CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Números complexos

Potenciação (1ª fórmula de De Moivre) e radiciação (2ª fórmula de De Moivre)

(1ª fórmula de De Moivre)

Já que o conjunto dos números complexos é uma ampliação do conjunto dos números reais, as operações em $\mathbb{C}$ são definidas de modo a manter o que já é válido nos reais. Vamos proceder da mesma forma com a potenciação em $\mathbb{C}$.

Considere um número complexo z, não nulo, na forma trigonométrica. Podemos obter uma relação para $z^n = [\rho(cos\theta + isen\theta)]^n$, com $n \in \mathbb{N}\ e\ n > 1,$ recorrendo à multiplicação de complexos na forma trigonométrica vista anteriormente, temos que:

$$z^n = \rho^n(cosn\theta + isen\, n\theta)$$

(2ª fórmula de De Moivre)

Considere um número complexo z, não nulo, e um número inteiro n, com n > 1.

Todo número complexo w tal que $w^n = z$ é chamado de raiz enésima de z.

As raízes enésimas de $z = \rho(cos\theta + isen\theta)$ podem ser obtidas pela fórmula:

$$w_k = \sqrt[n]{\rho}\left[cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + isen\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right] com\ k = 0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$$

$e\ n\ natural, n > 1.$

O índice k de w_k indica que z possui n raízes distintas, todas com mesmo módulo igual a $\sqrt[n]{\rho}$ e argumentos $\frac{\theta+2k\pi}{n}$ (distintos entre si) dependendo das condições dadas para n e k.

EXERCÍCIOS

01. Interpretar geometricamente as raízes cúbicas de $z = 8(cos\pi + isen\pi)$.

02. Dado o número complexo $z = -1 - i\sqrt{3}$, calcular z^{50}. Dar a respostas na forma trigonométrica.

GABARITO

1. $w_0 = 2\left(cos\frac{\pi}{3} + isen\frac{\pi}{3}\right)$, $w_1 = 2(cos\pi + isen\pi)$ e $w_2 = 2\left(cos\frac{5\pi}{3} + isen\frac{5\pi}{3}\right)$

2. $z^{50} = 2^{50}\left(cos\frac{2\pi}{3} + isen\frac{2\pi}{3}\right)$