12

Sistemas Lineares

01) **(EsPCEx)** – A soma dos valores reais de a que tornam o sistema

$$\begin{cases} 3^{2a+1}x + y = 1 \\ x + y = 0 \\ (10 \cdot 3^{a} - 3)x + y = 1 \end{cases}$$

possível e determinado é:

a) 0 (X)
b) 2
c) 3
d) 5
e) 6

02) **(EsPCEx)** – A equação matricial $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ -1 \end{Bmatrix}$ tem uma única solução para:

a) $a \neq 2$
b) $a = 2$
c) $a \neq 1/2$ (X)
d) $a = 1/2$
e) $a = -1/2$

03) (ITA) – Seja $A \in M_{3\times3}$ tal que $\det A = 0$. Considere as afirmações:

I) Existe $X \in M_{3\times1}$ não nula tal que AX é identicamente nula.

II) Para todo $Y \in M_{3\times1}$, existe $X \in M_{3\times1}$ tal que $AX = Y$.

III) Sabendo que $A \cdot \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5\\1\\2\end{bmatrix}$, então a primeira linha da transposta de A é [5 1 2]

Temos que:

a) Todas são falsas
b) Apenas (II) é falsa (X)
c) Todas são verdadeiras
d) Apenas (I) e (II) são verdadeiras
e) n.d.a.

04) (EsPCEx) – Os valores de a e b, para que o sistema $\begin{cases}6x + ay + 8z = 0\\x + y + 3z = -5\\6x + y + 13z = b\end{cases}$ seja indeterminado, são respectivamente:

a) 2 e –4
b) 8 e 6
c) –4 e –15 (X)
d) 8 e 2
e) –4 e 8

05) (ITA) – Sejam a, b, c, d números reais não nulos que estão nessa ordem em progressão aritmética. Sabendo que o sistema abaixo

$$\begin{cases}4 \cdot 2^a \cdot x + 2^c \cdot y = \dfrac{2}{3} \cdot 2^b\\3^d \cdot x + 9 \cdot 3^b \cdot y = 81\end{cases}$$

é possível e indeterminado, podemos afirmar que a soma dessa progressão aritmética é:

a) 13
b) 16
c) 28
d) 30
e) n.d.a. (X)

06) (EPCAR) – O valor de m para que o sistema $\begin{cases}mx + y = 0\\-x + y = 0\end{cases}$ seja indeterminado é:

a) –1 (X)
b) 0
c) 1
d) 2

07) (ITA) – Se S é o conjunto dos valores de a para os quais o sistema:

$$x + y + z = 0$$
$$x + (\log_3 a)^2 y + z = 0$$
$$2x + 2y + \left(\log_3 \frac{27}{a}\right) z = 0$$

é indeterminado, então:

a) $S \subset [-3, 3]$ (X)
b) S é vazio
c) $S \subset [2, 4]$
d) $S \subset [1, 3]$
e) $S \subset [0, 1]$

08) (AFA) – O sistema $\begin{cases}a^3x + 2ay = b\\2ax + y = c\end{cases}$ é homogêneo e determinado, se, e somente se,

a) $a \neq 4$ e $b = c = 0$
b) $a \neq 0$ e $a \neq 4$ e $b = c$
c) $a \neq 0$ e $a \neq 4$ e $b = c = 0$ (X)
d) $a \neq 0$ e $a = 4$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$

09) (AFA) – Os valores de m, para os quais o sistema $\begin{cases}x - y + z = 0\\2x - 3y + 2z = 0\\4x + 3y + mz = 0\end{cases}$ admite somente a solução $x = y = z = 0$, são

a) $m = 4$
b) $m > 0$
c) $m \neq 4$ (X)
d) $m < 5$

10) (EN) – O valor de x no sistema

$$\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ a^2x + b^2y + c^2z = 0 \\ a^3x + b^3y + c^3z = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \end{cases}$$

onde a, b e c representam números diferentes é:

a) $\frac{c-a}{b}$

b) $\frac{b-c}{a}$ (X)

c) $\frac{a-b}{c}$

d) $\frac{a-c}{c}$

e) $\frac{c-a}{c}$

11) (EN) – O sistema de equações $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = m \\ x + y = 2 \end{cases}$ é impossível se e somente se

a) $m = 1$

b) $m = -2$

c) $m = 1$ ou $m = -2$

d) $m \neq -2$

e) $m \neq 1$ e $m \neq -2$ (X)

12) (ITA) Em uma mesa de uma lanchonete, o consumo de 3 sanduíches, 7 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R$ 31,50. Em outra mesa, o consumo de 4 sanduíches, 10 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R$ 42,00. Então, o consumo de 1 sanduíche, 1 xícara de café e 1 pedaço de torta totaliza o valor de

a) R$17,50.

b) R$ 16,50.

c) R$ 12,50.

d) R$ 10,50. (X)

e) R$ 9,50.

13) (AFA) – Os valores de k, que fazem o sistema $\begin{cases} x - z = 0 \\ kz + y + 3z = 0 \\ x + ky + 3z = 1 \end{cases}$ admitir uma única solução real, pertencem ao conjunto:

a) $R - \{1, 3\}$

b) $R - \{1, -4\}$ (X)

c) $R - \{-1, 4\}$

d) $R - \{1, -3\}$

14) (ITA) – Se (x, y, z, t) é solução do sistema

$$\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$$

qual das alternativas abaixo é verdadeira?

a) $x + y + z + t$ e x têm o mesmo sinal

b) $x + y + z + t$ e t têm o mesmo sinal

c) $x + y + z + t$ e y têm o mesmo sinal (X)

d) $x + y + z + t$ e z têm o mesmo sinal

e) n.d.a.

15) (AFA) – Dado o sistema $AX = B$, com $X = (x_{ij})_{3\times3}$,

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -9 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que:

a) $x_{13} = \frac{1}{2}x_{22} = -\frac{3}{4}x_{33}$

b) $x_{12} = \frac{2}{5}x_{22} = -\frac{3}{7}x_{31}$

c) $x_{11} = \frac{4}{5}x_{32} = -\frac{1}{2}x_{13}$ (X)

d) $x_{13} = \frac{2}{5}x_{31} = -\frac{3}{2}x_{33}$

16) **(ITA)** – Considere o sistema:

$$(P) = \begin{cases} x + z + w = 0 \\ x + ky + k^2w = 1 \\ x + (k+1)z + w = 1 \\ x + z + kw = 2 \end{cases}$$

Podemos afirmar que (P) é possível e determinado quando:
a) $k \neq 0$
b) $k \neq 1$
c) $k \neq -1$
d) $k \neq 0$ e $k \neq 1$ (X)
e) n.d.a.

17) **(CFO)** – Para que os valores reais de p e q o sistema abaixo não admite solução?

$$\begin{cases} 3x + py + 4z = 0 \\ x + y - 3z = -5 \\ 2x - 3y + z = q \end{cases}$$

Resp $p = -44/7$ e $q \neq -25/13$

18) **(EsPCEx)** – O sistema de equações $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x + y - 2z = -1 \\ 2x + 4y - 2z = 2 \end{cases}$
a) não admite solução
b) admite apenas uma solução
c) admite apenas duas soluções
d) admite infinitas soluções (X)
e) admite apenas a solução $\left(1, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

19) **(EsPCEx)** – O sistema: $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x - 3y - z = 2 \\ 4x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$ é:
a) possível e indeterminado. (X)
b) possível e determinado, sendo $(1, -1, 2)$ a solução.
c) impossível.
d) possível e indeterminado. Sendo $(2, 3, -7)$ uma solução.

20) **(EsPCEx)** – Os valores de λ para os quais o sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x - \lambda y + z = 0 \\ \lambda x - y - z = 0 \end{cases}$$

tem solução diferente da trivial são:
a) 0 ou 1
b) −1 ou 1
c) 0 ou 1/2
d) −1 ou 0 (X)

21) **(EsPCEx)** – Dizemos que dois sistemas de equações lineares são equivalentes se, e somente se, toda solução de um dos sistemas for solução do outro reciprocamente,.
Considerando as seguintes afirmações
I) Dois sistemas de equações lineares 3 × 3, ambos homogêneos, são equivalentes.
II) Dois sistemas de equações lineares 3 × 3, ambos indeterminados, são equivalentes.
III) Os dois sistemas de equações lineares dados a seguir são equivalentes.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 8 \\ x + y + z = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ x - y + z = 4 \\ 4x - y + 2z = 14 \end{cases}$$

Nessas condições podemos afirmar que:
a) apenas I e III são verdadeiras
b) apenas II e III são falsas
c) apenas I é verdadeira
d) as três afirmativas são falsas (X)

22) (AFA) – Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} a_{11}\, x_1 + a_{12}\, x_2 + \ldots + a_{1n}\, x_n = b_1 \\ a_{21}\, x_1 + a_{22}\, x_2 + L + a_{2n}\, x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}\, x_1 + a_{n2}\, x_2 + \ldots + a_{nn}\, x_n = b_n \end{cases}$$

onde $a_{ij} \in R$, $b_i \in R$; $1 \leq i, j \leq n$.
A afirmação correta está contida na alternativa:
a) A solução nula é a única solução do sistema.
b) O conjunto das soluções do sistema contém a solução nula.
c) Se $(r_1, r_2, \ldots, r_n)$ é a solução do sistema, então $(kr_1, kr_2, \ldots, kr_n)$ também é solução.
d) Se $a_{ij} \neq 0$, para $1 \leq i, j < n$ e $b_i \neq 0$, para $1 \leq i \leq n$, então o sistema pode não ter solução. (X)
e) n.r.a.

23) (EN) – A equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ k \end{bmatrix}$$

a) é impossível para todos os valores de k.
b) admite solução qualquer que seja k.
c) admite solução somente se k = 4
d) admite solução somente se k = 8
e) admite solução somente se k = 12 (X)

24) (AMAN) – A relação entre m e n para que o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - nz = 8 \\ 3x - 2y + z = 0 \\ 2x + 4y - mz = 14 \end{cases}$$, seja determinado é:

a) $2m > n$ b) $m < 3n$ c) $m = n$ d) $m \neq 2n$ (X) e) $m = n \neq 0$

25) (AMAN) – O valor de k para que o sistema; $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 2x - 5z = 1 \\ kx - y = 11 \end{cases}$, venha ser indeterminado é:
a) $\frac{12}{10}$
b) $-\frac{11}{10}$ (X)
c) $\frac{20}{100}$
d) $\frac{-32}{1000}$
e) $\frac{-1}{10}$

26) (AFA) – O sistema de equações lineares $\begin{cases} 3x + ky + z = 0 \\ 5x + 4y + 5z = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$ admite mais de uma solução se:
a) $k = \frac{7}{6}$
b) $k = \frac{7}{5}$ ou $k = 2$ (X)
c) $k = \frac{7}{3}$ ou $k = 2$
d) $k = \frac{7}{2}$ ou $k = 2$

27) (EsPCEx) – Sabendo que (x, y, z) é solução do sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 3, \\ 2x + 3y - z = \end{cases}$ o valor de $x^2 + y^2 + z^2$ é:
a) 5 (X)
b) 6
c) 7
d) 9
e) 10

28) (EN) – Para que o sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 4m + 4 \\ 2x - (p+3)y = -1 \end{cases}$, seja impossível deve se ter:

a) $m = -11/8$ e $p = -13/3$

b) $p \neq -13/3$ e $m = -11/8$

c) $p \neq 13/3$ e $m \in]-2, 1]$

d) $m \neq -11/8$ e $p \in]-5, -3]$ (X)

e) $m = -11/8$ e $p \in]-5, 4]$

29) (EN) – O conjunto de valores de λ para os quais há uma infinidade d matrizes X tais que:

$$\begin{pmatrix} \lambda-4 & 8 & -4 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} . X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ é:}$$

a) $\{1, 4\}$

b) $\{-2, 2\}$

c) $\{-2\}$

d) $\{2\}$ (X)

e) $\{4\}$

30) (EsPCEx) – O valor de m, para que o sistema $\begin{cases} -x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \\ 4x + my - 10z = 0 \end{cases}$ admita soluções além da solução trivial é:

a) 1

b) 3

c) 5 (X)

d) 7

e) 9

31) (ITA) – O sistema abaixo, nas incógnitas x, y e z,

$$3^a x - 9^a y + 3z = 2^a$$
$$3^{a+1} x - 5y + 9z = 2^{a+1}$$
$$x + 3^{a-1} y + 3^{a+1} z = 1$$

é possível e determinado quando o número a é diferente de:

a) $\log_3 2$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 5)$

b) $\log_2 3$ e $\frac{1}{2}\log_2 5$

c) $\log_2 1$ e $\frac{1}{2}\log_2 3$

d) $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 1)$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 3)$

e) $\log_3 1$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_3 5)$ (X)

32) (ITA) – Analisando o sistema $\begin{cases} 3x - 2y + z = 7 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + y - 2z = -1 \end{cases}$ concluímos que esse é:

a) possível e determinado com $xyz = 7$

b) possível e determinado com $xyz = -8$

c) possível e determinado com $xyz = 6$ (X)

d) possível e indeterminado

e) impossível

33) (EsPCEx) – Os valores de K, para os quais o sistema $\begin{cases} x - z = 1 \\ Kx + y + 3z = 0 \\ x + Ky + 3z = 1 \end{cases}$ tenha solução única são:

a) $K = 1$ ou $K = -4$

b) $K \neq 1$ ou $K = -4$

c) $K \neq 1$ ou $K \neq -4$ (X)

d) $K \neq -1$ ou $K = 4$

34) (IME) – Determine α para que seja impossível o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (\alpha^2 - 14)z = \alpha + 2 \end{cases}$$

R.: – 4

35) (IME) – Resolva e interprete, geometricamente, o sistema matricial abaixo, em função de α e β.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & -6 & 7 \\ 6 & 8 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \\ \beta \end{bmatrix}$$

R.: Retas concorrentes: $\alpha \neq -20$, $\forall \beta \in R$; coincidentes : $\alpha = -20$, $\beta = 33$; paralelas: $\alpha = -20$, $\beta \neq 33$

36) (EsPCEx) – A soma das soluções do sistema $\begin{cases} x - y + z = 8 \\ 2x + y + z = 5 \\ x + 2y - z = -8 \end{cases}$ é:

a) 4 (X)
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

37) (EsPCEx) – O sistema $\begin{cases} 3x + ky + z = 0 \\ 5x + 4y + 5z = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$ admite mais de uma solução se, e somente se,:

a) $k = \frac{7}{6}$
b) $k = \frac{7}{5}$ ou $k = 2$ (X)
c) $k = 7$ ou $k = -2$
d) $k = \frac{2}{3}$ ou $k = \frac{1}{2}$
e) $k = 0$

38) (EsPCEx) – O valor de m para que o sistema $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ 2x + my + 2z = 0 \\ mx + 2y + mz = 0 \end{cases}$ admita soluções não nulas é:

a) $m = 1$ ou $m = -2$ ou $m = 2$ (X)
b) $m = +\frac{1}{2}$ ou $m = -2$ ou $m = 2$
c) $m \neq -1$ ou $m \neq -2$ ou $m \neq 2$
d) $m \neq -\frac{1}{2}$ ou $m \neq -2$ ou $m \neq 2$

39) (AFA) – Os valores de m, para os quais o sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 3y + mz = 0 \end{cases}$ admite somente a solução $x = y = z = 0$, são:

a) $m = 4$
b) $m > 0$
c) $m \neq 4$ (X)
d) $m < 5$

40) (EsFAO) – O valor de k para que o sistema

$$\begin{aligned} x - 3z &= -3 \\ 2x + ky - z &= -2 \\ x + 2y + kz &= 1 \end{aligned}$$

não tenha nenhuma solução é:

a) $k \neq 2$
b) $k = -5$ (X)
c) $k = 2$
d) $k = 0$
e) $k \neq -5$

41) (ITA) O sistema linear $\begin{cases} bx + y = 1 \\ by + z = 1 \\ x + bz = 1 \end{cases}$ não admite solução se e somente se o número real b for igual a

a) – 1. (X)
b) 0.
c) 1.
d) 2.
e) – 2.

42) (EsPCEx) Em um grupo de três crianças de idades diferentes foi notado que a soma das duas idades menores menos a do maior é igual a 2 anos e que a menor idade mais o dobro da maior é igual a 28 anos. As idades são números inteiros positivos. Dentre todas as possibilidades, existe uma em que a soma das idades das crianças é a maior possível, observando-se sempre o fato de as crianças terem idades diferentes. Essa soma, em anos, é:

a) 20
b) 22
c) 24
d) 26 (X)
e) 28

43) (ITA) Considere as matrizes $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Se X é solução de $M^{-1} NX = P$, então $x^2 + y^2 + z^2$ é igual a

a) 35. (X)

b) 17.

c) 38.

d) 14.

e) 29.

44) (ITA) O número de todos os valores de $a \in [0, 2\pi]$, distintos, para os quais os sistemas nas incógnitas x, y e z dado por

$$\begin{cases} -4x + y - 6z = \cos 3a \\ x + 2y - 5z = \operatorname{sen} 2a \\ 6x + 3y - 4z = -2\cos a, \end{cases}$$

é possível e não-homogêneo, é igual a:

a) 2(X)

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

13

Fatorial – Análise Combinatória

01) (EN) – Se $a_n = \dfrac{(n+1)! - n!}{n^2\,[(n-1)! + n!]}$, então a_{1997} é:

a) $\dfrac{1997}{1996}$

b) $\dfrac{1}{1998}$ (X)

c) 1998!

d) 1997

e) 1

02) (ITA) – Considere todos os números de cinco algarismos formados pela justaposição de 1, 3, 5, 7 e 9 em qualquer ordem, sem repetição. A soma de todos esses números está entre:

a) 5×10^6 e 6×10^6

b) 6×10^6 e 7×10^6 (X)

c) 7×10^6 e 8×10^6

d) 9×10^6 e 10×10^6

e) 10×10^6 e 11×10^6

03) **(ITA)** – Seja $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n!} + \operatorname{sen}\left(\frac{n!\pi}{6} \right); n \in N \right\}$. Qual conjunto abaixo é tal que sua intersecção com A dá o próprio A?
a) $]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$
b) $]-\infty, -2]$
c) $[-2, 2]$ (X)
d) $[-2, 0]$
e) $[0, 2[$

04) **(AFA)** – A quantidade de números distintos, com 4 algarismos, sem repetição, que pode ser obtida com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5 é:
a) 60
b) 240
c) 300 (X)
d) 360

05) **(EN)** – Um grupo de 8 jovens pretende sair para um passeio em dois carros (cada um com capacidade para 4 pessoas). Apenas 4 deles dirigem. O número de modos deles escolherem seus lugares nos dois carros é:
a) 10080
b) 8640 (X)
c) 4320
d) 1440
e) 720

06) **(AFA)** – Dez balões azuis e oito brancos deverão ser distribuídos em três enfeites de salão, sendo que um deles tenha 7 balões e os outros dois, no mínimo 5. Cada enfeite deverá ter 2 balões azuis e 1 branco, pelo menos. De quantas maneiras distintas é possível fazer os enfeites, usando simultaneamente todos os balões?
a) 9 b) 10 (X) c) 11 d) 12

07) **(ITA)** – Uma escola possui 18 professores sendo 7 de Matemática, 3 de Física e 4 de Química. De quantas maneiras podemos formar comissões de 12 professores de modo que cada uma contenha exatamente 5 professores de Matemática, no mínimo 2 de Física e no máximo 2 de Química?
a) 875 b) 1.877 c) 1.995 d) 2.877(X) e) n.d.a.

08) **(CFO)** – Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{a, e, i, o, u\}$ assinale a alternativa que indica o número de funções bijetoras de A em B.
a) 1 b) 6 c) 24 d) 120 (X) e) 125

09) **(CFO)** – Uma prova consta de 40 questões com 5 alternativas cada uma, sendo apenas uma correta. De todos os possíveis cartões de respostas para essa prova, assinale a alternativa que indica o número de cartões com exatamente 35 questões corretas:
a) $4^5 \cdot C_{40,5}$(X) b) $4 \cdot C_{35,4}$ c) $4! \cdot C_{35,4}$ d) $4!C_{40,5}$ e) $C_{40,35}$

10) **(CFO)** – Para fazer o retrato falado de um assaltante, uma delegacia dispõe de um pequeno livro de 10 folhas, cada uma delas dividida em 5 tiras horizontais; em cada tira inferior está desenhado um tipo de queixo, imediatamente acima do queixo, há um tipo de boca; a seguir, o nariz, os olhos e, finalmente, as partes da cabeça que estão acima dos olhos (testa e cabelos). Se a vítima se recorda bem, por exemplo, do nariz do assaltante, ela começa a folhear as 10 tiras dos narizes até encontrar um parecido com o que procura. Assim, de tira em tira, acaba compondo o retrato.
Com esse livro, quantos rostos diferentes podem ser compostos? Indique a alternativa correta.
a) 10^4 b) 10^5 (X) c) 10^6 d) 10^7 e) 10^8

19) (EN) – São dados 8 pontos sobre uma circunferência. Quantos são os polígonos convexos cujos vértices pertencem ao conjunto formado por esses 8 pontos?

a) 219(X)
b) 224
c) 1255
d) 2520
e) 40320

20) (EN) – Um grupo de trabalho na Marinha do Brasil deve ser composto por 20 oficiais distribuídos entre o Corpo da Armada, Corpo de Intendentes e Corpo de Fuzileiros Navais. O número de diferentes composições onde figure pelo menos dois oficiais de cada corpo é igual a:

a) 120 (X)
b) 100
c) 60
d) 29
e) 20

21) (EN) – A Escola Naval (EN) receberá 20 novos Oficiais, entre Fuzileiros, Intendentes e Oficiais da Armada. De quantos modos pode ser preenchido o efetivo da EN se deve haver entre os 20 novos Oficiais pelo menos dois Fuzileiros, pelo menos dois Intendentes e pelo menos dois do Corpo da Armada?

a) 40
b) 80
c) 100
d) 120 (X)
e) 420

22) (ITA) – Quantos anagramas com 6 caracteres distintos podemos formar usando as letras da palavra QUEIMADO, anagramas estes que contenham duas consoantes e que, entre as consoantes, haja pelo menos uma vogal?

a) 7.200(X)
b) 7.000
c) 4.800
d) 3.600
e) 2.400

23) (EsPCEx) – Considere salas de aula cujas quantidades y de carteiras são dadas por $y = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, com $p \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$.

A sala que possui maior quantidade de carteiras é aquela em que:

a) $p = \frac{n}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 1}{2}$, se n é ímpar (X)
b) $p = \frac{n \pm 2}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 3}{2}$, se n é ímpar
c) $p = \frac{n \pm 4}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 5}{2}$, se n é ímpar
d) $p = \frac{n \pm 6}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 7}{2}$, se n é ímpar

24) (EN) – Entre os dez melhores alunos que freqüentam o grêmio de informática da Escola Naval, será escolhido um diretor, um tesoureiro e um secretário. O número de maneiras diferentes que podem ser feitas as escolhas é:

a) 720 (X)
b) 480
c) 360
d) 120
e) 60

25) **(EsFAO)** – Um total de 28 apertos de mão foram trocados no fim de uma reunião. Sabendo-se que cada pessoa cumprimentou todas as outras, o número de pessoas presentes à reunião foi:
a) 8 **(X)**
b) 15
c) 10
d) 9
e) 11

26) **(IME)** Sejam A e B dois subconjuntos de IN. Por definição, uma função f: $A \to B$ é crescente se $a_1 > a_2 \Rightarrow f(a_1) \geq f(a_2)$, para quaisquer a_1 e $a_2 \in A$.
a) Para A = {1, 2} e B = {1, 2, 3, 4}, quantas funções de A para B são crescentes? **Resp: $C_{5,2} = 10$**
b) Para A = {1, 2, 3} e B = {1, 2, ..., n}, quantas funções de A para B são crescentes,onde n é um número inteiro maior que zero? **Resp: $C_{n+2,3}$**

27) **(ITA)** Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras a, b e c?
a) 1692.
b) 1572.
c) 1520.
d) 1512. **(X)**
e) 1392.

28) **(ITA)** Considere 12 pontos distintos dispostos no plano, 5 dos quais estão em uma mesma reta. Qualquer outra reta do plano contém, no máximo, 2 desses pontos. Quantos triângulos podemos formar com os vértices nesses pontos?
a) 210. **(X)**
b) 315.
c) 410.
d) 415.
e) 521.

29) **(ITA)** Considere o conjunto $S = \{(a, b) \in IN \times IN: a + b = 18\}$. A soma de todos os números da forma $\frac{18!}{a!b!}$, $\forall (a, b) \in S$, é:
a) 8^6. **(X)**
b) 9!.
c) 9^6.
d) 12^6.
e) 12!.

30) **(ITA)** Quantos números de seis algarismos distintos podemos formar usando os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, nos quais o 1 e o 2 nunca ocupam posições adjacentes, mas o 3 e o 4 sempre ocupam posições adjacentes?
a) 144. **(X)**
b) 180.
c) 240.
d) 288.
e) 360.

31) **(EsPCEx)** A equipe de professores de uma escola possui um banco de questões de matemática composto de 5 questões sobre parábolas, 4 sobre circunferências e 4 sobre retas. De quantas maneiras distintas a equipe pode montar uma prova com 8 questões, sendo 3 de parábolas, 2 de circunferências e 3 retas?

a) 80
b) 96
c) 240 (X)
d) 640
e) 1280

32) **(EsPCEx)** Um tabuleiro possui casas dispostas em 4 linhas e 4 colunas. De quantas maneiras diferentes é possível colocar 4 peças iguais nesse tabuleiro de modo que, em cada linha e em cada coluna, seja colocada apenas uma peça?

a) 4096
b) 576 (X)
c) 256
d) 64
e) 16

14

Probabilidades

01) **(AFA)** – Uma urna contém 12 peças boas e 5 defeituosas. Se 3 peças foram retiradas aleatoriamente, sem reposição, qual a probabilidade de serem 2(duas) boas e 1(uma) defeituosa?

a) $\frac{1}{12}$
b) $\frac{3}{17}$
c) $\frac{33}{68}$ (X)
d) $\frac{33}{34}$

02) **(AFA)** – Em uma urna são colocados números maiores que 2500, formados com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, sem repetição. A probabilidade de se retirar dessa urna um número com apenas quatro algarismos é:

a) $0,\overline{3}$
b) $0,\overline{34}$
c) $0,\overline{37}$
d) $0,\overline{39}$ (X)

03) **(CFO)** – Sempre que três atletas a, b e c correm juntos, suas probabilidades de vitória são 1/2, 1/3 e 1/6, respectivamente. Se os atletas disputarem duas provas, assinale a alternativa que indica a probabilidade do atleta b ganhar a primeira prova e o atleta c ganhar a segunda prova.

a) 1/4
b) 1/9
c) 1/12
d) 1/18 (X)
e) 1/36

04) **(CFO)** – Dois Oficiais entram em um sorteio para a escala do plantão, que é feito da seguinte maneira: uma urna contém 6 bolas idênticas numeradas de 1 a 6. Os dois oficiais retiram alternadamente uma bola, que é sempre recolocada na urna após ser retirada, aquele que retirar primeiro a bola com o nº 6 será o escalado. O oficial "A" começa retirando a bola.
Assinale a alternativa que indica a probabilidade do oficial "A" ser o escalado para o plantão

a) 1/6
b) 5/36
c) 5/6
d) 6/11(X)
e) 8/11

05) **(AFA)** – Um ponto é selecionado aleatoriamente dentro de um triângulo eqüilátero de lado $\ell = 3$. A probabilidade de a distância desse ponto a qualquer vértice ser maior do que 1 é:

a) $1-\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$
b) $1-\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$
c) $1-\frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$ (X)
d) $1-\frac{\pi\sqrt{3}}{27}$

06) **(AFA)** – Um número inteiro é escolhido ao acaso entre 1 e 20 inclusive. Qual a probabilidade de o número escolhido ser um quadrado perfeito?

a) $\frac{1}{20}$
b) $\frac{1}{10}$
c) $\frac{3}{20}$
d) $\frac{1}{5}$(X)

07) **(AFA)** – Uma urna A contém x bolas vermelhas e y bolas brancas. Uma urna B contém z bolas vermelhas e w bolas brancas. Uma bola é retirada da urna A e colocada na urna B e, então, uma bola é retirada da urna B. A probabilidade dessa última bola ser vermelha é:

a) $\frac{z+1}{z+1+w}$
b) $\frac{x+z}{x+y+z+w}$
c) $\frac{1}{x+y}\left(\frac{x+xz+zy}{z+w+1}\right)$ (X)
d) $\frac{1}{x+y}\left(\frac{xy+xz+zy}{z+w+1}\right)$

08) **(AFA)** – Uma caixa contém 5 vacinas das quais exatamente 2 estão com data de validade vencida. As datas de validade dessas vacinas são verificadas, uma após a outra, até que as duas vencidas sejam encontradas. Então, a probabilidade de o processo parar na terceira verificação é:

a) $\frac{1}{20}$
b) $\frac{1}{10}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{3}{10}$(X)

09) **(EsFAO)** – Lançando-se 4 vezes uma moeda não viciada, a probabilidade de que ocorra cara exatamente 3 vezes é:
a) 3/4
b) 3/16
c) 1/4 **(X)**
d) 11/16
e) 7/16

10) **(AFA)** – Com os dígitos 1, 2, 3, 4 e 5 são formados números de 4 algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso. A probabilidade desse número ser par é:
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{2}{5}$ (X)
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{2}{3}$
e) n.r.a.

11) **(EsFAO)** – Um número positivo "N" de 3 algarismos distintos, escrito na base decimal, é escolhido ao acaso. A probabilidade de log 2N ser inteiro é:
a) 1/450
b) 1/300
c) 1/216 **(X)**
d) 1/180
e) 1/162

12) **(AFA)** – Dentre os números inteiros de 1 a 50, um número é escolhido aleatoriamente. Qual a probabilidade de ele ser divisível por 5?
a) $\frac{1}{50}$ b) $\frac{1}{5}$ **(X)** c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{4}$

13) **(AFA)** – Dois dados são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade da soma ser menor do que 4?
a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{1}{8}$
c) $\frac{1}{12}$ (X)
d) $\frac{1}{16}$

14) **(AFA)** – Duas caixas, A e B, contêm exatamente 5 bolas cada uma. Retiram-se duas bolas de cada caixa, aleatoriamente. O número de elementos do espaço amostral relativo a esse experimento é exatamente:
a) 25
b) 100 (X)
c) $C_{10,4}$
d) 400

15) **(ITA)** Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P_1 é a probabilidade de não sair bola azul e P_2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de $P_1 + P_2$ é
a) 0,21.
b) 0,25.
c) 0,28.
d) 0,35.
e) 0,40. (X)

16) (ITA) São dados dois cartões, sendo que um deles tem ambos os lados na cor vermelha, enquanto o outro tem um lado na cor vermelha e o outro lado na cor azul. Um dos cartões é escolhido ao acaso e colocado sobre uma mesa. Se a cor exposta é vermelha, calcule a probabilidade de o cartão escolhido ter a outra cor também vermelha.

Resp: $\frac{2}{3}$

17) (EsPCEx) A probabilidade de ocorrer um evento A é a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis:

$$\boxed{P(A)=\frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número de resultados possíveis}}}$$

De uma urna com bolas numeradas de 1 a 30 serão sorteadas 3 bolas, sem reposição. Um apostador marcou um bilhete com 5 números distintos (de 1 a 30). A probabilidade de ele acertar os números é

a) $\frac{1}{4060}$

b) $\frac{1}{812}$

c) $\frac{1}{406}$ (X)

d) $\frac{1}{203}$

e) $\frac{1}{10}$

18) (ITA) Uma caixa branca contém 5 bolas verdes e 3 azuis, e uma caixa preta contém 3 bolas verdes e 2 azuis. Pretende-se retirar uma bola de uma das caixas. Para tanto, 2 dados são atirados. Se a soma resultante dos dois dados for menor que 4, retira-se uma bola da caixa BRANCA. Nos demais casos, retira-se uma bola da caixa PRETA. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola verde?

289/480

15

Binômio de Newton

01) (EsPCEx) – O valor de m tal que $\sum_{p=0}^{m} \binom{m}{p} 2^p = 729$ é:

a) 6 (X)

b) 8

c) 10

d) 12

e) 14

02) (EsPCEx) – No desenvolvimento de $(2x - y)^5\,(2x+y)^5$, a soma dos coeficientes numéricos vale:

a) 3

b) 27(X)

c) 81

d) 243

e) 729

03) (ITA) – No desenvolvimento $(x + y)^6$, ordenado segundo as potências decrescentes de x, a soma do 2º termo com $\frac{1}{10}$ do termo de maior coeficiente é igual a oito vezes a soma de todos os coeficientes. Se $x = (2)^{z+1}$ e $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{z-\frac{1}{2}}$, então:
a) $z \in [0, 1]$
b) $z \in (20, 50)$
c) $z \in (-\infty, 0]$ (X)
d) $z \in [1, 15]$
e) n.d.a.

04) (ITA) – A igualdade $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} 7^n + \sum_{j=0}^{m} \binom{m}{j} 2^m = 64$, é válida para:
a) Quaisquer que sejam n e m naturais positivos.
b) Qualquer que seja n natural positivo e m = 3. (X)
c) n = 13 e m = 6
d) n é ímpar e m é par
e) n.d.a.

05) (EPCAR) – Seja dado $(2x + y)^m = \ldots\ldots\ldots + 60x^2y^4 + 12xy^5 + y^6$. No desenvolvimento desse binômio foram escritos apenas os três últimos termos. Sabendo-se que m é inteiro, $0 < m < 20$, e que os termos foram ordenados segundo as potências de x em ordem decrescente, então o segundo termos do desenvolvimento é:
a) $6x^5y$
b) $12x^5y$
c) $24x^5y$
d) $192x^5y$ (X)

06) (EPCAR) – No desenvolvimento de $(x + 1)^8$, ordenado pelas potências de x, o termo central é:
a) $56x^4$
b) $56x^5$
c) $70x^4$ (X)
d) $70x^5$

07) (IME) – Prove, por indução, que:
$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^n b^n$, para $n \in N$

08) (CFO) – No desenvolvimento de $(3x^2 + y)^{37}$, assinale a alternativa que indica o número de temos independentes da variável y.
a) 0
b) 1 (X)
c) 2
d) 3
e) 4

09) (EsPCEx) – O coeficiente do termo x^{98}, no desenvolvimento $(x-1)^{100}$ é:
a) 4950 (X)
b) 3200
c) 6300
d) 2500

10) (EsFAO) – O coeficiente do termo x^3 no desenvolvimento de:
$\left(\sqrt{x} - \frac{a^2}{x}\right)^{15}$ é:
a) $455\ a^6$
b) $105\ a^6$
c) $-105\ a^6$
d) $-455\ a^6$ (X)
e) $-1365\ a^6$

11) (AFA) – No desenvolvimento de $\left(x - \frac{1}{x}\right)^8$, o valor do termo independente de x é:
a) –70
b) –35
c) 35
d) 70 (x)
e) n.r.a.

12) (AMAN) – O desenvolvimento de $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^n$ tem um termo independente de x se:
a) n é par
b) n é ímpar
c) $n = 3p$ onde $p \in N$ (X)
d) $n \neq 0$
e) não existir valor de n que satisfaça

13) (AMAN) – No desenvolvimento de $(x + 2)^8$, ordenado segundo as potências decrescentes de x, o coeficiente do 5º termo é:
a) 32
b) 480
c) 1120 (X)
d) 2400
e) 3460

14) (EN) – O coeficiente de ab^3c^5 no desenvolvimento de $(a + b + c)^9$ é:
a) 60
b) 84
c) 120
d) 504 (X)
e) 1260

15) (EsFAO) – O termo independente de "x" no desenvolvimento de $\left(x^2-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{12}$ é igual a:
a) $-\binom{12}{9}\times 2^9$ (X)
b) $-\binom{12}{10}\times 2^{10}$
c) $\binom{12}{8}\times 2^8$
d) $\binom{12}{9}\times 2^9$
e) $\binom{12}{10}\times 2^{10}$

16) (EsPCEx) – O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(x + 2)^9$ é:
a) 64
b) 126
c) 524
d) 1024
e) 2016 (X)

17) (ITA) – No desenvolvimento de $A=\left(\frac{3a^2}{2}+\frac{2m}{3}\right)^{10}$,

a razão entre a parcela contendo o fator $a^{16}m^2$ e a parcela contendo o fator $a^{14}m^3$ é igual a 9/16. Se a e m são números reais positivos tais que $a = (m^2 + 4)^5$, então:
a) a . m = 2/3
b) a . m = 1/3
c) a + m = 5/2 (X)
d) a + m = 5
e) a – m = 5/2

18) (EsFAO) – O termo independente de x no desenvolvimento $\left(x^4+\frac{1}{x}\right)^{10}$ é:
a) 13
b) 45 (X)
c) 36
d) 40
e) 39

19) (EsFAO) – Sabendo-se que o desenvolvimento $\left(2x^2-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^m$, possui 7 termos, o 3º termo do desenvolvimento é:
a) $-180\ x^8$ (X)
b) $180\ x^7$
c) $165\ x^6$
d) $203\ x^9$
e) $100\ x^5$

20) **(EPCAR)** – Se $\binom{N}{2} = 28$, então N é:
a) 7
b) 8 (X)
c) 14
d) 26

21) **(ITA)** – Sejam $A = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 3^k$ e $B = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} 11^k$.

Se $\ell n\, B - \ell n\, A = \ell n \frac{6561}{4}$, então n é igual a:
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) n.d.a. (X)

22) **(CFO)** – Assinale a alternativa que indica os valores de x na equação: $\binom{20}{8} + \binom{20}{x} = \binom{21}{9}$. Onde $\binom{x}{y}$ são números binomiais:

a) 9 e 8 b) 9 e 10 c) 9 e 11(X) d) 9 e 12 e) 9 e 13

23) **(EsPCEx)** – Seja a equação binomial $\binom{8}{x+3} = \binom{8}{6}$. O produto de suas raízes é:
a) 3
b) –3 (X)
c) 0
d) $\frac{1}{6}$
e) $\frac{1}{3}$

24) **(AMAN)** – Sendo $\dfrac{\binom{2n}{n-1}}{\binom{2n-2}{n}} = \dfrac{132}{35}$, então o valor de n é:
a) 4
b) $\frac{11}{3}$
c) $\frac{1}{2}$
d) 6 (X)
e) 7

25) **(EsFAO)** – A soma $\binom{8}{5} + \binom{9}{5} + \binom{10}{5} + \binom{11}{5} + \binom{12}{5}$ é igual a:
a) $\binom{13}{5}$
b) $\binom{13}{5} - \binom{7}{5}$
c) $\binom{13}{6}$
d) $\binom{13}{6} - \binom{8}{6}$ (X)
e) $\binom{12}{6}$

26) **(ITA)** O termo independente de x no desenvolvimento do binômio
$\left(\sqrt{\dfrac{3\sqrt[3]{x}}{5x}} - \sqrt[3]{\dfrac{5x}{3\sqrt{x}}}\right)^{12}$ é
a) $729\sqrt[3]{45}$
b) $972\sqrt[3]{15}$
c) $891\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$
d) $376\sqrt[3]{\frac{5}{3}}$
e) $165\sqrt[3]{75}$ (X)

27) **(ITA)** – Analise as afirmações classificando-as em verdadeiras ou falsas:

I) O número de maneiras que podemos distribuir 5 prêmios iguais a 7 pessoas de modo que cada pessoa premiada receba no máximo um prêmio é 21.
II) O número de maneiras que podemos distribuir 5 prêmios iguais a 7 pessoas de modo que 4 e apenas 4 sejam premiadas é 140.
III) Para todo natural n, $n \geq 5$, $\binom{n}{5} = \binom{n}{n-5}$
Você conclui que:
a) Apenas I é verdadeira
b) Apenas II e III são verdadeiras
c) Apenas III é verdadeira
d) Todas são verdadeiras (X)
e) Todas são falsas

28) (ITA) Seja $f(x) = \sum_{n=0}^{20} \frac{20!}{n!(20-n)!} x^n$ uma função real de variável real em que n! indica o fatorial de n. Considere as afirmações:
I) $f(1) = 2$.
II) $f(-1) = 0$.
III) $f(-2) = 1$.
Podemos concluir que
a) Somente as afirmações I e II são verdadeiras.
b) Somente as afirmações II e III são verdadeiras. (X)
c) Apenas a afirmação I é verdadeira.
d) Apenas a afirmação II é verdadeira.
e) Apenas a afirmação III é verdadeira.

16

Geometria Espacial – Poliedros

01) (EsPCEx) – Se r e s são retas distintas, então é possível afirmar que:
a) existe sempre um plano α que contém s e não intercepta r.
b) existe sempre uma reta p paralela a r e a s.
c) existe sempre uma reta t perpendicular a r e a s.
d) todas as afirmativas acima são falsas. (X)

02) (EsPCEx) – Se a reta r é paralela ao plano α, então:
a) todas as retas de α são paralelas a r.
b) existem em α retas paralelas a r e retas reversas a r. (X)
c) existem em α retas paralelas a r e retas perpendiculares a r.
d) todo plano que contém r intercepta α, segundo uma reta paralela a r.

03) (EsPCEx) – Considere as seguintes proposições:
I) Toda reta paralela a um plano é paralela a qualquer reta desse plano.
II) Uma reta e um ponto determinam sempre um único plano.

III) Se uma reta é perpendicular a duas retas concorrentes de um plano, então ela é perpendicular a esse plano.
É possível afirmar que:
a) Só I é verdadeira
b) Só III é verdadeira (X)
d) Só III é falsa
c) Só I e III são verdadeiras
e) Só I e III são falsas

04) (AMAN) – Ao estudarmos o problema das posições relativas entre planos e retas, verificamos que:
a) um plano paralelo a uma reta de outro plano é paralèlo a esse plano.
b) um plano perpendicular a uma reta é perpendicular a esse outro plano. (X)
c) um plano paralelo a duas retas de um plano é paralelo ao plano.
d) dois planos paralelos à mesma reta são paralelos.
e) um plano paralelo a três retas de um mesmo plano é paralelo às três retas e ao plano que as contém.

05) (AMAN) – Se uma reta r é perpendicular a um plano α, então:
a) r é concorrente com toda reta de α;
b) r é ortogonal a toda reta de α;
c) r é perpendicular às suas concorrentes em α; (X)
d) r é perpendicular a todo plano perpendicular a α;
e) toda reta perpendicular a r é perpendicular a α.

06) (AMAN) – As retas determinadas pelas intersecções de dois planos α // β com um terceiro plano, são:
a) reversas;
b) perpendiculares;
c) ortogonais;
d) concorrentes;
e) paralelas. (X)

07) (AMAN) – No mesmo plano γ duas retas são paralelas e uma transversal. A quantidade de pontos desse plano que são eqüidistantes das três retas é de:
a) ϕ;
b) 2 pontos de γ; (X)
c) 1 ponto da reta transversal;
d) 4 pontos de γ;
e) 6 pontos de um círculo.

08) (AFA) – Se a reta r é paralela ao plano α, r $\not\subset$ α, então:
a) todas as retas de α são paralelas a r.
b) existem em α retas paralelas e perpendiculares a r.
c) a reta r não pode ser coplanar com nenhuma reta de α.
d) existem em α retas paralelas a r e retas reversas a r. (X)

09) (AFA) – Qual das afirmações abaixo é correta?
a) Dois planos α e β, paralelos à mesma reta, são paralelos entre si
b) Um plano α, paralelo a uma reta de um plano β, é paralelo a β.
c) Um plano α, paralelo a duas retas de um plano β, é paralelo a β.
d) Um plano α, perpendicular a uma reta de um plano β, é perpendicular a β.(X)

10) (EsFAO) – Pelo vértice A do triângulo retângulo ABC de catetos $\overline{AB} = \overline{AC} = 6m$, levanta-se a perpendicular $\overline{AS} = 8m$ ao plano desse triângulo. A distância de A ao plano do triângulo BCS é:

a) $\dfrac{24\sqrt{41}}{41}$ (X)
b) $\sqrt{41}$
c) $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$
d) $3\sqrt{41}$
e) $\dfrac{\sqrt{41}}{5}$

11) (EsPCEx) – As faces de um ângulo poliédrico convexo valem x, 100° – x, 10°, 30° e 40°. O intervalo de variação de x é:

a) $10° < x < 90°$ (X)
b) $0° < x < 90°$
c) $0° < x < 100°$
d) $10° < x < 100°$
e) $50° < x < 200°$

12) (EN) – Um poliedro convexo possui 11 faces. Sabemos que, de um de seus vértices partem 5 arestas, de 5 outros vértices partem 4 arestas e de cada vértice restante partem 3 arestas. O número de arestas do poliedro é:

a) 20 (X)
b) 25
c) 30
d) 37
e) 41

17

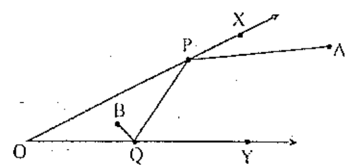
Revisão de Geometria Plana

01) (EsPCEx) – Observei que os ponteiros das horas e dos minutos de meu relógio estavam superpostos às 4 h 21 min 48 seg. Fiz os cálculos e conclui que eles estarão novamente superpostos às:

a) 5h 21min 48seg
b) 5h 27min 16seg (X)
c) 5h 27min 28seg
d) 5h 28min 27seg
e) 5h 28min 15seg

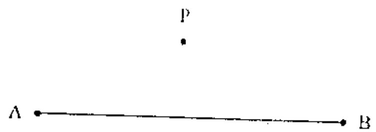
02) (EsFAO) – Na figura temos: $X\hat{O}Y = 28°$; $A\hat{P}X = Q\hat{P}O$ e $P\hat{Q}Y = O\hat{Q}B$. Então o ângulo formado pelas retas $\overline{AP}$ e $\overline{BQ}$ vale:

a) 20°
b) 28°
c) 36°
d) 56° (X)
e) 60°



03) **(CN – 2º ano)** – Se o segmento AB girar, no sentido horário, de um ângulo de 20º, com o ponto A fixo, então, o ponto P' simétrico de P em relação a $\overline{AB}$ vai girar, de um ângulo igual a:

a) 10º
b) 15º
c) 20º
d) 30º
e) 40º(X)



04) **(AMAN)** – O polígono em que o triplo do número de vértices é igual ao total de diagonais é o:

a) eneágono **(X)**
b) dodecágono
c) hexágono
d) heptágono
e) icoságono

05) **(AFA)** – Dados dois triângulos semelhantes, um deles com 4, 7 e 9cm de lado, e o outro com 66cm de perímetro, é possível afirmar que o menor lado do triângulo maior mede, em cm,

a) 9,8
b) 11,6
c) 12,4
d) 13,2 **(X)**

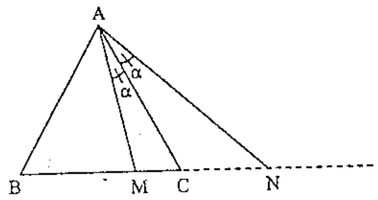
06) **(EN)** – O triângulo ABC é retângulo em A e o ângulo $\hat{C}$ mede 20º. O ângulo formado pela altura e a mediana relativas à hipotenusa é:

a) 10º
b) 30º
c) 40º
d) 50º **(X)**
e) 60º

07) **(EN)** – Considere o problema de determinar o triângulo ABC, conhecidos $\hat{C} = 60º$, AB = x e BC = 6. Podemos afirmar que o problema

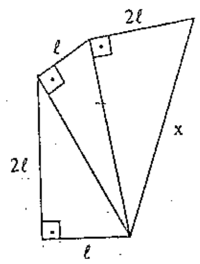
a) sempre admite solução, se $x > 0$.
b) admite duas soluções, se $x > 3$.
c) admite solução única, se $x = 3$.
d) admite duas soluções, se $3\sqrt{3} < x < 6$.
e) não admite solução, se $x > 6$. **(X)**

08) **(EsFAO)** – Na figura, o triângulo ABC é eqüilátero de lado d, $\overline{AN} = 3\overline{AM}$ e $C\hat{A}M = C\hat{A}N$. Então, $\overline{BM}$ vale:



a) $d\sqrt{3}$
b) 3d/2
c) 2d/3
d) d/3 **(X)**
e) d/2

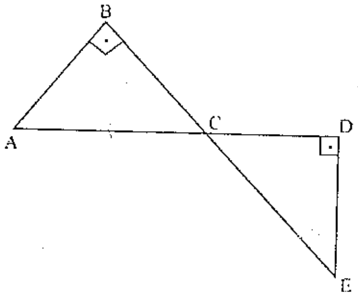
09) **(AFA)** – Na figura abaixo, a razão $\frac{x}{\ell}$ é:



a) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{6}$
c) $2\sqrt{2}$
d) $\sqrt{10}$ **(X)**

10) **(AFA)** – Considere a figura abaixo.
O segmento $\overline{AB}$ mede:

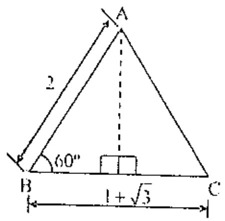
$\overline{DE} = 6$
$\overline{CD} = 4$
$\overline{BC} = 5$



a) 7,0
b) 7,5 (X)
c) 8,0
d) 8,5

11) **(AMAN)** – Seja o triângulo isósceles com lados iguais de 5cm e um lado de 6cm. O ponto P, interior ao triângulo dista dos lados iguais 1 e 2cm respectivamente, então sua distância para o lado maior será:
a) 3,5cm
b) 0,5cm
c) 1,5cm (X)
d) 2,4cm
e) 1,0cm

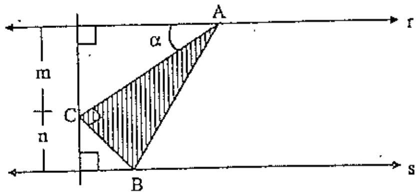
12) **(AFA)** – Considere a figura abaixo.
O perímetro do triângulo ACB mede:



a) $3\sqrt{3}$
b) $\sqrt{3}\,(2+\sqrt{2})$
c) $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$
d) $3+\sqrt{3}\,(1+\sqrt{2})$ (X)
e) n.r.a.

13) **(EsFAO)** – Na figura, C é um ponto situado entre as paralelas r e s distando m de r e n de s. Tomam-se os pontos A e B em r e s, respectivamente, tais que o triângulo ACB é retângulo em C. Sendo α o ângulo que $\overline{AC}$ forma com r, o seu valor para que a área do triângulo ACB seja mínima é:

a) $\pi/3$
b) $\pi/4$ (X)
c) $\pi/5$
d) $\pi/6$
e) $\pi/8$



14) **(EsPCEx)** – Em um triângulo ABC, retângulo em $\hat{A}$ tem-se $\hat{B} = 60°$. As bissetrizes desses ângulos se encontram num ponto D. Se o segmento de reta BD mede 1cm, então a hipotenusa mede:

a) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ cm
b) $1+\sqrt{3}$ cm (X)
c) $2+\sqrt{3}$ cm
d) $1+2\sqrt{2}$ cm
e) $2+2\sqrt{3}$ cm

15) **(EN)** – A área de um triângulo ABC cujos lados medem $\overline{AB} = \sqrt{3}+1$, $\overline{AC} = \sqrt{2}$ e $\overline{BC} = 2$ é:

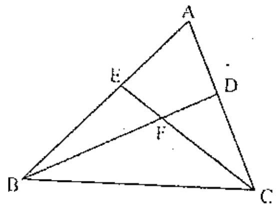
a) $\sqrt{3}-1$
b) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ (X)
c) $\sqrt{3}+1$
d) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
e) $2(\sqrt{3}+1)$

16) **(EN)** – ABC é um triângulo e M é um ponto sobre o lado BC, tal que $\overline{MC} = 2\,\overline{BM}$.

A razão entre as áreas dos triângulos ABC e MAC é:

a) 4
b) 3
c) 2
d) $\frac{9}{4}$
e) $\frac{3}{2}$ (X)

17) **(AFA)** – Considerando-se a figura abaixo, é possível afirmar que:



a) se o triângulo ABC é isósceles, então, os triângulos ABD, ACE e BCD são sempre dois a dois, congruentes.
b) os triângulos ABD e AEC são congruentes, se os lados AB e AC forem congruentes e F, o incentro do triângulo ABC.
c) os triângulos ABD e AEC são congruentes, se os lados AB e BC forem congruentes e F, o ortocentro do triângulo ABC. (X)
d) os triângulos BEF e CDF são congruentes, se os lados AB e BC forem congruentes e F, o baricentro do triângulo ABC.

18) **(IME)** – Provar que a soma das distâncias de um ponto qualquer interior a um triângulo eqüilátero aos lados é constante.

19) **(ITA)** – A diagonal menor de um paralelogramo divide um dos ângulos internos em dois outros, um α e o outro 2α. A razão entre o lado menor e o maior do paralelogramo é:

a) $1/\cos 2\alpha$ b) $1/\text{sen}\,2\alpha$ c) $1/(2\,\text{sen}\,\alpha)$ d) $1/(2\cos\alpha)$ (X) e) $\text{tg}\,\alpha$

20) **(EN)** – Sobre as bases AB e CD de um trapézio tomam-se os pontos E e F, respectivamente, de um modo que EF seja paralela ao lado BC. Se G é o ponto de intersecção de BD e EF, então:

a) $\overline{EB} = \overline{DF}$
b) $\overline{GB} \times \overline{DF} = \overline{GD} \times \overline{EB}$ (X)
c) $\overline{GB} \times \overline{EB} = \overline{GD} \times \overline{DF}$
d) $\overline{AE} \times \overline{EB} = \overline{DF} \times \overline{FC}$
e) G é o ponto médio de BD

21) **(EsFAO)** – Num quadrado ABCD de lado a, sobre o lado $\overline{AD}$, tomamos $\overline{AL} = a/3$ e sobre o lado $\overline{DC}$ tomamos $\overline{DE} = a/3$. Sendo F a intersecção de $\overline{BL}$ com $\overline{AE}$, o valor de $\overline{AF}$ é:

a) a/3
b) $\frac{a\sqrt{10}}{10}$ (X)
c) $\frac{a\sqrt{10}}{3}$
d) $a\sqrt{10}$
e) 2a/3

22) **(EN)** – Os lados de um paralelogramo medem 4cm e 6cm e uma de suas diagonais mede 8cm. O comprimento da outra diagonal é:

a) $2\sqrt{10}$ cm (X)
b) 8cm
c) 10cm
d) $10\sqrt{2}$ cm
e) $2\sqrt{42}$ cm

23) **(EsFAO)** – Na figura, ABCD é um quadrado e CMN é um triângulo eqüilátero. Se a área do quadrado é $1m^2$, então a área de CMN é, em m^2:

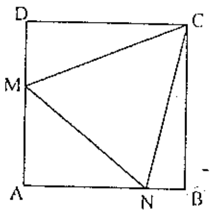
a) $2\sqrt{3}-3$ (X)

b) $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) 3/8

e) $4-2\sqrt{3}$



24) **(EN)** – Os pontos médios dos lados AB e BC do quadrado ABCD são M e N, respectivamente. A reta MN divide a superfície do quadrado ABCD em duas superfícies disjuntas tais que a razão de suas áreas vale:

a) 8

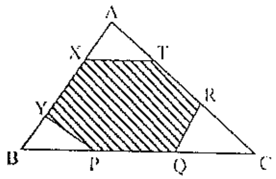
b) 7 (X)

c) 6

d) 5

e) 4

25) **(EsFAO)** – No triângulo ABC da figura, temos: $\overline{AX} = \overline{XY} = \overline{BY}$; $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$ e $\overline{AT} = \overline{TR} = \overline{RC}$. Se a área do triângulo ABC é S, a área do hexágono PQRTXY será:



a) 2S/3 (X)

b) S/3

c) S/6

d) S/2

e) 3S/2

26) **(EN)** – Considere o triângulo ABC de área S, baricentro G e medianas $\overline{CM}$ e $\overline{BN}$. A área do quadrilátero AMGN é igual a:

a) $\frac{S}{2}$

b) $\frac{2S}{3}$

c) $\frac{S}{3}$ (X)

d) $\frac{S}{4}$

e) $\frac{2S}{4}$

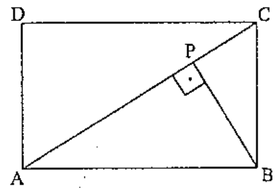
27) **(AFA)** – No retângulo ABCD, $\overline{BC}$ e $\overline{PC}$ medem, respectivamente, 5cm e 3cm. Qual a área, em cm2, do triângulo ABP?

a) $\frac{32}{3}$ (X)

b) 16

c) 19

d) $\frac{62}{3}$



28) **(CN – 2º ano)** – O quadrilátero ABCD da figura tem área S. Se $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{AD}$, $\overline{CF} = \frac{1}{3}\overline{CD}$, $\overline{BG} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ e $\overline{AH} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, então a área do quadrilátero EFGH é:

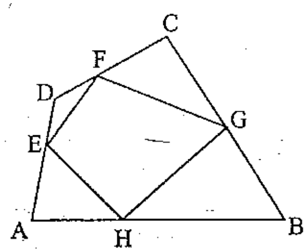
a) $\frac{2S}{3}$

b) $\frac{5S}{9}$ (X)

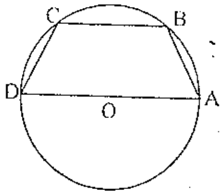
c) $\frac{4S}{9}$

d) $\frac{S}{3}$

e) $\frac{S}{6}$

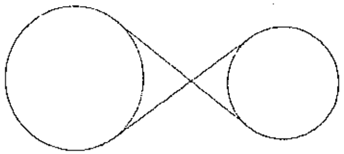


35) **(EsPCEx)** – Na figura abaixo, o segmento BC, paralelo ao segmento AD, representa o lado do hexágono regular inscrito na circunferência de centro O. O comprimento do arco ABC é de $\frac{20}{3}\pi$ cm. Nessas condições, a medida, em cm, do raio da circunferência é de:



a) $\frac{5\pi}{3}$
b) $\frac{10\pi}{3}$
c) 20
d) 15
e) 10 (X)

36) **(EN)** – Na figura abaixo, o raio da roda menor mede 2cm, o raio da roda maior 4cm e a distância entre os centros das duas rodas mede 12cm. O comprimento da corrente, que envolve as duas rodas é, em cm:



a) $8\pi + 12\sqrt{3}$ (X)
b) $8 + 24\sqrt{3} + 8\sqrt{5}$
c) $8\pi + 8\sqrt{5}$
d) 56π

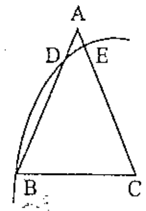
37) **(EN)** – Os círculos C_1, C_2, C_3, . . . , têm centros colineares, são tangentes a uma mesma reta R e cada um deles tangencia exteriormente os círculos adjacentes. Se os raios de C_1 e C_2 são 1 e 2, respectivamente, o raio C_4 é:

a) 4
b) 6
c) 8 (X)
d) 10
e) 12

38) **(EN)** – ABCD é um quadrado de lado 12, E é o ponto do lado CD tal que DE = 4, M é o ponto médio de AE, a mediatriz de AE intercepta o lado BC no ponto Q. Calcule o raio do círculo circunscrito ao quadrilátero EMQC.

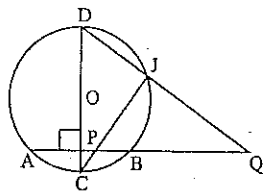
a) $\frac{\sqrt{85}}{3}$
b) $\frac{2\sqrt{85}}{3}$ (X)
c) $\sqrt{85}$
d) $\frac{4\sqrt{85}}{3}$
e) $\frac{5\sqrt{85}}{3}$

39) **(EsFAO)** – No triângulo da figura, temos $\overline{AB} = \overline{AC}$ e C o centro do círculo que passa por B e intercepta $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ em D e E, respectivamente. Se os lados desse triângulo medem 20cm e 10cm, $\overline{AD}$ valerá:



a) 18 cm
b) 15 cm (X)
c) 12 cm
d) 10 cm
e) 5 cm

40) **(CFO)** – No círculo o centro O, abaixo representado, temos PA = 3cm e PB = 2cm. O valor de BQ é:



a) 5 cm
b) 6 cm
c) 8 cm
d) 10 cm (X)
e) 12 cm

41) **(AFA)** – Dois ciclistas correram sobre uma pista circular lado a lado, mantendo uma distância um do outro de 5m. Sabendo-se que o raio da pista para o ciclista da parte externa do circuito é de 200m, então a diferença, em metros, da distância percorrida pelos dois ciclistas após 5 voltas é:

a) 10π
b) 20π
c) 40π
d) 50π (X)

42) **(CN – 2º ano)** – Em um círculo de 20m de diâmetro, uma corda mede 16m. Qual é a medida, em metros, da flecha dessa corda?

a) 4 (X)
b) 6
c) 8
d) 10
e) 12

43) **(AFA)** – Qual é o perímetro, em cm, de um triângulo retângulo, com hipotenusa 5cm, que inscreve uma circunferência de raio r = 1cm?

a) 10
b) 11
c) 12 (X)
d) 13

44) **(AFA)** – Qual a razão entre os perímetros do triângulo eqüilátero, inscrito em uma circunferência de raio r, e do triângulo eqüilátero com altura r?

a) 3/2 (X)
b) 5/3
c) 2/3
d) 3/5

45) **(EN)** – A, B e C são três pontos de uma circunferência de raio r, tais que B pertence ao menor dos arcos de extremidades A e C. $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são iguais aos lados do quadrado e do hexágono regular inscritos na circunferência, respectivamente. A distância entre os pontos A e C é igual a:

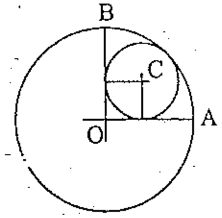
a) r
b) $r\sqrt{\sqrt{3}+2}$
c) $\frac{r}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$ (X)
d) $r\sqrt{\sqrt{5}}$
e) $r\frac{\sqrt{3}}{2}$

46) **(AFA)** – Sejam os triângulos ABC e CDE. O triângulo ABC está inscrito em uma circunferência de raio $\sqrt{3}$, $\overline{CA} = \sqrt{3}$, e, ainda, AB é um diâmetro da mesma. Os vértices D e E do triângulo CDE são a intersecção do prolongamento dos lados CA e CB com a reta paralela a AB e tangente à mesma circunferência. O valor de DE é:

a) 9
b) $5\sqrt{3}$
c) $6+\sqrt{3}$
d) $2(2+\sqrt{3})$ (X)

47) **(AFA)** – Na figura abaixo, a circunferência de centro O tem raio 10cm, e a de centro C tem raio r. Se AO é perpendicular a OB, então o valor de r é:

a) $5(\sqrt{2}-1)$
b) $5(2\sqrt{2}-1)$
c) $10(\sqrt{2}-1)$ (X)
d) $10(2\sqrt{2}-2)$



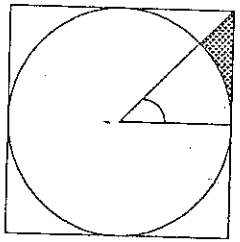
48) **(AFA)** – Considere uma circunferência inscrita em um quadrado de lado a. A área da região hachurada é:

a) $\frac{a^2}{64}(4-\pi)$

b) $\frac{a^2}{32}(4-\pi)$ (X)

c) $\frac{a^2}{16}(4-\pi)$

d) $\frac{a^2}{8}(4-\pi)$



49) **(EsFAO)** – Em um triângulo retângulo a hipotenusa vale h e o raio do círculo inscrito é r. A razão entre a área do círculo e a área do triângulo é:

a) $\frac{\pi r}{h+2r}$ (X)

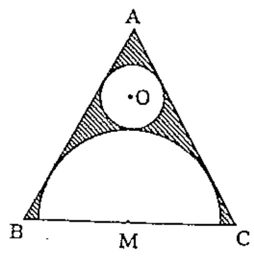
b) $\frac{\pi r}{h+r}$

c) $\frac{\pi r}{2h+r}$

d) $\frac{\pi r^2}{h^2+r^2}$

e) $\frac{2(\sqrt{2}-1)\pi r}{h}$

50) **(CFO)** – O triângulo ABC da figura abaixo, é eqüilátero de lado igual a 12cm. O círculo de centro 0 e o semi-círculo de centro M são tangentes entre si e tangentes aos lados de triângulo. A área da região interna ao triângulo e externa ao círculo e ao semi-círculo, vale em cm^2:



a) $3\left(12\sqrt{3}-11\pi/2\right)$ (X)

b) $3\left(12\sqrt{3}-10\pi\right)$

c) $3\left(12\sqrt{3}-5\pi\right)$

d) $3\left(12\sqrt{3}-27\pi/2\right)$

e) $3\left(12\sqrt{3}-5\pi/2\right)$

51) **(EN)** – Três circunferências de raio r, 2r e 3r são tais que, cada uma delas tangencia exteriormente as outras duas. O triângulo, cujos vértices são os centros dessas circunferências, tem área:

a) r^2

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}r^2$

c) $4r^2$

d) $6r^2$ (X)

e) $12r^2$

52) **(ITA)** – A razão entre as áreas de um triângulo eqüilátero inscrito em uma circunferência e de um hexágono regular, cujo apótema mede 10cm, circunscrito a essa mesma circunferência é:

a) $\frac{1}{2}$ (X)

b) 1

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{8}$

e) n.d.a.

53) **(AFA)** – A razão entre as áreas de um quadrado de lado ℓ e de um círculo de raio r, que possuem o mesmo perímetro, é:

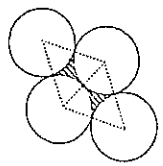
a) $\frac{\pi}{8}$

b) $\frac{\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{4}$ (X)

d) $\frac{\pi}{2}$

54) **(AFA)** – Na figura, todos os círculos têm raio r. Qual a área da parte hachurada?



a) $r^2\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$ (X)

b) $r^2\left(3\sqrt{3}-\pi\right)$

c) $r^2\left(4\sqrt{3}-\pi\right)$

d) $r^2\left(5\sqrt{3}-\pi\right)$

55) **(ITA)** Seja n o número de lados de um polígono convexo. Se a soma de n – 1 ângulos (internos) do polígono é 2004°, determine o número n de lados do polígono.

Resp: n = 14

56) **(ITA)** Considere o triangulo de vértices A, B e C, sendo D um ponto do lado $\overline{AB}$ e E um ponto do lado $\overline{AC}$. Se m($\overline{AB}$) = 8cm, m($\overline{AC}$) = 10cm, m($\overline{AD}$) = 4cm e m($\overline{AE}$) = 6cm, a razão das áreas dos triângulos ADE e ABC é

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{3}{10}$ (X)

e) $\frac{3}{4}$

57) **(ITA)** O triângulo ABC, inscrito em uma circunferência, tem um lado medindo $\frac{20}{\pi}$ cm, cujo ângulo oposto é de 15°. O comprimento da circunferência, em cm, é

a) $20\sqrt{2}(1+\sqrt{3})$. (X)

b) $400(2+\sqrt{3})$.

c) $80(1+\sqrt{3})$.

d) $10(2\sqrt{3}+5)$.

e) $20(1+\sqrt{3})$.

58) **(ITA)** Considere um triângulo isósceles ABC, retângulo em A. Seja D a intersecção da bissetriz do ângulo Â com o lado $\overline{BC}$ e E um ponto da reta suporte do cateto $\overline{AC}$ de tal modo que os segmentos de reta $\overline{BE}$ e $\overline{AD}$ sejam paralelos.
Sabendo que $\overline{AD}$ mede $\sqrt{2}$ cm, então a área do círculo inscrito no triângulo EBC é

a) $\pi(4-2\sqrt{3})$ cm².

b) $2\pi(3-2\sqrt{2})$ cm².

c) $3\pi(4-2\sqrt{3})$ cm².

d) $4\pi(3-2\sqrt{2})$ cm². (X)

e) $\pi(4-2\sqrt{2})$ cm².

59) **(ITA)** Duas circunferências concêntricas C_1 e C_2 têm raios de 6 cm e $6\sqrt{2}$ cm, respectivamente.
Seja $\overline{AB}$ uma corda de C_2, tangente à C_1. A área da menor região delimitada pela corda $\overline{AB}$ e pelo arco $\overset{\frown}{AB}$ mede, em cm².

a) $9(\pi-3)$

b) $18(\pi+3)$

c) $18(\pi-2)$ (X)

d) $18(\pi+2)$

e) $16(\pi+3)$

60) (ITA) Sejam r e s duas retas que se interceptam segundo um ângulo de 60º. Seja C_1 uma circunferência de 3 cm de raio, cujo centro O se situa em s, a 5 cm de r. Determine o raio da menor circunferência tangente à C_1 e à reta r, cujo centro também se situa na reta s.
Resp: $29-16\sqrt{3}$

61) (ITA) Considere a circunferência inscrita em um triângulo isósceles com base de 6 cm e altura de 4 cm. Seja t a reta tangente a essa circunferência e paralela à base do triângulo. O segmento de t compreendido entre os lados do triângulo mede
a) 1 cm.
b) 1,5 cm. (X)
c) 2 cm.
d) 2,5 cm.
e) 3 cm.

18

Prismas

01) (EsPCEx) – O volume de um paralelepípedo retângulo é igual a 864 cm², sua diagonal mede $2\sqrt{106}$ cm e a soma de suas dimensões vale 32cm. Um cubo, tem área total igual à área total do paralelepípedo. Para que o volume desse cubo se torne igual a 343cm³, a medida de sua aresta deve ser diminuída de:
a) 2 cm
b) 3 cm (X)
c) 4 cm
d) 5 cm

02) (EsPCEx) – Uma piscina em forma de paralelepípedo retângulo tem largura de 6 metros, diagonal do fundo com 10 metros e diagonal da face que contém o comprimento igual a $4\sqrt{5}$ metros. Para enchê-la com a água será utilizado um caminhão tanque com capacidade de 6000 litros. O número de cargas completas, desse mesmo caminhão, necessárias para que a piscina fique completamente cheia:
a) 24 b) 28 c) 32 (X) d) 54 e) 80

03) **(ITA)** – São dados dois cubos I e II de áreas totais S_1 e S_2 e de diagonais d_1 e d_2, respectivamente. Sabendo-se que $S_1 - S_2 = 54m^2$ e que $d_2 = 3m$, então o valor da razão $\frac{d_1}{d_2}$ é:

a) 3/2
b) 5/2
c) 2 (X)
d) 7/3
e) 3

04) **(CN – 2º ano)** – Uma tábua de madeira tem 2m de comprimento, 1,2m de largura e 5cm de espessura. Se $1dm^3$ dessa madeira pesa 800g, o peso, em kg, dessa madeira é igual a:

a) 0,96
b) 9,6
c) 96 (X)
d) 960
e) 9600

05) **(EN)** – A altura de um paralelepípedo retângulo mede 60cm e sua base é um quadrado. A diagonal do paralelepípedo forma um ângulo de 60° com o plano da base. O volume do paralelepípedo retângulo é em cm^3:

a) 12000
b) 18000
c) 24000
d) 27000
e) 36000 (X)

06) **(EN)** – Um paralelepípedo retângulo de volume V tem dimensões inversamente proporcionais a A, B e C. A área total do paralelepípedo é:

a) $\frac{2V(ABC)}{A+B+C}$

b) $\frac{V(A+B+C)}{ABC}$

c) $\sqrt[3]{2V^2(A+B+C)}$

d) $\sqrt[3]{V(AB+AC+BC)}$

e) $2(A+B+C)\sqrt[3]{\frac{V^2}{ABC}}$ (X)

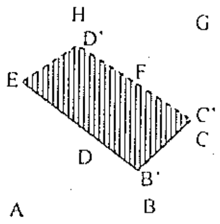
07) **(AMAN)** – Aumentando a aresta de um cubo de $\sqrt{3}$ m obtemos outro cubo cuja diagonal mede 15m. A área total do cubo primitivo é:

a) 238 m^2
b) $(23+\sqrt{3})$ m^2
c) 328 m^2
d) 288 m^2 (X)
e) 72 m^2

08) **(AFA)** – Se a soma das medidas das arestas de um cubo é igual a 72, então o volume do cubo será igual a:

a) 40
b) 100
c) 144
d) 216(X)

09) **(EsFAO)** – A aresta do cubo da figura mede 15cm. Sobre as arestas $\overline{BF}$ e $\overline{DH}$ tomam-se $\overline{BB'} = 9cm$ e $\overline{DD'} = 11cm$, respectivamente. O plano determinado por EB'D', intercepta a aresta $\overline{CG}$ em C'. O valor de $\overline{CC'}$ é:



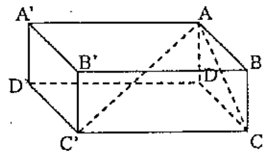
a) 3 cm
b) 5 cm (X)
c) 7 cm
d) 8 cm
e) 10 cm

10) **(EsPCEx)** – Sabe-se que um prisma hexagonal regular tem por altura o diâmetro da circunferência circunscrita à base, e que a maior de suas diagonais mede $20\sqrt{2}$ cm. Sua área total e seu volume valem, respectivamente:
a) 1200 cm^2 e $3000\sqrt{3}\,cm^3$
b) $3\sqrt{3}\,dm^2$ e 3 dm^3
c) $3\left(4+\sqrt{3}\right)dm^2$ e $3\sqrt{3}\,dm^3$ (X)
d) $1500\sqrt{3}\,cm^2$ e $3000\sqrt{3}\,cm^3$
e) e 3000 cm^3

11) **(AFA)** – Em um prisma hexagonal regular, a área lateral é 75% da área total. A razão entre a aresta lateral e a aresta da base é:

a) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ b) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (X)

12) **(CFO)** – No paralelepípedo retângulo ABCDA'B'C'D' da figura, abaixo, temos que AB = AD = a e o ângulo CÂC' = 45º. O volume do paralelepípedo é:
a) $a^3\sqrt{2}$ (X)
b) a^3
c) $a^3\sqrt{3}$
d) $a^3\sqrt{2}/2$
e) $a^3\sqrt{3}/2$



13) **(AFA)** – A base de um paralelepípedo oblíquo é um quadrado de lado a. Uma das arestas laterais é b, que forma um ângulo de 60º com os lados adjacentes da base. Qual o volume, em unidades de volume, desse paralelepípedo?

a) $\frac{b\sqrt{2}}{2a^2}$

b) $\frac{2a^2b}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{a^2\sqrt{2}}{2b}$

d) $\frac{a^2b\sqrt{2}}{2}$ (X)

14) **(ITA)** – Dado um prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume desse prisma, em cm^3, é:
a) $27\sqrt{3}$
b) $13\sqrt{2}$
c) 12
d) $54\sqrt{3}$ (X)
e) $17\sqrt{5}$

15) **(EPCAR)** – A área lateral de um prisma hexagonal regular de 10cm de altura e apótema da base medindo $3\sqrt{3}$ cm é, em cm^2:

a) 340
b) 360 (X)
c) 380
d) 400

16) **(EsPCEx)** Dispondo de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo, com as dimensões da figura, preenchido com água até o nível indicado, um aluno fez o seguinte experimento:

– mergulhou na água um cubo maciço, com $1cm^3$ de volume;

– mergulhou, sucessivamente, novos cubos, cada vez maiores, cujos volumes formam, a partir do cubo de $1cm^3$ de volume, uma progressão aritmética de razão $2cm^3$.

Após mergulhar certo número de cubos, que ficaram completamente submersos, verificou que a altura do nível da água passou para 39cm.

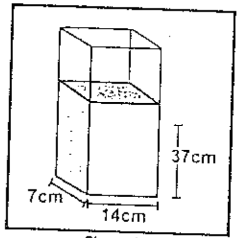


Figura fora de escala

Com base nessas informações, a área total do último cubo colocado é de

a) $54cm^2$ (X)
b) $42cm^2$
c) $24cm^2$
d) $150cm^2$
e) $216cm^2$

17) **(ITA)** Considere um prisma regular em que a soma dos ângulos internos de todas as faces é 7200°. O número de vértices desse prisma é igual a

a) 11
b) 32
c) 10
d) 20
e) 22 (X)

19

Cilindros

01) (AFA) – Em m^3, qual o volume de um cilindro cuja base está circunscrita a um triângulo eqüilátero de $2\sqrt{3}$ m de lado e cuja altura é a mesma do triângulo eqüilátero inscrito em sua base?
a) 6π
b) 8π
c) 12π (X)
d) 16π

02) (EsPCEx) – Sabe-se que os raios das bases dos cilindros C_1 e C_2, de mesma área lateral, medem, respectivamente, 12m e 4m. Se o volume de C_1 é igual a $432\pi\ m^3$, é possível afirmar que o volume de C_2 é igual a:
a) $138\pi\ m^3$
b) $140\pi\ m^3$
c) $142\pi\ m^3$
d) $144\pi\ m^3$ (X)

26

Geometria Analítica – Retas

01) **(EsPCEx)** – Os gráficos das funções r_1: $y = ax + b$; r_2: $y = cx + d$; t_1: $y = mx + h$ e t_2: $y = nx + k$ são tais que:

$r_1 // r_2$ e $t_1 \perp t_2$

Nessas condições, é possível afirmar que:

a) $a = -c$ e $m = -\frac{1}{n}$

b) $a = -\frac{1}{c}$ e $m = -n$

c) $a = c$ e $n = -\frac{1}{m}$ (X)

d) $a = c$ e $n = \frac{1}{m}$

02) **(AFA)** – Há dois pontos sobre a reta $y = 2$ que distam 4 unidades da reta $12y = 5x + 2$. A soma das abscissas desses pontos é:

a) -2

b) 6

c) $\frac{42}{5}$

d) $\frac{44}{5}$ (X)

03) **(AFA)** – Qual dos pontos abaixo é eqüidistante dos vértices do triângulo A (−1, 1), B (2, 1) e C (3, 2)?

a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ (X)

d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-7}{2}\right)$

04) **(EsFAO)** – Os pontos P = (4, −2), Q = (−1, 3) e R = (1, 4), são vértices de um triângulo retângulo. A área desse triângulo é:

a) 3/5
b) 18/20
c) 13/3
d) 15/2 (X)
e) 7/8

05) **(ITA)** – Três pontos de coordenadas, respectivamente, (0, 0), (b, 2b) e (5b, 0), com b > 0, são vértices de um retângulo. As coordenadas do quarto vértice são dadas por:

a) (−b, −b)
b) (2b, −b)
c) (4b, −2b) (X)
d) (3b, −2b)
e) (2b, −2b)

06) **(ITA)** – A equação da reta bissetriz do ângulo agudo que a reta y = m x, m > 0 forma com o eixo dos x, é:

a) $y = \dfrac{1+\sqrt{1+m^2}}{m}x$

b) $y = \dfrac{1-\sqrt{1+m^2}}{m}x$

c) $y = \dfrac{-1-\sqrt{1+m^2}}{m}x$

d) $y = \dfrac{-1+\sqrt{1+m^2}}{m}x$ (X)

e) n.d.a.

07) **(EN)** – Considere os conjuntos:
$A_k = \{ (x, y) \in R^2 \mid (1 + k)x + 2ky - 3 + k = 0\}$.
Então, $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \ldots$ é igual a:

a) ϕ
b) $\{ (x, y) \in R^2 \mid x + y - 3 = 0\}$
c) $\{ (x, y) \in R^2 \mid x = 3\}$
d) {(0, 0)}
e) {(3, −2)} (X)

08) **(AFA)** – Dada a seqüência de retas (r_n) n ∈ N*, tal que:

$(r_{10}): y = \dfrac{x}{1024} + \dfrac{13}{2}$; $(r_{11}): y = \dfrac{x}{2048} + 7$; $(r_{12}): y = \dfrac{x}{4096} + \dfrac{15}{2}$

é correto afirmar que a reta (r_1) passa pelo ponto:

a) (3, 2)
b) (3, 4)
c) (4, 4) (X)
d) (4, 6)

09) (AFA) – A área, em u.a., da circunferência que circunscreve o triângulo determinado pelas retas (r_1): $y = 2x + 1$, (r_2): $2y + x - 12 = 0$ e (r_3): $y = 1$, é:

a) 9π

b) 16π

c) 25π (X)

d) 36π

10) (EN) – Considere o triângulo de vértices A (0, 0), B (4, 0) e C (3, 2). O centro da circunferência que passa pelos pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ e pelo pé da altura traçada do vértice C é o ponto:

a) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{8}\right)$ (X)

b) $\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{8}\right)$

c) $\left(\frac{3}{2}, \frac{8}{9}\right)$

d) $\left(\frac{5}{2}, -\frac{8}{7}\right)$

e) $\left(\frac{5}{2}, \frac{8}{7}\right)$

11) (EN) – Considere o quadrilátero cujos vértices são os pontos de intersecção das retas $y = 2x + 1$ e $y = 3x + 5$ com os eixos coordenados. A área desse quadrilátero é:

a) 5 unidades de área

b) $\frac{37}{14}$ unidades de área

c) 3 unidades de área

d) $\frac{53}{12}$ unidades de área

e) $\frac{47}{12}$ unidades de área (X)

12) (ITA) – Seja r a mediatriz do segmento de reta de extremos M = (–4, –6) e N = (8, –2). Seja R o raio da circunferência com centro na origem e que tangencia a reta r. Então:

a) $R = \frac{\sqrt{7}}{3}$

b) $R = \frac{\sqrt{15}}{3}$

c) $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$

d) $R = \frac{\sqrt{10}}{5}$

e) n.d.a. (X)

13) (AFA) – Para que a reta de equação $x - 5y + 20 = 0$, seja paralela à reta determinada pelos pontos M(r, s) e N(2, 1), deve-se ter r igual a:

a) $\frac{5}{2}s - \frac{5}{2}$

b) $-5s + 7$

c) $-5s + 3$

d) $5s - 3$ (X)

14) (CFO) – No triângulo ABC de vértices A(3, 2), B(–1, 1) e C(2, 1), a altura relativa ao lado AC mede, em unidades de comprimento:

a) $\sqrt{2}/2$ (X)

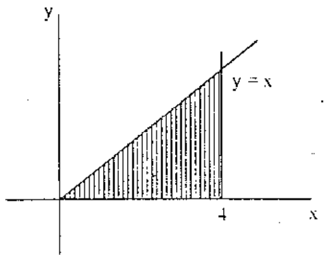
b) 1

c) $\sqrt{2}$

d) $5\sqrt{2}/4$

e) $3\sqrt{2}/2$

15) **(AFA)** – O ponto do sistema de coordenadas cartesianas que define o baricentro do triângulo hachurado na figura abaixo, é:



a) $\left(\frac{7}{3}, 1\right)$

b) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (X)

c) $\left(3, \frac{5}{3}\right)$

d) $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$

16) **(EsFAO)** – Seja P um ponto da reta $2x - y = 0$ que eqüidista de $A(1, -3)$ e da reta r: $x + 2y - 1 = 0$. As coordenadas de P são:

a) (13/20, 13/10)

b) (23/30, 23/15)

c) (–27/40, –27/20)

d) (–49/60, –49/30) (X)

17) **(AFA)** – As retas (r) $3x + 2y - 5 = 0$, (s) $x + 7y - 8 = 0$ e (t) $5x - 4y - 1 = 0$ são concorrentes no mesmo ponto P. A distância do ponto P à reta (u) $3x - 4y + 3 = 0$ é:

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{5}$ (X)

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{4}{5}$

e) n.r.a.

18) **(AFA)** – Dois lados de um paralelogramo ABCD estão contidos nas retas (r) $y = 2x$ e (s) $x = 2y$, respectivamente. Se $A = (5, 4)$, então:

a) $B = (-1, -2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (2, 4)$.

b) $B = (-1, 2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (2, 4)$

c) $B = (1, -2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (4, 2)$

d) $B = (1, 2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (4, 2)$ (X)

e) n.r.a.

19) **(AMAN)** – A soma dos coeficientes angulares das equações das linhas retas que contêm o ponto A(4, 3), determinando com os eixos coordenados, nos quadrantes em que passam, triângulos de área igual a 3 unidades quadradas é:

a) 1,645

b) 2,625

c) 1,875 (X)

d) 2,525

e) 1,015

20) **(EsFAO)** – A distância entre as retas $x - 2y + 3 = 0$ e $2x - 4y + k = 0$ é $\frac{\sqrt{5}}{5}$ unidades de comprimento.

O produto dos valores de k é igual a:

a) 35

b) 32 (X)

c) 12

d) –32

e) –35

21) (EsFAO) – A equação da reta s perpendicular à reta $2x - 3y + 4 = 0$ e que passa por $(3, -1)$ é:
a) $3x + 2y - 7 = 0$ (X)
b) $3x - 2y - 11 = 0$
c) $2x - 3y - 15 = 0$
d) $3x + 2y + 1 = 0$
e) $3x - 2y = 0$

22) (AFA) – Para que as retas (r) $2y - x - 3 = 0$ e (s) $3y + kx - 2 = 0$ sejam perpendiculares, o valor de k deve ser:
a) $-\dfrac{2}{3}$
b) $\dfrac{3}{2}$
c) 5
d) 6 (X)

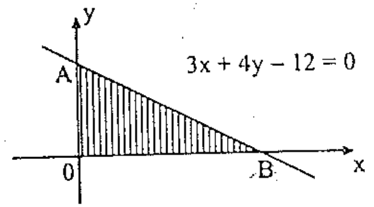
23) (ITA) – Sendo (r) uma reta dada pela equação $x - 2y + 2 = 0$, então a equação da reta (s) simétrica à reta (r) em relação ao eixo das abscissas é descrita por:
a) $x + 2y = 0$
b) $3x - y + 3 = 0$
c) $2x + 3y + 1 = 0$
d) $x + 2y + 2 = 0$ (X)
e) $x - 2y - 2 = 0$

24) (ITA) – Dadas as retas (r_1): $x + 2y - 5 = 0$, (r_2): $x - y - 2 = 0$ e (r_3): $x - 2y - 1 = 0$, podemos afirmar que:
a) são 2 a 2 paralelas
b) (r_1) e (r_3) são paralelas
c) (r_1) é perpendicular a (r_3)
d) (r_2) é perpendicular a (r_3)
e) as três retas são concorrentes em um mesmo ponto (X)

25) (AFA) – Dados, em um sistema de coordenadas cartesianas, os pontos $A = (1, 2)$, $B(2, -2)$ e $C(4, 3)$, então, a equação da reta, que passa por A e pelo ponto médio do segmento $\overline{BC}$, é dada por:
a) $3x + 2y - 7 = 0$
b) $x + 3y - 7 = 0$
c) $4x + \dfrac{7}{2}y - 11 = 0$
e) $3x + 4y - 11 = 0$ (X)

26) (AFA) – As equações das retas suportes dos lados do triângulo, de vértices $A = (0, 0)$, $B = (1, 3)$ e $C = (4, 0)$, são:
a) $3x - y = 0$, $x + y - 4 = 0$ e $y = 0$ (X)
b) $3x + y = 0$, $x + y - 4 = 0$ e $y = 0$
c) $3x + y = 0$, $x - y + 4 = 0$ e $y = 1$
d) $3x - y = 0$, $x - y + 4 = 0$ e $y = 1$

27) (AFA) – Qual é a área do triângulo da figura abaixo?



a) 4
b) 5
c) 6 (X)
d) 7

28) (AFA) – Dadas as retas (r) $x - y + 1 = 0$ e (s) $2x + y - 2 = 0$, é possível afirmar que a distância do ponto $P = r \cap s$ à origem é:

a) $\frac{\sqrt{17}}{4}$

b) $\frac{\sqrt{17}}{3}$ (X)

c) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

d) $\sqrt{17}$

29) (ITA) – Duas retas r e s são dadas, respectivamente, pelas equações $3x - 4y = 3$ e $2x + y = 2$. Um ponto P pertencente à reta s tem abscissa positiva e dista 22 unidades de medida da reta r. Se $ax + by + c = 0$ é a equação da reta que contém P e é paralela a r, então $a + b + c$ é igual a:

a) –132
b) –126
c) –118
d) –114 (X)
e) –112

30) (ITA) – Dados os pontos A:(0, 8), B:(–4, 0) e C:(4, 0), sejam r e s as retas tais que A, B ∈ r, B, C ∈ r. Considere P_1 e P_2 os pés das retas perpendiculares traçadas de P:(5, 3) às retas r e s, respectivamente. Então a equação da reta que passa por P_1 e P_2 é:

a) $y + x = 5$ (X)
b) $y + 2x = 5$
c) $3y - x = 15$
d) $x + y = 2$
e) n.d.a.

31) (ITA) A área de um triângulo é de 4 unidades de superfície, sendo dois de seus vértices os pontos A: (2, 1) e B: (3, – 2). Sabendo que o terceiro vértice encontra-se sobre o eixo das abscissas, é possível afirmar que suas coordenadas são:

a) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ou (5, 0)

b) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ ou (4, 0)

c) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ ou (5, 0) (X)

d) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ ou (4, 0)

e) $\left(-\frac{1}{5}, 0\right)$ ou (3, 0)

32) (ITA) Em um sistema de coordenadas cartesianas, duas retas r e s, com coeficientes angulares 2 e $\frac{1}{2}$, respectivamente, se interceptam na origem 0. Se B ∈ r e C ∈ s são dois pontos no primeiro quadrante tais que o segmento $\overline{BC}$ é perpendicular a r e a área do triângulo OBC é igual a 12×10^{-1}, então a distância de B ao eixo das ordenadas vale.

a) $\frac{8}{5}$.

b) $\frac{4}{5}$. (X)

c) $\frac{2}{5}$.

d) $\frac{1}{5}$.

e) 1.

33) **(ITA)** Em relação a um sistema de eixos cartesiano ortogonal no plano, três vértices de um tetraedro regular são dados por $A = (0, 0)$, $B = (2, 2)$ e $C = (1 - \sqrt{3}\ , 1 + \sqrt{3}\ )$. O volume do tetraedro é

a) $\frac{8}{3}$ (X)
b) 3
c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
d) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
e) 8

34) **(ITA)** A área do polígono, situado no primeiro quadrante, que é delimitado pelos eixos coordenados e pelo conjunto $\{(x, y) \in IR^2$: $3x^2 + 2y^2 + 5xy - 9x - 8y + 6 = 0\}$, é igual a:

a) $\sqrt{6}$
b) $\frac{5}{2}$ (X)
c) $2\sqrt{2}$
d) 3
c) $\frac{10}{3}$

27

Circunferência

01) **(EN)** – Seja P o ponto da circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$ mais próximo da origem. A soma das coordenadas de P é:

a) $\frac{18}{5}$
b) $\frac{7}{2}$
c) $\frac{9}{2}$
d) $\frac{28}{5}$ (X)
e) $\frac{13}{2}$

02) **(EsFAO)** – A equação de uma reta que passa pelo centro da circunferência cuja equação é $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ e é perpendicular à reta $3x - 2y + 7 = 0$ é:

a) $3x + 2y + 7 = 0$
b) $2x + 3y + 4 = 0$ (X)
c) $3x - 2y - 4 = 0$
d) $2x + 2y - 7 = 0$
e) $2x - 2y - 4 = 0$

03) (AFA) – Qual a menor distância em cm, entre o ponto P(−4, 3) e a circunferência $x^2 + y^2 - 16x - 16y + 24 = 0$?

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{5}$

c) 3

d) 5 (X)

04) (ITA) – Seja C a circunferência $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$. Considere em C a corda AB cujo ponto médio é M:(2, 2). O comprimento de AB (em unidade de comprimento) é igual a:

a) $2\sqrt{6}$

b) $\sqrt{3}$

c) 2

d) $2\sqrt{3}$

e) n.d.a. (X)

05) (AFA) – Qual o valor numérico da área do polígono que tem como vértices a intersecção da circunferência de centro C(2, 0) e raio 4, com os eixos coordenados?

a) $8\sqrt{2}$

b) $8\sqrt{3}$

c) $16\sqrt{2}$

d) $16\sqrt{3}$ (X)

06) (AFA) – No primeiro quadrante, seja a região triangular β determinada pelos eixos coordenados e pela reta (r) : $y = -x + a$ e a região circular (α) $2x^2 + 2y^2 < a^2$. O valor numérico da área da região $\beta - \alpha$ é:

a) $\frac{a^2}{16}(4-\pi)$

b) $\frac{a^2}{8}(4-\pi)$ (X)

c) $\frac{a^2}{32}(\pi-1)$

d) $\frac{a^2}{4}(\pi-1)$

07) (AFA) – Qual da equações abaixo representa a circunferência centrada no eixo das abscissas e tangente, externamente, no ponto da intersecção da bissetriz do primeiro quadrante com a circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 17 = 0$?

a) $x^2 + y^2 - 3 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

b) $x^2 + y^2 + \left(6-\sqrt{2}\right)x = 0$

c) $x^2 + y^2 - \left(6+\sqrt{2}\right)x = 0$

d) $x^2 + y^2 - 19 + 6\sqrt{2} = 0$ (X)

08) (ITA) – Seja C a circunferência dada pela equação $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 = 0$. P = (a, b) é o ponto em C mais próximo da origem, então:

a) $a = -\frac{3}{2}$ e $4b^2 + 24b + 15 = 0$

b) $a = -\frac{1}{2}$ e $4b^2 + 24b + 33 = 0$

c) $a = \frac{\sqrt{10}}{10} - 1$ e $b = 3a$

d) $a = -\frac{\sqrt{10}}{10} - 1$ e $b = 3a$ (X)

e) n.d.a.

09) (ITA) – Considere a região ao plano cartesiano xy definida pela desigualdade: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 \leq 0$.
Quando essa região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{3}$ radianos em torno da reta $y + x + 1 = 0$, ela irá gerar um sólido cujo volume é igual a:

a) $\frac{4\pi}{3}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{3}$

d) $\frac{4\pi}{9}$ (X)

e) n.d.a.

10) **(CFO)** – A equação da circunferência na qual os pontos $A(2; -\sqrt{3})$ e $B(0; \sqrt{3})$ são diametralmente opostos é:

a) $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 2x + 3 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ (X)
d) $x^2 + y^2 = 3$
e) $x^2 + y^2 + 4x - 1 = 0$

11) **(AFA)** – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, considere P1 a circunferência de equação $2x^2 + 2y^2 - 11x + 6y - 8 = 0$. Então, a equação da circunferência que é tangente ao eixo das abscissas e com o mesmo centro de P1, é dada por:

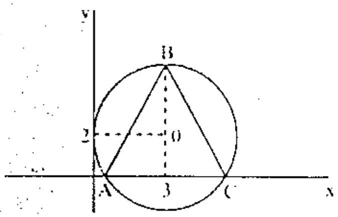
a) $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{11}{4}\right)^2=\frac{4}{9}$

b) $\left(x+\frac{4}{11}\right)^2+(y-2)^2=\frac{2}{3}$

c) $\left(x-\frac{11}{4}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ (X)

d) $2x^2 + 2y^2 - 11x + 6y - \frac{1}{8} = 0$

12) **(AFA)** – De acordo com a figura abaixo, podemos afirmar que a área do triângulo isósceles ABC, em unidades de área, é:



a) $2\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{5}$
d) $5\sqrt{5}$ (X)

13) **(AFA)** – A equação da reta que passa pelos pontos de intersecção das circunferências:
$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ e $x^2 + y^2 - 3x + y - 4 = 0$ é:

a) $x + 3y + 4 = 0$
b) $x + 3y - 4 = 0$
c) $x - 3y - 4 = 0$
d) $x - 3y + 4 = 0$ (X)
e) n.r.a.

14) **(EsFAO)** – O centro e o raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$ são:

a) $C(-1, 3)$; $r = \sqrt{2}$ (X)
b) $C(1, -3)$; $r = 2$
c) $C(-1, 3)$; $r = 2$
d) $C(1, -3)$; $r = \sqrt{2}$
e) $C(-1, -3)$; $r = 2$

15) **(AFA)** – As equações das retas tangentes à circunferência $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ e paralelas à reta $x + y - 2 = 0$ são:

a) $x + y - (3+2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y - (3-2\sqrt{2}) = 0$ (X)
b) $x + y + (3+2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y + (3-2\sqrt{2}) = 0$
c) $x + y + (-3+2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y + (-3-2\sqrt{2}) = 0$
d) $x + y - (-3+2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y - (-3-2\sqrt{2}) = 0$
e) n.r.a.

16) **(AMAN)** – As coordenadas do centro do círculo de equação $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ são:

a) $C(-2; 3)$
b) $C(3; -2)$
c) $C(1; 0)$
d) $C(0, 1)$
e) $C(2; -3)$ (X)

17) (AMAN) – A equação da circunferência de centro C (2; 1) e tangente a reta y = 0 é:
a) $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ (X)
d) $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$
e) $x^2 + y - 4y + 2 = 0$

18) (EsFAO) – A área da região do plano definida por $x^2 + y^2 - 4x \leq 0$ e $x - y - 2 \geq 0$ vale, em unidades de área:
a) $\pi/2$
b) π
c) 2π (X)
d) 4π
e) 8π

19) (AFA) – A circunferência, com centro em (1, 2) e tangente à reta $x - y + 3 = 0$, tem equação:
a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 4y - 2x + 3 = 0$ (X)
c) $x^2 + y^2 - 4y - 2x + 7 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7 = 0$

20) (ITA) – Um triângulo eqüilátero ABC é tal que A : (0, 3), B : $(3\sqrt{3}, 0)$ e a abscissa do ponto C é maior que 2. A circunferência circunscrita a esse triângulo tem raio r e centro em O : (a, b). Então $a^2 + b^2 + r^2$ é igual a:
a) 31
b) 32
c) 33 (X)
d) 34
e) 35

21) (ITA) – Uma das circunferências que passa pelo ponto P : (0, 0) e tangencia as retas $(r_1) : x - y = 0$ e $(r_2) : x + y - 2 = 0$ tem sua equação dada por:
a) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{2}$
b) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ (X)
c) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
d) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{2}$
e) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$

22) (IME) – Demonstrar analiticamente que se uma reta perpendicular a uma corda de uma circunferência, passa pelo seu centro, então, ela divide a corda no seu ponto médio.

23) (ITA) Considere o seguinte raciocínio de cunho cartesiano: "Se a circunferência de centro C = (h, 0) e raio r intercepta a curva $y = +\sqrt{x}$, $x > 0$, no ponto $A = (a, \sqrt{a})$ de forma que o segmento $\overline{AC}$ seja perpendicular à reta tangente à curva em A, então x = a é raiz dupla da equação em x que se obtém da intersecção da curva com a circunferência."
Use esse raciocínio para mostrar que o coeficiente angular dessa reta tangente em A é $\dfrac{1}{2\sqrt{a}}$.

24) (ITA) Duas retas r_1 e r_2 são paralelas à reta $3x - y = 37$ e tangentes à circunferência $x^2 + y^2 - 2x - y = 0$. Se d_1 é a distância de r_1 até a origem e d_2 é a distância de r_2 até a origem, então $d_1 + d_2$ é igual a:
a) $\sqrt{12}$.
b) $\sqrt{15}$.
c) $\sqrt{7}$.
d) $\sqrt{10}$.
e) $\sqrt{5}$. (X)

25) **(ITA)** Sejam os pontos A: (2, 0), B: (4, 0) e P: $(3, 5 + 2\sqrt{2})$.
a) Determine a equação da circunferência C, cujo centro está situado no primeiro quadrante, passa pelos pontos A e B e é tangente ao eixo y.
b) Determine as equações das retas tangentes á circunferência C que passam pelo ponto P.
Resp. a) $(x-3)^2 + (y - 2\sqrt{2})^2 = 9$
b) $4x - 3y + 3 + 6\sqrt{2} = 0$ ou $4x + 3y - 27 - 6\sqrt{2} = 0$

26) **(ITA)** Seja C a circunferência de centro na origem, passando pelo ponto P = (3, 4). Se t é a reta tangente a C por P, determine a circunferência C' de menor raio, com centro sobre o eixo x e tangente simultaneamente à reta t e à circunferência C.
Resp: $r = \frac{5}{4}$ e $0\left(\frac{25}{4}, 0\right)$

27) **(ITA)** Uma circunferência passa pelos pontos A = (0, 2), B = (0, 8) e C = (8, 8).
Então, o centro da circunferência e o valor de seu raio, respectivamente, são
a) (0, 5) e 6.
b) (5, 4) e 5.
c) (4, 8) e 5,5.
d) (4, 5) e 5. **(X)**
e) (4, 6) e 5.

28

Cônicas e Lugares Geométricos

01) **(AFA)** – Se A (10, 0) e B (−5, y) são pontos de uma elipse cujos focos são F_1 (−8, 0) e F_2 (8, 0), o perímetro do triângulo BF_1F_2 é:
a) 24
b) 36 **(X)**
c) 40
d) 60

02) **(AFA)** – A distância focal da elipse $x^2 + 16y^2 = 4$ é:
a) 1
b) 3
c) $\sqrt{15}$ **(X)**
d) $\sqrt{20}$

03) **(ITA)** – Uma reta t do plano cartesiano xOy tem coeficiente angular 2a e tangencia a parábola $y = x^2 - 1$ no ponto de coordenadas (a, b). Se (c, 0) e (0, d) são as coordenadas de dois pontos de t tais que c > 0 e c = −2d, então a/b é igual a:
a) −4/15 **(X)** b) −5/16 c) −3/16 d) −6/15 e) −7/15

04) (EN) – A equação da parábola cujo foco é o ponto (1, 4) e cuja diretriz é a reta y = 3 é:

a) $y = x^2 - 2x + 8$

b) $y = -x^2 + x - 8$

c) $y = \frac{x^2}{2} - x + 4$ (X)

d) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + 2$

e) $x = y^2 - y + 4$

05) (EN) – As imagens dos complexos z tais que $|z + 2\bar{z}| = 1$ formam uma:

a) elipse (X)

b) hipérbole

c) parábola

d) circunferência

e) reta

06) (EN) – A menor distância entre um ponto da parábola $y = 1 - x^2$ e a origem é igual a:

a) 1

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (X)

e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

07) (CFO) – No plano complexo, o lugar geométrico dos complexos Z tais que $|Z - 2 + i| = |Z + 4 - 3i|$ é dado por:

a) um par de retas paralelas.

b) uma circunferência de centro C (–1, 1).

c) uma elipse de focos em (–2, 1) e (4, 3).

d) uma reta perpendicular ao segmento de extremos (2, –1) e (–4, 3). (X)

e) uma reta que passa por (–2, 1) e (4, 3)

08) (AFA) – A equação da elipse que, em um sistema de eixos ortogonais, tem focos F_1 (–3, 0) e F_2 (3, 0) e passa pelo ponto P $\left(\frac{5}{2}, 2\sqrt{3}\right)$ é:

a) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$

b) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

c) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$

d) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ (X)

09) (ITA) – Considere as afirmações:

I) Uma elipse tem como focos os pontos $F_1 : (-2, 0)$, $F_2 : (2, 0)$ e o eixo maior 12. Sua equação é $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$

II) Os focos de uma hipérbole são $F_1(-\sqrt{5}, 0)$, $F_2(\sqrt{5}, 0)$ e sua excentricidade é $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Sua equação é $3x^2 - 2y^2 = 6$.

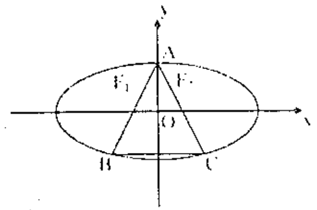
III) A parábola $2y = x^2 - 10x - 100$ tem como vértice o ponto P : $\left(5, \frac{125}{2}\right)$.

Então:
a) Todas as afirmações são falsas.
b) Apenas as afirmações II e III são falsas.
c) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
d) Apenas a afirmação III é verdadeira.
e) n.d.a. (X)

10) **(AFA)** – A equação da elipse de centro C = (−2, 1), de excentricidade $\frac{3}{5}$ e de eixo maior horizontal com comprimento 20 é:

a) $\frac{(x+2)^2}{100}+\frac{(y-1)^2}{64}=1$ (X)
b) $\frac{(x-2)^2}{100}+\frac{(y-1)^2}{64}=1$
c) $\frac{(x-2)^2}{100}+\frac{(y+1)^2}{64}=1$
d) $\frac{(x+2)^2}{100}+\frac{(y+1)^2}{64}=1$
e) n.r.a.

11) **(EsFAO)** – O triângulo ABC da figura é eqüilátero de lado 8 unidades e contém os focos da elipse. Se o centro dessa elipse é a origem do sistema cartesiano plano, sua equação é:



a) $16x^2 + 25y^2 = 400$
b) $9x^2 + 4y^2 = 144$
c) $3x^2 + 4y^2 = 75$ (X)
d) $9x^2 + 4y^2 = 36$
e) $9x^2 + 4y^2 = 4$

12) **(EsFAO)** – Os focos da elipse de equação:
$\frac{(x-1)^2}{16}+\frac{(y+2)^2}{25}=1$ são:

a) F_1 (1, 1) e F_2 (1, −5) (X)
b) F_1 (4, −2) e F_2 (−2, −2)
c) F_1 (0, 3) e F_2 (0, −3)
d) F_1 (3, 0) e F_2 (−3, 0)
e) F_1 (5, −2) e F_2 (−3, −2)

13) **(AMAN)** – A equação reduzida da elipse, na qual as distâncias de um dos focos sobre o eixo dos $\overline{xx'}$ às extremidades do eixo maior são iguais a 5 e 1, respectivamente, é:

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ (X)
b) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$
c) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{5}=1$
d) $\frac{y^2}{5}+\frac{x^2}{4}=1$
e) $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

14) **(AMAN)** – O lugar geométrico de $x^2 - 5x - 6 = 0$ no R^2 corresponde a:

a) uma reta
b) duas retas concorrentes
d) três retas
c) uma parábola
e) duas retas paralelas. (X)

15) (EsFAO) – No plano Argand-Gauss, o lugar geométrico dos complexos "z" tais que $|z - 2i| + |z + i| = 5$ é:
a) uma circunferência
b) uma hipérbole
c) uma parábola
d) uma elipse (X)
e) uma reta

16) (EsFAO) – A reta $x - 2y - k = 0$ é tangente à curva $3x^2 + 4y^2 - 8y - 8 = 0$. O valor de k é:
a) 2 ou –6 (X)
b) 2 ou –2
c) 3 ou 4
d) –3 ou 8
e) –3 ou 5

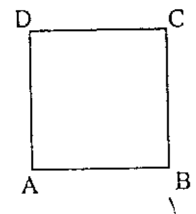
17) (AFA) – A equação reduzida $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4+k} = 1$, onde $k \neq -4$ é um número real, representa uma:
a) parábola, se $0 < k < 4$
b) hipérbole, se $k < -4$ (X)
c) circunferência, se $k = 4$
d) elipse, se $k > 0$

18) (EN) – O Lugar Geométrico das imagens dos complexos $z = x + yi$ tais que $x^2 - y^2 + x + y = 0$ é:
a) uma reta
b) uma circunferência
c) uma parábola
d) formado por duas retas concorrentes (X)
e) formado por duas retas paralelas.

19) (ITA) – Calculando-se a área da região limitada por $y \leq \frac{3}{2}(x+2)$ e $x^2 + (y-3)^2 \leq 13$ obtém-se:
a) $2\sqrt{13}\pi$
b) $(3\sqrt{13}\pi)/2$
c) 13π
d) $\sqrt{13}\pi$
e) $(13\pi)/2$ (X)

20) (EN) – A área do triângulo formado pelos eixos coordenados e pela tangente à curva $y = 4x^2$ no ponto (1, 4) vale:
a) 8 (X)
b) 4
c) 2
d) 1
e) $\frac{1}{2}$

21) (IME) – ABCD é um quadrado de lado ℓ, conforme figura abaixo. Sabendo-se que K é a soma dos quadrados das distâncias de um ponto P do plano definido por ABCD aos vértices de ABCD, determine:



(i) o valor mínimo de K e a posição do ponto P na qual ocorre esse mínimo;
(ii) o lugar geométrico do ponto P para $K = 4\ell^2$.

Resp: círculo de raio $\frac{l\sqrt{2}}{2}$

22) (IME) – Uma piscina de base retangular tem, em metros, as seguintes dimensões: base, 5×6 e altura, 3. Dois terços do volume da piscina são ocupados por água. Na superfície da água, forma-se uma pequena bolha de ar. A bolha de ar está eqüidistante das paredes de 5m de base. Em relação às paredes de 6m de base, sua posição é tal que a distância a uma das paredes é o dobro da distância à outra. Estabeleça um sistema de coordenadas retangulares que tenham como origem um dos cantos interiores da piscina e como dos planos coordenados a parede de base de 6m mais próxima da bolha. Em relação a esse sistema, determine as coordenadas retangulares do ponto onde se encontra a bolha de ar.
Resp: (-5/3 , 3, 2)

23) (IME) – Considere uma elipse e uma hipérbole centradas na origem, O, de um sistema cartesiano, com eixo focal coincidente com o eixo OX. Os focos da elipse são vértices da hipérbole e os focos da hipérbole são vértices da elipse.
Dados os eixos da elipse como 10cm e $\frac{20}{3}$ cm, determine as equações das parábolas, que passam pelas intersecções da elipse e da hipérbole e são tangentes ao eixo OY na origem.
Resp: $x = \frac{9\sqrt{35}}{40}y^2$

24) (IME) – Determine a equação da reta que passa por um dos vértices da curva definida por: $4y^2 + 8y - x^2 = 4$, formando um ângulo de 45° com o eixo horizontal.
R.: $y = x - 1 \pm \sqrt{2}$

25) (ITA) Considere a região do plano cartesiano definida pela desigualdade $x^2 + 4x + y^2 - 4y - 8 \leq 0$. Quando essa região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{6}$ radianos em torno da reta $x + y = 0$, ela irá gerar um sólido de superfície externa total com área igual a:

a) $\frac{128}{3}\pi$.(X)
b) $\frac{128}{4}\pi$.
c) $\frac{128}{5}\pi$.
d) $\frac{128}{6}\pi$.
e) $\frac{128}{7}\pi$.

26) (ITA) A distância focal e a excentricidade da elipse com centro na origem e que passa pelos pontos (1,0) e (0, –2) são, respectivamente,

a) $\sqrt{3}$ e $\frac{1}{2}$.
b) $\frac{1}{2}$ e $\sqrt{3}$.
c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{1}{2}$.
d) $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
e) $2\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (X)

27) (ITA) Considere todos os números $z = x + iy$ que têm módulo $\frac{\sqrt{7}}{2}$ e estão na elipse $x^2 + 4y^2 = 4$. Então, o produto deles é igual a:

a) $\frac{25}{9}$.

b) $\frac{49}{16}$. (X)

c) $\frac{81}{25}$.

d) $\frac{25}{7}$.

e) 4.

28) (ITA) Considere a família de circunferências com centros no segundo quadrante e tangentes ao eixo Oy. Cada uma dessas circunferências corta o eixo Ox em dois pontos, distantes entre si de 4 cm. Então, o lugar geométrico dos centros dessas circunferências é parte:

a) de uma elipse.

b) de uma parábola.

c) de uma hipérbole. (X)

d) de duas retas concorrentes.

e) da reta $y = -x$.

29) (ITA) Sabe-se que uma elipse de equação $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tangencia internamente a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 5$ e que a reta de equação $3x + 2y = 6$ é tangente à elipse no ponto P. Determine as coordenadas de P.

resp. (8/9,5/3)

30) (ITA) Os focos de uma elipse são $F_1(0, -6)$ e $F_2(0,6)$. Os pontos A(0,9) e B(x, 3), $x > 0$, estão na elipse. A área do triângulo com vértices em B, F_1 e F_2 é igual a

a) $22\sqrt{10}$

b) $18\sqrt{10}$

c) $15\sqrt{10}$

d) $12\sqrt{10}$ (X)

e) $6\sqrt{10}$

31) (ITA) Assinale a opção que representa o lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano que satisfazem a equação

$$\det\begin{bmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ 40 & 2 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \\ 34 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} = 288.$$

a) Uma elipse.

b) Uma parábola.

c) Uma circunferência. (X)

d) Uma hipérbole.

e) Uma reta.

29

Geometria Analítica no R^3

01) (EN) – A equação do plano que passa pelos pontos $(1, 0, 1)$ e $(0, 1, -1)$ e é paralelo ao segmento que une os pontos $(1, 2, 1)$ e $(0, 1, 0)$ é:

a) $3x - y - 2z - 1 = 0$ (X)
b) $x - 3y + 2z + 1 = 0$
c) $3x - y + 2z - 1 = 0$
d) $-5x + y + 2z + 3 = 0$
e) $2x - 3y + z - 1 = 0$

02) (EN) – Se $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{o}$, $|\vec{u}| = \frac{3}{2}$, $|\vec{v}| = \frac{1}{2}$ e $|\vec{w}| = 2$, o valor da soma dos produtos escalares $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ é igual a:

a) 1
b) 0
c) $\frac{-1}{4}$
d) -1
e) $\frac{-13}{4}$ (X)

03) (EN) – Sabendo-se que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores que satisfazem as seguintes condições:
I) $\vec{u}$ é paralelo a $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$
II) $\vec{v}$ é ortogonal a $\vec{w}$
III) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$, onde $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$
Podemos afirmar que o produto vetorial, $\vec{u} \times \vec{v}$, é:
a) $\frac{-16}{9}\vec{i} + \frac{2}{9}\vec{j} + \frac{14}{9}\vec{k}$
b) $\frac{-2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k}$
c) nulo
d) $\frac{-4}{3}\vec{i} - \frac{10}{3}\vec{j} - 2\vec{k}$ (X)
e) $\frac{-16}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{14}{3}\vec{k}$

04) (EN) – O valor de m para que as retas r e s

$$r: \begin{cases} y = mx - 3 \\ z = -2x \end{cases} \quad e \quad s: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$$

sejam ortogonais é:
a) –10
b) –8 (X)
c) 4
d) 6
e) 8

05) (EN) – A equação do plano que contém as retas de equação $\frac{x-4}{3} = y - 3 = \frac{z-5}{4}$ e $\frac{x-6}{5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{2}$ é igual a:
a) $4x + 3y + 5z = 13$
b) $6x + 4y + 3z = 12$
c) $6x - 14y - z = 0$
d) $6x - 14y - z = -23$ (X)
e) $4x + 3y + 5z = 12$

06) (EN) – Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são tais que $|\vec{u} + \vec{v}| = 10$ e $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$. O produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vale:
a) –1
b) $2\sqrt{5}$
c) 21(X)
d) 29
e) 40

07) (CFO) – Os vetores $\vec{v_1} = x\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v_2} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ são perpendiculares. O valor de x é:
a) –2 (X)
b) –1
c) 0
d) 1
e) 2

08) (EN) – A componente do vetor $\vec{u} = (5, 6, 5)$ na direção do vetor $\vec{v} = (2, 2, 1)$ é o vetor:
a) $\left(\frac{5}{\sqrt{86}}, \frac{5}{\sqrt{86}}, \frac{5}{2\sqrt{86}}\right)$
b) (6, 6, 3) (X)
c) (10, 10, 5)
d) $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$
e) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$

09) (EsFAO) – O vetor $\vec{v} = (-1/2, a)$ é unitário, então:
a) $a = \pm\sqrt{3}/2$ (X)
b) $a = \pm 1/2$
c) $a = \pm 1/4$
d) $a = \pm 1$
e) $a = \pm 3/2$

10) **(EsFAO)** – Sendo $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ e $\vec{v} = 4\vec{i} + \vec{j}$, o vetor $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ pode ser representado pelo par ordenado:
a) (−8, −9) (X)
b) (8, 9)
c) (−9, −8)
d) (9, 8)
e) (0, 0)

11) **(EsFAO)** – Os vetores u e v pertencentes ao R^3 determinam um ângulo de 135° e são tais que $|\vec{u}| = \sqrt{2}$ e $|\vec{v}| = \sqrt{3}$. O valor de $|\vec{u} \times \vec{v}|$ é:
a) 3
b) $\sqrt{3}$ (X)
c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $-\sqrt{3}$

12) **(EN)** – As equações da reta que passa pelo ponto P(3, −2, −4), é paralela ao plano $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ e intercepta a reta $\frac{x-2}{3} = \frac{-4-y}{2} = \frac{z-1}{2}$ são:
a) $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{9}$ (X)
b) $\frac{x-3}{-43} = \frac{y+2}{30} = \frac{z+4}{-23}$
c) $\frac{x-5}{3} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+-9}{4}$
d) $\frac{x+43}{3} = \frac{y-30}{-2} = \frac{z+23}{-4}$
e) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$

13) **(EsFAO)** – Os vetores $\vec{u}$ (2, −1, 3) e $\vec{v}$ (3, k, −1) são perpendiculares. O valor de k é:
a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) 2
d) 3 (X)
e) 6

14) **(EN)** – $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores tais que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ e $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. O ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vale:
a) 30°
b) 45°
c) 60° (X)
d) 90°
e) 120°

15) **(EN)** – O gráfico da solução do sistema $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ é, no R^2 e no R^3, respectivamente:
a) um ponto e uma reta (X)
b) uma reta e um plano
c) um ponto e um ponto
d) um ponto e um plano
e) inexistente e uma reta

16) **(EN)** – Coloque, na coluna direita V quando a afirmação é verdadeira e F quando é falsa.
I) Se $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c})$ é uma progressão aritmética então $(a^2 b c, a b^2 c, a b c^2)$ também é. ( )
II) O produto dos 17 primeiros termos da progressão geométrica $(3^8, -3^7, 3^6, \ldots)$ é 1 ( )
III) Os pontos A(2, 2, 3), B(0, 1, 2), C(−1, 3, 3), D(3, 0, 1) não são coplanares ( )

Lendo a coluna da direita de cima para baixo encontramos:
a) V V F (X)
b) V V V
c) F F F
d) F V F
e) V F V

17) (EN) – Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são unitários e formam um ângulo de 30°. O módulo do vetor soma ($\vec{u} + \vec{v}$) é:
a) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (X)
b) $\sqrt{6}$
c) $2\sqrt{3}$
d) $\sqrt{3}+2$
e) $3+\sqrt{2}$

18) (EN) Sejam $\vec{u}=(-1,0,1+c)$, $\vec{v}=(-1,0,0)$ e $\vec{w}=(0,1,-1)$ vetores do , $c \in \Re$. Se o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $(\vec{v} x \vec{w})$ é $\frac{\pi}{3}$ radianos, então o valor não nulo de c é
a) 3
b) 2
c) -2 (X)
d) -3

19) (EN) Se $|\vec{u}| = 3$ e $|\vec{v}| = 4$, o valor máximo de $|\vec{u} x \vec{v}|$ é:
a) 1
b) 3
c) 4
d) 5
e) 7 (X)

20) (EN) A reta no $\Re^3$ que passa pelo centro da esfera $x^2+y^2-4x-2y=5$ e é perpendicular ao plano $2x-3y-z+1=0$ tem equações paramétricas
a) $x = 2+2t$, $y = -3+t$, $z = -t$, $t \in \Re$
b) $x = 2+2t$, $y = 1-3t$, $z = -t$, $t \in \Re$ (X)
c) $x = 1-2t$, $y = 1+2t$, $z = -1-t$, $t \in \Re$
d) $x = 1+t$, $y = 2+2t$, $z = -1+t$, $t \in \Re$

03) **(EsPCEx)** – O volume de um cilindro eqüilátero de 1 metro de raio é, aproximadamente, igual a:
a) $3{,}1\ m^3$
b) $6{,}3\ m^3$ (X)
c) $9{,}4\ m^3$
d) $12{,}6\ m^3$
e) $15{,}7\ m^3$

04) **(ITA)** – Em um cilindro circular reto sabe-se que a altura h e o raio da base r são tais que os números π, h, r formam, nessa ordem, uma progressão aritmética de soma 6π. O valor da área total desse cilindro é:
a) π^3
b) $2\pi^3$
c) $15\pi^3$
d) $20\pi^3$
e) $30\pi^3$(X)

05) **(AFA)** – Com uma folha de zinco retangular, de comprimento a e largura b, é possível construir um cilindro R com altura igual ao comprimento da folha e um cilindro S com altura igual à largura da folha. Qual a razão entre a e b para que o volume de R seja o triplo do volume de S?
a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{1}{3}$ (X)
c) 2
d) 5
e) n.r.a.

06) **(ITA)** – Uma seção plana que contém o eixo de um tronco de cilindro é um trapézio cujas bases menor e maior medem, respectivamente, h cm e H cm. Duplicando-se a base menor, o volume sofre um acréscimo de $\frac{1}{3}$ em relação ao seu volume original. Deste modo,
a) $2H = 3h$
b) $H = 2h$ (X)
c) $H = 3h$
d) $2H = 5h$
e) n.d.a.

7) **(EsPCEx)** Um tonel, em forma de cilindro circular reto, tem 60cm de altura. Uma miniatura desse tonel tem 20cm de altura e raio diretamente proporcional à altura. Se a miniatura tem 100mL de volume, então o volume do tonel original é de
a) 30L
b) 27L
c) 2,7L (X)
d) 3L
e) 300mL

8) **(ITA)** Um cilindro circular reto é seccionado por um plano paralelo ao seu eixo. A secção fica a 5 cm do eixo e separa na base um arco de 120°. Sendo de $30\sqrt{3}\ cm^2$ a área da secção plana retangular, então o volume da parte menor do cilindro seccionado mede, em cm^3.
a) $30\pi - 10\sqrt{3}$.
b) $30\pi - 20\sqrt{3}$.
c) $20\pi - 10\sqrt{3}$.
d) $50\pi - 25\sqrt{3}$.
e) $100\pi - 75\sqrt{3}$.(X)

9) **(ITA)** – O raio de um cilindro de revolução mede 1,5m. Sabe-se que a área da base do cilindro coincide com a área da secção determinada por um plano que contém o eixo do cilindro. Então, a área total do cilindro, em m^2, vale:

a) $\frac{3\pi^2}{4}$

b) $\frac{9\pi(2+\pi)}{4}$ (X)

c) $\pi(2+\pi)$

d) $\frac{\pi^2}{2}$

e) $\frac{3\pi(\pi+1)}{2}$

20

Pirâmides

01) **(AFA)** – Em uma pirâmide triangular regular, a aresta da base mede 6cm e a lateral, 8cm. Então o apótema da pirâmide e o da sua base valem, em cm, respectivamente:

a) $\sqrt{55}$ e $\sqrt{3}$ (X)

b) $\sqrt{3}$ e $3\sqrt{5}$

c) $3\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$

d) $\sqrt{55}$ e $3\sqrt{5}$

02) **(AFA)** – Em uma pirâmide hexagonal regular, a aresta da base mede 4cm. Sabendo-se que a área lateral da pirâmide é $60cm^2$, então, o seu volume, em cm^3, é:

a) $8\sqrt{39}$ (X)

b) $48\sqrt{3}$

c) $16\sqrt{13}$

d) $48\sqrt{13}$

03) **(EPCAR)** – Uma pirâmide quadrangular regular tem as oito arestas iguais a $\sqrt{2}$ m. O volume dessa pirâmide vale:

a) $1m^3$
b) $2m^3$
c) $2/3m^3$ (X)
d) $4/3m^3$

04) **(AFA)** – O volume de um tronco de pirâmide regular é $109dm^3$; as bases são triângulos eqüiláteros de arestas, medindo 5dm e 7dm. A altura, em dm, é:

a) $2\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{3}$ (X)
d) $5\sqrt{3}$

05) **(ITA)** – Dada uma pirâmide regular triangular, sabe-se que sua altura mede 3a cm, onde a é a medida da aresta de sua base. Então, a área total dessa pirâmide, em cm^2, vale:

a) $\frac{a^2\sqrt{327}}{4}$

b) $\frac{a^2\sqrt{109}}{2}$

c) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

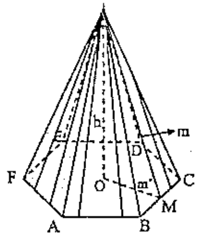
d) $\frac{a^2\sqrt{3}(2+\sqrt{33})}{2}$

e) $\frac{a^2\sqrt{3}(1+\sqrt{109})}{4}$ (X)

06) **(AFA)** – Em um tetraedro regular, a razão entre a soma das distâncias de um ponto interno às quatro faces e a altura é:

a) $\frac{2}{3}$ b) 1 (x) c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

07) **(EsFAO)** – A aresta da base de uma pirâmide regular hexagonal mede 4cm. Sabendo-se que a área lateral é o quíntuplo da área da base, o volume da pirâmide é:



a) $90\sqrt{3}$ cm^3
b) $80\sqrt{6}$ cm^3
c) $96\sqrt{6}$ cm^3 (X)
d) $100\sqrt{3}$ cm^3
e) $56\sqrt{2}$ cm^3

08) **(AFA)** – O volume de um tronco de pirâmide regular quadrangular, de $\sqrt{23}$ m de altura, é $\frac{28\sqrt{23}}{3}$ m^3. Sabendo-se que a aresta da base maior mede 4m, a medida, em m, da aresta da outra base é:

a) $\sqrt{2}$
b) 2 (X)
c) $2\sqrt{2}$
d) 3

09) **(EN)** – Um tetraedro regular ABCD de aresta medindo 12cm é cortado por um plano que passa pelo vértice D e pelos pontos M e N situados respectivamente sobre as arestas $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$. Se $\overline{AM} = \overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, o volume da pirâmide AMND é, em cm^3, igual a:

a) $64\sqrt{2}$
b) $16\sqrt{2}$ (X)
c) 32
d) 24
e) $48\sqrt{2}$

10) **(EsPCEx)** – Uma pirâmide hexagonal regular tem área da base igual a $18\sqrt{3}$ m^2. Sabendo-se que sua altura é igual ao triplo do apótema da base, então seu volume é:

a) 36 m^3 b) $27\sqrt{3}$ m^3 c) $36\sqrt{3}$ m^3 d) $54\sqrt{3}$ m^3 (X) e) $81\sqrt{6}$ m^3

11) (ITA) – Um tronco de pirâmide regular tem como bases triângulos eqüiláteros, cujos lados medem, respectivamente, 2cm e 4cm. Se a aresta lateral do tronco mede 3cm, então o valor de sua altura h, em cm, é tal que:
a) $\sqrt{7} < h < \sqrt{8}$
b) $\sqrt{6} < h < \sqrt{7}$
c) $2\sqrt{3} < h < 3\sqrt{3}$
d) $1 < h < \sqrt{2}$
e) $2\sqrt{2} < h < 3\sqrt{2}$ (X)

12) (ITA) – A área lateral de uma pirâmide quadrangular regular de altura 4m e de área da base $64m^2$ vale:
a) $128\ m^2$
b) $64\sqrt{2}\ m^2$ (X)
c) $135\ m^2$
d) $60\sqrt{5}\ m^2$
e) $32(\sqrt{2}+1)\ m^2$

13) (ITA) – Um tetraedro regular tem área total igual a $6\sqrt{3}cm^2$. Então sua altura, em cm, é:
a) 2 (X)
b) 3
c) $2\sqrt{2}$
d) $3\sqrt{2}$
e) $2\sqrt{3}$

14) (EsPCEx) – A área da base de uma pirâmide quadrangular regular é $36m^2$. Se a altura da pirâmide mede 4m, sua área total, em m^2, é igual a:
a) 48
b) 54
c) 96 (X)
d) 120
e) 144

15) (EN) – Um octaedro possui seus vértices no centro de cada uma das faces de um cubo de aresta a. A área lateral do octaedro é:
a) $\frac{a^2}{8}$
b) $a^2\sqrt{3}$ (X)
c) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
d) $\frac{2a^2}{3}$
e) $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

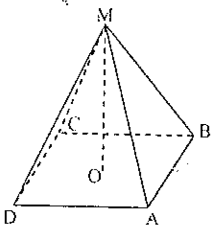
16) (EN) – A área total de uma pirâmide triangular regular é $36\sqrt{3}\ cm^2$ e o raio do círculo inscrito na base mede 2cm. A altura da pirâmide é, em cm:
a) $3\sqrt{12}$
b) $2\sqrt{15}$
c) $4\sqrt{3}$
d) 4
e) $2\sqrt{3}$ (X)

17) (AFA) – A base de uma pirâmide é um quadrado de aresta 3. Sabendo-se que a sua altura mede 10, o seu volume será:
a) 5
b) 10
c) 20
d) 30 (X)

18) (EsFAO) – O volume de uma pirâmide cuja base é um triângulo eqüilátero de lado 6cm e cujas outras arestas medem $\sqrt{15}$ cm é, em cm^3:
a) 9 (X)
b) 9/2
c) 27/2
d) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
e) $9\sqrt{3}$

19) **(EsFAO)** – Na figura, temos uma pirâmide quadrangular regular de altura 8m e cuja base tem para perímetro 48m. A distância do vértice "D" à face "AMB" é:

a) 4,8 m
b) 9,6 m **(X)**
c) 2,4 m
d) 5 m
e) 1,2 m



20) **(AMAN)** – Em uma pirâmide retangular o apótema da base e o apótema da pirâmide medem em metros a menor e a maior raiz da equação:

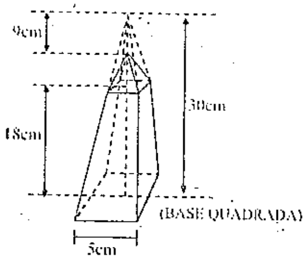
$$(x-3)^2 = 5(x-2) - 5$$

Sua área lateral, sua área total e seu volume valem, respectivamente:

a) 96; 132; $12\sqrt{55}$ **(X)**
b) 192; 264; $24\sqrt{55}$
c) 96; 122; $36\sqrt{55}$
d) 192; 264; $72\sqrt{55}$
e) 192; 264; $48\sqrt{55}$

21) **(AFA)** – A figura abaixo delineia um obelisco, para cuja construção será gasto em cm^3 o volume de:

a) 238 **(X)**
b) 250
c) 254
d) 266
e) n.r.a.



22) **(EsPCEx)** – Uma pirâmide tem por base um triângulo eqüilátero de lado a, e a razão entre sua aresta e sua altura é k. Seu volume é:

a) $\dfrac{a^3}{\sqrt{k^2+1}}$

b) $\dfrac{a^3}{4\sqrt{k^2-1}}$

c) $\dfrac{a^3}{8\sqrt{k^2+1}}$

d) $\dfrac{a^3}{12\sqrt{k^2-1}}$ **(X)**

e) $\dfrac{a^3}{6\sqrt{k^2-1}}$

23) **(EsPCEx)** – Seja um triedro com os ângulos das faces iguais a 60°. Toma-se um ponto A em uma das arestas desse triedro situado a 12cm do vértice V. Então, a distância, em cm, entre esse ponto A e a face oposta, vale:

a) $6\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{6}$ **(X)**
d) $3\sqrt{6}$
e) $4\sqrt{3}$

24) **(EsPCEx)** – Uma pirâmide é secionada por um plano paralelo à sua base, determinando um tronco de pirâmide cuja altura é $\frac{1}{3}$ da altura da pirâmide. Sabendo-se que a base da pirâmide tem área igual a 225 m^2, a área da secção do plano na pirâmide, em m^2, vale:

a) 36
b) 64
c) 150
d) 25
e) 100 **(X)**

25) (EsPCEx) – Uma pirâmide regular de base hexagonal e altura $h = 2\sqrt{3}$ cm é secionada por um plano perpendicular à sua base, de tal modo que a secção gerada tem a maior área possível. Sabendo-se que a área da secção é $5\sqrt{3}$ cm², o volume da pirâmide, em cm³, é:

a) $\frac{25}{2}$

b) $\frac{50}{3}$

c) $\frac{75}{4}$ (X)

d) $\frac{125}{3}$

e) $\frac{70}{3}$

26) (ITA) – As arestas da base de uma pirâmide triangular regular medem ℓ e as faces laterais são triângulos retângulos. O volume dessa pirâmide é:

a) $\frac{\sqrt{3}}{6}\ell^3$ cm³

b) $\frac{\sqrt{3}}{12}\ell^3$ cm³

c) $\frac{\sqrt{3}}{24}\ell^3$ cm³

d) $\frac{\sqrt{2}}{12}\ell^3$ cm³

e) n.d.a. (X)

27) (AFA) – Um tronco de pirâmide, cujas bases são quadrados de lados, medindo 10 e 4cm, e cuja altura de uma face lateral mede 9cm, tem seu volume, em cm³, igual a:

a) $116\sqrt{2}$

b) $140\sqrt{2}$

c) $156\sqrt{2}$

d) $312\sqrt{2}$ (X)

28) (EN) – A altura de um tetraedro regular cujas arestas medem m é igual a:

a) $\frac{m\sqrt{3}}{6}$

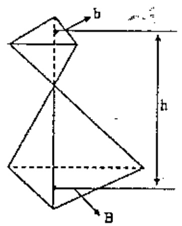
b) $\frac{m\sqrt{3}}{3}$

c) $\frac{m\sqrt{6}}{3}$ (X)

d) $\frac{m\sqrt{6}}{6}$

e) $\frac{m\sqrt{3}}{2}$

29) (EN) – Indicando por B e b as áreas das bases da pirâmide dupla da figura abaixo e por h a sua altura, o volume desse sólido será igual a:



a) $\frac{1}{3}h\,(B+b-\sqrt{Bb})$

b) $\frac{1}{3}h\,(b-B+\sqrt{Bb})$

c) $\frac{1}{3}h\,(B-b+\sqrt{Bb})$

d) $\frac{1}{3}h\,(B-b-\sqrt{Bb})$

e) $\frac{1}{3}h\,(B+b+\sqrt{Bb})$ (X)

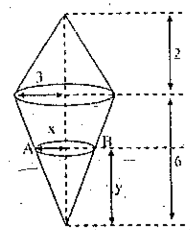
21

Cones

01) (EsPCEx) – A seção de um cone de revolução, definida por um plano que contém sua altura, tem área A. Se a geratriz e a altura do cone formam entre si um ângulo de 30º, é possível concluir que a área total do cone, em função de A, vale:

a) 3π A
b) $\sqrt{2}\pi$ A
c) $\sqrt{3}\pi$ A (X)
d) $\frac{\pi}{3}$ A

02) (EsPCEx) – O sólido geométrico abaixo é formado por dois cones circulares retos de mesma base. Sabendo-se que a seção que contém os pontos A e B é paralela à base comum dos cones e divide todo o sólido em duas partes de igual volume, então o valor de $x^3 + y^3$ é:



a) 96
b) 128
c) 144
d) 162 (X)
e) 248

03) **(ITA)** – Sabendo-se que um cone circular reto tem 3dm de raio e 15π dm² de área lateral, o valor de seu volume em dm³ é:

a) 9π
b) 15π
c) 36π
d) 20π
e) 12π (X)

04) **(ITA)** – Um prisma hexagonal regular tem como altura o dobro da aresta da base. A razão entre o volume desse prisma e o volume do cone reto, nele inscrito, é igual a:

a) $(6\sqrt{2})/\pi$
b) $(9\sqrt{2})/\pi$
c) $(3\sqrt{6})/\pi$
d) $(6\sqrt{3})/\pi$ (X)
e) $(9\sqrt{3})/\pi$

05) **(EN)** – Considere um cone circular reto de raio da base 5cm e altura 12cm. As dimensões do raio e da altura do cilindro circular reto, de maior volume, que pode ser inscrito neste cone, são respectivamente:

a) $\frac{10}{3}$ e 4
b) 4 e 10
c) 3 e $\frac{14}{3}$
d) $\frac{9}{5}$ e $\frac{33}{4}$
e) $\frac{5}{2}$ e 6 (X)

06) **(EsPCEx)** – Um trapézio isósceles, cujas bases medem 2cm e 4cm e cuja altura é 1cm, sofre uma rotação de 180° em torno do eixo que passa pelos pontos médios das bases. O volume, em cm³, do sólido gerado por essa rotação é:

a) $\frac{4\pi}{3}$
b) $\frac{5\pi}{3}$
c) 2π
d) $\frac{7\pi}{3}$ (X)
e) $\frac{8\pi}{3}$

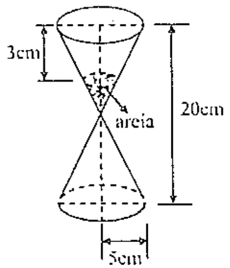
07) **(AMAN)** – A que distância da base de um cone de altura H se deve passar um plano paralelo à mesma, a fim de que a área da seção determinada seja $\frac{1}{16}$ da área da base do cone?

a) $\frac{2}{3}H$
b) $\frac{4}{3}H$
c) $\frac{3}{5}H$
d) 3H
e) $\frac{3}{4}H$ (X)

08) **(AFA)** – A altura de um cone circular reto é de 8cm, e o raio de sua base é de 6cm. Uma cavidade cilíndrica de raio 3cm é efetuada no cone, seguindo o eixo desse. Qual o volume, em cm³, do sólido obtido?

a) 12π
b) 36π
c) 48π
d) 84π
e) n.r.a. (X)

09) (AFA) – A figura dada representa um relógio de areia. Supondo-se que os cones sejam perfeitos e sabendo-se que a vazão do cone superior para o inferior é de $\frac{34,3}{12}\pi cm^3/min$, calcule o tempo, em minutos, estabelecido pelo relógio:



a) 10 (X)
b) 15
c) 18
d) 23
e) n.r.a.

10) (EN) – Um triângulo retângulo ABC, no qual $\hat{A} = 90°$, AC = 3 e AB = 4, efetua uma revolução completa em torno de um eixo que passa por B e é paralelo a AC. Calcule o volume do sólido assim gerado.

a) $\frac{32\pi}{3}$
b) 16π
c) 32π (X)
d) $\frac{128\pi}{3}$
e) 64π

11) (AFA) – A figura 1 representa um cone inscrito em um cilindro, e a figura 2 representa dois cones congruentes inscritos no mesmo cilindro da figura anterior. A razão entre o volume do cone da figura 1 e o volume dos cones da figura 2 é:

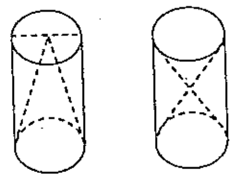
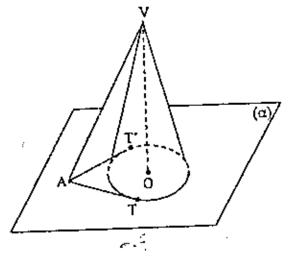


Figura 1 Figura 2

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{2}$
c) 1(X)
d) 2
e) n.r.a.

12) (EsFAO) – Por um ponto A do plano da base de um cone de revolução, traçam-se as tangentes: $\overline{AT} = \overline{AT'} = 4cm$ ao círculo da base. O ângulo destas tangentes é de 120° e a reta determinada pelo vértice V do cone e o ponto A forma um ângulo de 45° com o plano da base. Então o volume do cone é, em cm^3:



a) $\frac{128\pi}{3}$
b) 64π
c) $\frac{64\pi}{3}$
d) 128π (X)
e) 32π

13) (AFA) – Um quebra-luz tem formato de um cone de geratriz 12cm e altura 9cm. Uma lâmpada acessa, no vértice do cone, projeta no chão um círculo de 4m de diâmetro. Então, a distância entre a lâmpada e o chão, em cm, é:

a) $\left(\frac{18}{63}\right)\sqrt{63}$
b) $\left(\frac{18}{63}\right)\sqrt{63}$
c) $\left(\frac{1800}{63}\right)\sqrt{3}$
d) $\left(\frac{1800}{63}\right)\sqrt{63}$ (X)

14) **(ITA)** – Em um cone de revolução, o perímetro da seção meridiana mede 18cm e o ângulo do setor circular mede 288°. Considerando-se o tronco de cone cuja razão entre as áreas das bases é $\frac{4}{9}$, então sua área total mede:

a) $16\,\pi cm^2$

b) $\frac{308\pi}{9} cm^2$ (X)

c) $\frac{160\pi}{3} cm^2$

d) $\frac{100\pi}{9} cm^2$

e) n.d.a.

15) **(ITA)** Um dos catetos de um triângulo retângulo mede $\sqrt[3]{2}$ cm. O volume sólido gerado pela rotação desse triângulo em torno da hipotenusa é π cm³. Determine os ângulos desse triângulo.

Resp: 90°, 60° e 30°

16) **(ITA)** A área total da superfície de um cone circular reto, cujo raio da base mede Rcm, é igual à terça parte da área de um círculo de diâmetro igual ao perímetro da seção meridiana do cone. O volume desse cone, em cm³, é igual a

a) $\pi.R^3$

b) $\pi\sqrt{2}\,R^3$

c) $\frac{\pi}{\sqrt{2}} R^3$

d) $\pi\sqrt{3}\,R^3$

e) $\frac{\pi}{\sqrt{3}} R^3$ (X)

17) **(EsFAO)** – Na base de um cone cujo volume é igual a 144π m³, está inscrito em um hexágono regular de área $54\sqrt{3}$ m². A área total desse cone é:

a) $4\pi R^2$ m²

b) $36\pi(1+\sqrt{5})$ m² (X)

c) $30\pi(1+\sqrt{3})$ m²

d) $2\pi Rh$ m²

e) $20\pi(2+\sqrt{2})$ m²

18) **(IME)** – Seja um cone reto de base circular, vértices V, altura h e raio da base r e seja ABC um triângulo eqüilátero circunscrito à base do cone. Pede-se:

a) Determinar a relação entre h e r para que o tetraedro, com vértices VABC, seja regular.

b) Satisfeitas essas condições, calcule, em função de r, o volume limitado pela superfície do cone, pelo plano de sua base e pelos dois planos tangentes que passam pela aresta VA.

Resp: **a)** $h = 2r\sqrt{2}$

b) $\frac{2r^3\sqrt{2}}{3}\left[\sqrt[2]{2} - \frac{\pi}{3}\right]$

19) **(ITA)** Seja S a área total da superfície de um cone circular reto de altura h, e seja m a razão entre as áreas lateral e da base desse cone. Obtenha uma expressão que forneça h em função apenas de S e m.

resp $h = \sqrt{\frac{(m-1)S}{\pi}}$

22

Esferas

01) **(EN)** – Duas seções feitas em uma esfera, por dois planos paralelos distantes 3cm entre si, situam-se em hemisférios diferentes e têm raios iguais a 1cm e 2cm. O raio da esfera é igual a:

a) $2\sqrt{2}$ cm

b) $2\sqrt{3}$ cm

c) $\sqrt{5}$ cm (X)

d) 3cm

e) $3\sqrt{2}$ cm

02) **(ITA)** – Um cone de revolução está circunscrito a uma esfera de raio R cm. Se a altura do cone for igual ao dobro do raio da base, então a área de sua superfície lateral mede:

a) $\frac{\pi}{4}(1+\sqrt{5})^2 R^2 cm^2$

b) $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}(1+\sqrt{5})^2 R^2 cm^2$ (X)

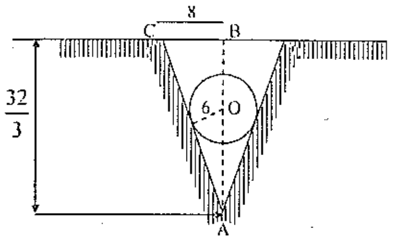
c) $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}(1+\sqrt{5}) R^2 cm^2$

d) $\pi\sqrt{5}\,(1+\sqrt{5})\, R^2 cm^2$

e) n.d.a.

03) **(EsFAO)** – Em uma cavidade cônica, cuja abertura tem um raio de 8cm e profundidade 32/3cm, deixa-se cair uma esfera de 6cm de raio. A distância do vértice da cavidade cônica ao cèntro da esfera é:

a) 20cm
b) 15cm
c) 30cm
d) 18cm
e) 10cm (X)



04) **(EN)** – A esfera S_1 está inscrita em um cilindro C, circular reto, cujo volume vale $18m^3$. A esfera S_2 está circunscrita a C. A diferença entre os volumes de S_2 e S_1 é, em cm^3:

a) $6(2\sqrt{2}-2)$
b) $6(2\sqrt{2}-1)$
c) $12(2\sqrt{2}-2)$
d) $12(2\sqrt{2}-1)$ (X)
e) $12(\sqrt{2}-1)$

05) **(EN)** – Um plano seciona uma esfera de raio 30cm, determinando um círculo que é base em um cilindro e também base de um cone de revolução inscritos nessa esfera. O cilindro e o cone estão situados em um mesmo semi-espaço em relação ao plano. Considerando que os volumes do cilindro e do cone são iguais, qual a distância do centro da esfera ao plano, em cm?

a) 18
b) 15
c) 12
d) 6 (X)
e) 4

06) **(EsPCEx)** – O volume em cm^3, da esfera inscrita em um cone de revolução, cujo raio da base é 5cm e cuja altura é 12cm, é:

a) $\frac{1000\pi}{162}$
b) $\frac{2000\pi}{27}$
c) $\frac{3000\pi}{108}$
d) $\frac{4000\pi}{81}$ (X)
e) $\frac{5000\pi}{9}$

07) **(AFA)** – Uma esfera de raio 8 é secionada por um plano, distante 5 de seu centro. O raio da secção é:

a) $\sqrt{11}$
b) $\sqrt{23}$
c) $\sqrt{39}$ (X)
d) $\sqrt{47}$

08) **(EsFAO)** – Três esferas de raio "r" se tangenciam e tangenciam um plano "α". Uma quarta esfera de mesmo raio é colocada sobre as outras três tangenciando-as externamente. A distância do centro dessa quarta esfera ao plano "α" é:

a) 3r/2
b) $r\sqrt{6}/3$
c) $r(\sqrt{6}+3)/2$
d) $r(2\sqrt{6}+3)/3$ (X)
e) $r(\sqrt{2}+3)/2$

09) (EsFAO) – Seja $\overline{AB}$ a diagonal de um cubo de aresta a. O raio da esfera tangente às três faces do cubo que convergem no vértice A e às três arestas que saem do vértice B é:

a) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ a

b) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ a

c) $(2+\sqrt{2})$ a

d) 2a/3

e) $(2-\sqrt{2})$ a (X)

10) (EsPCEx) – Os raios de duas esferas concêntricas medem 9cm e 15cm. A área da secção definida na esfera maior por um plano tangente à outra esfera é igual a:

a) 144π cm² (X)

b) 121π cm²

c) 169π cm²

d) 100π cm²

11) (EsPCEx) – Um octaedro regular é inscrito em um cubo que está inscrito em uma esfera que está inscrita em um tetraedro regular. Se o comprimento da aresta do tetraedro é 1, então o comprimento da aresta do octaedro é:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{6}$ (X)

c) $\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$

d) $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$

12) (EsPCEx) – Dois planos concorrentes contêm o centro de uma esfera de área igual a 144π m² e determinam na mesma uma cunha esférica de 48π m³ de volume. O ângulo da cunha é de:

a) $\frac{2\pi}{3}$ rad

b) $\pi/3$ rad (X)

c) $\pi/4$ rad

d) $\pi/2$ rad

13) (EsPCEx) – Um plano corta uma esfera de raio R de modo que a área da menor calota formada seja igual a m vezes a área lateral do cone cujo vértice é o centro da esfera e cuja base é o círculo que serve de base à calota. A distância d do centro da esfera ao plano é dada por:

a) $d = R\,\frac{4-m^2}{4+m^2}$ (X)

b) $d = R\left(\frac{4-m}{4+m}\right)^2$

c) $d = R\,\frac{4+m^2}{4-m^2}$

d) $d = R\left(\frac{4+m}{4-m}\right)^2$

e) $d = R\,\frac{m^2-4}{m^2+4}$

14) (AFA) – Uma esfera é secionada por um plano distante 2cm de seu centro. Se área da secção é 5π cm², o volume da esfera, em cm³, é:

a) 12π

b) 27π

c) 36π (X)

d) 108π

20) (ITA) – Um cone circular reto tem altura 12 cm e raio da base 5 cm. O raio da esfera inscrita nesse, em cm,

a) 10/3 (X)
b) 7/4
c) 12/5
d) 3
e) 2

21) (IME) – Seja, sobre uma esfera, um círculo máximo (C) com diâmetro $\overline{AB} = 2R$. Traçam-se: uma corda $\overline{MN}$ do círculo (C), paralela a AB, e duas retas x e y perpendiculares ao plano do círculo de diâmetro $\overline{AB}$ e passando, respectivamente, por M e N. Os planos definidos pelo ponto A e a reta x e o definido pelo ponto A e a reta y cortam a esfera segundo dois círculos. Mostre que quando MN varia, mantendo-se paralela a AB, a soma dos quadrados de seus raios é constante.

R.: A soma é igual a r^2

22) (EsPCEx) – Uma pirâmide irregular de base hexagonal regular tem altura h = 9m e a maior diagonal de sua base mede $d = 3\sqrt{7}$ m. Sabendo que a projeção ortogonal de seu vértice sobre a base coincide com um dos vértices da mesma, podemos afirmar que o volume da esfera circunscrita à pirâmide é:

a) $288\pi\ m^3$ (X)
b) $216\pi\ m^3$
c) $144\pi\ m^3$
d) $72\pi\ m^3$

23) (EsPCEx) – O volume de um tronco de pirâmide, obtido a partir de uma pirâmide de base quadrada inscrita em uma semi-esfera de raio R e um plano paralelo à base, distante R/2 da mesma, vale:

a) $\frac{1}{2}$ do volume da pirâmide
b) $\frac{7}{8}$ do volume da pirâmide (X)
c) $\frac{2}{3}$ do volume da pirâmide
d) $\frac{7}{12}$ do volume da pirâmide
e) $\frac{5}{9}$ do volume da pirâmide

24) (AFA) – O volume de um octaedro regular inscrito em uma esfera de raio R é:

a) $\frac{2}{3}R^3$
b) $\frac{3}{4}R^3$
c) $\frac{4}{3}R^3$ (X)
d) $\frac{3}{2}R^3$

25) (ITA) A circunferência inscrita em um triângulo eqüilátero com lados de 6cm de comprimento é a interseção de uma esfera de raio igual a 4cm com o plano do triângulo.
Então, a distância do centro da esfera aos vértices do triângulo é (em cm)

a) $3\sqrt{3}$.
b) 6.
c) 5. (X)
d) 4.
e) $2\sqrt{5}$.

26) (ITA) Uma esfera de raio r é seccionada por n planos meridianos. Os volumes das respectivas cunhas esféricas contidas em uma semi-esfera formam uma progressão aritmética de razão $\frac{\pi r^3}{45}$. Se o volume da menor cunha for igual a $\frac{\pi r^3}{18}$, então n é igual a
a) 4.
b) 3.
c) 6. (X)
d) 5.
e) 7.

27) (ITA) Um cone circular reto com altura de $\sqrt{8}$ cm e raio da base de 2 cm está inscrito em uma esfera que, por sua vez, está inscrita em um cilindro. A razão entre as áreas das superfícies totais do cilindro e do cone é igual a:
a) $\frac{3}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$.
b) $\frac{9}{4}\left(\sqrt{2}-1\right)$.
c) $\frac{9}{4}\left(\sqrt{6}-1\right)$.
d) $\frac{27}{8}\left(\sqrt{3}-1\right)$. (X)
e) $\frac{27}{16}\left(\sqrt{3}-1\right)$.

23

Números Complexos

01) (ITA) – Seja a o módulo do número complexo $(2-2\sqrt{3}\,i)^{10}$. Então o valor de x que verifica a igualdade
$(4a)^x = a$ é:
a) 10/11 (X)
b) −2
c) 5/8
d) 3/8
e) 1/5

02) (AFA) – Se $w = \frac{2-i}{1+i}$, $i=\sqrt{-1}$, então $\overline{w}$ é igual a:
a) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ (X)
b) $\frac{1}{2}+\frac{-3}{2}i$
c) $\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}i$
d) $\frac{-1}{2}+\frac{-3}{2}i$

03) (AFA) – Se $z = 2 - 5i$ e $w = -1 + 3i$, sendo $i = \sqrt{-1}$, então o valor de $|zw|$ é:
a) $\sqrt{270}$
b) $\sqrt{290}$ (X)
c) $\sqrt{310}$
d) $\sqrt{330}$

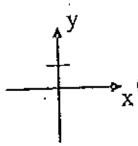
04) (EN) – Sendo i a unidade imaginária dos números complexos, o valor do número natural n tal que $(2i)^n + (1+i)^{2n} = 64i$ é:
a) 4
b) 5 (X)
c) 6
d) 7
e) 9

05) (ITA) – Sabe-se que $2\left(\cos\frac{\pi}{20} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{20}\right)$ é uma raiz quíntupla de w. Seja S o conjunto de todas as raízes de $z^4 - 2z^2 + \frac{w - 16\sqrt{2}i}{8\sqrt{2}} = 0$.
Um subconjunto de S é:
a) $\left\{2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{8} + i\,\text{sen}\frac{7\pi}{8}\right), 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{8}\right)\right\}$
b) $\left\{2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{9\pi}{8} + i\,\text{sen}\frac{9\pi}{8}\right), 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{5\pi}{8} + i\,\text{sen}\frac{5\pi}{8}\right)\right\}$
c) $\left\{2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\,\text{sen}\frac{7\pi}{4}\right), 2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{4}\right)\right\}$
d) $\left\{2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{7\pi}{8} + i\,\text{sen}\frac{7\pi}{8}\right), 2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{8}\right)\right\}$ (X)
e) n.d.a.

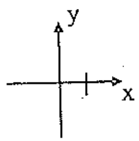
06) (ITA) – Considere o número complexo $z = a + 2i$ cujo argumento está no intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Sendo S o conjunto dos valores de a para os quais z^6 é um número real, podemos afirmar que o produto dos elementos de S vale:
a) 4
b) $\frac{4}{\sqrt{3}}$
c) 8
d) $\frac{8}{\sqrt{3}}$
e) n.d.a. (X)

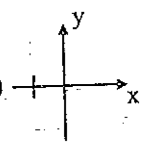
07) (ITA) – Seja z um número complexo satisfazendo $\text{Re}\, z > 0$ e $(z+i)^2 + |\bar{z}+i|^2 = 6$. Se n é o menor natural para o qual z^n é um imaginário puro, então n é igual a:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4 (X)
e) 5

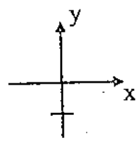
08) (AFA) – No plano de Argand-Gauss, a representação do complexo conjugado de $i - \frac{1}{i}$ é:

a) 

(X)

b) 

c) 

d) 

09) **(AFA)** – A solução da equação:

$$\left[10\left|(\sqrt{68}-4i\sqrt{2})^{10}\right|\right]^{x}=\left|(2\sqrt{17}-4i\sqrt{2})^{21}\right|,\ i=\sqrt{-1}\ ,\text{ é:}$$

a) $\frac{21}{11}$ (X)

b) 2

c) $\frac{31}{12}$

d) 4

10) **(AFA)** – Considere a equação $(z+i)^2-6-|\bar{z}+i|^2$, onde z é um número complexo, $i=\sqrt{-1}$ e Re $z>0$. O menor número natural n tal que z^n seja um imaginário puro é:

a) 1 (X)

b) 2

c) 3

d) 4

11) **(AFA)** – O valor da expressão $i^{101}(1-i)^{46}\cdot(1-i)^{-44}$, $i=\sqrt{-1}$, é:

a) 2 (X)

b) 4

c) 6

d) 8

12) **(IME)** – Faça o que se pede:

a) Calcule o argumento do seguinte número complexo $i(1+i)$;

b) Escreva sob forma trigonométrica o número complexo $Z=1+i\sqrt{3}$.

Resp: a) $\sqrt{2}$ e $\frac{3\pi}{4}$

b) $2(\cos 60^0+i\,\text{sen}60^0)$

13) **(EN)** – A expressão que melhor representa o resultado do produto $i\cdot\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{-6}$ é:

a) $\frac{i}{2}$

b) $-\frac{i}{2}$

c) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$

d) i (X)

e) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$

14) **(EN)** – O número complexo Z em $iZ+2\bar{Z}+1-i=0$ ($\bar{Z}$ é o conjunto de Z) é tal que Z^{1004} é igual a:

a) $2^{502}\cdot(i-1)$

b) -2^{502} (X)

c) $i\cdot 2^{1004}$

d) $i\cdot 2^{502}$

e) 2^{1004}

15) **(ITA)** – Se $z=\cos t+i\,\text{sen}\,t$, onde $0<t<2\pi$, então podemos afirmar que $w=\frac{1+z}{1-z}$ é dado por:

a) $i\,\text{cotg}\,\frac{t}{2}$

b) $i\,\text{tg}\,\frac{t}{2}$

c) $i\,\text{cotg}\,t$

d) $i\,\text{tg}\,t$

e) n.d.a. (X)

16) (ITA) – Sejam $w = a + bi$ com $b \neq 0$ e $a, b, c \in \mathbb{R}$. O conjunto dos números complexos z que verificam a equação $wz + \overline{wz} + c = 0$, descreve:

a) Um par de retas paralelas
b) Uma circunferência
c) Uma elipse
d) Uma reta com coeficiente angular $m = \frac{a}{b}$ (X)
e) n.d.a.

17) (CFO) – Dados os complexos:

$Z_1 = \sqrt{3}\,(\cos 5\pi/7 + i\,\mathrm{sen}\, 5\pi/7)$

$Z_2 = 2\sqrt{2}\,(\cos 2\pi/7 + i\,\mathrm{sen}\, 2\pi/7)$

$Z_3 = 4\sqrt{3}\,(\cos 12\pi/7 + i\,\mathrm{sen}\, 12\pi/7)$

O valor de $Z_1^3 \cdot Z_2^2 / Z_3$ é:

a) $6i$
b) $-6i$
c) 6
d) -6 (X)
e) $-i$

18) (AFA) – Simplificando-se a expressão $(1 + i^{95})^{-1}\,(1 + i^{201})\,(1 + i)^2$, sendo i a unidade imaginária, obtém-se:

a) -2 (X)
b) -1
c) i
d) 2

19) (EsFAO) – O conjunto solução, da equação em z, $z \cdot \bar{z} + 2\,(z - \bar{z}) = 5 - 8i$ é:

a) $\{1 - 2i;\ 1 + 2i\}$
b) $\{1 - 2i;\ -1 - 2i\}$ (X)
c) $\{-1 - 2i;\ -1 + 2i\}$
d) $\{1 + 2i;\ -1 + 2i\}$
e) qualquer z

20) (AMAN) – As quatro raízes de -1 são:

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}i - \frac{\sqrt{2}}{2}\right);\ \left(\sqrt{2}\,i\right)\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);\ \left(-\sqrt{2}\,i\right)$

b) $(i);\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2}i\right);\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);\ \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

c) $(-i);\ (i);\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

d) $(-i);\ (i);\ \left(\sqrt{2} + i\right)\ \left(\sqrt{2} - i\right)$

e) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right);\ \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right);\ \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right);\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (X)

21) (AMAN) – Se $Z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\,\mathrm{sen}\frac{\pi}{4}\right)$ e $Z_2 = 2\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\,\mathrm{sen}\frac{3\pi}{4}\right)$, então $Z_1 + Z_2$ e $Z_1 \cdot Z_2$, valem, respectivamente:

a) $0\ ;\ 0$
b) $\sqrt{3}\,i\ ;\ 0$
c) $2\sqrt{2}\,i\ ;\ -4$ (X)
d) $4\sqrt{2}\,i\ ;\ -4$
e) $(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i)\ ;\ 4$

22) **(AFA)** – A razão $\frac{1+i}{1-i}$, $i=\sqrt{-1}$, vale:
a) $-i$
b) $-\frac{i}{2}$
c) $\frac{i}{2}$
d) i (X)

23) **(EN)** – As soluções da equação $(z - 1 + i)^4 = 1$ pertencem uma curva. Determine a equação dessa curva
R.: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$

(ITA) – Resolvendo a equação $z^2 = \overline{2+z}$ no conjunto dos números complexos, conclui-se sobre as suas soluções que:
a) nenhuma delas é um número inteiro
b) a soma delas é 12
c) essas são em número de 2 e são distintas **(X)**
d) essas são em número de 4 e são 2 a 2 distintas
e) uma delas é da forma $z = bi$ com b real não nulo.
Nota: Por $\bar{a}$ denotamos o conjugado do número complexo a.

25) **(ITA)** – Sejam x e y números reais, com $x \neq 0$, satisfazendo $(x + iy)^2 = (x + y)i$. Então:
a) x e y são números irracionais
b) $x > 0$ e $y < 0$
c) x é uma raiz da equação $x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 0$ **(X)**
d) $x < 0$ e $y = x$
e) $x^2 + xy + y^2 = 1/2$

26) **(IME)** – Determine as raízes de $z^2 + 2iz + 2 - 4i = 0$ e localize-as no plano complexo, sendo $i = \sqrt{-1}$.
R.: $1 + i$, $1 - 3i$, $-1 + i$ e $-1 - 3i$

27) **(IME)** – Prove que $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$, onde Z_1, $Z_2 \in C$.

28) **(ITA)** Considere a equação:
$$16\left(\frac{1-ix}{1+ix}\right)^3 = \left(\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i}\right)^4.$$
Sendo x um número real, a soma dos quadrados das soluções dessa equação é:
a) 3.
b) 6. (X)
c) 9.
d) 12.
e) 15.

29) **(IME)** Sejam z e w números complexos tais que:
$$\begin{cases} w^2 - z^2 = 4 + 12i \\ \bar{z} - \bar{w} = 2 + 4i \end{cases}$$
onde $\bar{z}$ e $\bar{w}$ representam, respectivamente, os números complexos conjugados de z e w. O valor de z + w é :
a) $1 - i$
b) $2 + i$
c) $-1 + 2i$
d) $2 - 2i$ (X)
e) $-2 + 2i$

30) **(ITA)** Sejam a e b números complexos não-nulos, tais que $a^2 + b^2 = 0$.
Se $z, \omega \in C$ satisfazem $\begin{cases} \bar{z}\omega + z\bar{\omega} = 6a \\ \bar{z}\omega - z\bar{\omega} = 8b \end{cases}$ determine o valor de $|a|$ de forma que $|z\omega| = 1$. resp. 1/5

31) (ITA) Seja $z \in C$ com $|z| = 1$. Então, a expressão $\left|\frac{1-\bar{z}w}{z-w}\right|$ assume valor
a) maior que 1, para todo w com $|w| > 1$.
b) menor que 1, para todo w com $|w| < 1$.
c) maior que 1, para todo w com $w \neq z$.
d) igual a 1, independente de w com $w \neq z$. (X)
e) crescente para $|w|$ crescente, com $|w| < |z|$.

32) (ITA) Considere a função $f: R \to C$, $f(x) = 2 \cos x + 2 i \operatorname{sen} x$. Então, $\forall x, y \in R$, o valor do produto $f(x)f(y)$ é igual a:
a) $f(x + y)$.
b) $2f(x + y)$. (X)
c) $4if(x + y)$.
d) $f(xy)$.
e) $2f(x) + 2if(y)$.

33) (ITA) Seja z_0 o número complexo $1 + i$. Sendo S o conjunto solução no plano complexo de $|z - z_0| = |z + z_0| = 2$, então o produto dos elementos de S é igual a:
a) $4(1 - i)$.
b) $2(1 + i)$.
c) $2(i - 1)$.
d) $-2i$.
e) $2i$. (X)

34) (ITA) Sendo $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, calcule $\left|\sum_{n=1}^{60} z^n\right| = |z + z^2 + z^3 + \dots + z^{60}|$.
R. $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$

24

Polinômios

01) (AFA) – O polinômio $P(x)$ é divisível por $x^2 - a^2$ ($a \neq 0$), se, e somente se:
a) $P(a) = 0$
b) $P(-a) = 0$
c) $P(a) = P(-a) = 0$ (X)
d) $P(a) = 0$ e $P(-a) \neq 0$

02) (AFA) – O parâmetro a, de modo que o resto da divisão de $5x^3 + (2a - 3)x^2 + ax - 2$ por $x + 2$ seja 6, é igual a:
a) 9
b) 10 (X)
c) 11
d) 12

03) **(AFA)** – Da divisão polinomial de A(x) por B(x) resulta Q(x) como quociente e R(x) como resto. Então, dividindo-se A(x) por 3B(x), obtém-se como quociente e resto, respectivamente:

a) $\frac{Q(x)}{3}$ e R(x) (X)

b) $\frac{Q(x)}{3}$ e $\frac{R(x)}{3}$

c) 3Q(x) e R(x)

d) 3Q(x) e 3R(x)

04) **(AFA)** – O valor da expressão $A^2 - 2B + C$, de modo que seja verificada a igualdade $\frac{1}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$ é:

a) $\frac{3}{4}$ (X)

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{-4}{3}$

d) $\frac{-3}{4}$

05) **(ITA)** – A divisão de um polinômio P(x) por $x^2 - x$ resulta no quociente $6x^2 + 5x + 3$ e resto $-7x$. O resto da divisão de P(x) por $2x + 1$ é igual a:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5(X)

06) **(EN)** – O polinômio $2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$ é divisível por $x^2 - x - 2$. O valor de m . n é:

a) –8 b) –10 c) –12 d) –14 (X) e) –16

07) **(EN)** – Se P(x) é um polinômio de terceiro grau tal que $P(0) = -2$; $P(1) = 3$; $P(2) = 1$ e $P(3) = 6$, então o resto da divisão de P(x) por $P(x - 4)$ tem valor:

a) 36

b) 28

c) 12

d) 18

e) 32 (X)

08) **(EN)** – Os valores de A, B e C que tornam verdadeira a identidade
$$\frac{9x^2-16x+4}{x^3-3x^2+2x} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$$
são tais que:

a) A – B + C = 5

b) A – B – C = 3

c) A + B – C = 1(X)

d) 2A – B + C = 7

e) A – 2B + C = 2

09) **(CFO)** – O polinômio $P(x) = x^3 + ax + b$ é divisível por $(x - 1)^2$. Então:

a) ab = –6 (X)

b) a = b

c) $a^b = 8$

d) 2b + a = –4

e) a/b= –(1/2)

10) **(CFO)** – O polinômio P(x) do 3° grau é tal que $P(-2) = P(3) = P(-1) = 0$ e $P(0) = 12$. O valor de P(1) é:

a) 24 (X)

b) 12

c) 1

d) –12

e) –24

11) (AFA) – Se $\frac{x+2}{x(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$, então $A^2 + BC$ vale:
a) 7/9
b) 11/9(X)
c) 5/3
d) 19/9

12) (AFA) – Se o polinômio $P(x) = x^3 - x^2 + mx + n$, é divisível por $Q(x) = x^2 - 2x + 1$, então o valor de $m^2 + n^2$ é
a) 0
b) 1
c) 2 (X)
d) 3

13) (AFA) – Um polinômio P(x) dividido por (x – 2) tem resto 3, e dividido por (x – 4) tem resto 1. Então, o resto da divisão desse polinômio por (x – 2) (x – 4) é igual a:
a) – x – 5
b) – x + 5 (X)
c) x – 5
d) x + 5
e) n.r.a.

14) (AMAN) – O valor de m para que o resto da divisão de $x^6 - x^5 + 2x^3 - 12x + m$ por x – 2 seja 20 é:
a) –3
b) –4 (X)
c) 4
d) 3
e) 25

15) (EsFAO) – O polinômio $P(x) = x^5 - 5x^4 - x^3 + mx^2 + nx + p$ é divisível por $(x^2 - 1)(x - 1)$, quando:
a) m = n + p
b) m – p + n = 13 (X)
c) m + p = n
d) m + n = p
e) n + p = 2m

16) (EN) – Decompondo-se a fração $\frac{x+2}{x^3-x}$ em uma soma de frações cujos denominadores são polinômios do 1° grau, podemos afirmar que a soma dos numeradores dessas frações é:
a) –3
b) –2
c) –1
d) 0 (X)
e) 1

17) (ITA) – A identidade
$$\frac{x^3+4}{x^3+1} = 1 + \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$
é válida para todo número real $x \neq -1$. Então a + b + c é igual a:
a) 5
b) 4
c) 3
d) 2 (X)
e) 1

18) **(IME)** – Seja o polinômio P(x) de grau (2n + 1) com todos os seus coeficientes positivos e unitários. Dividindo-se P(x) por D(x), de grau 3, obtém-se o resto R(x).
Determine R(x), sabendo-se que as raízes de D(x) são as raízes de $A(x) = x^4 - 1$ e que $D(1) \neq 0$.
R.: 0, se n é par; x + 1, se n é ímpar

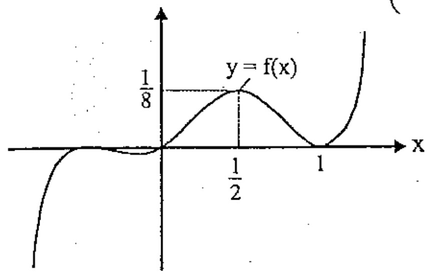
19) **(EN)** – Seja P(x) um polinômio do 2° grau, tal que $P(-1) = 12$, $P(0) = 6$ e $x = 2$ é raiz de P(x). O resto da divisão de P(x) por $(x - 3)$ é:
a) –1
b) 0 **(X)**
c) 2
d) 3
e) 6

20) **(ITA)** Para algum número real r, o polinômio $8x^3 - 4x^2 - 42x + 45$ é divisível por $(x - r)^2$. Qual dos números abaixo está mais próximo de r?
a) 1,62
b) 1,52 **(X)**
c) 1,42
d) 1,32
e) 1,22

21) **(ITA)** A divisão de um polinômio f(x) por $(x - 1)(x - 2)$ tem resto $x + 1$. Se os restos das divisões de f(x) por $x - 1$ e $x - 2$ são, respectivamente, os números a e b, então $a^2 + b^2$ vale:
a) 13. **(X)**
b) 5.
c) 2.
d) 1.
e) 0.

22) **(ITA)** Sejam a, b, c e d constantes reais. Sabendo que a divisão de $P_1(x) = x^4 + ax^2 + b$ por $P_2(x) = x^2 + 2x + 4$ é exata, e que a divisão de $P_3(x) = x^3 + cx^2 + dx - 3$ por $P_4(x) = x^2 - x + 2$ tem resto igual a – 5, determine o valor de a+ b+ c+ d.
R. a + b + c + d = 21

23) **(ITA)** Com base o gráfico da função polinomial y = f(x) esboçado abaixo, responda qual é o resto da divisão de f(x) por $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$.



RESP. –x/4 + 1/4

24) **(ITA)** Dividindo-se o polinômio $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$ por $(x - 1)$, obtém-se resto igual a 2. Dividindo-se P(x) por $(x + 1)$, obtém-se resto igual a 3. Sabendo que P(x) é divisível por $(x - 2)$, tem-se que o valor de $\frac{ab}{c}$ é igual a:
a) – 6.
b) – 4.
c) 4.
d) 7.
e) 9. **(X)**

25) (ITA) Considere o polinômio $P(x) = 2x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$, cujos coeficientes 2, a_2, ... , a_n formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão $q > 0$. Sabendo que $-\frac{1}{2}$ é uma raiz de P e que $P(2) = 5460$, tem-se que o valor de $\frac{n^2 - q^3}{q^4}$ é igual a:

a) $\frac{5}{4}$.

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{7}{4}$. (X)

d) $\frac{11}{6}$.

e) $\frac{15}{8}$.

26) (ITA) Seja P(x) um polinômio divisível por $x - 1$. Dividindo-o por $x^2 + x$, obtém-se o quociente $Q(x) = x^2 - 3$ e o resto R(x). Se $R(4) = 10$, então o coeficiente do termo de grau 1 de P(x) é igual a:

a) – 5.

b) – 3.

c) – 1. (X)

d) 1.

e) 3.

25

Equações Algébricas

01) (CFO) – A soma das raízes reais da equação $2^{3x} + 3 \cdot 2^{2x} - 6 \cdot 2^x - 8 = 0$ vale:

a) –4

b) –3

c) –1

d) 1 (X)

e) 3

02) (EN) – As raízes da equação $64x^3 - 56x^2 + 14x - 1 = 0$ estão em progressão geométrica. Podemos afirmar que essas raízes pertencem ao intervalo:

a) $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ (X)

b) $\left[-1; \frac{1}{10}\right]$

c) $\left[-2; \frac{-1}{6}\right]$

d) $\left[\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right]$

e) $\left[\frac{-1}{3}; \frac{1}{10}\right]$

03) (AFA) – Se a, b, c e d são as raízes da equação $3x^4 + 6x^3 - x^2 + 3x - 9 = 0$, então o valor de $a^2b^2c^2d^2$ é:
a) –9
b) –3
c) 3
d) 9 (X)

04) (AFA) – Se a, b e c são as raízes da equação $x^3 - \sqrt{3}x^2 + 54 = 0$, então $a^{-2} + b^{-2} + c^{-2}$ é igual a:
a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{9}$
c) $\frac{\sqrt{3}}{27}$ (X)
d) $\frac{\sqrt{3}}{81}$

05) (ITA) – Considere a equação:

$$\det\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ G(x) & 2x & F(x) \\ [G(x)]^2 & 4x^2 & [F(x)]^2 \end{bmatrix} = 0$$

onde $F(x) = \frac{x^4 + x^3 - x + 1}{x^2}$ e $G(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$, com $x \in R$, $x \neq 0$.

Sobre as raízes reais dessa equação, temos:
a) Duas delas são negativas (X)
b) Uma delas é um número irracional
c) Uma delas é um número par
d) Uma delas é positiva e a outra é negativa
e) n.d.a.

06) (EN) – A relação entre os coeficientes b e c para que a equação $x^3 + bx + c = 0$, possua duas raízes iguais é:
a) $4b^3 + 27c^2 = 0$ (X)
b) $b^3 + c^2 = 0$
c) $2b^3 + 3c^2 = 0$
d) $b^3 + c^2 = 0$
e) $3b = c$

07) (ITA) – Sabendo-se que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes reais é:
a) 17
b) 19 (X)
c) 21
d) 23
e) 25

08) (AFA) – Se a, b e c são raízes da equação $2x^3 - 3x^2 + 5x + 1 = 0$, então $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ é:
a) 30
b) 31(X)
c) 32
d) 33

09) (AFA) – Qual das afirmações abaixo é verdadeira?
a) Se o polinômio $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + 8$ é divisível por $(x - 1)$ e por $(x + 2)$, então o resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 3)$ é –6.
b) A função $y = \cos x - \operatorname{sen} x$, somente em termos de sen x, é dada por $y = \sqrt{2}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.
c) Se os números A, B e 1 são raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$, então $A^2 + B^2 = 12$.

d) Se $S = \left\{x \in R \,/\, |\text{sen}x| < \frac{1}{2}\right\}$ e $T = \{x \in R \mid -1 < \cos x < 0\}$, então $S \cap T = \left\{x \in R \mid \frac{5\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6}\right\}$, para $0 < x < 2\pi$ (X)

10) (ITA) – Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0$. Podemos afirmar que:
a) $S \subset]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, 2[$ (X)
b) $S \subset]-2, -1[\cup]0, 1[\cup]3, 4[$
c) $S \subset]0, 4[$
d) $S \subset]-2, -1[\cup]1, 2[\cup]3, 4[$
e) n.d.a.

11) (ITA) – Os valores de m de modo que a equação $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$, tenha duas de suas raízes somando um, são:
a) 0
b) $\sqrt{3}$ e 3
c) 1 e −1 (X)
d) 2 e −2
e) n.d.a.

12) (ITA) – Considere as afirmações:
I) A equação $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ só admite raízes reais.
II) Toda equação recíproca admite um único par de raízes.
III) As raízes da equação $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$, são exatamente o dobro das raízes de $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$
Então:
a) Apenas I é verdadeira.
b) Apenas II é falsa (X)
c) Apenas III é verdadeira
d) Todas são verdadeiras
e) n.d.a.

13) **(AFA) – A solução da inequação $2x^2 - 3x + 8 > \frac{3x^3 + x^2 - 5x + 10}{x + 2}$, no conjunto dos números reais, é dada pelo intervalo:**
a) $-2 < x < 5$
b) $-2 < x < 3$
c) $-1 < x < 3$ (X)
d) $-1 < x < 5$

14) (AFA) – Os coeficientes do polinômio P(x) são reais, e sabe-se que ele possui três raízes, duas das quais são 0 e i (i = unidade imaginária). Então, P(x) pode ser:
a) $x^4 - x$
b) $x^4 + x$
c) $x^4 - x^2$
d) $x^4 + x^2$ (X)

15) (EsFAO) – Qual o menor grau para que uma equação polinomial de coeficientes reais possa admitir as raízes $2 + i$; $1 - 3i$; 4 e $5i$?
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7 (X)

16) (EsFAO) – Sejam w_1 e w_2 raízes não reais de $w^3 + 8 = 0$. O valor de $(w_1 - 3)(w_2 - 3)$ é:
a) 11
b) 8
c) 7 (X)
d) −7
e) −11

17) **(AFA)** – Se $x = 1$ é raiz da equação $x^4 + px^3 + px^2 + px + p = 0$, então:

a) $p = -1/4$ (X)
b) $p = 1/2$
c) $p = 0$ ou $p = -1$
d) $p = 1$ ou $p = -1$

18) **(AMAN)** – O valor de k para que o produto das raízes da equação: $x^3 - 7x^2 + 8x + k - 1 = 0$, seja -2 é:

a) 2
b) -1 (X)
c) 1
d) 3
e) 4

19) **(EN)** – Sabendo-se que a equação $x^4 - 4x^2 + 8x + 35 = 0$, admite a raiz $2 + i\sqrt{3}$, podemos afirmar que:

a) a soma de suas raízes é zero (X)
b) tem 2 raízes reais
c) a soma de suas raízes é -8
d) a soma de suas raízes é -35
e) a equação tem uma raiz dupla

20) **(AMAN)** – As raízes da equação $x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 4x = 0$, são:

a) $\{1, 1, -4, 5\}$
b) $\{0, 1, 1, -4\}$ (X)
c) $\{0, 1, 2, 5\}$
d) $\{0, 1, -1, -4\}$
e) $\{1, -1, 2, -2\}$

21) **(AMAN)** – O produto das raízes da equação $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$, é:

a) 4 (X)
b) -3
c) 1
d) 3
e) 25

22) **(EsFAO)** – Sendo i a unidade imaginária, $3 - \sqrt{2}\,i$ é raiz da equação $x^3 - 3x^2 - 7x + 33 = 0$. Sobre essa equação é correto afirmar que:

a) não admite raiz real
b) admite duas raízes reais
c) admite $1 + i$ como raiz
d) admite raiz real negativa (X)
e) admite raiz real positiva

23) **(EsFAO)** – O polinômio $P(x) = x^3 + px^2 + 15x - 25$ admite $1 + 2i$ como raiz. O valor de "p" é:

a) 7
b) 5
c) 1
d) -5
e) -7(X)

24) **(EsFAO)** – As raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 5x + 7 = 0$, são a, b e c. A equação de raízes ab; ac e bc é:

a) $x^3 + 5x^2 - 14x + 49 = 0$
b) $x^3 - 2x^2 + 10x - 49 = 0$
c) $x^3 - 5x^2 + 14x + 49 = 0$
d) $x^3 - 2x^2 + 10x + 49 = 0$
e) $x^3 - 5x^2 - 14x - 49 = 0$ (X)

25) **(EsFAO)** – Seja $w \neq -1$ raiz da equação $x^3 + 1 = 0$. O valor de $w^3 - w^2 + w - 1$ é:

a) 1
b) zero
c) -1 (X)
d) i
e) $1 - i$

26) **(AFA)** – Sendo 2 a raiz dupla de $ax^3 - bx + 16 = 0$, então os valores de a e b são, respectivamente, iguais a:
a) 1 e –1
b) 2 e 3
c) 1 e 12 **(X)**
d) –1 e 2

27) **(EN)** – A raiz real da equação $x^{1993} + 1993x = 1993$ pertence a qual dos intervalos abaixo?
a) (0, 2) **(X)**
b) (2, 3)
c) (3, 4)
d) (4, 5)
e) (5, 1993)

28) **(IME)** – a) Sendo dada a equação $x^3 + px + q = 0$, p, q $\in$ R, que relação deverá existir entre p e q para que uma das raízes seja igual ao produto das outras duas?
b) Mostre que a equação $x^3 - 6x - 4 = 0$, satisfaz a relação encontrada e, em seguida, encontre as suas raízes.
Resp: a) $q \pm \sqrt{-q} = p,\ q \leq 0$
b) $-2,\ 1 \pm \sqrt{3}$

29) **(ITA)** – As raízes da equação de coeficientes reais $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ são inteiros positivos consecutivos. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a 14. Então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a:
a) 190
b) 191
c) 192
d) 193 **(X)**
e) 194

30) **(ITA)** – Seja P(x) um polinômio de grau 5, com coeficientes reais, admitindo 2 e i como raízes. Se $P(1) \cdot P(-1) < 0$, então o número de raízes reais de P(x) pertencentes ao intervalo $]-1, 1[$ é:
a) 0
b) 1 **(X)**
c) 2
d) 3
e) 4

31) **(ITA)** – Considere as afirmações:
I) $(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^{10} = \cos(10\theta) + i \operatorname{sen}(10\theta)$, para todo $\theta \in R$.
II) $(5i)/(2+i) = 1 + 2i$
III) $(1-i)^4 = -4$
IV) Se $z^2 = (\bar{z})^2$ então z é real ou imaginário puro
V) O polinômio $x^4 + x^3 - x - 1$ possui apenas raízes reais.
Podemos afirmar que:
a) Todas são verdadeiras
b) Apenas quatro são verdadeiras
c) Apenas três são verdadeiras **(X)**
d) Apenas duas são verdadeiras
e) Apenas uma é verdadeira

32) **(ITA)** – Sabendo-se que a equação de coeficientes reais,
$x^6 - (a + b + c)x^5 + 6x^4 + (a - 2b)x^3 - 3cx^2 + 6x - 1 = 0$
é uma equação recíproca de segunda classe, então o número de raízes reais dessa equação é:
a) 0
b) 2
c) 3
d) 4 **(X)**
e) 6

33) **(ITA)** – Considere a equação de coeficientes reais

$x^5 + mx^4 + 2\frac{p}{m}x^3 - 316x^2 + 688x + p = 0, m \neq 0$

para a qual $1 + 3i$ é raiz. Sabendo-se que a equação admite mais de uma raiz real e que suas raízes reais formam uma progressão geométrica de razão inteira q cujo produto é igual a 64, podemos afirmar que $\frac{p}{m}$ é igual a:

a) 20
b) 30
c) 47 **(X)**
d) 120
e) 160

34) **(IME)** – Determine os valores de λ que satisfaçam à inequação, $27^{2\lambda} - \frac{4}{9} \cdot 27^{\lambda} + 27^{-1} > 0$, e represente, graficamente, a função $y = 27^{2x} - \frac{4}{9} \cdot 27^{x} + 27^{-1}$.

Resp.: $\lambda < -\frac{2}{3}$ ou $\lambda > -\frac{1}{3}$

35) **(IME)** Seja $p(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ um polinômio do terceiro grau cujas raízes são termos de uma progressão aritmética de razão 2. Sabendo que $p(-1) = -1$, $p(0) = 0$ e $p(1) = 1$, os valores de α e γ são, respectivamente:

a) 2 e -1
b) 3 e -2
c) -1 e 2
d) $-\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{3}$ (X)
e) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$

36) **(EsPCEx)** Temos as funções:

$f(x)=x+1$
$g(x)=x^3+ax^2+bx+c$
$h(x)=g(f(x))$

Considerando que as raízes de h(x) são {-1; 0; 1}, determine h(-2).

a) 0
b) -3
c) 4
d) 5
e) – 6 **(X)**

37) **(IME)** Seja $p(x) = x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ um polinômio com coeficientes inteiros. Sabe-se que as cinco raízes de p(x) são números inteiros positivos, sendo quatro deles pares e um ímpar. O número de coeficientes pares de p(x) é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4 **(X)**

38) **(ITA)** O número complexo 2 + i é raiz do polinômio $f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + x + q$, com $p, q \in \mathbb{R}$. Então, a alternativa que mais se aproxima da soma das raízes reais de f é

a) 4.
b) – 4.
c) 6.
d) 5.
e) – 5. **(X)**

39) (ITA) Seja a equação em C, $z^4 - z^2 + 1 = 0$. Qual dentre as alternativas abaixo é igual à soma de duas das raízes dessa equação?

a) $2\sqrt{3}$

b) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) $+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) $-i$. **(X)**

e) $\dfrac{i}{2}$

(ITA) No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio $p(x)$ cujos coeficientes somam 32. Se 0 e -1 são raízes de $p(x)$, então a soma $a + b + c$ é igual a

a) $-\dfrac{1}{2}$ (X)

b) $-\dfrac{1}{4}$

c) $\dfrac{1}{2}$

d) 1

e) $\dfrac{3}{2}$

41) (ITA) Mostre que o número real $\alpha = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ é raiz da equação $x^3 + 3x - 4 = 0$. Conclua que α é um número racional.

42) (ITA) Sabendo que a equação $x^3 - px^2 = q^m$, $p, q > 0$, $q \neq 1$, $m \in N$, possui três raízes reais a, b e c, então: $\log_q[abc(a^2 + b^2 + c^2)^{a+b+c}]$ é igual a:

a) $2m + p\log_q p$.

b) $m + 2p\log_q p$. **(X)**

c) $m + p\log_q p$.

d) $m - p\log_q p$.

e) $m - 2p\log_q p$.

43) (ITA) Dada a equação $x^3 + (m + 1)x^2 + (m + 9)x + 9 = 0$, em que m é uma constante real, considere as seguintes afirmações:

I) Se $m \in]-6, 6[$, então existe apenas uma raiz real.

II) Se $m = -6$ ou $m = +6$, então existe raiz com multiplicidade 2.

III) $\forall m \in R$, todas as raízes são reais.

Então, podemos afirmar que é(são) verdadeira(s) apenas.

a) I.

b) II.

c) III.

d) II e III.

e) I e II. **(X)**

44) (ITA) A soma das raízes da equação $z^3 + z^2 - |z|^2 + + 2z = 0$, $z \in C$, é igual a:

a) -2. **(X)**

b) -1.

c) 0.

d) 1.

e) 2.

45) (ITA) Sendo 1 e $1 + 2i$ raízes da equação $x^3 + ax^2 + + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais, então:

a) $b + c = 4$.

b) $b + c = 3$.

c) $b + c = 2$. (X)

d) $b + c = 1$.

e) $b + c = 0$.

46) (IME) Determine todos os valores reais de x que satisfazem a equação: $|\log(12x^3 - 19x^2 + 8x)| = \log(12x^3 - 19x^2 + 8x)$ onde $\log(y)$ e $|y|$ representam, respectivamente, o logaritmo na base 10 e, módulo de y.

resp. $\left[\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{3}\right] \cup [1, +\infty[$