Prova de Equações Algébricas – ITA

1 - (ITA-13) A soma de todos os números reais x que satisfazem a equação $8^{\sqrt{x+1}} + 44\left(2^{\sqrt{x+1}}\right) + 64 = 19\left(4^{\sqrt{x+1}}\right)$ é igual a

a) 8 b) 12 c) 16 d) 18 e) 20

2 - (ITA-13) Se os números reais a e b satisfazem, simultaneamente, as equações $\sqrt{a\sqrt{b}} = 1/2$ e $\ln(a^2 + b) + \ln 8 = \ln 5$, um possível valo de a/b

a) $\sqrt{2}/2$ b) 1 c) $\sqrt{2}$ d) 2 e) 3 $\sqrt{2}$

3 - (ITA-12) Sejam r_1, r_2 e r_3 números reais tais que $r_1 - r_2$ e $r_1 + r_2 + r_3$ são racionais. Das afirmações:

I. Se r_1 é racional ou r_2 é racional, então r_3 é racional;

II. Se r_3 é racional, então $r_1 + r_2$ é racional;

III. Se r_3 é racional, então r_1 e r_2 são racionais,

é (são) sempre verdadeira(s)

a) apenas I. b) apenas II. c) apenas III. d)apenas I e II. e) I, II e III.

4 - (ITA-12) Considere um número real $a \neq 1$ positivo, fixado, e a equação em x

$a^{2x} + 2\beta a^x - \beta = 0,\ \beta \in \mathbb{R}$.

Das afirmações:

I. Se $\beta < 0$, então existem duas soluções reais distintas;

II. Se $\beta = -1$, então existe apenas uma solução real;

III. Se $\beta = 0$, então não existem soluções reais;

IV. Se $\beta > 0$, então existem duas soluções reais distintas,

é (são) sempre verdadeira(s) apenas

a) I. b) I e III. c) II e III. d) II e IV. e) I, III e IV.

5 - (ITA-11) O produto das raízes da equação $|x^2 - 3x + 2| = |2x - 3|$ é igual a:

A) -5. B) -1. C) 1. D) 2. E) 5.

6 - (ITA-10) A expressão $\left(2\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^5 - \left(2\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^5$ é igual a

(A) 2630 $\sqrt{5}$ (B) 2690 $\sqrt{5}$

(C) 2712 $\sqrt{5}$ (D) 1584 $\sqrt{15}$ (E) 1604 $\sqrt{15}$

7 - (ITA-08) Para X $\in$ R, o conjunto solução $|5^{3x} - 5^{2x+1} + 4 \cdot 5^x| = |5^x - 1|$ é:

a) $\{0, 2 \pm \sqrt{5}, 2 \pm \sqrt{3}\}$ b) $\{0, 1, \log_5(2 + \sqrt{5})\}$

c) $\left\{0, \frac{1}{2}\log_2 2, \frac{1}{2}\log_2 3, \log_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$

d) $\{0, \log_5(2 + \sqrt{5}), \log_5(2 + \sqrt{3}), \log_5(2 - \sqrt{3})\}$

e) A única solução é x = 0.

8 - (ITA-07) Sejam *x*, *y* e *z* números reais positivos tais que seus logaritmos numa dada base *k* são números primos satisfazendo

$$\begin{cases} \log_k(x \cdot y) = 49, \\ \log_k(x/z) = 44. \end{cases}$$

Então, $\log_k(x \cdot y \cdot z)$ é igual a

a) 52 b) 61 c) 67 d) 80 e) 97

9 - (ITA-07) Sejam x e y dois números reais tais que e^x, e^y e o quociente $\dfrac{e^x - 2\cdot\sqrt{5}}{4 - e^y\cdot\sqrt{5}}$ são todos racionais. A soma $x + y$ é igual a

a) 0 b) 1

c) $2 \cdot \log_5 3$ d) $\log_5 2$ e) $3 \cdot \log_e 2$

10 - (ITA-07) Sobre a equação na variável real x, $\left|\left||x - 1| - 3\right| - 2\right| = 0$, podemos afirmar que

a) ela não admite solução real.

b) a soma de todas as suas soluções é 6.

c) ela admite apenas soluções positivas.

d) a soma de todas as soluções é 4.

e) ela admite apenas duas soluções reais.

11 - (ITA-06) Considere a equação $(a^x - a^{-x})/(a^x + a^{-x}) = m$, na variável real x, com $0 < a \neq 1$. O conjunto de todos os valores de m para os quais esta equação admite solução real é

a) $(-1, 0) \cup (0, 1)$ b) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

c) $(-1, 1)$ d) $(0, \infty)$ e) $(-\infty, +\infty)$

12 - (ITA-05) Sobre o número x = $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ é correto afirmar que

a) x $\in$]0, 2[b) x é racional c) $\sqrt{2x}$ é irracional

d) x^2 é irracional e) x $\in$]2, 3[

13 - (ITA-05) O menor inteiro positivo **n** para o qual a diferença $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ fica menor que 0,01 é
a) 2499 b) 2501 c) 2500 d) 3600 e) 4900

14 - (ITA-05) Considere a equação em x: $a^{x+1} = b^{1/x}$, onde **a** e **b** são números reais positivos, tais que ln b = 2 ln a > 0. A soma das soluções da equação é
a) 0 b) –1 c) 1 d) ln 2 e) 2

15 - (ITA-04) Seja α um número real, com $\mathbf{0 < \alpha < 1}$. Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os valores de **x** tais que $\alpha^{2x}\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right)^{2x^2} < 1$.
a) $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$ b) $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$ c) $]0, 2[$
d) $]-\infty, 0[$ e) $]2, +\infty[$

16 - (ITA-03) Das afirmações abaixo sobre a equação $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ e suas soluções no plano complexo:
I – A equação possui pelo menos um par de raízes reais.
II – A equação possui duas raízes de módulo 1, uma raiz de módulo menor que 1 e uma raiz de módulo maior que 1.
III – Se $x \in \mathbb{N}^*$ e r é uma raiz qualquer desta equação, então $\sum_{k=1}^{n}\left|\frac{r}{3}\right|^k < \frac{1}{2}$.
é (são) verdadeira(s):
a) nenhuma.
b) apenas I.
c) apenas II.
d) apenas III.
e) apenas I e III.

17 - (ITA-03) Seja $k \in \mathbb{R}$ tal que a equação $2x^3 + 7x^2 + 4x + k = 0$ possua uma raiz dupla e inteira x_1 e uma raiz x_2, distinta de x_1. Então, $(k + x_1)\, x_2$ é igual a:
a) – 6 b) – 3 c) 1 d) 2 e) 8

18 - (ITA-02) Considere as seguintes afirmações sobre números reais positivos:
I – Se x > 4 e y < 2, então $x^2 – 2y > 12$.
II – Se x > 4 ou y < 2, então $x^2 – 2y > 12$.
III – Se $x^2 < 1$ e $y^2 > 2$, então $x^2 – 2y < 0$.
Então, destas é (são) verdadeira(s).
a) Apenas I b) Apenas I e II c) Apenas II e III
d) Apenas I e III e) Todas

19 - (ITA-02) O seguinte trecho de artigo de um jornal local relata uma corrida beneficente de bicicletas: "Alguns segundos após a largada, Ralf tomou a liderança, seguido de perto por David e Rubinho, nesta ordem. Daí em diante, eles não mais deixaram as primeiras três posições e, em nenhum momento da corrida, estiveram lado alado mais do que dois competidores. A liderança, no entanto, mudou de mãos nove vezes entre os três, enquanto que em mais oito ocasiões diferentes aqueles que corriam na segunda e terceira posição trocaram de lugar entre si. Após o término da corrida, Rubinho reclamou para nossos repórteres que David havia conduzido sua bicicleta de forma imprudente pouco antes da bandeirada de chegada. Desse modo, logo atrás de David, Rubinho não pôde ultrapassá-lo no final da corrida."
Com base no trecho acima, você conclui que:
a) David ganhou a corrida.
b) Ralf ganhou a corrida.
c) Rubinho chegou em terceiro lugar.
d) Ralf chegou em segundo lugar.
e) Não é possível determinar a ordem de chegada, porque o trecho não apresenta uma descrição matematicamente correta.

20 - (ITA-01) Se $a \in \mathbb{R}$ é tal que $3y^2 – y + a = 0$ tem raiz dupla, então a solução da equação $3^{2x+1} – 3^x + a = 0$
a) $\log_2 6$ b) $– \log_2 6$ c) $\log_3 6$
d) $– \log_3 6$ e) $1 – \log_3$

21 - (ITA-01) Sendo dado
$\ln\left(2\sqrt{4}\sqrt[3]{6}\sqrt[4]{8}\ldots\sqrt[n]{2n}\right) = a_n$ e $\ln\left(\sqrt{2}\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{4}\ldots\sqrt[2n]{2n}\right) = b_n$
então, $\frac{\ln 2}{2}\ \ \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4}\ \ \frac{\ln 5}{5} + \ldots + \frac{\ln 2n}{2n}$
é igual a:
a) $a_n – 2b_n$
b) $2a_n – b_n$
c) $a_n – b_n$
d) $b_n – a_n$
e) $a_n + b_n$

22 - (ITA-00) A soma das raízes reais e positivas da equação $4^{x^2} - 5\cdot 2^{x^2} + 4 = 0$ vale:
(A) 2 (B) 5 (C) $\sqrt{2}$
(D) 1 (E) $\sqrt{3}$

23 - (ITA-00) Sendo I um intervalo de números reais com extremidades em a e b m com $a < b$, o número real $b - a$ é chamado de comprimento de I.
Considere a inequação: $6x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 4x < 0$
A soma dos comprimentos dos intervalos nos quais ela é verdadeira é igual a:
(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{7}{3}$
(D) $\frac{11}{6}$ (E) $\frac{7}{6}$

24 - (ITA-99) Seja $a \in \boldsymbol{R}$ com $a > 1$. O conjunto de todas as soluções reais da inequação $\mathbf{a^{2x(1-x)} > a^{x-1}}$, é:
a) $]-1, 1[$ b) $]1, +\infty[$ c) $]-½, 1[$
d) $]-\infty, 1[$ e) vazio

25 - (ITA-99) Seja S o conjunto de todas as soluções reais da equação: $\log_{1/4}(x + 1) = \log_4(x - 1)$. Então:
a) S é um conjunto unitário e $S \subset]2, +\infty[$.
b) S é um conjunto unitário e $S \subset]1, 2[$.
c) S possui dois elementos distintos e $S \subset]-2, 2[$.
d) S possui dois elementos distintos e $S \subset]1, +\infty[$.
e) S é o conjunto vazio.

26 - (ITA-98) Considere $a, b \in \Re$ e a equação:
$$2e^{3x} + a.e^{2x} + 7e^x + b = 0.$$
Sabendo que as três raízes reais x_1, x_2, x_3 desta equação formam, nesta ordem, uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero, então **a – b** vale:
a) 5 b) – 7 c) – 9 d) – 5 e) 9

27 - (ITA-95) Uma vez, para todo $x \geq 1$ e $n \in N$, vale a desigualdade $x^n > n(x - 1)$. Temos como conseqüência que, para $0 < x < 1$ e $n \in N$, tem-se:
a) $x^{n-1} < [n(1 + x)]^{-1}$ b) $x^{n-1} < [(n + 1)(1 + x)]^{-1}$
c) $x^{n-1} < [n^2(1 - x)]^{-1}$ d) $x^{n-1} < [(n + 1)(1 - x)]^{-1}$
e) $x^{n-1} < [n(1 - x)]^{-1}$

28 - (ITA-94) Sejam x e y números reais, com $x \neq 0$, satisfazendo $(x + iy)^2 = (x + y)i$, então:
a) x e y são números irracionais.
b) $x > 0$ e $y < 0$.
c) x é uma raiz da equação $x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 0$
d) $x < 0$ e $y = z$.
e) $x^2 + xy + y^2 = 1/2$

29 - (ITA-94) A identidade: $\dfrac{x^3+4}{x^3+1} = 1 + \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{bx+c}{x^2-x+1}$
é válida para todo real $x \neq -1$. Então $a + b + c$ é igual a:
a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

30 - (ITA-94) As raízes da equação de coeficientes reais $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ são inteiros positivos consecutivos. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a 14. Então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a:
a) 190 b) 191 c) 192 d) 193 e) 194

31 - (ITA-92) A igualdade $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}7^n + \sum_{j=0}^{m}\binom{m}{j}2^m = 64$ é válida para:
a) Quaisquer que sejam n e m naturais positivos.
b) Qualquer que seja n natural positivo e m = 3.
c) n = 13 e m = 6.
d) n ímpar e m par.
e) n.d.a.

32 - (ITA-88) Sabendo-se que as soluções da equação $|x|^2 - |x| - 6 = 0$ são raízes da equação $x^2 - ax + b = 0$, podemos afirmar que:
a) a = 1 e b = 6 b) a = 0 e b = - 6
c) a = 1 e b = - 6 d) a = 0 e b = - 9
e) não existem a e b tais que $x^2 - ax + b = 0$ contenha todas as raízes da equação dada.

GABARITO

1	D
2	A
3	E
4	C
5	A
6	B
7	D
8	A
9	E
10	D
11	C
12	B
13	B
14	B
15	C
16	D
17	B
18	D
19	E
20	D
21	C
22	C
23	D
24	C
25	B
26	D
27	E
28	C
29	D
30	D
31	B
32	D