Função Logarítmica

INTRODUÇÃO

Chamamos de função logarítmica toda função **f**, de domínio $\mathbb{R}_+^*$ e contradomínio $\mathbb{R}$, que associa a cada número real positivo **x** o logaritmo $\log_a x$, sendo **a** um número real positivo e diferente de 1.

$$f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R} \mid f(x) = \log_a x, \text{ em que } 0 < a \neq 1$$

Exemplos:

1º) $f(x) = \log_5 x$

2º) $f(x) = \log_{0,4} x$

3º) $y = \ln x$

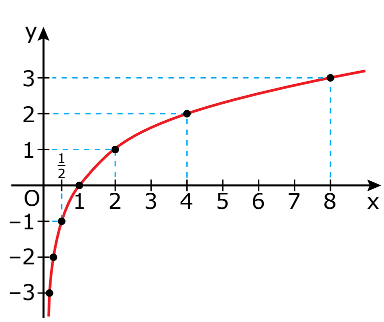
4º) $y = \log_{10} x$

GRÁFICOS

Vamos construir os gráficos das funções $f(x) = \log_2 x$ e $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$. Em cada caso, vamos atribuir alguns valores para **x** e, em seguida, calcularemos os correspondentes valores de **y**. Os pares ordenados obtidos serão usados para construir cada gráfico.

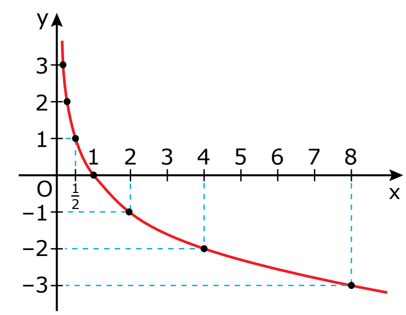
1º) Gráfico da função $f(x) = \log_2 x$

x	y
$\frac{1}{8}$	–3
$\frac{1}{4}$	–2
$\frac{1}{2}$	–1
1	0
2	1
4	2
8	3



2º) Gráfico da função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

x	y
8	–3
4	–2
2	–1
1	0
$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{8}$	3



OBSERVAÇÕES

i) Ambos os gráficos não interceptam o eixo das ordenadas. Isso ocorre porque a função logarítmica não está definida para $x = 0$.

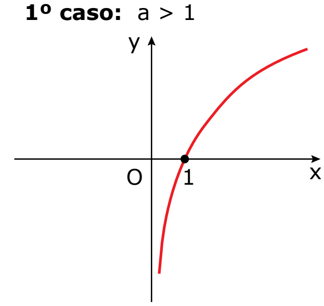
ii) Ambos os gráficos interceptam o eixo das abscissas no ponto (1, 0). Isso se deve ao fato de que $\log_a 1 = 0$, para qualquer número real **a** positivo e diferente de 1.

iii) O gráfico da função $f(x) = \log_2 x$ é crescente. Isso ocorre porque a base do logaritmo é igual a 2, ou seja, é maior do que 1.

iv) O gráfico da função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ é decrescente. Isso ocorre porque a base do logaritmo é igual a $\frac{1}{2}$, ou seja, é um número maior que 0 e menor que 1.

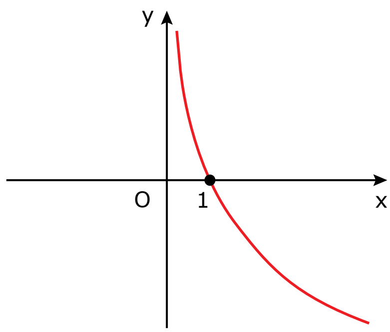
De modo geral, há dois casos a serem considerados no esboço do gráfico da função $f(x) = \log_a x$:

1º caso: $a > 1$



- Função crescente
- Domínio $D = \mathbb{R}_+^*$
- Imagem $Im = \mathbb{R}$

2º caso: $0 < a < 1$

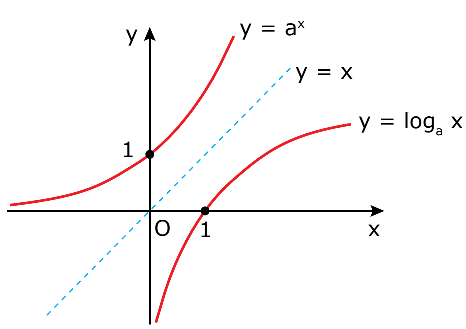


- Função decrescente
- Domínio $D = \mathbb{R}_+^*$
- Imagem $Im = \mathbb{R}$

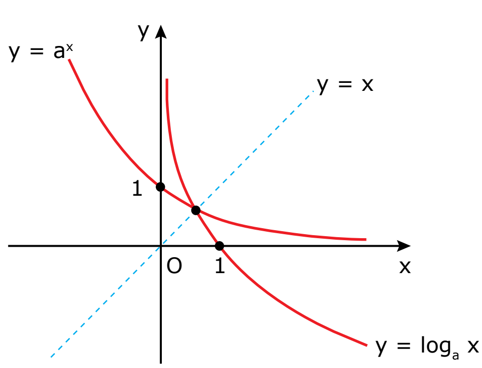
OBSERVAÇÃO

A função $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_a x$, é inversa da função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, definida por $g(x) = a^x$, com $0 < a \neq 1$. Os gráficos das funções **f** e **g** são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares $(y = x)$.

1º caso: $a > 1$

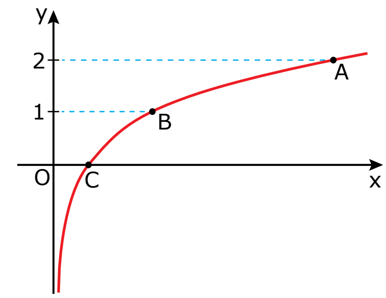


2º caso: $0 < a < 1$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (UFJF-MG) A figura a seguir é um esboço, no plano cartesiano, do gráfico da função $f(x) = \log_b x$, com alguns pontos destacados. Supondo que a abscissa do ponto **A** é igual a 9, é incorreto afirmar que:



A) a base **b** é igual a 3.

B) a abscissa de **C** é igual a 1.

C) $f(x) < 0$ para todo $x \in (0, 1)$.

D) a abscissa de **B** é igual a 2.

E) $f(x)$ é crescente.

Resolução:

O ponto **A** possui abscissa 9 e ordenada 2. Substituindo, na expressão da função, temos:

$\log_b 9 = 2 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$

Portanto, a alternativa A está correta.

Para $f(x) = 0$, temos $\log_b x = 0 \Rightarrow x = 1$. Logo, a abscissa do ponto **C** é igual a 1. Portanto, a alternativa B está correta.

Para $0 < x < 1$, as correspondentes imagens são negativas. Portanto, a alternativa C está correta.

Para $f(x) = 1$, temos $\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$. Portanto, a alternativa D está incorreta.

O gráfico representa uma função crescente, pois a base $b = 3 > 1$, ou seja, a alternativa E está correta.

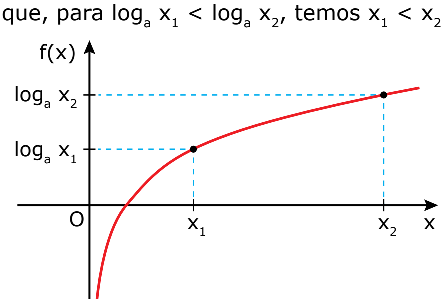
INEQUAÇÃO LOGARÍTMICA

É toda desigualdade em que a variável aparece no logaritmando ou na base do logaritmo. Há dois casos básicos:

Consideremos a função logarítmica $f(x) = \log_a x$.

1º caso: $a > 1$

O gráfico representa uma função crescente. Assim, observe que, para $\log_a x_1 < \log_a x_2$, temos $x_1 < x_2$.

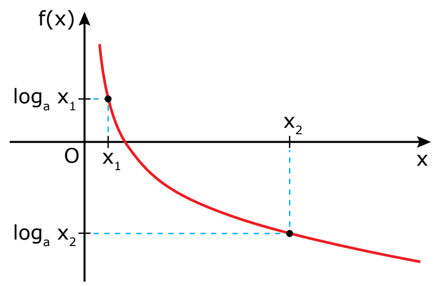


Portanto:

> Se **a > 1**, devemos **conservar** o sinal da desigualdade ao comparar os logaritmandos.
>
> $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$

2º caso: $0 < a < 1$

O gráfico representa uma função decrescente. Assim, observe que, para $\log_a x_1 > \log_a x_2$, temos $x_2 > x_1$.



Portanto:

> Se **0 < a < 1**, devemos **inverter** o sinal da desigualdade ao comparar os logaritmandos.
>
> $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$

OBSERVAÇÃO

Ao resolver uma inequação logarítmica, devemos levar em consideração as condições de existência dos logaritmos envolvidos. Portanto, a solução consiste na interseção dos intervalos obtidos da condição de existência dos logaritmos e da inequação logarítmica.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

02. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\log_7 (x - 2) \leq \log_7 5$.

Resolução:

Verificamos, inicialmente, a condição de existência:

$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ (I)

Como $7 > 1$, devemos conservar a desigualdade para os logaritmandos, ou seja:

$x - 2 \leq 5 \Rightarrow x \leq 7$ (II)

A solução é dada pela interseção dos intervalos (I) e (II).

Portanto, $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 7\}$.

03. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\log_{\frac{1}{6}} (2x - 8) > \log_{\frac{1}{6}} x$.

Resolução:

Verificamos, inicialmente, as condições de existência:

$$\begin{cases} 2x - 8 > 0 \\ \text{e} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \text{ (I)} \\ \text{e} \\ x > 0 \text{ (II)} \end{cases}$$

Como $0 < \frac{1}{6} < 1$, devemos inverter a desigualdade para os logaritmandos, ou seja:

$2x - 8 < x \Rightarrow x < 8$ (III)

A solução é dada pela interseção dos intervalos (I), (II) e (III).

Portanto, $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 8\}$.

04. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\log_2 7 + \log_{\frac{1}{2}} (x + 1) \geq -3$.

Resolução:

A condição de existência é dada por:

$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$ (I)

$\log_2 7 + \log_{\frac{1}{2}} (x + 1) \geq -3 \Rightarrow$

$\log_2 7 + \log_{2^{-1}} (x + 1) \geq -3 \Rightarrow$

$\log_2 7 - \log_2 (x + 1) \geq -3\log_2 2 \Rightarrow$

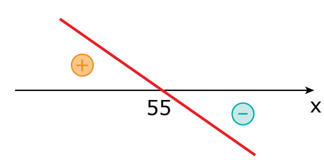
$\log_2\left(\frac{7}{x+1}\right) \geq \log_2 2^{-3} \Rightarrow \frac{7}{x+1} \geq \frac{1}{8} \Rightarrow$

$$\frac{7}{x+1} - \frac{1}{8} \geq 0 \Rightarrow \frac{56 - x - 1}{8(x+1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{\overbrace{-x+55}^{\text{Função I}}}{\underbrace{8x+8}_{\text{Função II}}} \geq 0$$

Estudo do sinal:

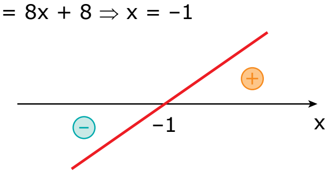
Função I: $y_1 = -x + 55$

Raiz: $0 = -x + 55 \Rightarrow x = 55$

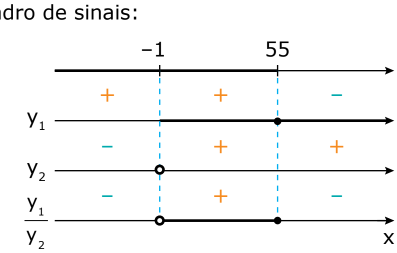


Função II: $y_2 = 8x + 8$

Raiz: $0 = 8x + 8 \Rightarrow x = -1$



Quadro de sinais:



Logo, o intervalo obtido da inequação logarítmica é $-1 < x \leq 55$ (II).

Com a interseção de (II) com a condição de existência (I), temos como solução $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 55\}$.

MATEMÁTICA

APLICAÇÕES DOS LOGARITMOS

Há equações exponenciais que não conseguimos reduzir a potências de mesma base.

Assim, para resolver essas equações, devemos aplicar o logaritmo, em uma base adequada, dos dois lados da igualdade.

Esse artifício é utilizado devido ao fato de a função logarítmica ser a inversa da exponencial.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

05. Resolver a equação exponencial $4^x = 12$. (Considerar: log 2 = 0,30; log 3 = 0,48.)

Resolução:

$4^x = 12 \Rightarrow \log 4^x = \log 12 \Rightarrow$

$x.\log 4 = \log (4 \,.\, 3) \Rightarrow$

$x.\log 2^2 = \log 2^2 + \log 3 \Rightarrow$

$2x.\log 2 = 2.\log 2 + \log 3 \Rightarrow$

$2x.0,30 = 2 \,.\, 0,30 + 0,48 \Rightarrow$

$0,60x = 1,08 \Rightarrow x = 1,8$

06. (UFOP-MG) A massa de certo material radioativo num instante **t** é dada por $m(t) = m_0.10^{-kt}$. Se **t** é dado em anos, $m_0 = m(0) = 500$ g é a massa inicial, $m(20) = 400$ g, adotando log 2 = 0,3 e log 5 = 0,7, encontrar:

A) o valor de **k**.

B) o tempo necessário para que metade da massa inicial se desintegre.

Resolução:

A) Cálculo do valor de **k**:

Para t = 0, temos m(0) = 500.

Para t = 20, temos $m(20) = 500 \,.\, 10^{-20k} \Rightarrow$

$400 = 500 \,.\, 10^{-20k} \Rightarrow \dfrac{4}{5} = 10^{-20k} \Rightarrow$

$\log 10^{-20k} = \log\left(\dfrac{4}{5}\right) \Rightarrow -20k = \log 4 - \log 5 \Rightarrow$

$-20k = 2.\log 2 - \log 5 \Rightarrow -20k = 2 \,.\, 0,3 - 0,7 \Rightarrow$

$-20k = 0,6 - 0,7 \Rightarrow -20k = -0,1 \Rightarrow k = \dfrac{1}{200}$

B) Temos que $m(t) = 500 \,.\, 10^{-\frac{t}{200}}$.

Queremos que m(t) = 250 g (metade da massa inicial).

$250 = 500 \,.\, 10^{-\frac{t}{200}} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = 10^{-\frac{t}{200}} \Rightarrow$

$\log\dfrac{1}{2} = \log\left(10^{-\frac{t}{200}}\right) \Rightarrow \log 1 - \log 2 = -\dfrac{t}{200} \Rightarrow$

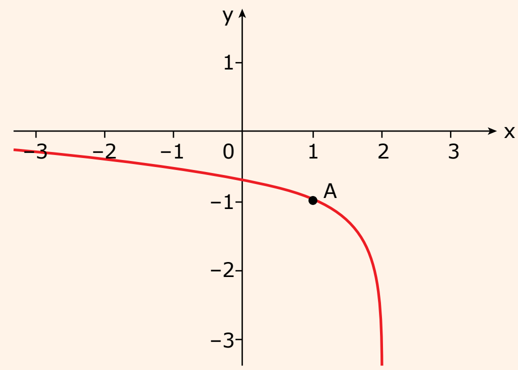
$0 - 0,30 = -\dfrac{t}{200} \Rightarrow t = 60$

O tempo necessário é igual a 60 anos.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UPF-RS–2018) Na figura, está representada parte do gráfico da função **f** definida por $f(x) = \log (ax + 2) - 1$, com $a \neq 0$ e o ponto A(1, −1) pertencente ao gráfico da função **f**.



O valor de **a** é:

A) 1

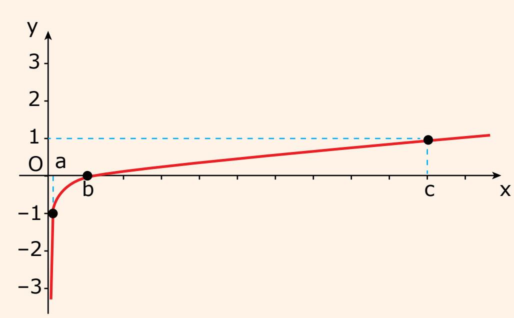
B) 2

C) −1

D) −2

E) 8

02. DN37 (PUC RS) Observando-se o céu após uma chuva, avista-se parte de um arco-íris atrás de uma construção. A parte visível poderia ser identificada como a representação gráfica da função **f** dada por $f(x) = \log x$, a seguir.



A soma dos valores **a**, **b** e **c**, indicados na figura, é:

A) 11,1

B) 14,5

C) 14,9

D) 15,5

E) 100,1

03. CJHU (CEFET-MG) Considere a função $f:]-2, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_3 (x + 2)$. Se $f(a) = \dfrac{1}{3}f(b)$, então:

A) $a = \sqrt[3]{b+1}$

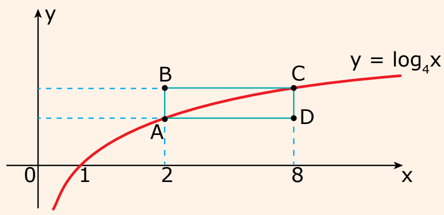
B) $a = \sqrt[3]{b+3}$

C) $a = \sqrt[3]{b+2} - 2$

D) $a = \sqrt[3]{b+4} + 2$

04. OVSR

(EsPCEx-SP–2017) A curva do gráfico a seguir representa a função $y = \log_4 x$.



A área do retângulo ABCD é:

A) 12

B) 6

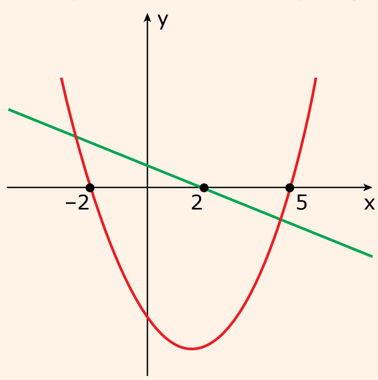
C) 3

D) $6\log_4 \frac{3}{2}$

E) $\log_4 6$

05. CEEP

(CEFET-MG) Os gráficos das funções **f** e **g** estão representados geometricamente na figura que se segue.



Se **h** é a função definida $h(x) = \log(f(x).g(x))$, o domínio de **h** é:

A) $]-2, 2[\cup]5, +\infty[$

B) $]-\infty, -2[\cup]2, 5[$

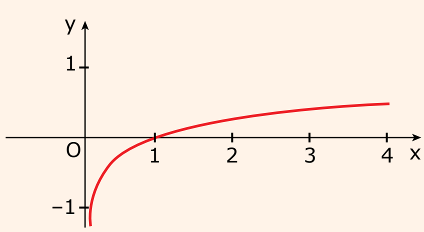
C) $]-\infty, 2[\cup]5, +\infty[$

D) $\mathbb{R} -]-2, 5[$

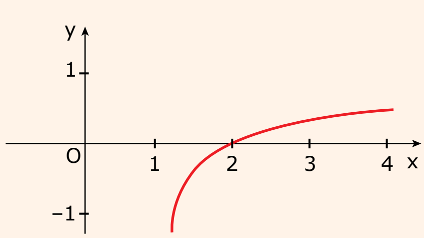
E) $]-2, 5[$

06. (UEG-GO) O gráfico da função $y = \log(x + 1)$ é representado por:

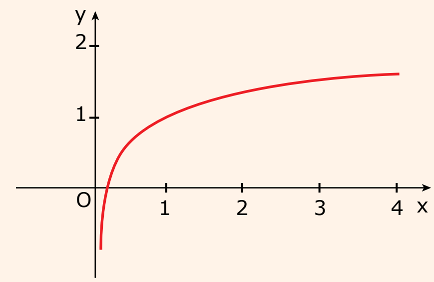
A)



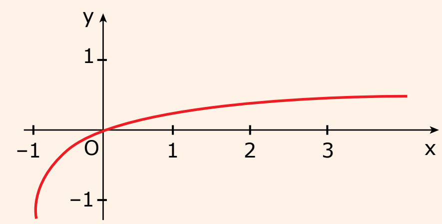
B)



C)



D)



07. WRMW

(UDESC-SC) O conjunto de números reais que representa a interseção entre os domínios das funções

$$f(x) = \sqrt{(-2x^2 - 6x + 8)} \text{ e } g(x) = \log(x + 2)$$

é um intervalo

A) aberto à direita e fechado à esquerda.

B) aberto nos dois extremos.

C) fechado nos dois extremos.

D) infinito.

E) aberto à esquerda e fechado à direita.

08. XUDT

(ESPM-SP) Em 1997 iniciou-se a ocupação de uma fazenda improdutiva no interior do país, dando origem a uma pequena cidade. Estima-se que a população dessa cidade tenha crescido segundo a função $P = 0{,}1 + \log_2(x - 1\,996)$, onde **P** é a população no ano **x**, em milhares de habitantes. Considerando $\sqrt{2} \cong 1{,}4$, podemos concluir que a população dessa cidade atingiu a marca dos 3 600 habitantes em meados do ano

A) 2005.

B) 2002.

C) 2011.

D) 2007.

E) 2004.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. KAUF

(UECE) Se $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é a função definida por $f(x) = 10^{1 - Lx}$ então, o valor de $\log(f(e))$ é igual a

Atenção!

e = base do logaritmo natural;

Log = logaritmo na base 10;

L = logaritmo natural.

A) $\frac{1}{2}$.

B) 0.

C) $\frac{1}{3}$.

D) 1.

MATEMÁTICA

02. C6HU

(UERN) O produto entre o maior número inteiro negativo e o menor número inteiro positivo que pertence ao domínio da função $f(x) = \log_3 (x^2 - 2x - 15)$ é:

A) −24
B) −15
C) −10
D) −8

03. (UESB-BA–2018) É correto afirmar que o conjunto-solução da inequação em $x \in \mathbb{R}$, expressa por $\log_2 (x^3 - x^2 + 1) \geq 0$, é:

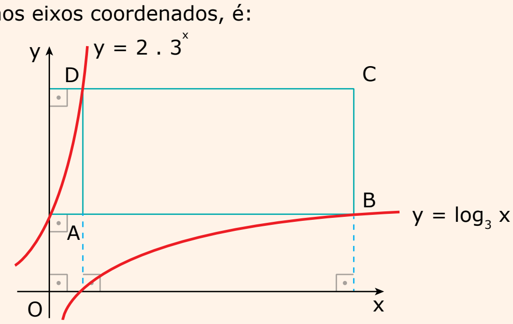
A) $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$
B) $[-1, 1]$
C) $[0, +\infty[$
D) $[1, +\infty[$
E) $[-1, 0] \cup [1, +\infty[$

04. (FGV-SP) A solução da inequação $\log_{\frac{1}{3}} (x^2 - 3) > 0$ é:

A) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{3} \text{ ou } x > \sqrt{3}\}$
B) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$
C) $\{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$
D) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < -\sqrt{3} \text{ ou } \sqrt{3} < x < 2\}$
E) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x > 2\}$

05. UEGJ

(UNIFESP) Com base na figura, o comprimento da diagonal AC do quadrilátero ABCD, de lados paralelos aos eixos coordenados, é:



A) $2\sqrt{2}$
B) $4\sqrt{2}$
C) 8
D) $4\sqrt{5}$
E) $6\sqrt{3}$

06. 4IKJ

(UEL-PR–2020) No Brasil, a preservação natural de um cadáver é rara devido ao clima tropical e ao solo ácido, que aceleram a sua decomposição. Por isso, a múmia encontrada em Goianá, Minas Gerais, no século XIX é tão incomum.

Disponível em: <www.museunacional.ufrj.br> (Adaptação).

Uma múmia encontrada em território brasileiro. Museu Nacional do Rio de Janeiro

Passados **t** anos após a morte deste ser humano, suponha que a massa m(t) de seu cadáver, medida em quilogramas, seja dada por $m(t) = 40e^{-C.t}$, onde $e > 1$ é uma constante e **C** é um parâmetro relacionado às características morfoclimáticas da região onde originalmente se encontrava. Admitindo que passados t = 600 anos a múmia possuía exatos 4 kg, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor do parâmetro **C**.

A) $C = \frac{1}{200}\log_e 50$
B) $C = \frac{1}{300}\log_e 20$
C) $C = \frac{1}{400}\log_e 30$
D) $C = \frac{1}{500}\log_e 40$
E) $C = \frac{1}{600}\log_e 10$

07. (FUVEST-SP) O conjunto dos números reais **x** que satisfazem a inequação $\log_2 (2x + 5) - \log_2 (3x - 1) > 1$ é o intervalo:

A) $\left]-\infty, -\frac{5}{2}\right[$
B) $\left]\frac{7}{4}, \infty\right[$
C) $\left]-\frac{5}{2}, 0\right[$
D) $\left]\frac{1}{3}, \frac{7}{4}\right[$
E) $\left]0, \frac{1}{3}\right[$

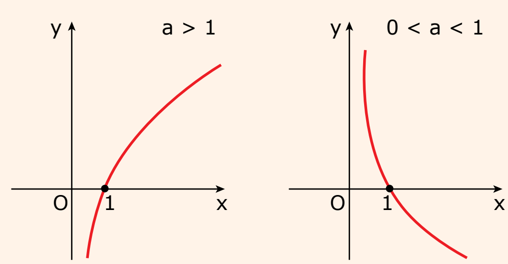
08. NK2N

(UECE) O domínio da função real de variável real definida por $f(x) = \log_7 (x^2 - 4x).\log_3 (5x - x^2)$ é o intervalo aberto cujos extremos são os números

A) 3 e 4.
B) 4 e 5.
C) 5 e 6.
D) 6 e 7.

09. CXG1

(FUVEST-SP) Seja **f** uma função a valores reais, com domínio $D \subset \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \log_{10}\left[\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - x + 1)\right]$ para todo $x \in D$.



Gráficos da função logarítmica de base a.

O conjunto que pode ser o domínio **D** é:

A) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$
B) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ ou } x \geq 1\}$
C) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{3} < x < 10\right\}$
D) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{3} \text{ ou } x \geq 10\right\}$
E) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{9} < x < \frac{10}{3}\right\}$

10. 551Q

(UECE–2017) Se **f** é a função real de variável real definida por então, $f(x) = \log(4 - x^2) + \sqrt{4x - x^2}$, o maior domínio possível para **f** é:

log x = logaritmo de **x** na base 10

A) {números reais **x** tais que $0 \leq x < 4$}.

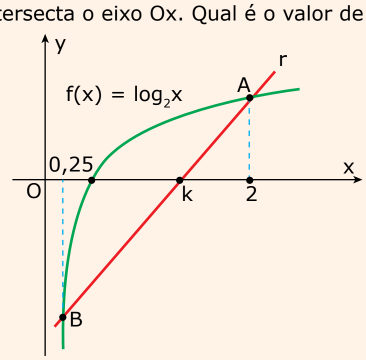
B) {números reais **x** tais que $2 < x < 4$}.

C) {números reais **x** tais que $-2 < x < 4$}.

D) {números reais **x** tais que $0 \leq x < 2$}.

11. 4FQ3

(UFPR) Considere o gráfico da função $f(x) = \log_2 x$ e a reta **r** que passa pelos pontos **A** e **B**, como indicado na figura a seguir, sendo **k** a abscissa do ponto em que a reta **r** intersecta o eixo Ox. Qual é o valor de **k**?



A) $\frac{17}{12}$

B) $\frac{14}{11}$

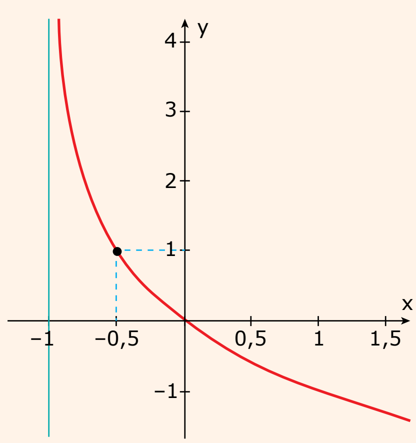
C) $\frac{12}{7}$

D) $\frac{11}{9}$

E) $\frac{7}{4}$

12. NX59

(UEG-GO–2018) O gráfico a seguir é a representação da função $f(x) = \log_2\left(\frac{1}{ax + b}\right)$.



O valor de $f^{-1}(-1)$ é

A) –1.

B) 0.

C) –2.

D) 2.

E) 1.

13.

(UCS-RS) Um equipamento é depreciado de tal forma que, **t** anos após a compra, seu valor é dado por $V(t) = C.e^{-0,2t} + 31\ 000$. Se 10 anos após a compra o equipamento estiver valendo R$ 112 000,00, então ele foi comprado por um valor, em reais,

Dado: $\ln 7,4 \cong 2$.

A) maior que 700 000.

B) entre 600 000 e 700 000.

C) entre 500 000 e 600 000.

D) entre 400 000 e 500 000.

E) menor que 400 000.

14. VM4X

(UCB-DF) Quando se administra uma medicação a um paciente, a droga entra na corrente sanguínea e, após a metabolização, é eliminada de tal forma que a quantidade presente no organismo decresce exponencialmente. Com base no exposto, suponha que, para o antibiótico ampicilina, 40% da droga presente no organismo de uma pessoa é eliminada a cada hora após a aplicação. Se uma dose típica de ampicilina tem 250 mg, e considerando que log 6 = 0,77, o tempo necessário, em horas, para que o organismo de uma pessoa elimine 235 mg dessa dose é

A) menor que 4.

B) entre 4 e 4,4.

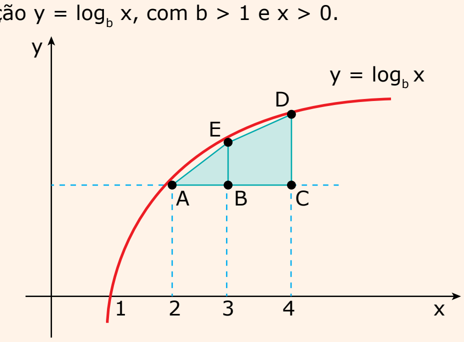
C) entre 4,4 e 4,8.

D) entre 4,8 e 5,2.

E) maior que 5,2.

15. G9SE

(ACAFE-SC) A figura a seguir representa o gráfico da função $y = \log_b x$, com $b > 1$ e $x > 0$.



Nessa representação, o polígono ABCDE possui área igual a:

A) $\log_b \frac{3\sqrt{2}}{2}$

B) $\log_b 3$

C) $\log_b 3 + \log_b 2$

D) $1,5.\log_b \sqrt{2}$

16. EC17

(Unifor-CE) As populações de duas cidades A e B são dadas em milhares de habitantes pelas funções $A(t) = \log_8 (1 + t)^9$ e $B(t) = \log_2 (16t + 16)$ onde **t** é dado em anos. Após certo instante **t**, a população de uma dessas cidades é sempre maior que a outra. O valor mínimo desse instante **t** é de

A) 2 anos.

B) 3 anos.

C) 4 anos.

D) 5 anos.

E) 6 anos.

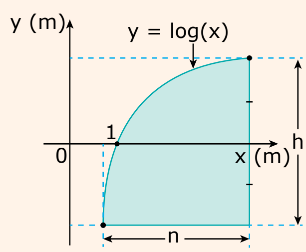
17. CZRZ (Unicamp-SP) A altura (em metros) de um arbusto em uma dada fase de seu desenvolvimento pode ser expressa pela função $h(t) = 0,5 + \log_3(t + 1)$, onde o tempo $t \geq 0$ é dado em anos.

A) Qual é o tempo necessário para que a altura aumente de 0,5 m para 1,5 m?

B) Suponha que outro arbusto, nessa mesma fase de desenvolvimento, tem sua altura expressa pela função composta $g(t) = h(3t + 2)$. Verifique que a diferença $g(t) - h(t)$ é uma constante, isto é, não depende de **t**.

SEÇÃO ENEM

01. (Enem) Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação y = log (x), conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura **h** do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x. Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura **h** do vidro em função da medida **n** de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é:

A) $\log\left(\dfrac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right) - \log\left(\dfrac{n - \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

B) $\log\left(1 + \dfrac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \dfrac{n}{2}\right)$

C) $\log\left(1 + \dfrac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \dfrac{n}{2}\right)$

D) $\log\left(\dfrac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

E) $2\log\left(\dfrac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

02. (Enem) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada com MMS e denotada como M_W), introduzida, em 1979, por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10,7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_W = 7,3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. *Historic Earthquakes*. Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 01 maio 2010 (Adaptação).

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. *USGS Earthquake Magnitude Policy*. Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 01 maio 2010 (Adaptação).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

A) $10^{-5,10}$
B) $10^{-0,73}$
C) $10^{12,00}$
D) $10^{21,65}$
E) $10^{27,00}$

03. Uma das grandezas relacionadas ao som é a sua altura **A**, medida em decibéis (dB). A altura de um som está relacionada com a sua intensidade **I**, medida em watts por metro quadrado, através da função:

$$A(I) = 10.\log\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

sendo I_0 uma constante que vale $10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$.

Sabe-se que as intensidades sonoras aproximadas de um carro e de um avião a jato são iguais a $10^{-4}\ \frac{W}{m^2}$ e $10^2\ \frac{W}{m^2}$, respectivamente. Portanto, pode-se afirmar que a razão entre as alturas dos sons produzidos pelo avião e pelo carro, nessa ordem, é igual a

A) 1,75.
B) 1,85.
C) 1,95.
D) 2,05.
E) 2,35.

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

- 01. C
- 02. A
- 03. C
- 04. B
- 05. B
- 06. D
- 07. E
- 08. D

Propostos

Acertei ______ Errei ______

- 01. B
- 02. A
- 03. D
- 04. D
- 05. D
- 06. E
- 07. D
- 08. B
- 09. A
- 10. D
- 11. A
- 12. E
- 13. B
- 14. E
- 15. A
- 16. B
- 17.
  - A) 2 anos
  - B) Demonstração

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

- 01. E
- 02. E
- 03. A

Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %