

Sabendo-se que $Q + R = 16$, podemos afirmar que os divisores primos de N são:

- a) 2 e 19 b) 2, 3 e 13 c) 3 e 17 d) 3, 5 e 7 e) 5 e 11

17. (Pucsp 2017) A soma dos quatro algarismos distintos do número $N = abcd$, é 16. A soma dos três primeiros algarismos é igual ao algarismo da unidade e o algarismo do milhar é igual à soma dos algarismos da centena e da dezena. O produto dos algarismos da dezena e da centena é

a) 4 b) 3 c) 2 d) 1

18. (Espm 2023) O resto da divisão do número natural N por 7 é igual a 6. O resto da divisão desse mesmo número por 8 é igual a 7. Sendo M o menor valor possível para N , podemos afirmar que o resto da divisão de M por 9 é igual a:

a) 1 b) 2 c) 4 d) 7 e) 0

19. (Pucpr 2023) Joãozinho estava brincando de matemática e resolveu criar uma sequência de números. Ele decidiu que os dois primeiros números seriam 1 e 2, nessa ordem. Além disso, ele decidiu que cada um dos números seguintes deve ser o produto dos dois números imediatamente anteriores a esse.

Com respeito a essa sequência, são feitas as seguintes afirmações:

- I. O 6º número nessa sequência será 32.
 - II. A soma dos 5 primeiros números dessa sequência é um número primo.
 - III. A partir do 4º número, nessa sequência, todos os números são múltiplos de 4.
- Assinale a alternativa CORRETA.
- a) Apenas I e II estão corretas. b) Apenas I e III estão corretas.
c) Apenas III está correta. d) Todas as afirmações estão corretas.
e) Todas as afirmações estão incorretas.

20. (Ifce 2019) Ana listou em ordem crescente os primeiros 30 números naturais N que satisfazem às três condições a seguir.

- 1) N deixa resto 7 na divisão por 24.
- 2) N deixa resto 7 na divisão por 32.
- 3) N é maior que 20.

O primeiro número listado por Ana tem soma de algarismos igual a

a) 4. b) 9. c) 11. d) 12. e) 15.

21. (Unicamp 2018) Considere três números inteiros cuja soma é um número ímpar. Entre esses três números, a quantidade de números ímpares é igual a

a) 0 ou 1. b) 1 ou 2. c) 2 ou 3. d) 1 ou 3.

22. (Fuvest 2023) Dado um número natural $n \geq 2$, o *primorial* de n , denotado por $n\#$, é o produto de todos os números primos menores que ou iguais a n . Por exemplo,

$$6\# = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30.$$

O menor número da forma $n\#$ que é maior que 2000 é:

a) 2300 b) 2305 c) 2310 d) 2312 e) 2322

23. (Fatec 2017) Para a realização de uma atividade, um professor pretende dividir a sua turma em grupos. O professor observou que, se dividir a turma em grupos de 3 alunos, exatamente um aluno ficará de fora da atividade; se dividir em grupos de 4 alunos, exatamente um aluno também ficará de fora.

Considere que nessa turma há N alunos, dos quais 17 são homens, e que o número de mulheres é maior que o número de homens. Nessas condições, o menor valor de N é um número

- a) primo e não par. b) par e não divisível por 4.
c) ímpar e divisível por 5. d) quadrado perfeito. e) cubo perfeito.

24. (Fuvest 2021)



O quadrinho aborda o tema de números primos, sobre os quais é correto afirmar:

- a) Todos os números primos são ímpares.
- b) Existem, no máximo, 7 trilhões de números primos.
- c) Todo número da forma $2^n + 1$, $n \in \mathbb{N}$, é primo.
- d) Entre 24 e 36, existem somente 2 números primos.
- e) O número do quadrinho, 143, é um número primo.

25. (Espm 2017) Um número natural é formado por 3 algarismos que somam 10. Trocando-se entre si os algarismos das centenas e das unidades, ele aumenta 99 unidades. Trocando-se os algarismos das dezenas e das unidades, ele diminui 18 unidades. Podemos afirmar que esse número é múltiplo de:

a) 11 b) 13 c) 7 d) 5 e) 4

26. (Ifce 2016) O menor número natural que deve ser somado a 1983 para que o resultado seja um múltiplo de 7 é

a) 4. b) 6. c) 5. d) 1. e) 3.

27. (Pucrj 2023) Alberto olha o relógio e vê que ele marca 14h 15min. Exatamente 1000 minutos mais tarde, Alberto volta a olhar o relógio.

Sabendo-se que o relógio é preciso, que horas ele marca nesse momento?

- a) 4h 15min b) 4h 45min c) 5h 55min d) 6h 55min
e) 7h 35min

28. (Uece 2016) Se o resto da divisão do número natural n por 20 é igual a 8 e o número natural r é o resto da divisão do mesmo número por 5, então, o valor de r^{-3} é igual a

- a) 1. b) $\frac{1}{8}$. c) $\frac{1}{27}$. d) $\frac{1}{64}$.

29. (Pucpr 2018) A doutora Cristiane não quer revelar o dia de seu aniversário, mas seus amigos Jorge e Evandro insistem. Então Cristiane propôs o seguinte problema: $ABC + ABC + ABC = BBB$

$A \times 15$ é igual ao dia de meu aniversário e $B + 5$ é o meu mês.

Com base nessas informações, conclui-se que Cristiane faz aniversário:

- a) 15 de setembro. b) 15 de novembro. c) 30 de outubro.
d) 30 de novembro. e) 30 de agosto.

Gabarito:

Resposta da questão 1:

a) De acordo com as informações, obtemos o sistema

$$\begin{cases} n = 7p + 3 \\ n = 5q + 4, \\ q = p + 3 \end{cases}$$

em que p e q são inteiros positivos. Logo, $5 \cdot (p + 3) + 4 = 7p + 3 \Leftrightarrow p = 8$ e, portanto, $q = 11$. Donde podemos concluir que a instituição recebeu $7 \cdot 8 + 3 = 59$ computadores.

b) Sim, observando que 59 é um número primo, podemos colocar todos os computadores em um única sala ou, supondo que existem 59 salas, 1 computador por sala.

Resposta da questão 2: [D]

Se n é o número de escolas, então $12n + 4 = 10(n + 2) \Leftrightarrow 2n = 16 \Leftrightarrow n = 8$.

A resposta é $10(8 + 2) = 100$.

Resposta da questão 3:

$7800 = 91 \cdot 85 + 65$ (7800 não é divisível por 91)

Mas, $7800 - 65 = 7735$ é divisível por 91, portanto $X = 3$ e $Y = 5$.

Resposta da questão 4: [B]

Tem-se que $23 \cdot 7 = 161$ dias. Ademais, temos $161 = 12 \cdot 13 + 5$, ou seja, após 23 semanas, o atleta terá completado 12 sequências de treinamento e realizado os cinco primeiros treinos da 13ª sequência. Desse modo, a resposta é $RT_3RT_4RRT_5$.

Resposta da questão 5: [C]

Os números primos entre 40 e 50 são: $\{41, 43, 47\}$

Ou seja, existem 3 números primos no intervalo dado.

Resposta da questão 6: [D]

Sejam a, b, c e d os números que cumprem as condições dadas.

Supondo que $d = a + b + c$, obtemos $d = 50$. Daí, como 50 não é primo, segue que a, b e c devem ser primos. Além disso, $a + b + c = 50$ e, portanto, 2 é um dos números a, b ou c (a soma de três primos ímpares é ímpar). Logo, fixando $a = 2$, vem $b + c = 48$. Ora, os primos maiores do que 2 e menores do que 48 são:

3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

Por conseguinte, $\{b, c\}$ pode ser qualquer um dos conjuntos $\{5, 43\}, \{7, 41\}, \{11, 37\}, \{17, 31\}$ ou $\{19, 29\}$.

O número de soluções existentes para o problema é 5.

Resposta da questão 7:

Seja a dezena representada por 'ab'. Do enunciado, temos que:

$$\begin{cases} a + b = 11 \\ 10b + a = 10a + b + 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 11 - a \\ b = a + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \Rightarrow a + 3 &= 11 - a \quad \therefore a = 4 \\ b &= 11 - 4 \quad \therefore b = 7 \end{aligned}$$

Portanto, a dezena sorteada foi 47.

Resposta da questão 8: [C]

Seja $n = ab$, com $a, b \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$. De acordo com as informações, temos

$$\begin{aligned} ba &= 2ab + 18 \Leftrightarrow 10b + a = 2(10a + b) + 18 \\ &\Leftrightarrow 8b - 19a = 18. \end{aligned}$$

Mas $b = 3a + 1$. Logo,

$$\begin{aligned} 8(3a + 1) - 19a &= 18 \Leftrightarrow 5a = 10 \\ &\Leftrightarrow a = 2 \end{aligned}$$

e, portanto, $b = 3 \cdot 2 + 1 = 7$.

O resultado pedido é igual a $a + b = 2 + 7 = 9$.

Resposta da questão 9: [B]

Vamos admitir que $k = 10 \cdot a + b$.

Portanto:

$$10a + b = 3ab$$

$$3ab - 10a = b$$

$$a(3b - 10) = b$$

$$a = \frac{b}{(3b - 10)}$$

Sabemos que $3b - 10$ deve ser maior que zero, portanto

$$b > \frac{10}{3}$$

$$b = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ e } k = 24$$

$$b = 5 \Rightarrow a = 1 \text{ e } k = 15$$

$$b = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{8} \text{ (não convém)}$$

$$b = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{11} \text{ (não convém)}$$

$$b = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{14} \text{ (não convém)}$$

$$b = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{17} \text{ (não convém)}$$

Portanto, $k = 15$ ou $k = 24$.

Logo, $15 + 24$ é divisível por 13.

Resposta: [B].

Resposta da questão 10: [D]

Tem-se que $5.000.000.000.000 = 5 \cdot 10^{12}$. Logo, a resposta é 12.

Resposta da questão 11: [A]

Serão necessárias 30 peças para a casa das unidades. Com efeito, basta observar as sequências

$(102, 112, \dots, 192), (202, 212, \dots, 292)$ e $(302, 312, \dots, 392)$.

Ademais, serão necessárias 30 peças para a casa das dezenas. De fato, é o que podemos concluir examinando as sequências

$(120, 121, \dots, 129), (220, 221, \dots, 229)$ e $(320, 321, \dots, 329)$.

Finalmente, serão necessárias 100 peças para a casa das centenas. Com efeito, uma vez que a sequência $(200, 201, 202, \dots, 299)$ possui 100 termos.

A resposta é $30 + 30 + 100 = 160$.

Resposta da questão 12: [C]

Seja ab o número inteiro positivo cujos algarismos queremos determinar. Logo, temos

$$3(a + b) = 10a + b \Leftrightarrow 7a = 2b$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2b}{7}.$$

Em consequência, temos $b = 7$ e $a = 2$.

A resposta é $a \cdot b = 2 \cdot 7 = 14$.

Resposta da questão 13: [C]

Sabendo que $N_1 = N_3 = N_4 = 0$ e $N_2 = 1$, temos $S = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 4$. Logo, sendo b o quociente da divisão de S por 11, vem $4 = b \cdot 11 + R$. É fácil ver que $b = 0$ e, portanto, $R = 4$.

A resposta é $N_5 = 11 - 4 = 7$.

Resposta da questão 14: [B]

Observamos que as letras I, F, A, L, M, se repetem nesta ordem continuamente. Para obter a 2017ª posição, basta dividir 2017 por 5 e seu resto indicará a qual das cinco letras está relacionada. Dividindo:

$$\begin{array}{r} 2017 \text{ } \underline{4} \text{ } 5 \\ 2 \text{ } 403 \end{array}$$

Visto que o resto é dois, basta procurar a letra que ocupa a segunda posição da sequência I, F, A, L, M. Desta maneira, a letra da 2017ª posição é a letra F.

Resposta da questão 15: [B]

Na primeira linha se encontra todos os números que quando divididos por 4 deixam resto zero e apresentam um quociente par. Sabendo que $2016 = 504 \cdot 4$, podemos concluir que 2016 encontra-se na primeira linha, portanto 2017 encontra-se na segunda linha.

Resposta da questão 16: [A]

Desde que $R = 16 - Q$ e $N = 13Q + R$, temos $N = 13Q + 16 - Q \Leftrightarrow N = 12Q + 16$.

Ademais, se $N + 2 = 13(Q + 1)$, então $12Q + 16 + 2 = 13Q + 13 \Leftrightarrow Q = 5$.

Portanto, vem $R = 11$ e $N = 76$.

Escrevendo $76 = 2^2 \cdot 19$, podemos concluir que os divisores primos de N são 2 e 19.

Resposta da questão 17: [B]

Calculando:

$$b \cdot c = ?$$

$$a + b + c + d = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = d \\ a = b + c \end{array} \right\} 2a = d$$

Logo,

$$a + a + 2a = 16 \rightarrow 4a = 16 \rightarrow a = 4 \rightarrow d = 8$$

$$b + c = 4; b \neq c \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = 3; c = 1 \\ \text{ou} \\ b = 1; c = 3 \end{array} \right.$$

$$b \cdot c = 3 \cdot 1 = 3$$

Resposta da questão 18: [A]

Do enunciado, podemos escrever:

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 7q + 6 \\ N = 8q' + 7 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} q = \frac{N - 6}{7} \\ q' = \frac{N - 7}{8} \end{array} \right.$$

Como os quocientes q e q' devem ser inteiros, devemos ter:

$$\left\{ \begin{array}{l} N - 6 \in \{7, 14, 21, 28, \dots\} \\ N - 7 \in \{8, 16, 24, 32, \dots\} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N \in \{13, 20, 27, 34, 41, 48, \underline{55}, \dots\} \\ N \in \{15, 23, 31, 39, 47, \underline{55}, \dots\} \end{array} \right.$$

Ou seja, $M = 55$. E, como:

$$55 = 9 \cdot 6 + 1$$

O resto da divisão de M por 9 é igual a 1.

Resposta da questão 19: [D]

De acordo com as informações do problema, temos a seguinte sequência.

(1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, ...)

Portanto:

[I] Correta, o sexto termo é 32.

[II] Correta, pois $1 + 2 + 2 + 4 + 8 = 17$, que é um número primo.

[III] Correta, o quarto termo é quatro, portanto os demais serão múltiplos de 4.

Resposta da questão 20: [A]

$N - 7$ é múltiplo de 24

$N - 7$ é múltiplo de 32

Portanto, $N - 7$ é múltiplo do $\text{MMC}(24, 32) = 96$.

O primeiro número listado será dado por:

$$N - 7 = 96 \Rightarrow N = 103$$

A soma de seus algarismos será $1 + 0 + 3 = 4$.

Resposta da questão 21: [D]

Sabendo que a soma de dois números inteiros é ímpar se suas paridades são distintas, a soma de três números inteiros será um número ímpar apenas se tivermos dois pares e um ímpar ou três ímpares.

Resposta da questão 22: [C]

Sendo

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 < 2000 < 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \Leftrightarrow 210 < 2000 < 2310,$$

podemos concluir que a resposta é 2310.

Resposta da questão 23: [A]

Considerando N o número de alunos da turma, temos:

$$N = 3x + 1, x \in \mathbb{N}$$

$$N - 1 = 3x, x \in \mathbb{N}$$

$$N = 4x + 1, x \in \mathbb{N}$$

$$N - 1 = 4x, x \in \mathbb{N}$$

Concluimos então que $N - 1$ é múltiplo de 12, ou seja, $N = 12 \cdot k + 1, k \in \mathbb{N}$.

$$N \in \{1, 13, 25, 37, 49, 61, 73, \dots\}$$

Como 17 são homens e o número de mulheres é maior que o número de homens, o menor valor possível para N será:

$$N = 37 \quad (37 = 17 + 20 \text{ e } 20 > 17)$$

Logo, a resposta correta é N é um primo e não par.

Resposta da questão 24: [D]

[A] Falsa. O número 2 é primo.

[B] Falsa. Sabemos que existem infinitos números primos.

[C] Falsa. Tomando $n = 3$, vem $2^3 + 1 = 9$. Contradição, uma vez que 9 é quadrado perfeito e, portanto, não é primo.

[D] Verdadeira. Com efeito, pois 29 e 31 são os únicos primos entre 24 e 36.

[E] Falsa. Na verdade, temos $143 = 13 \cdot 11$, ou seja, 143 é composto.

Resposta da questão 25: [A]

Seja abc o número natural. Tem-se que

$$\begin{cases} a + b + c = 10 \\ cba = abc + 99 \\ acb = abc - 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 10 \\ 100c + 10b + a = 100a + 10b + c + 99 \\ 100a + 10c + b = 100a + 10b + c - 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 10 \\ a = c - 1 \\ b = c + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 3 \end{cases}$$

Em consequência, o número é $253 = 11 \cdot 23$, ou seja, um múltiplo de 11.

Resposta da questão 26: [C]

$$1.983 = 7 \cdot 283 + 2$$

Portanto, o menor número que deverá ser somado a 1.983, para que se torne um múltiplo de 7, é $7 - 2 = 5$.

Resposta da questão 27: [D]

Como $1000 \text{ min} = 16 \text{ h } 40 \text{ min}$, segue que a resposta é 6 h 55 min.

Resposta da questão 28: [C]

Desde que $n = 20a + 8$ e $n = 5b + r$, com a, b inteiros positivos e $0 \leq r \leq 4$, temos

$$n = 5 \cdot 4a + 5 + 3 = 5(4a + 1) + 3.$$

Daí, vem $b = 4a + 1$ e $r = 3$. Por conseguinte, a resposta é $r^{-3} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$.

Resposta da questão 29: [A]

De acordo com as informações acima, podemos concluir que $A = 1$ ou $A = 2$.

E que:

$$300A + 30B + 3C = 111B \Rightarrow 300A + 3C = 81B \Rightarrow 100A + C = 27B \Rightarrow C = 27B - 100A.$$

Considerando $A = 1$, temos $C = 27B - 100$, ou seja o único valor possível para B é 4, pois $108 - 100 = 8$ (valor possível para C).

Considerando $A = 2$, temos $C = 27B - 200$, ou seja não existe um valor possível para B a fim de obter um C de apenas um algarismo.

Portanto, o dia do aniversário será $1 \times 15 = 15$ e o mês de aniversário será $4 + 5 = 9$.

A alternativa [A] está correta.