossenos em ACD

5 ² = $\sqrt{5}^2 + \sqrt{40}^2$ - 2 . $\sqrt{5}$. $\sqrt{40}$ cos θ
25 = 5 + 40 – 2 $\sqrt{200}$. cos θ
2 . $\sqrt{200}$. cos θ = 45 – 25
2 . $\sqrt{100\,.\,2}$. cos θ = 20
2 . 10 $\sqrt{2}$. cos θ = 20
20 . $\sqrt{2}$. cos θ = 20
$\sqrt{2}$. cos θ = 1
cos θ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Racionalizando
cos θ = $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\theta = 45°$

(Alternativa C)

18. As medidas, em metro, dos comprimentos dos lados de um triângulo formam uma progressão aritmética cuja razão é igual a 1. Se a medida de um dos ângulos internos deste triângulo é 120° então, seu perímetro é

a) 5,5
b) 6,5
c) 7,5
d) 8,5

Resolução

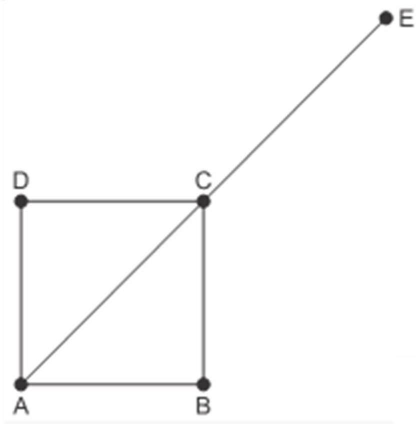
Seja x o segundo maior lado. Logo o maior lado será x + 1 e o menor lado será x – 1.
O ângulo de 120° é o maior ângulo interno desse triângulo. Então, ele será correspondente ao maior lado desse triângulo, dado por (x + 1) .

$(x + 1)^2 = x^2 + (x - 1)^2 - 2 \cdot x \cdot (x - 1) \cdot \cos 120°$
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1 - 2 \cdot x\,(x - 1) \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1 + x^2 - x$
$3x^2 - x^2 - 2x - 2x - x + 1 - 1 = 0$
$2x^2 - 5x = 0$
$x \cdot (2x - 5) = 0$
$x = 0$ (não pode, pois x é um lado de um triângulo)
$2x - 5 = 0$
$x = \frac{5}{2}$

Calculando o perímetro do triângulo
$P = x + x - 1 + x + 1 =$
$P = x + x + x$
$P = 3x$
$x = 3 \cdot \frac{5}{2}$
$x = \frac{15}{2}$
$x = 7{,}5$

(Alternativa C)

19. Considere que o quadrado ABCD, representado na figura abaixo, tem lados de comprimento de 1 cm, e que C é o ponto médio do segmento AE. Consequentemente, a distância entre os pontos D e E será igual a



a) $\sqrt{3}$ cm
b) 2 cm
c) $\sqrt{5}$ cm
d) $\sqrt{6}$ cm

Resolução

Lado do quadrado ABCD = 1 cm
Todos os ângulos medem 90°

Quando a diagonal do quadrado é traçada, o ângulo se divide ao meio, logo ele fica 45°. Agora vamos descobrir quanto mede a diagonal usando teorema de Pítagoras.

$1^2 + 1^2 = DE^2$
$DE = \sqrt{2}$

Se AC = CE = $\sqrt{2}$. E o ângulo DCE será 45° + 90° = 135°

Traçando um segmento de reta que liga os pontos D e E, e considerando o triângulo DCE, aplicando lei dos cossenos.

$DE^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} \cdot -\frac{\sqrt{2}}{2}$
$DE^2 = 1 + 2 + 2$
$DE = \sqrt{5}$ cm

(Alternativa C)

20. Em um triângulo, um dos ângulos mede 60° e os lados adjacentes a este ângulo medem 1 cm e 2 cm. O valor do perímetro deste triângulo, em centímetros, é:

a) $3 + \sqrt{5}$
b) $5 + \sqrt{3}$
c) $3 + \sqrt{3}$
d) $3 + \sqrt{7}$
e) $5 + \sqrt{7}$

Resolução

Seja x o lado oposto do ângulo de 60°. Aplicando a lei dos cossenos , teremos :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\theta$
$x^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 60$
$x^2 = 1 + 4 - 4 \cdot \frac{1}{2}$
$x^2 = 5 - 2$
$x^2 = 3$
$x = \sqrt{3}$

Perímetro do triângulo
$1 + 2 + \sqrt{3}$
$3 + \sqrt{3}$

(Alternativa C)